

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL
NAZİRLİYİ**

BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Mexanika- riyaziyyat fakültəsi

«Diferensial və integral tənliklər» kafedrası

ADİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR
kursunun

P R O Q R A M I

Mexanika ixtisası üçün

BAKİ – 2008

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ
MEXANİKA-RİYAZİYYAT FAKÜLTƏSİ
«DİFERENSİAL VƏ İNTEQRAL TƏNLİKLƏR»
KAFEDRASI
«ADİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR» kursunun

P R O Q R A M I

Universitetlər üçün

İstiqamət TE 02.00.00 – Mexanika

İxtisas TE 01.02.00 - Mexanika

Proqram

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin

21.10.2008-ci il 1164 sayılı əmri ilə nəşr olunur

Bakı Dövlət Universitetinin Nəşriyyatı

BAKİ - 2008

Tərtib edənlər:

Bakı Dövlət Universitetinin
«Diferensial və integral tənliklər»
kafedrasının əməkdaşları:
fiz.-riy.elm.nam.,prof. **Q.K.Namazov**,
fiz.-riy.elm.nam.,dos. **Y.T.Mehrəliyev**,
fiz.-riy.elm.nam.,dos. **H.K.Musayev**.

Elmi redaktorlar:

Bakı Dövlət Universitetinin
«Diferensial və integral tənliklər»
kafedrasının müdiri,
fiz.-riy.elm.dok.,prof. **N.Ş.İsgəndərov**.

Rəyçilər:

fiz.-riy.elm.dok.,prof. **M.H.Yaqubov**
fiz.-riy.elm.dok., prof. **H.F.Quliyev**

ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR

ÖN SÖZ

Diferensial tənliklər nəzəriyyəsi riyaziyyatın ən geniş və ən mühüm bölmələrindən biridir. XYII əsrin axırlarından mexanika və fizika məsələlərini diferensial tənliklərin köməyi ilə həll etmək zərurəti bu nəzəriyyənin inkişafına təkamül vermişdir. Sonralar, bu nəzəriyyə praktika məsələləri ilə sıx bağlılığını saxlayaraq, geniş inkişaf etmişdir. Diferensial tənliklər nəzəriyyəsi riyaziyyatın iki böyük bölməsini – adi diferensial tənliklər nəzəriyyəsi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsinə özündə birləşdirir. Adi diferensial tənliklər nəzəriyyəsində ancaq bir dəyişəndən asılı olan funksiyalar və onların törəmələri daxil olan tənliklərə, xüsusi törəməli tənliklər nəzəriyyəsində isə çox dəyişənli funksiyalar və onların xüsusi törəmələri olan tənliklərə baxılır.

Universitetlərin riyaziyyat fakültələrində təhsil alan tələbələrə «Adi diferensial tənliklər» fənni III, IV semestrlərdə tədris olunur. Təqdim olunan proqramda «Adi diferensial tənliklər» fənninə dair əsas bölmələr, bu bölmələrə daxil olan mövzular verilmişdir.

Əsasən Bakı Dövlət Universitetinin mexanika-riyaziyyat fakültəsinin müəllimləri və tələbələri üçün nəzərdə tutulduğuna baxmayaraq, proqramdan «riyaziyyat» ixtisası üzrə kadr hazırlığının aparıldığı digər ali məktəblərdə də istifadə oluna bilər.

BÖLMƏ

TÖRƏMƏYƏ NƏZƏRƏN HƏLL OLUNMUŞ BİRTƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR

1. Əsas anlayışlar və təriflər

Diferensial tənliyə və tərtibinə tərif verilir. Birtərtibli törəməyə nəzərən həll olunmuş tənliklərə baxılır, həllə aşkar, qeyri aşkar və parametrik formada təriflər verilir.

Diferensial tənliyin həndəsi izahı verilir, istiqamətlər meydan, inteqral əyrisi anlayışları daxil edilir və tənliyi həll etmədən inteqral əyrisinin təqribi qurulması üsulu (izoklin üsulu) şərh edilir. Tənliyin həlləri çoxluğunun bir parametrdən asılı ailə təşkil etdiyi göstərilir. Ümumi, xüsusi və məxsusi həllərə tərif verilir. Tənliyin verilmiş nöqtədən keçən inteqral əyrisinin tapılması və ya Koşi məsələsinin qoyuluşu və həllinin yeganəliyi izah izah olunur.

