DÖRD TƏRTİBLİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN BIR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLL OLMA ŞƏRTLƏRİ

Kalemkuş Ü.O.
Naxcıvan Dövlət Universiteti
umıtkalemkus@yahoo.com

H - separabel Hilbert fəzasında belə bir sərhəd məsələsinə baxaq:

$$u^{(4)}(t)+\rho(t)A^4u(t)+\sum_{j=0}^{4}A_{4-j}u^{(j)}(t)=f(t),\ t\in(0,\infty) \qquad (1)$$

$$u(0)=u''(0)=0 \qquad (2)$$

Burada $f(t),u(t)$ funksiyaları $R_+=(0,\infty)$-da sanki hər yerdə təyin olunmuş qiymətləri isə H-da olan funksiyalardır, operator əmsallar isə aşağıdakı iki şərti ödəyir:

1) A öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatordur;
2) $B_j=A_jA^{-j}\ (j=\overline{0,4})$ operatorları H-da məhduddurlar;
3) $\rho(t)$ ölçülən məhdud skalyar funksiyadır və $0<\alpha\le\beta<\infty$.

Aşağıdakı Hilbert fəzalarını təyin edək

$$L_2(R_+;H)=\left\{f(t):\ \|f\|_{L_2(R_+;H)}=\left(\int_0^\infty\|f(t)\|^2dt\right)^{1/2}<\infty\right\},$$

$$W_2^4(R_+;H)=\{u(t):\ A^4u\in L_2(R_+;H),\ u^{(4)}\in L_2(R_+;H),$$
$$\|u\|_{W_2^4(R_+;H)}=\left(\|A^4u\|^2_{L_2(R_+;H)}+\|u^{(4)}\|^2_{L_2(R_+;H)}\right)^{1/2}<\infty\right\}.$$

Tərif. İstənilən $f\in L_2(R_+;H)$ üçün elə $u\in W_2^4(R_+;H)$ varsa ki, o (1) tənliyini sanki hər yerdə ödəyir, (2) sərhəd şərtlərini isə

$$\lim_{t\to+0}\|A^{7/2}u(t)\|=0,\ \lim_{t\to+0}\|A^{3/2}u'(t)\|=0$$

mənada ödəyir və onun üçün $\|u\|_{W_2^4(R_+;H)}\le const\|f\|_{L_2(R_+;H)}$ qiymətləndirilməsi doğrudursa, onda (1), (2) məsələsinə regulyar həll olunan məsələ deyilir.

Aşağıdakı teoremdə (1), (2) məsələsinin regulyarlığını təmin edən şərtlər göstərilir.

Teorem. Tutaq ki, (1)-(3) şərtləri ödənir və

$$\sum_{j=0}^{4} c_j \left\| B_{4-j} \right\| < 1,$$

burada $c_0 = \alpha^{-1}, c_1 = 2^{-3/4}\alpha^{-1}$, $c_2 = 2^{-1}\alpha^{-\frac{1}{2}}$, $c_3 = 2^{-\frac{3}{4}}\alpha^{-\frac{1}{4}}\beta^{-\frac{1}{4}}$, $c_4 = \alpha^{-\frac{1}{2}}\beta^{\frac{1}{2}}$. Onda (1), (2) məsələsi regulyar həll olunandır.

ÜÇTƏRTİBLİ BİR XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN QEYRİ-LOKAL SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Kazımlı Z.S.
Bakı Dövlət Universiteti

Sonlu $D_T = \{(x,t): 0 \le x \le 1, 0 \le t \le T\}$ oblastında üç tərtibli xüsusi törəməli

$$u_t(x,t) - b(t)u_{txx}(x,t) - c(t)u_{xx}(x,t) =$$
$$= a(t)u(x,t) + f(x,t), (x,t) \in D_T, \quad (1)$$

tənliyinin

$$u(x,0) + \delta u(x,T) = \varphi(x) \quad (0 \le x \le 1) \quad (2)$$

$$u(0,t) = \beta u(1,t) \quad (0 \le t \le T) \quad (3)$$

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) \quad (0 \le t \le T) \quad (4)$$

qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində klassik həllin tapılması məsələsinə baxaq, burada $\delta, \beta \ne \pm 1$ - verilmiş ədədlər, $b(t) > 0$, $c(t) > 0, a(t), f(x,t), \varphi(x)$ verilmiş funksiyalar, $u(x,t)$ isə axtarılan funksiyadır, belə ki, (1)-(4) məsələsinin klassik həlli dedikdə aşağıdakı tərif başa düşülür.

Tərif. (1)-(4) məsələsinin klassik həlli elə $u(x,t)$ funksiyasına deyilir ki, bu funksiya (1) tənliyinə daxil olan törəmələri ilə birlikdə sonlu D_T oblastında kəsilməzdir, (1)-(4) şərtlərini adi mənada ödəyir.

İşdə Furye üsulundan istifadə edərək (1)-(4) məsələsi inteqral tənliyə gətirilir. Sıxılmış inikas prinsipinin köməyi ilə (1)-(4) məsələsinin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem. Tutaq ki,

1. $b(t), c(t), a(t) \in C[0,T],\ b(t) > 0,\ c(t) > 0\ \ (0 \le t \le T)$;
2. $\varphi(x) \in C^2[0,1],\ \varphi^{(3)}(x) \in L_2(0,1), \varphi(0) = \beta\varphi(1),$
   $\varphi''(0) = \beta\varphi''(1), \varphi'(0) = \varphi'(1)\ (\beta \ne \pm 1)$;
3. $f(x,t) \in C(D_T),\ \frac{\partial}{\partial x} f(x,t) \in L_2(D_T),\ f(0,t) = \beta f(1,t)$
   $(0 \le t \le T)$

şərtləri ödənir. Onda $\delta \ge 0$ olduqda, T kafi qədər kiçik qiymətlərində (1)-(4) məsələsinin yeganə klassik həlli var.

RİYAZİYYATIN TƏLİMİ PROSESİNDƏ KOMPÜTER RIYAZI SISTEMLƏRINDƏN İSTİFADƏ HAQQINDA

Mahmudova M.H.
Bakı Dövlət Universiteti
mlk_maxmudova@hotmail.com

Elmi-texniki tərəqqinin yüksək inkişaf tempinin təhsil sahəsində də ciddi şəkildə müşahidə edilməcinə baxmayaraq, təhsildə informasiya texnologiyalarının tətbiqi ilə bağlı bir sıra problemlər mövcuddur. Bu problemlərdən biri də ali riyaziyyatın ali məktəblərdə tədrisi ilə bağlıdır. Ali riyaziyyatın keyfiyyətli tədrisi informasiya kommunikasiya texnologiyalarından necə səmərəli istifadə edilməcindən çox asılıdır. Ona görə də təlim prosesində istifadə edilən proqram vasitələrinin təyinatını dəqiq müəyyən etməyin böyük əhəmiyyəti vardır.

Yeni informasiya texnologiyalarının mühüm proqram vasitələrindən biri kompüter riyazi sistemləridir (KRS). KRS hesablama vasitələri sinfinə aiddir. Hesablama vasitəsi hesablama (rəqəm və ya somvollarla) xarakterli riyazi məsələlərin avtomatik şəkildə həll edilməsi üçün hazırlanmış qurğudur. İstifadəçi məsələnin (proqramı) şərtini daxil etməklə bu qurğunu doldurur və orada alqoritmlərlə yerləşmiş məsələ həll edilir. Hesablama vasitəsinin köməyi ilə istifadəçi məsələni az vaxt sərf etməklə həll edir. Beləliklə,məsələnin həllində optimal variant seçilmiş olur.

Hesablama vasitələrini şərti olaraq iki yerə ayırmaq olar: universal və xüsusi hesablama vasitələri.

Universal hesablama vasitələri yüksək səviyyəli proqramlaşdırma dillərində formalaşdırılmış riyazi məsələləri interpretator və kompilyator vasitəsilə həll etmək imkanına malikdir. Universal vasitələr konkret proqramlaşdırma dili çərçivəsində istifadəçiyə hərəkət sərbəstliyi verir, lakin onunla iş zamanı bu dilləri bilmək, proqramlaşdırma vərdişlərinə yiyələnmək, hesablama riyaziyyatının metodlarına bələd olmaq tələb olunur.

Xüsusi hesablama vasitələri proqramlaşdırma haqqında məlumatı olmayan istifadəçilər üçün nəzərdə tutulmuşdur. Onlar da öz növbəsində iki hissəyə bölünür: emalçılar və analitik hesablama sistemləri. Birincilər cədvəl məlumatlarını (elektron cədvəllər) və ya qrafik informasiyaları emal etmək üçündür. Analitik hesablama sistemlər (və ya kompüter cəbri sistemi) isə yenə iki yerə bölünür: ümumi təynatlı sistemlər və analitik hesablamaların xüsusi sistemi (məsələn, kvant elektrodinamikasının tənlikləri ilə).

Kompüter cəbri sistemi avtomatlaşmış, texnoloji cəhətdən vahid, lakin məhdud şəkildə işlənmiş və istifadəçinin dilində nəzərdə tutulmuşdur. Bu sistem riyazi təmayüllü məsələlərin həllini təmin edən kompleks proqram vasitəsidir. Kompüter cəbri sistemləri konkret məsələlər sinfinə yönəlmişdir. Belə sistemlər (onları qısa şəkildə "vasitələr " də adlandırırlar), ümumi imkanlar baxımından geniş dairəyə malik olsalar da, baza alqoritmləri və fərqli yanaşmalara əsaslanırlar.

Yuxarıda qeyd edilən proqram vasitələrinin funksiyası yalnız sadalanan əməliyyatlarla məhdudlaşmır. Kompüter cəbri sisteminin ümumi xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, onların bütün imkanları orada tərtib edilmiş alqoritmlərdən sonra reallaşır. Istifadəçi alqoritmlərə müraciət etmir, bunun nəticəsində də aşağı səviyyəli proqram vasitələrindən istifadəyə ehtiyac qalmır. Kompüter cəbri sistemi çoxpəncərəli interfeysi, istifadə üçün məlumat sistemi olan müasir proqram vasitələrini özündə cəmləşdirir və istifadəçi ilə interaktiv əlaqədə olur.

KRS riyazi fənləri öyrətmək üçün proqram vasitələrini layihələşdirməkdən ötrü istifadə edilən bazadır. Yeni informasiya texnologiyalarını layihələşdirmək üçün tətbiq edilən metodologiyanın baza əsasıdır. Bu fənlər aşağıdakı kimi formalaşmış, yeni informasiya texnologiyaları üzrə layihələşmə metodologiyasının əsas müddəalarını təmin edir:

1. Onların bazası əsasında yaradılan yeni pedaqoji texnologiyalar təhsilalanların yaradıcılığını fəallaşdırır və təlim prosesinə innovasiyalar gətirir.
2. KRS-in tətbiqi fəaliyyət prinsipinə - texnosentrizmə zidd olan əyani təlim vasitələrinin yaranmasının yeni nəzəri prinsipinə riayət edir.
3. Onlar vahid tərbiyə prosesində öyrədən və öyrənənin təlim, metodik və təşkilati fəaliyyətini birləşdirir.
4. KRS öyrədən və öyrənən üçün açıq olan informasiya bankı və informasiya toplusu ilə ənənəvi riyazi fənlərin məzmunu arasında canlı qarşılıqlı əlaqəni təmin edir.
5. KRS yeni informasiya texnologiyalarının həm riyazi fənlər, həm də onların daxilində fasiləsizlik, ənənənin ötürülməsi qaydasını və bir- birinə uyğunluğu təmin edir.
6. KRS onların bazası əsasında yaradılmış pedaqoji texnologiyaların forma, metod və vasitələrinin uyğunluğunu kompüter savadlılığının məzmununa və müxtəlif yaş xüsusiyyətlərinə malik öyrənənlərin informasiya mədəniyyətinə uyğun olaraq təmin edir.
7. KRS müəllimin təlim fəaliyyətinin təşkilatı cəhətdən bütün komponentlərinin (təlim fəaliyyətinə uyğun gələn təlim məsələləri sistemi) tam formalaşmasına istiqamətlənmişdir. Bu da öz növbəsində xüsusi təlim situasiyalarını layihələşdirmək və öyrənənlərin ümumi hərəkətlərini məqsədyönlü şəkildə formalaşdırmaq yolu ilə əldə ediə bilər.
8. KRS-ə əsaslanan yeni informasiya texnologiyalarının təsir obyekti şagird və ya tələbə deyil, şagird, tələbə + kompüterdir.
9. KRS-ə əsaslanan pedaqoji texnologiyaların aparıcı prinsipi məhz öyrənənin aktivliyinə hesablanıb, ona görə də də bu, təlimin motivasiyası üçün yeni tələblər irəli sürür.
10. KRS bazası əsasında yeni informasiya texnologiyasının həyata keçirilməsi riyazi fənlər üçün yaradılmış “kompüter öyrədici mühiti” şəraitində baş verir.
11. KRS bazası əsasında YİT nümunələrinin layihələşdirilməsi metodologiyası əyanilik prinsipinin çoxaspektli olması və keyfiyyət baxımdan yeni anlam kəsb etməsinə əsaslanır. Bu isə uyğun idrak metodu, təlim fəaliyyəti metodu və arqumentləşdirmə tələb edir.