2. Kvadratura ilə həll olunan tənliklər

İlkin olaraq dəyişənlərinə ayrılma bilən tənliklərə tərif verilir və onların həll olunması qaydası izah olunur. Bircins tənliklərin dəyişənlərinə ayrılma bilən tənliklərə gətirilməsi göstərilir. Sonra bircins tənliklərə gətirilə bilən tənliklərə baxılır, ümumiləşmiş bircins tənliklərin həll olunma qaydası izah olunur. Məxsusi həllin xüsusiyyətləri araşdırılır.

Xətti tənliyə tərif verilir, bircins xətti tənliyin ümumi həllinin necə tapılması göstərilir və qeyri-bircins xətti tənlikləri həll etməyin üsulları, o cümlədən sabitin variasiyası üsulu izah olunur. Bernulli tənliyinin xətti tənliyə gətirilməsi göstərilir. Rikkati tənliyinə tərif verilir, bəzi xüsusi hallarda onun ümumi həllinin tapılması izah olunur və onun bir xüsusi həllini bildikdə əvəzləmə vasitəsi ilə Bernulli tənliyinə gətirilməsi göstərilir. Sonra tam diferensiallı tənliyə tərif verilir və tam diferensiallıq üçün zəruri və kafi şərtlər isbat olunur. Tam diferensiallı tənliyin ümumi inteqralının tapılması izah olunur. İnteqrallayıcı vuruğa tərif verilir və müxtəlif hallarda inteqrallayıcı vuruğun tapılması üsulları şərh olunur.

3. Birtərtibli tənliklərin həllərinin varlığı və yeganəliyi.

Eyler sınıq xətti anlayışı daxil edilir. Funksiyalar ailəsinin müntəzəm məhdudluğu və eyni dərəcədə kəsilməzliyinə tərif verilir və kompaktlıq haqqında Arselə teoremi şərh edilir.

Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi ekvivalent inteqral tənliyin kəsilməz həllinin varlığı və yeganəliyi məsələsinə gətirilir. Həllin varlığı haqqında Peano teoremi isbat olunur.

Həllin sağa və sola davam etdirilməsi izah olunur. Davam etdirilməyən həllə tərif verilir və həllin davam etdirilməyən olması üçün zəruri və kafi şərtlər isbat olunur.

Qronuol lemması isbat olunur və onun həllin yeganəliyinin isbatına tətbiqi göstərilir.

Sonra ardıcıl yaxınlaşma üsulu ilə həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem verilir. Rekurent düsturlarla ardıcıl yaxınlaşmalar qurulur və onların yığılması üçün majorant sıra düzəldilir. Ardıcıl yaxınlaşmaların həllə yığıldığı göstərilir. Törəməyə nəzərən həll olunmuş tənliyin həllinin hamarlığı haqqında teorem isbat olunur.

II.BÖLMƏ

TÖRƏMƏYƏ NƏZƏRƏN HƏLL OLUNMAMIS BİRTƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR

1. Əsas anlayışlar. Koşi məsələsi, məxsusi həll və onun tapılma qaydaları

Törəməyə nəzərən həll olunmamış tənliklər üçün həllə aşkar, qeyri aşkar, parametrik formada təriflər verilir. n -dərəcəli birtərtibli tənliklərə baxılır və bu cür tənliklərin törəməyə nəzərən həll olunmuş tənliklərə gətirilməsi araşdırılır. Koşi məsələsinin qoyuluşu və Koşi məsələsinin

həllinin yeganəliyi izah olunur. Koşi məsələsinin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teorem isbat olunur.

Məxsusi həllin tapılması yolları araşdırılır. Məxsusi həll ola biləcək ayrıların axtarılması izah olunur. Məxsusi həllin, tənliyin diskriminant əyrisi vasitəsi ilə və inteqral ayrılar ailəsinin qurşayanı kimi tapılması qaydaları şərh edilir.

2. Natamam diferensial tənliklər

Ancaq axtarılan funksiyanın törəməsindən asılı, axtarılan funksiya iştirak etməyən və sərbəst dəyişən aşkar şəkildə daxil olmayan tənliklərə baxılır. Onların hər birinin ayrı-ayrılıqda həlli üsulları göstərilir. Sonra natamam tənliklərə gətirilə bilən ümumiləşmiş bircins tənliklərin həlli üsulları öyrənilir.

3. Parametr daxil etməyin ümumi üsulu

Ümumi halda tənliyin parametrik şəkli məlum olduqda, onun törəməyə nəzərən həll olunmuş tənliyə gətirilməsi izah olunur. Sonra bu üsulun konkret olaraq axtarılan funksiya və yaxud sərbəst dəyişənə nəzərən həll olunmuş tənliklərə tətbiq olunması göstərilir. Bu cür tənliklərin xüsusi halı olan Laqranj və Klero tənliklərinin ümumi və xüsusi həllərinin tapılması izah olunur.