12. Kollektiv təlim fəaliyyətinin müxtəlif formaları ilə fərdi yanaşmanın birliyi təmin edilir.

Yuxarıda sadalanan bütün imkanlar göstərir ki, kompüter riyazi sistemi təlimdə yeni informasiya texnologiyalarından istifadənin keyfiyyətli vasitəsidir.

Ədəbiyyat

1. Аганова О. И. О трёх поколениях компьютерных технологий обучения / О. И. Агапова, А. О. Кривошеев, А. С. Ушаков // Информатика и образование. - 1994. - №2.

2. 3. Баранова Ю. Ю. Методика использования электронных учебников в образовательном процессе / Ю. Ю. Баранова, Е. А. Перевалова, Е. А. Тюрина [и др.] // Народное образование. - 2000. – №8. -С. 43-47.

4. Белошапка В. К. О классификации учебных программных средств/ К. Белошапка, А. С. Лесневский. - М.: Просвешение, 1987.

INVESTIGATION OF THE UNIQUENESS OF CLASSICAL SOLUTION OF A LINEAR HEAT EQUATION WITH CONSTANT COEFFICIENTS

Mehdiyeva G.Yu., Azizbayov E.I.

Baku State University

eazizbayov@mail.ru

As it is known, many real-life phenomena in mechanics, physics, engineering, biology, economics, etc. can be modeled by a boundary value problem, for heat equations with constant coefficients. However, in order to make the model more consistent with real phenomenon, it is sometimes required to determine whether the classical solution of stated boundary value problem is unique.

In this paper, we consider an initial boundary value problem for a one-dimensional heat equation with constant coefficients

$$u_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t) + bu_x(x,t) + cu(x,t) + f(x,t)$$

$$\text{for all } x \in (0,1),\ t > 0, \qquad (1)$$

where $a \neq 0$. Equation (1) is complemented by non-homogeneous boundary conditions

$$u(0,t) = \theta_1(t)\,,\ u_x(1,t) = \theta_2(t) \quad \text{for} \quad t > 0\,, \tag{2}$$

and initial conditions

$$u(x,0) = \psi(x) \ \text{ for all } \ x \in (0,1)\,. \tag{3}$$

Since we are interested in classical solutions, the following compatibility conditions on the initial and boundary data are additionally posed

$$\psi(0) = \theta_1(0)\,,\ \psi'(1) = \theta_2(0)$$

which allowing for the continuity of the solution at the boundary of the space-time cylinder.

Definition. A function $u \in C^0([0,1]\times[0,T])$ satisfying $\partial_t u, \partial_{xx} u \in C^0([0,1]\times[0,T])$ is called a classical solution to the problem (1)-(3) on a finite time interval $[0,T]$, if it being plugged into equations (1)-(3), turns them into identity.

Note that, the uniqueness of solutions can be deduce from the weak maximum principle. Here, we decided to proof based on the energy method from which we can also conclude the continuous dependence of the solution on the data.

Theorem. For any $T > 0$, classical solutions of the problem (1)-(3) on $[0,T]$ are unique.

Proof: Assume the contrary. Suppose that on a finite time interval $[0,T]$ the initial boundary value problem (1)–(3) has two different classical solutions, such as u_1 and u_2. Then their difference $v = u_1 - u_2$ is a classical solution to the homogeneous proble

$$v_t(x,t) = a^2 v_{xx}(x,t) + b v_x(x,t) + c v(x,t) \ \text{ for } \ (x,t) \in (0,1)\times(0,T)\,,$$

$$v(0,t) = v(1,t) = 0\,, \quad \text{for all } \ t \in (0,T)\,,$$

$$v(x,0) = 0 \ \text{ for all } x \in (0,1)\,.$$

Multiplying the equation with $v(x,t)$, then integrating over $x \in (0,1)$ and applying Green's formula, we obtain

$$\int_0^1 v_t(x,t)v(x,t)dx = a^2 \int_0^1 v_{xx}(x,t)v(x,t)dx$$

$$+ b\int_0^1 v_x(x,t)v(x,t)dx + c\int_0^1 v^2(x,t)dx\,,$$

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_0^1 v^2(x,t)dx = -a^2\int_0^1 v_x^2(x,t)dx$$

$$+b\int_0^1 v_x(x,t)v(x,t)dx + c\int_0^1 v^2(x,t)dx\,. \tag{4}$$

Exploiting Young's inequality

$$|\xi\eta| \le \frac{\varepsilon}{2}\xi^2 + \frac{1}{2\varepsilon}\eta^2$$

for $\xi,\eta \in R$, $\varepsilon > 0$, more exactly

$$|v_x(x,t)v(x,t)| \le \frac{\varepsilon}{2}v_x^2(x,t) + \frac{1}{2\varepsilon}v^2(x,t)\,,$$

we can further estimate

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_0 v^2(x,t)dx \le -a^2\int_0^1 v_x^2(x,t)dx$$

$$+|b|\int_0^1\left(\frac{\varepsilon}{2}v_x^2(x,t) + \frac{1}{2\varepsilon}v_x^2(x,t)\right)dx + c\int_0^1 v^2(x,t)dx$$

$$= -a^2\int_0^1 v_x^2(x,t)dx + \frac{|b|\varepsilon}{2}\int_0^1 v_x^2(x,t)dx$$

$$+\frac{|b|}{2\varepsilon}\int_0^1 v_x^2(x,t)dx + c\int_0^1 v^2(x,t)dx$$

$$= -\left(a^2 - \frac{|b|\varepsilon}{2}\right)\int_0^1 v_x^2(x,t)dx + \left(\frac{|b|}{2\varepsilon} + c\right)\int_0^1 v^2(x,t)dx\,.$$

Selecting now $\varepsilon > 0$ sufficiently small such that $\varepsilon\frac{|b|}{2} < a^2$, we have

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int_0^1 v^2(x,t)dx \le \left(\frac{|b|}{2\varepsilon} + c\right)\int_0^1 v^2(x,t)dx\,.$$

As an immediate consequence of Gronwall's inequality, we get

$$\int_0^1 v^2(x,t)dx \le e^{Kt}\int_0^1 v^2(x,0)dx = 0 \text{ for at each } t \in [0,T].$$

Here $K = 2\left(\dfrac{|b|}{2\varepsilon} + c\right)$.

Finally, taking into account the continuity of $v(x,t)$, we obtain $v(x,t) \equiv 0$ and, therefore, $u_1 \equiv u_2$. The lemma is thus proved.

References

1. G.Yu. Mehdiyeva, E.I. Azizbayov. On a homogeneous heat equation with delay. Abstracts of Scientific Conference devoted to the 50th anniversary of the chair of Computational Mathematics of Baku State University, Baku, 2012, pp.162-166. (in Russian)
2. D.Ya Khusainov, M.Pokojovy, E.I.Azizbayov. On Classical Solvability for a Linear lD Heat Equation with Constant Delay. Journal of Computational & Applied Mathematics, 2013, No.2, vol. 112, pp. 169-195.
3. E.I. Azizbayov, D.Ya Khusainov. The solution of a Heat Equation with Delay. Bulletin of the Kyiv National University, Series: Cybernetics, 2013, No 12, pp. 4-12. (in Russian)
4. M. Renardy, R. Rogers. An Introduction to Partial Differential Equations. (Texts in Applied Mathematics), 2nd Edition, Springer, 2004, 434 p.

ЗАДАЧА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРАВОЙ ЧАСТИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Мегралиев Я.Т.

Бакинский Государственный Университет

Галандарова Ш.М.

Азербайджанский Государственный Экономический Университет

.Рассмотрим уравнение

$$u_{tt}(x,t) + u_{xx}(x,t) = a(t)g(x,t) + f(x,t) \qquad (1)$$

и поставим для него в области $D_T = \{(x,t): 0 \le x \le 1, 0 \le t \le T\}$ обратную краевую задачу с граничными условиями:

$$u(x,0) = \varphi(x), \;\; u_t(x,T) = \psi(x) \quad (0 \le x \le 1), \qquad (2)$$

$$u(0,t) = 0, \;\; u_x(1,t) = 0 \;\; (0 \le t \le T), \qquad (3)$$

и интегральным условием переопределения

$$\int_0^1 u(x,t)dx = h(t) \quad (0 \le t \le T), \tag{4}$$

где $g(x,t), f(x,t), \varphi(x), \psi(x), h(t)$-заданные функции, а $u(x,t)$ и $a(t)$ - искомые функции.

Определение. Пару $\{u(x,t), a(t)\}$ функций $u(x,t) \in C^2(D_T)$ и $a(t) \in C[0,T]$ удовлетворяющих уравнению (1) в D_T, условию (2) в $[0,1]$ и условиям (3)-(4) в $[0,T]$, назовём классическим решением обратной краевой задачи (1)-(4).

Лемма2. Пусть $\varphi(x), \psi(x) \in C[0,1]$, $h(t) \in C^2[0,T]$, $h(t) \ne 0$ при $t \in [0,T]$, $f(x,t) \in C(D_T)$ и выполняются условия согласования

$$\int_0^1 \varphi(x)dx = h(0), \quad \int_0^1 \psi(x)dx = h'(T).$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(4) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t) \in C^2(D_T)$ и $a(t) \in C[0,T]$ из (1)-(3) и

$$h''(t) - u_x(0,t) = a(t)\int_0^1 g(x,t)dx + \int_0^1 f(x,t)dx \quad (0 \le t \le T). \tag{5}$$

Первую компоненту $u(x,t)$ решения $\{u(x,t), a(t)\}$ задачи (1)-(3), (5) будем искать в виде:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin \lambda_k x \quad (\lambda_k = \frac{\pi}{2}(2k-1)), \tag{6}$$

где

$$u_k(t) = 2\int_0^1 u(x,t) \sin \lambda_k x dx \quad (k = 1,2,...)$$

-дважды непрерывно дифференцируемые функции на отрезке $[0,T]$. Тогда, применяя формальную схему метода Фурье, из (1) и (2) имеем:

$$u_k''(t) - \lambda_k^2 u_k(t) = F_k(t;a) \quad (k = 1,2,...; 0 \le t \le T), \tag{7}$$

$$u_k(0) = \varphi_k, \; u_k'(T) = \psi_k \quad (k = 1,2,...), \tag{8}$$

где

$$F_k(t;u,a) = f_k(t) + a(t)g_k(t),\ f_k(t) = 2\int_0^1 f(x,t)\sin\lambda_k x dx,$$

$$g_k(t) = 2\int_0^1 g(x,t)\sin\lambda_k x dx,$$

$$\varphi_k = 2\int_0^1 \varphi(x)\sin\lambda_k x dx, \psi_k = 2\int_0^1 \psi(x)\sin\lambda_k x dx \quad (k = 1,2,\ldots).$$

Решая задачу (7), (8) находим:

$$u_k(t) = \frac{ch(\lambda_k(T-t))}{ch(\lambda_k T)}\varphi_k + \frac{sh(\lambda_k t)}{\lambda_k ch(\lambda_k T)}\psi_k +$$

$$+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^T G_k(t,\tau)F_k(\tau;a)d\tau, \tag{9}$$

где

$$G_k(t,\tau) = \begin{cases} \dfrac{-[sh(\lambda_k(T+t-\tau)) - sh(\lambda_k(T-(t+\tau)))]}{2ch(\lambda_k T)}, & t \in [0,\tau], \\ -\dfrac{sh(\lambda_k(T-(t+\tau))) - sh(\lambda_k(T-(t-\tau)))}{2ch(\lambda_k T)}, & t \in [\tau, T]. \end{cases}$$

После подстановки выражений из (9) в (6), для определения компоненты $u(x,t)$ классического решения задачи (1)-(3), (5), получаем:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\left\{\frac{ch(\lambda_k(T-t))}{ch(\lambda_k T)}\varphi_k + \frac{sh(\lambda_k t)}{\lambda_k ch(\lambda_k T)}\psi_k +\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^T G_k(t,\tau)F_k(\tau;u)d\tau\right\}\sin\lambda_k x\ . \tag{10}$$

Теперь, из (5), с учётом (6), имеем:

$$a(t) = \left[\int_0^1 g(x,t)dx\right]^{-1}\left\{h''(t) - \int_0^1 f(x,t)dx - \sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k u_k(t)\right\}. \tag{11}$$

Для того, чтобы получить уравнение для второй компоненты $a(t)$ решения $\{u(x,t),a(t)\}$ задачи (1)-(3), (5) подставим выражение (9) в (11):

$$a(t)=\left[\int_0^1 g(x,t)dx\right]^{-1}\left\{h''(t)-\int_0^1 f(x,t)dx-\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k\left(\frac{ch(\lambda_k(T-t))}{ch(\lambda_k T)}\varphi_k+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{sh(\lambda_k t)}{\lambda_k ch(\lambda_k T)}\psi_k+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^T G_k(t,\tau)F_k(\tau;a)d\tau\right)\right\}. \qquad (12)$$

Для изучения вопроса единственности решения задачи (1)-(3), (5) важную роль играет следующая

Лемма 2. Если $\{u(x,t),a(t)\}$ - любое решение задачи (1)-(3), (5), то функции $u_k(t)=2\int_0^1 u(x,t)\sin\lambda_k x dx \quad (k=1,2,...)$ удовлетворяют на $[0,T]$ системе (9).

Из леммы 2 следует, что имеет место следующее

Следствие. Пусть система (10), (12) имеет единственное решение. Тогда задача (1)-(3), (5) не может иметь более одного решения, т.е. если задача (1)-(3), (5) имеет решение, то оно единственно.

Предположим, что данные задачи (1)-(3), (5) удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi(x)\in W_2^{(3)}(0,1),\ \varphi(0)=\varphi'(1)=\varphi''(0)=0$.
2. $\psi(x)\in W_2^{(2)}(0,1),\ \psi(0)=\psi'(1)=0$.
3. $f(x,t), f_x(x,t)\in C(D_T),\ f_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$,
   $f(0,t)=f_x'(1,t)=0 \quad (0\le t\le T)$.
4. $g(x,t), g_x(x,t)\in C(D_T),\ g_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$,
   $g(0,t)=g_x'(1,t)=0 \quad (0\le t\le T)$.
5. $h(t)\in C^2[0,T], h(t)\ne 0$ при $t\in[0,T]$.

Аналогично [1] можно доказать следующую теорему:

Теорема 1. Пусть выполнены условия 1-5. Тогда при достаточно малых значениях T задача (1)-(3), (5) имеет единственное решение.

С помощью леммы 1 доказывается следующая

Теорема 2. Пусть выполняются все условия теоремы 1 и выполнены условия согласования

$$\int_0^1 \varphi(x)dx = h(0), \ \int_0^1 \psi(x)dx = h'(T) .$$

Тогда при достаточно малых значениях T задача (1)-(4) имеет единственное классическое решение.

Литература

1. Мегралиев Я.Т. Обратная краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка с дополнительными интегральным условием // Вестник Удиуртского Университета. Математика. механика. компьютерные науки.-1912. вып.1.- с.32-40.

PARABOLİK TİP İNTEQRO-DİFERENSİAL TƏNLİYİN JEVREY TİPLİ SİNİFLƏRDƏ TƏQRİBİ HƏLLİ

Məmmədov Ə.M.

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

Bu işdə

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \Delta u + f(P,t) + \lambda \int_{G_s} K(P,Q,t)U(Q,t)dQ \qquad (1)$$

inteqro-diferensial tənlik üçün

$$U|_{\Gamma}=0; \quad U(P,0) = \varphi(P) \qquad (2)$$

məsələsinin Jevrey tipli funksiyalar sinfində təqribi həlli tapılır. Burada $G_s(0 \le \underset{i=1,\,s}{\underline{x_i}} \le 1)$ vahid kubdur, $P = (x_1, x_2, \ldots, x_s)$.

Müəllif Jevrey tipli funksiyalar sinfini aşağıdakı kimi təyin etmişdir:

$f(x_1, x_2, \ldots, x_s)$ funksiyası o zaman Jevrey tipli funksiyalar sinfinə daxildir ki, bu funksiya G_s kubunda kəsilməzdir və

$$\left| \frac{\partial^{n_1+n_2+\cdots n_s}}{\partial x_1^{n_1} \partial x_2^{n_2} \cdots \partial x_s^{n_s}} \right| \le M\, H_1^{n_1} H_2^{n_2} \cdots H_s^{n_s} (n_1!)^{1/\gamma_1} \cdot (n_2!)^{1/\gamma_2} \cdots (n_s!)^{1/\gamma_s} \qquad (3)$$

$$0 \le n_i \le \alpha, \quad 0 < \gamma_i < 1, \ \ i = 1,s, \quad \alpha > 1$$

şərti ödəyir. Bu sinfi $G^{\alpha}_{\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_s}(M, H_1, H_2, \ldots H_s)$ ilə işarə edirik. İsbat olunur ki, bu sinfin vahid dövrlü funksiyaların Furye sırasına ayrılışının Furye əmsalları üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\left|c(m_1, m_2, \ldots, m_s)\right| \le M_1 \cdot e^{-2\pi}(d_1|m_1|^{\gamma_1} + d_2|m_2|^{\gamma_2} + \ldots + d_s|m_s|^{\gamma_s}) \quad (4)$$

Bu sinifdə ədədi-nəzəri şəbəkələrdən istifadə edərək kubatur və interpolyasiya düsturları qururuq: $M_1, d_1, d_2, \ldots, d_s$-lər sabit ədədlərdir, $d_i < \dfrac{1}{H_i}$, $i = \overline{1, s}$. İterasiya üsulundan istifadə edərək məsələnin həlli üçün

$$U(P,t) = F(P,t) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \int_{s\,r} K^*(P,Q,t)K^*(Q_1,Q_2,t)\ldots\times$$

$$\times K^*(Q_{r-1},Q_r,t)F(Q_r,t)dQ_1dQ_2\ldots dQ_r$$

alırıq.

$$F(P,t) = \sum_{m_1, m_2, \ldots, m_s = 1}^{\infty} \left[c_{\varphi}(m_1, m_2, \ldots, m_s)e^{-4\pi^2 a^2 (m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_s^2)}\right] +$$

$$+ \int_0^t c_m^f(\tau) e^{-4\pi^2 a^2 (m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_s^2)} (t-\tau) d\tau \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{s} \sin 2\pi\, m_j x_j K^*(P,Q,t) =$$

$$\sum_{\bar{m},\, \bar{q}=1}^{\infty} \int_0^t c_{\bar{m},\bar{q}}^K(\tau) e^{-4\pi^2 a^2 (m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_s^2)} (t-\tau) d\tau \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{s} \sin 2\pi\, m_j x_j \cdot \prod_{j=1}^{s} \sin 2\pi\, q_j y_j$$

Burada $c_{\varphi}(\vec{m})$ - $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_s)$, $c_{\bar{m}}^f$ - f, $c_{\bar{m},\bar{q}}^K$ isə $K(P,Q,t)$ funksiyaların Furye əmsallarıdır. $f(P,t), \varphi(P), K(P,Q,t)$ funksiyaları uyğun olaraq baxılan Jevrey tipli funksiyalar sinfinə daxildir.

$M_K = \left(\left\{\dfrac{a_1 k}{P}\right\}, \left\{\dfrac{a_2 k}{P}\right\}, \ldots, \left\{\dfrac{a_s k}{P}\right\}\right)$ paralelepipedal şəbəkələr üçün [1] qurulmuş kubator düsturları ilə Furye əmsallarla təyin edilən inteqrallar təqribi hesablanılır, həm kubator həm də iterasiya zamanı yol verilən xətalar qiymətləndirilir.

Ədəbiyyat

1. Коробов Н.М. Теоретико-числовы методы в приблеженном анализе. Москва 1963.

THE ASYMPTOTICS OF EIGENVALUE DISTRIBUTION AND TRACE FORMULA FOR STURM-LIOUVILLE OPERATOR EQUATION

Movsumova H.F.
Baku State University

Let $L_2 = L_2(H,(0,1)) \oplus H$,where H is a separable Hilbert space. Denote a scalar product and the norm in H $(\cdot,\cdot)$, and $\|\cdot\|$, respectively.Define the scalar product in L_2 as

$$(Y,Z)_{L_2} = \int_0^1 (y(t),z(t))dt + \frac{1}{\rho}(y_1,z_1), \tag{1}$$

where $Y = \{y(t),y_1\} \in L_2$, $Z = \{z(t),z_1\} \in L_2$, $y(t),z(t) \in L_2(H,(0,1))$, $y_1,z_1 \in H$ for which $L_2(H,(0,1))$ is a space of vector functions $y(t)$ such that $\int_0^1 \| y(t)\|^2 dt < \infty$, $\rho = bc + ad > 0$, $ad < 0$, $ac > 0$, $bd < 0$.

Consider in $L_2(H,(0,1))$ the spectral problem

$$l[y] \equiv -y''(t) + Ay(t) + q(t)y(t) = \lambda y(t), \tag{2}$$

$$y'(0) = 0, \tag{3}$$

$$ay(1) + by'(1) = \lambda(cy(1) - dy'(1)) \tag{4}$$

where A is a self-adjoint positive-definite operator in H ($A > E, E$ is an identity operator in H), $A^{-1} \in \sigma_\infty$.

In that paper our aim is to investigated the asymptotic distrubtion of eigenvalues and regularized trace of the operator associated with problem (2)-(4). Denote the eigenvalues and eigenvectors of the operator A by $\gamma_1 \le \gamma_2 \le ...$ and $\varphi_1, \varphi_2,..$, respectively. Suppose that the operator-valued function q(t) is weakly measurable,

$\|q(t)\|$ is bounded on [0,1] and the following conditions are satisfied:

1)There exists a second order weak derivative of $q(t)$ on $[0,1]$ and for each $t \in [0,1]$ $\left[q^{(k)}(t)\right]^* = q^{(k)}(t), k = 0,1,2;$

2) $\sum_{k=1}^{\infty}\left|(q^{(k)}(t)\varphi_k,\varphi_k)\right| < const;$ **3)** $q'(0) = q'(1) = 0$

4) $\int_0^1 (q(t)f, f)dt = 0$ for each $f \in H$.

For $q(t) \equiv 0$ in space L_2 one can associate with problem (2)-(4) the operator L_0 defined as

$$D(L_0) = \{Y : Y = \{y(t), y_1\} / -y''(t) + Ay(t) \in L_2(H,(0,1)),$$
$$y'(0) = 0, y_1 = cy(1) - dy'(1)\}$$
$$L_0Y = \{-y''(t) + Ay(t), ay(1) + by'(1)\}$$

The operator corresponding to the case $q(t) \neq 0$ is denoted by $L = L_0 + Q$, where $Q : Q\ \{y(t), cy(1) - dy'(1)\}$ is a bounded self-adjoint operator in L_2. Denote the eigenvalues of the operators L_0 and L by $\lambda_1 < \lambda_2 < \ldots$ and $\mu_1 < \mu_2 < \ldots$, respectively. The following lemmas are proved.

Lemma 1. The operator L is symmetric in L_2.

Lemma 2. Given $A > E$, then the operator L_0 is positive-definite in L_2.

Theorem 1. The eigenvalues of the operator L_0 form two sequences: $\lambda_k \sim -\frac{b}{d} + \frac{-c^2 \pm c\sqrt{c^2 + 4d(b + d\gamma_k)}}{2d^2}$ and $\lambda_{k,n} \sim \gamma_k + (\pi m)^2$, $n \in Z$.

If $c = 0, b = d = 1$ in (4), then the boundary condition takes the form

$$ay(1) + y'(1) = -\lambda y'(1) \qquad (4)'$$

and in (1) $\rho = a > 0$.

Lemma 3. If at $i \to \infty, \gamma_i \sim ai^{\alpha}$, $0 < a < \infty$, $2 < \alpha < \infty$ then there exists a subsequence $\lambda_{n_1} < \lambda_{n_2} < \ldots$ of the sequence $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ such that

$$\lambda_k - \lambda_{n_m} \geq d_0 \left(k^{\frac{2\alpha}{2+\alpha}} - n_m^{\frac{2\alpha}{2+\alpha}} \right), \quad k = n_m, n_m + 1, \ldots$$ where d_0 is a positive number.

The trace formula for the problem $(2),(3),(4)'$ are obtained.

Theorem 2. Let the operator function $q(t)$ satisfy conditions 1)-4). Then under the conditions of lemma3,for the regularized trace the following formula holds:

$$\lim_{m\to\infty} \sum_{n=1}^{n_m} (\lambda_n - \mu_n) = \frac{trq(0) + trq(1)}{4}.$$

SOME NEW MONOIDS FORMED RESIDUE CLASSES

Oner G.
İzmir Vocational School, Dokuz Eylul University, İzmir Turkey
gulsah.darilmazsdeu.edu.tr
Oner T.
Department Of Mathematics University, İzmir, Turkey,
tahsin.oner@ege.edu.tr
Huseynova A.
Baku State University, Faculty of Mechanics-Mathematics
afaqhuseynova@mail.ru

ABSTRACT. The ring of integers and rings of residue classes have many applications in mathematics and numerous fields of physical sciences. For example, their applications in coding show the importance of these mathematical objects. Consequently, in this work, new structures induced by rings of residue classes let their presence be known.

Keywords: Ring, residue class, ideal, monoid.