4. Trayektoriya haqqında məsələ

Bir tətibli diferensial tənliklərin həndəsi tətbiqinə nümunə olaraq, trayektoriya haqqında məsələnin qoyuluşu izah olunur. Ortoqonal və izoqonal trayektoriyalara tərif verilir və verilmiş ayrılar ailəsinin diferensial tənliyinin necə qurulması göstərilir. Sonra isə ortoqonal və izoqonal trayektoriyaların tapılması məsələsi müəyyən diferensial tənliklərin həll edilməsi məsələsinə gətirilir.

III BÖLMƏ

DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİ

1. Normal diferensial tənliklər sistemi. Umumi anlayışlar və təriflər.

Umumi halda diferensial tənliklər sisteminə, tərtibinə tərif verilir. Normal sistemin ümumi, xüsusi, məxsusi həllərinə tərif verilir və sistemin həndəsi şərh edilir. İstiqamətlər meydanı və inteqral əyrisi anlayışları daxil edilir. Koşi məsələsinin qoyuluşu izah olunur. Həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teoremlər (isbatsız) söylənilir. Sistemin inteqralı, diferensiallanan inteqralı, birinci inteqralı və ümumi inteqralı anlayışları daxil edilir. Sistemin tərtibinin onun funksional asılı olmayan birinci inteqrallarının sayı qədər azaldılması göstərilir. Sistemin simmetrik formasına tərif verilir və qeyd edilir ki, bir çox hallarda sistemin simmetrik forması birinci inteqralın tapılması məsələsini asanlaşdırır.

2. Yüksək tərtibli diferensial tənliklər, umumi anlayışlar və təriflər.

Yüksək tərtibli diferensial tənliyə, tərtibinə və həllə tərif verilir. Koşi məsələsinin qoyuluşu izah olunur. Ən yüksək tərtib törəməyə nəzərən həll olunmuş tənliklərin normal sistemə gətirilməsi göstərilir. Umumi, xüsusi və məxsusi həllərə tərif verilir.

Aralıq, birinci inteqrallara tərif verilir və funksional asılı olmayan birinci inteqralların köməyi ilə tənliyin tərtibinin azaldılması izah olunur.

3. Yüksək tərtibli natamam tənliklər və tərtibi azaldıla bilən tənliklər.

Aşağıdakı hallarda tənliyin tərtibinin azaldılması məsələsinə baxılır: a) axtarılan funksiyalar və onun müəyyən tərtibə qədər törəmələri daxil olmayan tənliklər, b) sərbəst dəyişən aşkar şəkildə daxil olmayan tənliklər, c) axtarılan funksiya və onun törəmələrinə nəzərən bircins olan tənliklər, d) ümumiləşmiş bircins tənliklər, e) tam diferensial şəklində

gətirilə bilən tənliklər. Bu tənliklərin tərtibinin azadılması və həlli üsulları verilir.

IV BÖLMƏ

XƏTTİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİ

1. Normal xətti tənliklər sistemi.

Normal sistemlərin xüsusi halı olan xətti tənliklər sistemlərinə baxılır. Bu cür sistemlərin öyrənilməsi üçün vektor və matrislər nəzəriyyəsinin bəzi anlayışları daxil edilir. Eksponent matrisə tərif verilir və verilən anlayışlardan istifadə edərək xətti tənliklər sisteminin vektor-matris şəklində yazılışı göstərilir. Bircins xətti tənliklər sisteminə baxılır. Fundamental həllər sistemi və fundamental matris anlayışları daxil edilir. Vronski determinantına tərif verilir, Ostroqradski-Liuvill düsturu isbat olunur və onun xassələri öyrənilir. Fundamental matrisin köməyi ilə bircins sistemin ümumi həllinin ifadəsi verilir. Sonra isə bircins olmayan xətti tənliklər sisteminə baxılır, bu sistemlərin ümumi həllərinin tapılması üçün sabitlərin variasiyası üsulu izah olunur və bu üsulun köməyi ilə Koşi məsələsinin həlli üçün Koşi düsturu çıxarılır.