1. Principal Ideals of the Ring of Integers

Let $\mathbf{Z}$ be the ring of integers and m be a nonnegative intger. The set $m\mathbf{Z}$ is the set of all multiples of то. When $m \neq 0$, the sets $m\mathbf{Z}$ are infinetly countable. If $m = 0$, then $m\mathbf{Z} = 0$. Subsets of the form $m\mathbf{Z}$ of the ring $\mathbf{Z}$ are its principal ideals. The number то. is said to be generator of the ideal $m\mathbf{Z}$. If the generator of the ideal M

is m, then it is denoted bu $M=(m)$. For the structure simplicity, zero ideal $0=(0)$ and unit ideal $(1)=\mathbf{Z}$ are chosen.

Many properties of the ideals of the ring $\mathbf{Z}$ bear upon division. If ideal L is a subideal of M, we denote it as $L<M$. Let us denote by

$$I(\mathbf{Z})=\{m\mathbf{Z} \mid m=0,1,2,...\}$$

the set of all principal ideals of the ring $\mathbf{Z}$.

The principal ideals $m\mathbf{Z}$ have the following properties.

Property 1. $0<m\mathbf{Z}$ *for any mo.*

Property 2. $m \mid n$, *then* $m\mathbf{Z}>n\mathbf{Z}$ **[1]**.

In ring theory, there are operations on ideals such as addition, intersection and other. Here, we consider only ideals of the ring of integers.

Addition and multiplication of $A\subset\mathbf{Z}$ and $B\subset\mathbf{Z}$ are defined as follows:

$$A+B=\{a+b \mid a\in A\wedge b\in B\}\ , \tag{1}$$

$$A\cdot B=\{a\cdot b \mid a\in A\wedge b\in B\}\ , \tag{2}$$

where A and B are nonempty sets [1].

Ideals also are numerical quantities. We can express them by formulas (1) and (2) as follows:

$$n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}=\{nk+ms \mid k,s\in\mathbf{Z}\} \tag{3}$$

$$n\mathbf{Z}\cdot m\mathbf{Z}=\{nk\cdot ms \mid k,s\in\mathbf{Z}\} \tag{4}$$

The following properties hold:

Property *3.* If $m=0$**,** then $n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}=n\mathbf{Z}$.

Property 4. *If* $m=1$**,** *then* $n\mathbf{Z}\cdot m\mathbf{Z}=n\mathbf{Z}$.

Let us denote the greatest common divisor and the least common multiple of the numbers x and y by (x,y) and $[x,y]$, respectively.

Proposition 1 Let m and n be distinct nonzero integers. Let $d=(n,m)$. Then $n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}=d\mathbf{Z}$.

Proof If $d=(n,m)$, then there exist integers p and q such that $d=pn+qm$. Then we have $d\in n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}$ and hence $d\mathbf{Z}\subset n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}$. Beside, $d \mid n$ and $d \mid m$, thereby we get $n\mathbf{Z}<d\mathbf{Z}$ and $m\mathbf{Z}<d\mathbf{Z}$ by Property 1 and Property 2, that is,

$n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}<d\mathbf{Z}$. Therefore, we get $n\mathbf{Z}+m\mathbf{Z}=d\mathbf{Z}$.

Proposition 2 $n\mathbf{Z}\cdot m\mathbf{Z}=nm\mathbf{Z}$.
This means that intersection of ideals is again an ideal.
Proposition 3 *Let* $k=[n,m]$. *Then* $n\mathbf{Z}\cap m\mathbf{Z}=k\mathbf{Z}$.

Zero ideal is the zero under addition. Unit ideal is the unity under multiplication. The set $I(\mathbf{Z})$ of all ideals of the ring $\mathbf{Z}$ is partially ordered by inclussion $\subset$. $I(\mathbf{Z})$ constitutes a lattice in which zero ideal (0) and unit ideal (1) are the least and greatest elements of $I(\mathbf{Z})$ respevtively [2].

Residue Classes

We have defined residue classes by using two different points of view.

First Perspective: Consider the following set for integers $a\in Z$:

$$a+m\mathbf{Z}=\{a+mk \mid k\in\mathbf{Z}\}.$$

This set is called the residue class of a modula m, where m is a fixed non- negative integer. Each elements of the ring of residues is called a remainder modulo m. Also $a+m\mathbf{Z}$ is saied to be the element of residue class. The residue class of a modulo m is denoted by $\overline{a}$ or $[a]_m$. We will use $[a]_m$ when we need to state modulo m. $\mathbf{Z}_m$ is used to denote the set of all residues class modulo m. When $m\neq 0$, $\mathbf{Z}_m$ consists of m elements from residues class, i.e., $\mathbf{Z}_m=\{\overline{0},\overline{1},\ldots,\overline{m-1}\}$.Here, we have $\overline{0}=m\mathbf{Z}$, $\overline{1}=1+m\mathbf{Z}$, and finally $\overline{m-1}=m-1+\mathbf{Z}$.

Cases $m=0$ and $m=1$ are intersting. For $m=0$, the class of each a consists of itself, so $\mathbf{Z}_0=\mathbf{Z}$. If $m=1$, then $m\mathbf{Z}=1\mathbf{Z}=\mathbf{Z}$, and $a+m\mathbf{Z}=a+1\mathbf{Z}=\mathbf{Z}$ for $a\in\mathbf{Z}$. Thus, all classes in the set $\mathbf{Z}_1$ are equal to $\mathbf{Z}$ and consists of sole zero class: $\mathbf{Z}_1=\{[0]_1\}$, where $[0]_1=\mathbf{Z}$.

In residue classes addition and multiplication are defined modulo m as follows:

$$[a]_m+[b]_m=[a+b]_m \tag{5}$$

$$[a]_m\cdot[b]_m=[a\cdot b]_m \tag{6}$$

It is well known that the set $\mathbf{Z}_m$ forms an abelian group under addition by formula (1) and a ring under addition and multiplication via formulas (1) and (2). It must be emphasized that it is a ring when $m \neq 0$.

For each $m \neq 0$, residue classes partition th set $\mathbf{Z}$ into m nonintersect-ing classes. But when $m = 0$, division is infinitely countable and each class consists of only one element.

Second Perspective: The understanding of residues class can be defined by another point of view. This approach is given by the concept of comparing integers. Let m be a fixed natural number.

If m divides the difference $a - a'$, then integers a and a' are said to be comparable modulo m. This comparability can be applied in the following way:

$$a \equiv a' (\operatorname{mod} m) \text{ or } a \equiv_m a' .$$

In number theory testbooks, comparability relation under a fixed modulo is shown to be an equivalance relation. The comparability class of any number m is equal to its residue class modulo m. Thus, we have

$$[a]_m = \{a' \mid a \equiv a' (\operatorname{mod} m)\}$$

If two integers are comparable modulo m, then the remainders are the same when these numbers are divided modulo m. When it is divided by m, all possible remainders are $0, 1, 2, \cdots, m-1$, and each class can be represented in the form of residue class.

Let us show the advantages of the first approach. Comparing concept is defined in terms of division. Then we are not able to define the set $\mathbf{Z}_0$ modulo $m = 0$ as the comparability class.

Under all nonnegative modulo, let us denote the set of all residue classes

By

$$\mathsf{Z} = \bigcup_{m=0}^{\infty} \mathbf{Z}_m$$

The Z is the union of all rings of residue classes:

$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Z}$ (countable classes),

$\mathbf{Z}_1 = \{\overline{0}\} = \{\mathbf{Z}\}$ (sole zero class),

$\mathbf{Z}_2 = \{\overline{0},\overline{1}\} = \{2\mathbf{Z}, 2\mathbf{Z}+1\}$ (two classses),

$\mathbf{Z}_3 = \{\overline{0},\overline{1},\overline{2}\} = \{3\mathbf{Z}, 3\mathbf{Z}+1, 3\mathbf{Z}+2\}$ (three classses),

Note that addition and multiplication operations of residue classes in formulas (5) and (6) ar defined for classes given for a fixed moludo. Let $\overline{a},\overline{b} \in \mathbf{Z}$. If $\overline{a},\overline{b} \in \mathbf{Z}_m$, then addition and multiplication are given by formulas that we know. Otherwise, that is, under condition $m \neq n$, addition and multiplicaiton of $\overline{a} \in \mathbf{Z}_m$ and $\overline{b} \in \mathbf{Z}_n$ are defined through formulas (5) and (6).

Note that a residue class is a subset of the ring of integers; accordingly, its definition, addition and multiplicaiton by formulas (1) and (2) are natural.

Addition of Classes

Let $[a]_m$ and $[b]_n$ be any two residue classes with appropriate modulo m and n. Consider the following cases:

Case I $m=0$ and $n \neq 0$. (Case $m=0$ and $n=0$ is obvious.) Claerly,we have if $\overline{a} \in \mathbf{Z}_0 \Rightarrow \overline{a} = a$,and if $\overline{b} \in \mathbf{Z}_n \Rightarrow \overline{b} = b + n\mathbf{Z}$. If $\overline{a} \in \mathbf{Z}_0$ and $\overline{b} \in \mathbf{Z}_n$, then $\overline{a} + \overline{b} = a + b + n\mathbf{Z}$ .If $a + b = nq + r$, then we have $\overline{a} + \overline{b} = r + n\mathbf{Z} = [r]_n$.

Case II $m \neq 0$ and $n \neq 0$. Let $[a]_m \in \mathbf{Z}_m$ and $[b]_n \in \mathbf{Z}_n$ in other words, $[a]_m = a + m\mathbf{Z}$ and $[b]_n = b + n\mathbf{Z}$. Then by formula (3), we have

$$[a]_m + [b]_n = a + m\mathbf{Z} + b + n\mathbf{Z} = a + b + (m,n)\mathbf{Z}.$$

If $a + b = nq + r$, then $[a]_m + [b]_n = r + (m,n)\mathbf{Z} = [r]_{(m,n)}$, where (m,n) is the gcd of *m* and *n*.

In this way, we have obtained a new formula which allows to add arbitrary residue classes:

$$[a]_m + [b]_n = \begin{cases} [a+b]_m, & m = n \\ r + (m,n)\mathbf{Z} = [r]_{(m,n)}, \quad [a] \in \mathbf{Z}_m, [b] \in \mathbf{Z}_n & m \neq n \end{cases}$$

where $a + b = dq + r$, $d = (m,n)$

Theorem 1 *The set* $\mathbf{Z}$ *of all residue classes is a commutative monoid under addition defined by formula* **(7).**

Proof Commutativity of addition follows from definition. If modulo of the classes to be added are equal, that is, if $m = n$ then more ise possible: $\mathbf{Z}_m$ is an abelian group. To complete the proof, it suffices to show that $m \neq n$.

First, show that it is associative. Let $[a]_m$, $[b]_n$ and $[c]_k$ be given. Then by (7) we have

$$([a]_m + [b]_n) + [c]_k = (a + m\mathbf{Z} + b + n\mathbf{Z}) + c + k\mathbf{Z}$$
$$= (a+b) + (m,n)\mathbf{Z} + c + k\mathbf{Z} = ((a+b)+c) + ((m,n),k)\mathbf{Z} \cdot$$

As we know, gcd is associative in the set of integers: $((m,n),k) = (m,(n,k))$.

Thus, $((a+b)+c) + ((m,n),k)\mathbf{Z} = (a+(b+c)) + (m,(n,k))\mathbf{Z}$. Hence, we get

$$([a]_m + [b]_n) + [c]_k = [a]_m + ([b]_n + [c]_k) \ .$$

Existence of zero element: Each congruence $[a]_m$ in the congruence group $\mathbf{Z}_m$ possesses its own zero element. Only number zero $0 \in \mathbf{Z}$ is the zero element of all residue classes.

On the Set of all Residue Groups

Consider the set $\mathbf{Z}_\infty = \{\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \cdots, \mathbf{Z}_n, \cdots\}$ of all residue groups. It is known that th extern sum of groups is defined. However, we want to define the sum of residue groups by other rules.

Let us emphasize that the generator of each of these groups is the set of certain subsets of the set of integers, that is, $n = 0,1,2,\dots$ for each $\mathbf{Z}_n \subset 2^{\mathbf{Z}}$.We want to define more natural addition and multiplication in $\mathbf{Z}_\infty$.

Assume that A is the set of all subsets of $\mathbf{Z}$. The following identities hold by formulas (1) and (2):

$A + (B + C) = (A + B) + C$, $A + 0 = A$, $A + B = B + A$,

$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$, $A \cdot 1 = A$, $A \cdot B = B \cdot A$.

Propositin 4 *The set A is a monoid under additon defined by formula*

Propositin 5 *The set A is a monoid under multiplication defined by formula* (2).

Addition rules determined by formulas (1) and (7) induce in $\mathbf{Z}_\infty$ a new oparation of addition:

$$\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_n = \{[a]_m + [b]_n \mid [a]_m \in \mathbf{Z}_m \wedge [b]_n \in \mathbf{Z}_n\} \tag{8}$$

Assume that $n = 0$. Then $\mathbf{Z}_n = \mathbf{Z}_0 = \{0,1,2,\cdots,k,\cdots\}$. Consider the sum $\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_m$,

$\mathbf{Z}_m = \{0 + m\mathbf{Z}, 1 + m\mathbf{Z}, 2 + m\mathbf{Z}, \cdots, m-1+m\mathbf{Z},\}$. For each $k \in \mathbf{Z} = \mathbf{Z}_0$ and $[a]_m \in \mathbf{Z}_m$ we have

$k + [a]_m = k + a + m\mathbf{Z} \in \mathbf{Z}_m$, that is $\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_m \subset \mathbf{Z}_m$.

On the other hand, the inclusion $\mathbf{Z}_m \subset \mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_m$ is obvious; thus we have $\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_m = \mathbf{Z}_m$. In other words, the group $\mathbf{Z}_0$ is the zero in $\mathbf{Z}_\infty$ under defined additon.

Now suppose that $m \neq 0$, $n \neq 0$ and consider the sum $\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_n$. Then the set $\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_n$ consists of all sums in the form $[a]_m + [b]_n$. Thus, by formula (8) we have $[a]_m + [b]_n = [r]_{(m,n)}$, where $a + b = dq + r$ and $d = (m,n)$, that is, $\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_n = \mathbf{Z}_{(m,n)}$. One can show by Theorm 1 that $\mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_n = \mathbf{Z}_{(m,n)}$ Associativity of addition can be deduced from Teorem 1. Therefore, the following result holds:

Theorem 2 *The set* $\mathbf{Z}_\infty = \{\mathbf{Z}_0, \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \cdots, \mathbf{Z}_n, \cdots\}$ *of all residue groups is a monoid under additon defined by formida* (8).

References

1. Kenneth Irelend and Michael Rosen, A *Classical Introduction to Modern Number Theory,* Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1982.
2. Serge Lang, *Algebra,* Springer Science Busines Media, 2002.

TÖRƏMƏNİN TƏTBİQİ İLƏ BƏZİ CƏBRİ TƏNLİKLƏRİN NAMƏLUM ƏMSALLARININ TAPILMASI METODİKASI

Qasımov E.A., Abbasəliyev M.C
Bakı Dövlət Universiteti

Bu məqalə törəmənin tətbiqi usulu ilə kökləri üzərinə əlavə şərtlər qoyulmuş naməlum əmsallı cəbri tənliyin əmsallarının tapılması metodikasına həsr olunub

Məsələnin qoyuluşu:

$$f(x) \equiv x^5 + 5x^4 - 80x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \qquad (1)$$

cəbri tənliyinin bir natural kökü 4-qat təkrarlanandırsa $a\ b\ c$ əmsallarını tapın.

Həlli: *k* ədədinin *f*(*x*) çoxhədlisinin *n* dəfə təkrarlanan kökü olması üçün

$$f(k) = f'(k) = \cdots = f^{(n-1)}(k) = 0, f^{(n)}(k) \neq 0$$

olması həm zəruri, həm də kafidir.

Əgər $x = k$ ədədi (1) tənliyinin 4-qat təkrarlanan köküdürsə onda onu $f(x) = (x-k)^4(x-d)$ şəkilində yazmaq olar.Buradan yaza bilərik ki,

$$\begin{cases} f(k) = 0 \\ f'(k) = 0 \\ f''(k) = 0 \\ f'''(k) = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

$f(x)$ -in 1,2 və 3-cü tərtib törəmələrini tapaq

$$f'(x) = 5x^4 + 20x^3 - 240x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 20x^3 + 60x^2 - 480x + 2a$$

$$f'''(x) = 60x^2 + 120x - 480$$

Biz indi $f'''(k) = 0$ bərabərliyinə əsasən tapa bilərik ki,

$$f'''(k) \equiv 60k^2 + 120k - 480 = 0$$

Bu tənliyin kökləri $k_1 = 2$ $k_2 = -4$ olacaq. Məsələnin şərtində isə təkrarlanan kökün natural ədəd olduğu qeyd olunub.Deməli təkrarlanan kök $k = 2$ olacaq. Bundan istifadə edərək $f''(k) = 0$ $f'(k) = 0$ və $f(k) = 0$ bərabərliklərindən a, b, c əmsallarını tapa bilərik. İlk öncə $f''(k) = 0$ bərabərliyindən a əmsalını tapaq

$$f''(k) \equiv 20k^3 + 60k^2 - 480k + 2a = 0$$

Burada $k = 2$ olduğunu nəzərə alsaq, $a = 280$ olacaq.

İndi isə k və a-nın bu qiymətlərini $f'(k) = 0$ bərabərliyində nəzərə alaraq b əmsalını tapmaq olar.

$$f'(k) \equiv 5k^4 + 20k^3 - 240k^2 + 2ak + b = 0$$

Burada $k = 2$, $a = 280$ olduğunu nəzərə alsaq, $b = -400$ olacaq k, a, b-nin qiymətlərini $f(k) = 0$ bərabərliyində nəzərə almaqla c əmsalını tapa bilərik.

$$f(k) \equiv k^5 + 5k^4 - 80k^3 + ak^2 + bk + c = 0$$

Burada $c = 280$ olacaq.

Beləliklə (1) cəbri tənliyi aşağdakı şəkildədir

$$f(x) = x^5 + 5x^4 - 80x^3 + 280x^2 - 400x + 280 = 0$$

Cavab : $a = 280, \quad b = -400, \quad c = 280$.

Ədəbiyyat

1. Н. Бурбаки. Алгебра. М.:Наука, 1966.
2. Г.М. Фихтенгольц. Курс диффереციального и интеграль-ного исчисления. М.:Наука, т.1, 1969.

SİMİN RƏQS TƏNLİYİ ÜÇÜN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ ÜMUMİLƏŞMİŞ HƏLLİN VARLIĞI

Qasımov T.M., Həsənova L.K., Abbasova X.E.

Bakı Dövlət Universiteti

Aşağıdakı kimi məsələyə baxaq:

$$y_{tt} = a^2 y_{xx}, \quad (x,t) \in D(0 < x < \ell, \ 0 < t < T), \tag{1}$$

$$y(x,0) = \varphi(x), \quad y_t(x,0) = \psi(x), \quad 0 \le x \le \ell, \tag{2}$$

$$y_x(0,t) = 0, \quad y_x(\ell,t) = \alpha[u(t) - y(\ell,t)], \ 0 \le t \le T \tag{3}$$

burada $\varphi(x), \psi(x), u(t)$ məlum funksiyalar, $y = y(x,t)$ axtarılan funksiyadır.

Qeyd edək ki, bu tip məsələyə $[1]$ işində baxılmışdır.

Teorem: Tutaq ki,

$$\varphi(x) \in W_2^1(0,\ell), \ \varphi(\ell) = 0, \ \psi(x) \in L_2(0,\ell), \ u(t) \in L_2(0,T).$$

Onda (1)-(3) məsələsinin ümumiləşmiş həlli var.

Ədəbiyyat

1. Гасанов К.К., Гасымов Т.М., Об управляемости для воль-нового уравнения с неклассическими краевыми условиями. //Вестник Бакинского Университета, №4, 2009, с.19-23.

SİMİN RƏQS TƏNLİYİ ÜÇÜN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNDƏ ÜMUMILƏŞMİŞ HƏLLİ

Qasımov T.M., Həsənova L.K., Abbasova X.E.
Bakı Dövlət Universiteti

Aşağıdakı kimi məsələyə baxaq:

$$y_{tt} = a^2 y_{xx}, \quad (x,t) \in D(0 < x < \ell,\ 0 < t < T), \tag{1}$$

$$y(x,0) = \varphi(x), \quad y_t(x,0) = \psi(x), \quad 0 \le x \le \ell, \tag{2}$$

$$y_x(0,t) = 0, \quad y_x(\ell,t) = \alpha[u(t) - y(\ell,t)],\ 0 \le t \le T \tag{3}$$

burada $\varphi(x), \psi(x), u(t)$ məlum funksiyalar, $y = y(x,t)$ axtarılan funksiyadır.

Teorem: Tutaq ki,

$$\varphi(x) \in W_2^1(0,\ell),\ \varphi(\ell) = 0,\ \psi(x) \in L_2(0,\ell),\ u(t) \in L_2(0,T).$$

Onda

$$\begin{aligned} y(x,t) = &\sum_{n=1}^{\infty} \left(\varphi_n \cos a\lambda_n t + \frac{1}{a\lambda_n} \psi_n \sin a\lambda_n t \right) v_n(x) + \\ &+ \alpha a \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n(\ell) v_n(x)}{\lambda_n} \int_0^t u(\tau) \sin a\lambda_n (t-\tau) d\tau, \end{aligned} \tag{4}$$

Sırası ilə təyin olunan $y(x,t)$ funksiyası (1)-(3) məsələsinin ümumiləşmiş həlli olur, burada $\lambda_n^2 = \left(\frac{\mu_n}{\ell} \right)^2$, $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$ $\alpha \cdot \ell \cdot ctg\mu = \mu$ tənliyinin müsbət həlləridir [1],

$$v_n(x) = \frac{\cos \lambda_n x}{a_n},\ a_n^2 = \int_0^{\ell} \cos^2 \lambda_n x dx,\ n = 1,2,3,\ldots .$$

Ədəbiyyat

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа, М; Наука, 1972, 496 с.

ABOUT THE STRESS-STRAIN STATE OF AN ANISOTROPIC CONE OF A VARIABLE THICKNESS

Sardarly N.A.
Baku State University

Research of asymptotic behaviour of the equations of balance allows at some assumptions about boundary conditions on a lateral surface to construct the solution, asymptotically converging to the solution of problems of the three-dimensional theory of elasticity.
The axis-symmetrical problem of the theory of elasticity for a body limited by two spherical and two conic surfaces is considered. Homogeneous solutions have been obtained:

$$u_r = \sum_{k=0}^{\infty} C_k r^{\lambda_k} u_{rk}(\theta), \quad u_\theta = \sum_{k=0}^{\infty} C_k r^{\lambda_k} u_{\theta k}(\theta) \tag{1}$$

$$\sigma_r = \frac{G_1}{r} \sum_{k=0}^{\infty} C_k r^{\lambda_k} Q_{rk}(\theta), \quad \sigma_\varphi = \frac{G_1}{r} \sum_{k=0}^{\infty} C_k r^{\lambda_k} Q_{\varphi k}(\theta) \tag{2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{G_1}{r} \sum_{k=0}^{\infty} C_k r^{\lambda_k} Q_{\theta k}(\theta), \quad \tau_{r\theta} = \frac{G_1}{r} \sum_{k=0}^{\infty} C_k r^{\lambda_k} T_k(\theta) \tag{3}$$

On the basis of results [1] asymptotic research of the stress-strain state of a conic shell is conducted.
In the beginning the connection of homogeneous solutions with the principal vector of stresses operating in the section $\rho = const$ is considered.

$$P = 2\pi r_1^2 \rho^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\sigma_r \cos\theta - \tau_{r\theta} \sin\theta) d\theta \tag{4}$$

The stresses $\sigma_r, \tau_{r\theta}$ are presented in the form:

$$\sigma_r = \sigma_r^0 + \rho^{-\frac{3}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{z_k} Q_{rk}(\theta), \quad \tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^0 + \rho^{-\frac{3}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{z_k} T_k(\theta), \tag{5}$$

where $\sigma_r^0, \tau_{r\theta}^0$ correspond to eigenvalues $z = -\frac{1}{2}$.

Substituting (5) into (4), we have:

$$P = C_1 \gamma_0 + \rho^{\frac{3}{2}} k = \sum_{k=1}^{\infty} C_m \rho^{z_k} \gamma_k ,$$

where $\gamma_0 = \varepsilon G[-8(1+\nu)\frac{\nu_1}{\nu_2} \sin\theta_0 \cos^2\theta_0 + O(\varepsilon)]$

$$\gamma_k = 4\pi G \int_{\theta_1}^{\theta_2} [Q_{rk}\cos\theta - T_k \sin\theta]\sin\theta d\theta \ .$$

İt is proved that all γ_k $(k = 1,2,3,...)$ are equal to 0. For this purpose the following boundary problem is considered:

$$\sigma_r = \rho_1^{z_k - \frac{3}{2}} Q_{rs}\,,\ \tau_{r\theta} = \rho_1^{z_k - \frac{3}{2}} T_s\,,\ (r = r_1)$$
$$\sigma_r = \rho_2^{z_k - \frac{3}{2}} Q_{rs}\,,\ \tau_{r\theta} = \rho_2^{z_k - \frac{3}{2}} T_s\,, (r = r_2)\,. \qquad (6)$$

It is established that the solution of a problem (6) exists and it turns out from homogeneous solutions (1) if to put in them $C_k = \delta_{ks}$, where δ_{ks} is Cronecker's symbol. In the case under consideration the principal vector of external forces (6) in a projection to a symmetry axis $\theta = 0$ has the form:

$$P_s = (\rho_2^{z_s - \frac{3}{2}} - \rho_1^{z_s - \frac{3}{2}})\gamma_s = 0$$

Last equality is possible only at $\gamma_s = 0$. For the principal vector it is definitely obtained: $P = C_1\gamma_0$.