2. Sabit əmsallı xətti bircins sistem.

Bircins sistemin xüsusi halı olan sabit əmsallı sistemə baxılır. Sistemin fundamental matrisinin eksponent matris şəklində olması haqqında teorem isbat olunur və ümumi həllin ifadəsi göstərilir. Sistemin matrisinin Jordan forması məlum olduqda, onun sadə sistemə gətirilməsi izah olunur. Sonra sistemin matrisinin xarakteristik tənliyinin köməyi ilə həllin tapılması üsulu (Eyler üsulu) izah olunur. Bunun üçün xarakteristik tənliyin köklərinin: a) həqiqi və müxtəlif, b) müxtəlif və kompleks və c) köklərin təkrar olunan halları ayrı-ayrılıqda araşdırılır və hər bir halda ümumi həllin ifadəsi yazılır.

3. Yüksək tərtibli xətti tənliklər.

Yüksək tərtibli xətti bircins tənliyə tərif verilir və xətti sistem ilə əlaqəsi izah olunur. Vronski determinantı anlayışı daxil edilir, Ostrogradski-Liuvill düsturu çıxarılır. Fundamental həllər sisteminə tərif verilir və Vronski determinantının xassələri söylənilir. Ümumi həllin fundamental həllərin xətti kombinasiyası şəklində göstərilməsi haqqında teorem isbat olunur.

Verilmiş fundamental həllər sisteminə görə yüksək tərtibli diferensial tənliyin qurulması şərh olunur. İki tərtibli tənliyin bir xüsusi həlli məlum olduqda, ümumi həllinin tapılması və ümumi halda məlum xüsusi həllə görə tənliyin tərtibinin aşağı salınması göstərilir. Sonra qeyri-bircins tənliyə baxılır və göstərilir ki, bu cür tənliklərin ümumi həlli, onun xüsusi həllinin və uyğun bircins tənliyin ümumi həllinin cəmindən ibarətdir. Eyni zamanda sabitlərin variyasiyası üsulu ilə ümumi həllin necə tapılması izah olunur.

4. Yüksək tərtibli sabit əmsallı xətti tənliklər.

Yüksək tərtibli sabit əmsallı xətti tənliyin ümumi həllinin tapılması qaydaları izah olunur. Xarakteristik tənliyin kökləri həqiqi və müxtəlif, kompleks və müxtəlif, həqiqi və təkrar, kompleks və təkrar olan hallarda ümumi həllin tapılması ayrı-ayrılıqda araşdırılır.

Sabit əmsallı qeyri-bircins tənliyin qeyri-müəyyən əmsallar üsulu ilə bir xüsusi həllinin tapılması qaydası izah olunur. Sonda Eyler tənliyinə tərif verilir və onun sabit əmsallı xətti tənliyə gətirilməsi göstərilir.

V BÖLMƏ

HƏLLİN PARAMETRLƏRDƏN VƏ BAŞLANGIC QIYMƏTLƏRDƏN ASILILIĞI

1. Həllin parametrlərə nəzərən kəsilməzliyi və diferensiallanması.

Sağ tərəfi ədədi parametrlərdən asılı olan normal diferensial tənliklər sisteminə baxılır və həllin parametrlərə nəzərən kəsilməzliyi haqqında lokal və qeyri-lokal teoremlər isbat olunur. Adamar lemması və həllin parametrlərə nəzərən diferensiallanması haqqında teoremlər isbat olunur.

2. Həllin başlanğıc qiymətlərdən asılılığı və ümumi integralın varlığı.

Dəyişənləri əvəz etməklə həllin başlanğıc qiymətlərdən asılılığı məsələsi həllin parametrdən asılılığı məsələsinə gətirilir və həllin başlanğıc qiymətlərdən kəsilməz asılılığı və diferensiallanması haqqında teoremlər isbat olunur. Sərbəst dəyişənin və axtarılan funksiyanın başlanğıc qiymətlərinə görə variyasiyalarla sistem tənlikləri çıxarılır.

VI BÖLÜM

LYAPUNOV MƏNADA DAYANIQLIQ

1. Ümumi anlayışlar və təriflər, xətti sistemlərin dayanıqlığı.

Normal diferensial tənliklər sisteminin həllinin Lyapunov mənada dayanıqlığına və asimptotik dayanıqlığına tərif verilir. Xətti bircins sistemin dayanıqlığının həllərinin məhdudluğundan asılı olması haqqında teoremlər isbat olunur. Xətti bircins sistemin həllərinin asimptotik dayanıqlığı haqqında zəruri və kafi şərtlər araşdırılır. Sabit əmsallı sistemin dayanıqlığının xarakteristik tənliyin köklərinin həqiqi hissələrinin

işarələrindən asılılığı öyrənilir. Qurviç çoxhədlisinə tərif verilir və onun haqqında bəzi əlamətlər söylənilir.