The torque and force of cut in section $\rho = const$ are counted up.

$$M = r_2^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} [\sigma_r \sin(\theta - \theta_0) - \tau_{r\theta}(1 - \cos(\theta - \theta_0))]\sin\theta d\theta \approx r_2^{\,2} \sin\theta_0 \varepsilon \int_{-1}^{1} \tau_{r\theta} d\eta + O(\varepsilon^2),$$

$$Q = r_2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} [\sigma_r \sin(\theta - \theta_0) + \tau_{r\theta}\cos(\theta - \theta_0)]\sin\theta d\theta \approx r_2 \sin\theta_0 \varepsilon \int_{-1}^{1} \tau_{r\theta} d\eta + O(\varepsilon^2).$$

The analysis of solutions shows that the stress-strain state of an anisotropic conic shell consists of three types: internal stress-strain state, simple boundary effect and a frontier layer.

References

1.Sardarly N.A. Asymptotic behavior of the solution of axis-symmetrical problem of elasticity theory for transversely-isotropic hollow cone of variable thickness. Proceedings of IMM of NASA, 1996, p.178

2. Mekhtiev M. F, Sardarova N.A. Construction of homogeneous solutions of a problem of the theory of elasticity for a transversally-isotropic hollow cone of a variable thickness.//Proceedings of IMM of NASA , Baku, 1997, p. 239-244.

PETRİ ŞƏBƏKƏSİ VƏ MÜNAQİŞƏLƏR

Şəmiyev H.V.
Bakı Dövlət Universiteti

Petri şəbəkəsi əsasən modelləşmə üçün işlənib hazırlanmışdır. Petri şəbəkəsi sisteminin sadə təsviri əsasən iki anlayışa – hadisə və şərtlər anlayışına əsaslanır. Hadisə dedikdə sistemdə yeri olan hərəkət başa düşülür. Hadisənin yaranması sistemin vəziyyətini idarə edir. Sistemin vəziyyəti şərtlər çoxluğu ilə təsvir oluna bilər. Şərt ya predikatdır, ya da sistemin vəziyyətinin məntiqi təsviridir. Şərt iki qiymət ala bilər: "yalan" və ya "doğru".

Hadisələr hərəkətlər olduğundan onlar baş verə bilərlər. Hadisənin baş verməsi üçün uyğun şərtlərin ödənilməsi zəruridir. Bu şərtlər şərtlərə qədər hadisələr adlanırlar. Hadisələrin baş verməsi şərtlərəqədərin pozulmasına və başqa şərtlərin – postşərtlərin yerinə yetirilməsinə gətirə bilər.

Petri şəbəkəsinin məxsusiyyətlərindən biri paralellik yaxud eyni zamanda olma-ya malik olmasıdır. Petri şəbəkəsi biri – biri ilə qarşılıqlı əlaqədə olmayan iki hadisə biri birindən asılı olmayaraq baş verə bilər.

Petri şəbəkəsinin digər vacib məxsusiyyəti onların asinxron təbiəti ilə əlaqədardır. Bu şəbəkədə zamanın ölçülməsi nəzərə alınmır. Bu məxsusiyyət zaman anlayışına fəlsəfi yanaşmanı əks elətdirir. Bu yanaşmaya görə: məntiqi nöqteyi nəzərdən zaman anlayışının ən ümdə xassəsi – hadisənin qismən nizamlanmasının təyin olunmasıdır. Petri şəbəkəsinin strukturu eledir ki, o hadisələrin mümkün ardıcıllığını təyin etmək üçün zəruri olan bütün informasiyanı özündə ehtiva etdirir.

Modelləşən sistemin davranışı diskret hadisələrin ardıcıllığı kimi başa düşülür. Hadisələrin baş vermə sırası əsas strukturun güman edilən (fərz edilən) mümkünatlarından biridir.

Real həyati münaqişə situasiyalarında bir neçə əhvalatın eyni zamanda baş verməsi anlarında, hadisənin yaranmasının əmələ gəlmə sırası birqiymətli deyildir. Bu o deməkdir ki, hadisələr ardıcıllığı çoxluğundan istənilən biri baş verə bilər. Hadisənin yaranmasının qismən (natamam) düzülüşü isə yeganədir. Bu anlayışları özündə ehtiva edən problemər fəlsəfi xarakterə malikdirlər. Kainata (dünyaya) baxış nöqteyi nəzərindən bir çox insanlar determinizmi qəbul edirlər: bütün hərəkətlər Kainatın vəziyyəti kimi əvvəlcədən müəyyən edilmişdir və heç bir nizamsızlıq mövcud deyildir.

Nəzərə çarpan nizamsızlıqlar isə Kainatın vəziyyəti haqqında və onun bir vəziyyətdən (halda) digər vəziyyətə (hala) keçməsi haqda kifayət qədər bilgilərin olmamasının nəticəsi kimi başa düşülə bilər. Bu mənada modelləşən sistemdə icazə verilmi. keçidlərdən birinin buraxılması üçün seçim determinikdir. Bu xüsusiyyət modelə aid deyil, cünki model sistem haqqında tam informasiya vermir.

Nisbilik nəzəriyyəsinə nəzər salaq. Onun əsas tezislərindən biri ondan ibarətdir ki, nəyinsə ötürülməsi bir anda baş verə bilməz. Hətta hadisənin baş verməsi informasisi fəzada işıq sürəti c ilə məhdudlaşan sürətlə yayılır. Bu o deməkdir ki, əgər iki hadisə eyni zamanda baş verirsə, onda iki müxtəlif müşahidəçi tərəfindən bu hadisələrin baş vermə sırası müxtəlif ola bilər. Tutaq ki, A və B hadisələri eyni zamanda baş vermişdir. Bu hadisələri izləyən müşahidəçi A hadisəsinə yaxın olarsa, o A hadisəsi haqda informasiyanı B hadisəsindən olan informasiyadan tez alır. Bu zaman müşahidəçi bu qənaətə gəlir ki, A hadisəsi B hadisəsindən tez baş verir.

Belə təsvir baş verənlərin qiymətləndirilməsi üçün zəruri olsa da, Petri şəbəkəsinin dinamik davranışının təsviri və analizi məsələlərində bir sıra çətinliklər yaradır. Sadəlik üçün aşağıdakı kimi məhdudiyyət daxil edirlər. Hər hansı hadisənin buraxılmasına ani hadisə kimi baxırlar (sıfır zamanı tələb edən) və iki hadisənin eyni zamanda baş verməsi mümkün deyil. Bu cür modelləşən hadisə primitiv hadisə adlanır. Deməli primitiv hadisələr anidirlər və eyni zamanda baş verə bilməzlər. Bu onunla izah olunur ki, zaman t kəzilməz həqiqi dəyişəndir. əgər biz hər bir hadisəyə baş vermə vaxtını mənimsətsək, onda ixtiyari qayda ilə seçilmiş kəsilməz həqiqi dəyişənin üst- üstə düşmə ehtimalı sıfra bərabərdir və deməli hadisələr eyni zamanda baş verməyə (mövcud olmaya) malik deyillər.

Petri şəbəkəsi nəzəriyyəsinin yaranma tarixi 1962-ci ilə təsadüf edir – doktor Petrinin dissertasiyasında.

Bir çox tədqiqat sahələrində hadisə bilavasitə yox, dolayısı yolla model vasitəsilə öyrənilir. Model dedikdə - bir qayda olaraq öyrənilən obyektə yaxud sistemə xarakterik olan xüsusiyyətlərin riyazi terminlərlə təsvir olunması başa düşülür.

Petri şəbəkəsi modelləşdirmədə tətbiq olunur. Modelləşdirmə astranomiyada (ulduzların doğulması, məhv olması və qarşılıqlı əlaqələrinin öyrənilməsi zamanı), nüvə fizikasında (harada ki, öyrənilən radioaktiv atomlar və elementar hissəciklər zamanın çox kiçik anında mövcud olurlar), sosialogiyada (harada ki, öyrənilən insan qruplarına bilavasitə təsiretik problemlərlə bağlı olur), biologiyada və digər sahələrdə tətbiq olunur.

Modellər riyazi əsasa malik olurlar. Bir sıra fiziki hadisələrin xarakteristikalarını ədədlərlə, bu xarakteristikalar arasındakı əlaqələri isə tənliklərlə və yaxud bərabərsizliklərlə təsvir etmək olar. Təbiət elmlərində və texnikada kütlə, fəzada vəziyyət, moment, təcil və qüvvə kimi xarakteristikalar tənliklərin köməyilə təsvir olunurlar. Modelləşmənin uğurla həyata keçirilməsi üçün modelləşən hadisələr haqqında və modelləşdirmə üsullarının xüsusiyyətləri haqqında bilgilərin olması zəruridir. Ona görə də riyaziyyat bir elm kimi başqa elmlər tərəfindən öyrənilən hadisələrin modelləşməsində tətbiq olunmasına rəğmən inkişaf etmişdir. Misal olaraq, fizika elmində fəzada hal, sürət və təcil kimi xarakteristikaların modelləşməsi (моделирование) diferensial hesabı yaranmışdır.

Böyük sürətə malik hesablama maşınlarının meydana çıxması modelləşmənin istifadə olunmasını və dəyərini xeyli artırdı. Qeyd etmək lazımdır ki, hesablama maşınlarına həm hesablama vasitəsi kimi, həm də modelləşmə obyekti kimi baxılır.

Hesablama sistemləri mürəkkəb olmaqla yanaşı bir – biri ilə qarşılıqlı əlaqədə olan komponentlər çoxluğuna malikdirlər. Hər bir komponent özü də müəyyən mürəkkəbliyə malikdir, çünki sistemin başqa komponentləri ilə qarşılıqlı əlaqədədir. İqtisadi sistemlər, hüquqi sitemlər, kimyəvi sistemlər və digər sistemlər bir- birilə qarşılıqlı əlaqədə olan ayrı-ayrı komponentlərdən ibarətdirlər. Modelləşən sistemlərin müxtəlifliyinə baxmayaraq onları birləşdirən ümumi cəhətlər də vardır. Əsas ideya ondan ibarətdir ki, sistemlər qarşılıqlı əlaqədə olan ayrı – ayrı komponentlərdən ibarətdir. Hər bir komponent özü də sistem ola bilər və onun davranışını sistemə daxil olan digər komponentlərin asılılığı olmadan da təsvir etmək olar. Hər bir komponent müəyyən hala malikdir. Halın komponentləri onun əvvəlki hallarının vəziyyətindən, giriş və çıxış komponentlərinin verilməsindən asılıdır. Komponentlərin modelləşməsi zamanı “hal” anlayışının çox mühüm əhəmiyyəti vardır.

KONVEKTİV DİFFUZİYA PROSESİNİN RİYAZİ MODELİNİN QURULMASI

Sevdimalıyev Y.M., Kərimova A.A
Bakı Dövlət Universiteti

Bir çox fiziki-kimyəvi proseslərin baş vermə xarakteri hidrodinamik parametrlərlə təyin olunur.Yüksək temperaturda maye axınının dayandırılması və statik temperatur yüksək olduğu hallarda axının özündə diffuziya ilə əlaqəli olan və ya digər heterogen çevrilmələrdən ibarət müxtəlif növlü fiziki-kimyəvi proseslər yaranır. [1]Mayelərdə müxtəlif diffuziya proseslərinin baş vediyi hidrodinamik məsələlərin riyazi modeli parabolik tipli xüsusi törəməli qeyri-xətti diferensial tənliklər sistemi olur [2].

Maye məhlullarda diffuziya mexanizmi molekulyar-kinetik proseslə əlaqədar olub, istilik hərəkəti nəticəsində molekulların qarışdırılması ilə izah olunur.Molekulyar diffuziya ilə bərabər mayelərdə maddələrin konvektiv köçürülməsi nəticəsində yaranan diffuziya baş verir.Bu iki diffuziya birlikdə götürülür və konvektiv diffuziya adlandırılır [3]. Sıxılmayan damcılı mayenin sıxlığını zamana və fəza koordinatlarına nəzərən sabit qəbul edirik $\rho(x,y,z,t)=const$ və $\vec{v}(x,y,z,t)$ sürəti ilə hərəkət edən maye sıxılmayan olduqda $div\vec{v}=0$.Fərdi vahid həcmdəki mayenin hərəkətinin diferensial tənliyi [1]

$$\rho\ \frac{d\vec{v}}{dt}=-gradp+\mu\Delta\vec{v}+\vec{f} \tag{1}$$

Burada μ-mayenin özlülüyü , p-təzyiqi, $\vec{f}$-həcmi qüvvədir. Mayedə hərəkət miqdarının köçürülməsinin Nyuton sürtünmə qanununa əsasən, $\mu\Delta\vec{v}$ həcm qüvvəsi ilə baş verdiyi qəbul edilir. Mayenin sonsuzölçülü sistem olmasına baxmayaraq məhdud ölçülü oblastlarda (1) tənliyi özünü adi törəməli diferensial tənlik kimi göstərir.Sonsuz ölçülərdən asılı olan effektlər isə qeyri-məhdud oblastlarda və ya özlülüyün itirilməsi ilə müşayət olunan Eyler tənliklərinin doğru olduğu hallarda özünü göstərməyə başlayır. Kəsilməzlik tənliyi və hərəkətin diferensial tənliyi sərhəd və başlanğıc şərtlərindən hər hansı biri ilə birlikdə həll edilir.