2. Qeyri-xətti sistemlərin dayanıqlığı.

Lyapunov funksiyasına tərif verilir. Sonra dayanıqlıq və asimptotik dayanıqlıq haqqında Lyapunov teoremləri və dayanıqlıqsızlıq haqqında teoremlər isbat olunur. Sabit əmsallı xətti bircins sistem üçün Lyapunov funksiyasının varlığı göstərilir. Sonda birinci yaxınlaşmalara nəzərən dayanıqlıq haqqında Lyapunov teoremi isbat olunur.

Ə D Ə B İ Y Y A T

1. Q.T.Əhmədov, K.Q.Həsənov, M.H.Yaqubov, Adi diferensial tənliklər kursu, Bakı, Maarif, 1978.
2. И.Г.Петровский, Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М., Наука, 1984.
3. Л.С.Понтрягин, Обыкновенные дифференциальные уравнения, М., Наука, 1982.
4. В.В.Степанов, Курс дифференциальных уравнений, М., 1959.
5. А.Ф.Филиппов, Сборник задач по дифференциальным уравнениям, М., 2004.
6. X.M.Quliyev, K.Q.Həsənov, Diferensial tənliklər. Məsələ və misallar həlləri ilə, Bakı, Çəşioğlu, 2001.
7. M.H.Yaqubov, Y.T.Mehrəliyev, Birtərtibli adi diferensial tənliklər, BDU, Bakı, 1999.
8. Л.Э.Эльсгольц, Дифференциальные уравнения и вариационные исчисление, Москва, 1969.
9. Н.М.Матвеев, Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений, Минск, Выщэйшая школа, 1974.
10. А.Н.Тихонов, А.Б.Васильева, А.Г.Свешников, Дифференциальные уравнения, Москва, Наука, 1985.

MÖVZULARA AYRILAN DƏRS SAATLARININ MİQDARI

| Sıra sayı | Mövzuların adları | Müh.saət .miqd. |
|--|--|-----------------|
| ÖN SÖZ | | |
| I BÖLMƏ. TÖRƏMƏYƏ NƏZƏRƏN HƏLL OLUNMUŞ BİRTƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR | | |
| 1. | Əsas anlayışlar və təriflər | 2 |
| 2. | Kvadratura ilə həll olunan tənliklər | 4 |
| 3. | Birtərtibli tənliklərin həllərinin varlığı və yeganəliyi | 4 |
| II BÖLMƏ. TÖRƏMƏYƏ NƏZƏRƏN HƏLL OLUNMAMIŞ BİRTƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR | | |
| 4. | Əsas anlayışlar. Koşi məsələsi, məxsusi həll və onun tapılma qaydaları | 4 |
| 5. | Natamam diferensial tənliklər | 2 |
| 6. | Parametr daxil etməyin ümumi üsulu | 2 |
| 7. | Trayektoriya haqqında məsələ | 2 |
| III BÖLMƏ. DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİ | | |
| 8. | Normal diferensial tənliklər sistemi. Umumi anlayışlar və təriflər | 4 |
| 9. | Yüksək tərtibli diferensial tənliklər, umumi anlayışlar və təriflər. | 4 |
| 10. | Yüksək tərtibli natamam tənliklər və tərtibi azaldıla bilən tənliklər. | 2 |
| IV BÖLÜM. XƏTTİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİ | | |
| 11. | Normal xətti tənliklər sistemi | 4 |
| 12. | Sabit əmsallı xətti bircins sistem | 4 |
| 13. | Yüksək tərtibli xətti tənliklər | 4 |

| | | |
|---|--|---|
| 14. | Yüksək tərtibli sabit əmsallı xətti tənliklər | 2 |
| V BÖLÜM. HƏLLİN PARAMETRLƏRDƏN VƏ BAŞLANGIC QIYMƏTLƏRDƏN ASILILIĞI | | |
| 15. | Həllin parametrlərə nəzərən kəsilməzliyi və diferensiallanması. | 4 |
| 16. | Həllin başlangic qiymətlərdən asılılığı və ümumi inteqralın varlığı. | 4 |
| VI BÖLÜM. LYAPUNOV MƏNADA DAYANIQLIQ | | |
| 17 | Ümumi anlayışlar və təriflər, xətti sistemlərin dayanıqlığı. | 4 |
| 18. | Qeyri-xətti sistemlərin dayanıqlığı. | 4 |