$\vec{v}=0$ -bərk cisimdən ibarət tərpənməz sərhədlər boyu

$v_t^{(1)}=v_t^{(2)}, v_n^{(1)}=v_n^{(2)}$ -hərəkətdə olan iki maye fazadan ibarət maye halında, məhlulunun fazalararası sərhəddində

$F_n^{(1)}=F_n^{(2)}, F_t^{(1)}=F_t^{(2)}$ -iki maye fazanın bir-birinə qarşılıqlı təsirləri halında, xüsusi halda mayenin sərbəst səthi üzərində qüvvənin toxunan komponenti üçün $F_t=0$ götürülür.

Baxılan məsələnin həlli hidrodinamikanın üçölçülü sərhəd-başlanğıc məsələsinin həllər sinfinə aiddir.Mayelər temperaturu sabit olduqda müvazinət halını makroskopik hərəkət olan axının və mayedə həll olunmuş maddənin c(x,y,z,t) konsentrasiyasının hissəciklər boyu dəyişməsi ilə itirir.Həll olunmuş maddələr olan maye mühitdə termodinamik müvazinət makroskopik hərəkətin olmadığı $\vec{v}=0$, temperaturun (T), təzyiqin (p) və parsial (kimyəvi) potensialın $\mu(T,p,c)$ sabitliyi halında yaranır.Maddənin mayedə tam köçürülmə seli belə ifadə olunur: $\vec{j}=c\vec{v}-Dgradc$ (2) - vektoru ilə ifadə olunur. D-mühitdə diffuziya əmsalıdır.

Qeyri izotermik şəraitdə və ya xarici fiziki meydanların təsiri altında olan axın halda tam axın selinin (3) ifadəsinə əlavə toplananlar daxil olurlar.Maddələr balansını ifadə edən konvektiv diffuziyanın ümümi tənliyi [3]

$\partial c/\partial t+\vec{v}(grad)c=D\Delta c$ (3) mahiyyəti və forması etibarilə özlü mayedə köçürülən hərəkət miqdarının balansını ifadə edən Navye-Stoks tənliyi ilə eynidir [3]. Odur ki, (3) tənliyinin həllində (1) tənliyinin həllində istifadə edilən üsullar tətbiq olunur. Aydındır ki, $\vec{v}=0$ olduqda (3)-dən ikitərtibli sabit əmsallı $\frac{\partial c}{\partial t}=D\Delta c$.

Diffuziya tənliyi, c=c(x,y,z) qərarlaşmış konsentrasiya halında isə $\vec{v}(grad)c=D\Delta c$ dəyişən əmsallı ikitərtibli diferensial tənlik alınır. Reynolds ədədinin kiçik qiymətlərində mayedə maddələrin konvektiv köçürülməsi molekulyar hərəkətdən böyük üstünlüyə malik olduğundan (3) tənliyində molekulyar diffuziyanı ifadə edən $D\Delta c$ həddinin $D\Delta c=0$ şərti halında koordinatlarda

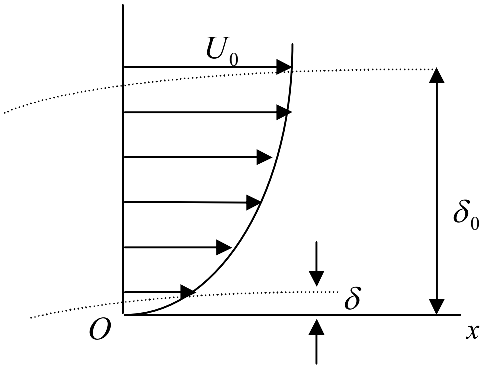
$$v_x\partial c/\partial x+v_y\partial c/\partial y+v_z\partial c/\partial z=0$$

tənliyini alırıq. Tənliyin həllərindən biri c=const, digəri isə

$\vec{v} gradc = 0$ ($gradc \perp \vec{v}$) şərtini ödəyir. Hər iki həllər sinfi prosesin fiziki mahiyyətinə uyğun olmur [4,5].Fiziki-kimyəvi reaksiya baş verən bərk cisim səthində və ya fazaların təmas səthinin yaxın ətrafında konsentrasiyaının kəskin dəyişməsi baş verir. Konsentrasiyanın qradiyenti $(\partial c / \partial x, \partial c / \partial y, \partial c / \partial z)$ çox böyük qiymətlər alır, (3)-də $D\Delta c$ həddi bərabərliyin digər hədləri ilə eyni tərtibli olur [3].

Hidrodinamikada Prandatlın sərhəd layı Reynolds ədədinin böyük qiymətlərində şərti olaraq mayenin iki oblasta bölündüyünə analoji olaraq mayelərdə konvektiv diffuziya prosesində mühit iki şərti oblasta bölünür: reaksiya səthindən uzaq məsafədə konsentrasiyanın sabit olduğu oblast səthə bilavasitə yaxın olan oblast və konsentrasiyanın kəskin dəyişdiyi oblast.

Diffuziya sərhəd layının qiyməti $\delta \approx (\frac{D\rho}{\mu})^{1/3} \delta_o$ və ya $\delta \approx D^{1/3} (\frac{\mu}{\rho})^{1/6} \sqrt{\frac{x}{U_0}}$ tərtibində alınır.Burada , δ_0 -Prandatlin sərhəd layının qiyməti, x axının frontu boyu fazalararası səthin profilinin ümmumi halda qövs uzunluğu və ya ox boyu məsafə, U_0 -makroskopik axının sürətidir. Molekullararası qarşılıqlı təsir radiusu tərtibində olan fazalar arası sərhəddin $\delta_m \leq 10^{-8} m$ qalınlıqlı layında mühitin molekulları eyni fazada bir-biri ilə,həm də digər fazaların yaxın olan layları ilə qarşılıqlı təsirdə olurlar.Qarşılıqlı təsir oblastı olan həmin layda maddənin fiziki-kimyəvi xassələri bu oblastdan uzaqda yerləşən hissəciklərin xassələrindəın kəskin fərqlənirlər. Cismin səthi cilalanmadığı halda, mayenin axını pulslarla (qərarlaşmamış), həmçinin Reynolds ədədinin qiymətindən asılı axının rejiminin dəyişməsində turbulent diffuziya layı yaranır.



Ədəbiyyat

1.Седов Л.И. Механика сплошной среды.т. 11, М,2004 г. 584стр.
2.Юдович В.И. О проблемах и перспективах современной математической гидродинамики, Успехи механики т.1, 2002г.
3.Левич В.Г. Физика-химическая гидродин.М., 1959г. 699 стр.
4.Севдималыев Ю.М., Керимова А.А. Конвективная диффузия в жидкостях, Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri mövzusunda elmi konfransının materialları, Bakı 2014
5. Севдималыев Ю.М., Керимова А.А. Об одной внешней задаче для конвективной диффузии. Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri mövzusunda elmi konfransının materialları, Bakı 2015

XÜSUSİ NÖV DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN İNTEQRAL ŞƏRTLİ SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN ƏDƏDİ HƏLLİ

Seyidov Z.B., Qarayeva G.Y.
Bakı Dövlət Universiteti

Xüsusi növ diferensial tənliklər üçün inteqral şərtli sərhəd məsələsinə baxaq:

$$y^{IV} = a(x)y''' + b(x)y'' + c(x)y' + d(x)y + e(x)z + f(x),$$
$$z'' = \theta(x)z' + \tau(x)z + \varphi(x)y' + \psi(x)y + F(x), \qquad [0,T] \qquad (1)$$
$$y(0) = \gamma_1, \ \int_0^T \alpha(s)y(s)ds = \gamma_2, \ y'(0) = \gamma_3, \ y''(T) = \gamma_4,$$
$$z(0) = \gamma_5, \ \int_0^T \beta(s)z(s)ds = \gamma_6 .$$

Burada $\alpha(x)$, $\beta(x)$ $[0,T]$-də kəsilməz funksiyalardır, γ_1, γ_2, γ_3, γ_4, γ_5, γ_6 verilmiş ədədlərdir.

Yeni funksiyalar daxil edək: $y' = v$, $v' = u$, $u' = w$, $z' = G$

$$\xi(x) = \int_0^x \alpha(s)y(s)ds, \ \eta(x) = \int_0^x \beta(s)z(s)ds . \qquad (2)$$

Buradan alırıq

$$\xi(0) = 0, \ \xi(T) = \gamma_2, \ \eta(0) = 0, \ \eta(T) = \gamma_6,$$
$$\xi'(x) = \alpha(x)y(x), \ \eta'(x) = \beta(x)z(x) .$$

Beləliklə, (1) sərhəd məsələsi birinci tərtib diferensial tənliklər sistemi üçün ikinöqtəli sərhəd məsələsinə gətirilir. (1) sərhəd məsələsi üçün

$$
\begin{gathered}
y_{i+1} = y_i + h\nu_i \\
\nu_{i+1} = \nu_i + hu_i \\
u_{i+1} = u_i + hw_i \\
w_{i+1} = (1 + ha_i)w_i + hb_i u_i + hc_i \nu_i + hd_i y_i + he_i z_i + hf_i \\
G_{i+1} = (1 + h\theta_i)G_i + h\tau_i z_i + h\varphi_i y_i + h\psi_i \nu_i + hF_i \\
\xi_{i+1} = \xi_i + h\alpha_i y_i \\
\eta_{i+1} = \eta_i + h\beta_i z_i \qquad (i = 0,\dots,N-1) \\
y_0 = \gamma_1, \xi_0 = 0, \xi_N = \gamma_2, \nu_0 = \gamma_3, u_N = \gamma_4, z_0 = \gamma_5, \eta_0 = 0, \eta_N = \gamma_6
\end{gathered}
$$

fərqlər sxemi qurulur.

Buradakı başlanğıc naməlumlar u_0, w_0, G_0 -ı təyin etmək üçün

$$
\begin{aligned}
u_i &= R_i y_i + P_i \nu_i + Q_i w_i + E_i G_i + S_i \\
\xi_i &= R_i' y_i + P_i' \nu_i + Q_i' u_i + E_i' w_i + B_i' G_i + S_i' \\
\eta_i &= R_i'' y_i + P_i'' \nu_i' + Q_i'' u_i + E_i'' w_i + B_i'' G_i + S_i''
\end{aligned}
$$

ayrılışları tədqiq edilir.

TƏHSİ SİSTEMİ VƏ MÜNAQİŞƏLƏR

Şimiyev H.V.
Bakı Dövlət Universiteti

İnkişaf etmiş ölkələrdə biliyə və informasiyaya çox fikir verilir. Onlar hətta həyat səviyyəsinin müəyyən olunmasında əsas amil kimi qəbul olunurlar. Bu gün texnologiya cəhətdən inkişaf etmiş ölkələrin iqtisadiyyatı biliklər bazası əsasında inkişaf etdirilir. İnkişafa başlamaqda olan ölkələr isə biliklərə sahib olmaqla və onları istehsalatda, idarəetmədə və s. tətbiq etməklə öz sosial-iqtisadi inkişaflarına nail ola bilərlər. Bunun üçün belə ölkələr təhsil və elm bazalarını möhkəmləndirməlidirlər. Hər şeydən əvvəl başa düşmək lazımdır ki, bilik məhsul və ya kompüter deyil ki, onu mağazadan alasan. Biliyi əmtəədən fərqləndirən iki cəhət var.

Birincisi - biliyin bir adam tərəfindən mənimsənilməsi o deməkdeyildir ki, onu başqası mənimsəyə bilməz. İqtisadçılar bunu eyni zamanda bir neçə istifadəçinin bərabər dəyər prinsipi adlandırırlar. ABŞ-ın prezidenti olmuş Tomas Cefersonun sözlərinə görə, "Əgər mən insanla ideyalarımla bölüşürəmsə və o insan bundan müəyyən bilik əldə edirsə, bununla mənim öz biliyim azalmır. Belə yolla hər hansı insan mənim şamımdan od yandırıb işıq alır, amma mənim şamım elə parlaq olaraq yanmağını davam etdirir". Qeyd edək ki, Tomas Ceferson hələ ABŞ-ın Virciniya ştatının qubernatoru olarkən dünyada ilk dəfə ştatın qanunvericilik orqanına müraciət edərək "biliklərin yayılması planını" müzakirə etməyi tövsiyə etmişdir. Sonradan Rusiyada Lenin, Hindistanda Qandi T.Cefersonun ideyalarını davam etdirərək belə bir qənaətə gəlmişlər ki, biliklərin geniş şəkildə yayılması cəmiyyətin inkişafının ən ümdə şərtlərindən biridir.

İkincisi - əgər yeni yaradılmış müəyyən bir məhsul ictimai dəyərə çevrilirsə, onun müəllifi başqalarının həmin məhsuldan istifadə etməsinə heç bir qadağa qoya bilməz. Beləliklə, biliklərdən hər bir şəxs istifadə edə bilər. Deməli, cəmiyyətin inkişafının siyasi, ictimai və iqtisadi amillərindən ən başlıcası elmi biliklərdən lazımınca istifadə olunmasıdır. Biliklərin yaranmasında ən mühüm amil dövlətin elmə və təhsilə çəkdiyi xərclərdir.

BMT tərəfindən 1990-cı ildən başlayaraq, dünyanın ayrı-ayrı dövlətlərində insan inkişafının müxtəlif səviyyələrini müəyyən etmək məqsədilə bir sıra məruzələr hazırlanır. Azərbaycan Respublikası üzrə bu tipli məruzələr 1995-ci ildən başlayaraq hazırlanmaqdadır. Bu məruzələrdə insan inkişafı indeksi – i.i.i., Qender inkişafı indeksi – Q.i.i. və insan yoxsulluğu indeksi – i.y.i. göstərilir.

İnsan inkişafı indeksi üç əsas göstərici – orta ömür müddəti, təhsil səviyyəsi və adambaşına düşən ümumi daxili məhsul əsasında hesablanır. Bu üç komponentdən birinin təhsil səviyyəsi olması ən mühüm elementlərdəndir və insan üçün təhsilin nə dərəcədə önəmli olduğunun göstəricisidir.

Qeyd etmək lazımdır ki, başqa dövlətlərdə elmi inkişafa sərf olunan xərclər təhsil xərclərinin tərkibində hesablandığı üçün Azərbaycan Respublikası üzrə elmi inkişaf xərclərini təhsil xərclərinin tərkibinə daxil etmək zərurəti yaranır. Azərbaycanda elmə sərf olunan xərclər göstəricisi son illər ümumi daxili məhsulun təqribən 0.23%-ni təşkil edir.

Yuxarıda deyilənlərə əsasən alırıq ki, təhsilə və elmə çəkilən xərclər ümumi daxili məhsulun həcmindən (ÜMD) və büdcə xərcləri səviyyəsindən asılı olaraq müəyyənləşdirilir:

$$(təh)_t \quad = \quad f((ÜDM)_{v,}\ (BÜD)_t)$$

$$(EYM)_t \quad = \quad f((ÜDM)_{v,}\ (BÜD)_t)$$

Əmək haqqının (ƏMH) səviyyəsi ümumi daxili məhsul və təhsil səviyyəsi vasitəsilə müəyyən edilir:

$$ƏMH \quad = \quad f(ÜDM,\ təh)$$

Bu tənliklər sosial-iqtisadi inkişafın makroekonometrik modelinin tənlikləri adlanırlar.

Çoxumuza məlumdur ki, hər bir ölkənin sosial-iqtisadi siyasətinin əsas məqsədi ərazisində yaşayan insanların maddi və mənəvi tələblərini ödəməkdən ibarətdir. 20-ci əsrin 50-ci illərindən başlayaraq ABŞ və Böyük Britaniya alimləri tərəfindən irəli sürülmüş “insan kapitalı” nəzəriyyəsi inkişaf etməyə başlamışdır. Bu nəzəriyyənin tərəfdarları “insan kapitalı” dedikdə təhsilə, ixtisasın artırılmasına, səhiyyəyə, elmə və miqrasiyaya çəkilən xərcləri, yəni insan inkişafına sərf olunan bütün sərmayələri nəzərdə tuturlar. Təhsilə, elmə və ixtisasın artırılmasına yönəldilən xərclər insanın biliyini artıraraq onun məhsuldar qüvvəsinin artmasına təsir göstərir. Alimlər belə bir nəticəyə gəliblər ki, insan inkişafına yönələn sərmayə sosial-iqtisadi inkişafa daha səmərəli təsir göstərir. Başqa sahələrdə olduğu kimi, təhsilə yönəldilən sərmayələr (xərclər) onun sərmayə qoyuluşuna tələbatından və sərmayələrin verdiyi səmərədən asılı olaraq müəyyənləşdirilməlidir.

Təhsil sistemində aparılan tədqiqatlar göstərir ki, zəif inkişaf etmiş ölkələrdə yüksək inkişaf etmiş ölkələrə nisbətən orta və ali təhsilə çəkilən xərclərin səmərəsi daha yüksəkdir. İnkişaf etmiş ölkələrdə orta təhsilə yönəldilən xərclər ildə 9.5% səmərə verirsə, bu göstərici zəif inkişaf etmiş dövlətlərdə ildə 15.2% səmərə verir. Bu ölkələrdə ali təhsilə yönəldilən xərclər uyğun olaraq ildə 9.4% və 12.3% səmərə verir.

Təhsilə yönəldilən sərmayələrin səmərəlilik əmsalı

$$E_{TS} \quad = \quad (Q_{TS} \cdot 100)/S_T$$

düsturu ilə hesablanır. Burada E_{TS} (faiz /il) – təhsilə sərf edilən sərmayənin səmərəlilik əmsalını, Q_{TS} – təhsilə sərf edilən sərmayənin nəticəsində əldə edilən gəlirin illik həcmini, S_T – təhsilə sərf edilən sərmayənin həcmini göstərir.

Sonda onu qeyd edək ki, postsovet respublikalarının böyük əksəriyyətində demokratik idarəetmə prinsiplərindən imtina olunması, hərcmərclik, qəddarlığın artması, mənəvi dəyərlərin itib getməsi, qanunlara hörmət olunmaması, cəmiyyətdə harmonik münasibətlərin formalaşmaması, iqtisadi böhran, əhalinin kasıblaşması və s. sosialist və kommunist ideallarının dirçəlməsini stimullaşdırır. Belə şəraitdə bütün cəmiyyətdə və onun ayrılmaz hissəsi olan pedaqoji prosesdə münaqişə və münaqişə situasiyalarının yaranması tamamilə qanunauyğun hala çevrilir. Bundan başqa son zamanlar təhsil sistemində çalışan professor – müəllim heyətinin və tələbələrin sırasında şəxsiyyətdaxili münaqişələrin sayının müşahidə olunmaqdadır. Maddi çətinliklər, sosial statusun aşağı olması, gələcəyə ümidin olmaması müəllim və tələbələri məcbur edir ki, onlar əlavə maaş əldə etmək üçün şəxsiyyətlərini alçaldaraq müəyyən sahələrdə fəaliyyət göstərsinlər. Şəxsiyyətdaxili münaqişələr müxtəlif tipli münaqişələrin yaranmasını stimullaşdırır və pedaqoji prosesə neqativ təsir göstərir.

SƏRHƏD ŞƏRTİNDƏ PARAMETR OLAN QEYRİ-LOKAL MƏSƏLƏLƏRİN TƏDQİQİ

Süleymanov N.S, Ağamalıyev R.X, Mehdiyev H.B, Hacıyev R.N.

Sərhəd şərtində spektral parametr olan qeyri-lokal məsələlərin analitik həllini tapmaq çətin və ya mümkün olmur.Ona görə bu tip məsələlərin effektiv həlləri ədədi üsulların köməyilə olur.Misal üçün bu tip məsələlərə [1]- [2]-də baxılmışdır.Son dövrlərdə müəyyən oblastda sərhəd şərtinə parametr daxil olan Steklov tipli məsələlərin məxsusi ədədlərinin hesablanması [3]-də verilmişdir. Burada müəyyən oblastda bu tip məsələləri həll etmək üçün variyasiya, inteqral tənliklərin, kompleks dəyişənlərin üsullarından istifadə edilib.

Qeyd olunan iş [4]-ün davamıdır.Aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$\Delta U = 0 \quad \text{в} \; D \tag{1}$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial n}\right|_{\Gamma} = \lambda U, \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial U}{\partial n}\right|_{S} = 0, \tag{3}$$

harada D - n ölçülü fəzada məhdud oblastdır,sərhəd iki hissədən ibarətdir : $\partial D = \Gamma U S$;

n - D oblastının sərhəd normalının ortudur.Görmək olar ki, (1)-(3) məsələsi üçün sonsuz sayda $0 \le \lambda_1 \le ... \le \lambda_n \le ...$ məxsusi ədədləri var və $\lambda_n \to \infty$, $n \to \infty$ olduqda.

Variyasiya üsullarından məlumdur ki, (1)-(3) məsələsinə aşağıdakı funksionalın min-un tapılması ekvivalentdir.

$$F(u) = \frac{\int_D \frac{\partial u}{\partial n} u ds}{\int_\Gamma u^2 ds} \tag{4}$$

harada ki,

$$\int_\Gamma u dx = 0 \tag{5}$$

ortoqonallıq şərti ödənilməlidir.(4) funksionalı üçün variyasiya məsələsini Rits üsulu ilə həll etmək üçün koordinatlar funksiyası sistemi kimi harmonik polinomları seçək.

$$C_n^m = b_{mn} P_n^m(\cos\theta) \cos m\eta R^n;$$

$$S_n^m = b_{mn} R^n P_n^m(\cos\theta) \sin m\eta;$$

harada ki, $b_{mn} = \dfrac{2^m m!(n-m)!}{(m+n)!}$

Polinomlar üçün aşağıdakı rekurent düsturlar doğrudur:

$$C_m^m = r^m \cos m\eta; \quad C_{m+1}^m = xC_m^m;$$

$$S_m^m = r^m \sin m\eta; \quad S_{m+1}^m = xS_m^m;$$

$$S_{m+1}^m = \frac{1}{n+m+1}\left[(2n+1)xS_n^m - (n-m)R^2 S_{n-1}^m\right];$$

$$C_{n+1}^m = \frac{1}{n+m+1}\left[(2n+1)xC_n^m - (n-m)R^2 C_{n-1}^m\right];$$

Məxsusi ədədləri aşağıdakı tənlikdən təyin edək:

$$\det(a_{ij} - \lambda\beta_{ij}) = 0 \tag{6}$$

α_{ij} və β_{ij} konkret formula ilə təyin olunur.

Qeyd olunan alqoritm (4) məsələsinin həllinin S sərhəd şərtində ödəməsi üçün əvvəlcədən təyin olunan sistem koordinat funksiyalarının qurulmasına əsaslanır.Deməli, Γ sərhəd şərtini ödəyən Laplas tənliyinin həllini də tapmaq olar.

Deməli, əgər S səthində $\frac{\partial u}{\partial n}$ qismən sıfırdan fərqli olsa,onda λ məxsusi ədədi μ parametrinin qiymətinə yaxın olur.Ona görə matris məsələsində $\mu = \lambda$ yazsaq,aşağıdakı məxsusi ədədlərin hesablanması məsələsinin həll edilməsinə gələrik.

$$\left(A_1 + 2\lambda A_2 + \lambda^2 A_3 - \lambda B\right)x = 0,$$

Burada (1)-(3) məsələsinin tapılmış təqribi həlli Γ sərhəd şərtini dəqiq ödəyəcəyək.

Deməli,qeyd olunan variyasiya üsulunun modifikasiya olunmuş variantından istifadə etməklə dəqiq həllə yaxın olan təqribi həlli tapmaq olar. Qeyd edək ki,bu modifikasiya olunmuş alqoritm vasitəsi ilə alınmış məxsusi ədədlər və məxsusi funksiyalar əvvəlki variantlara nisbətən daha dəqiqdir,istifadə olunan yaddaş sahəsi,komputerdə realizə olunma vaxtı daha effektlidir.

Ədəbiyyat

1. М.Ш. Бирман, М.З. Соломяк. Итоги науки и техники, математической анализ, т.14 ВИНИТИ, 1997, стр. 5-58.
2. Комаренко А.Н., Луковский И.А., Фешенко С.Ф. К задаче собственных значениях с параметром в краевых условиях УМЖ, 1965, стр 22-30.
3. Dittmar Bodo. Uber Steklofsche Eigenwerte wiss. Pad. Hochsch N.K. Krupskaya, Hall-Kotlen 1988, 26, N 8, c. 3-8.
4. Сулейманов Н.С., Гусейнов Э.А. Нелокальные задачи со спектральным параметром в краевых условиях. Известия СГУ, том 2, №1, 2002.

KORTEVEQA-DE FRİZ VƏ DİFFİZİON TİP QEYRİ-XƏTTİLİYƏ MALİK EVOLYUSİYA TƏNLİYİNİN BİR XÜSUSİ HƏLLİ HAQQINDA.

Tağıyev N.M., Mansurzadə N.B., Tağıyev M.M.

Bakı Dövlət Universiteti

Maye ilə doymuş ikifazalı məsaməli mühitlərdə həyəcanlanma nəticəsində yaranan qeyri-xətti dalğalar arasında elə xüsusi təbiətli soliton, knoidal, sönən və s. növ dalğaları var ki ,bu dalğalar həm mənbə , həm də yayıldığı mühitlər haqqında digər dalğalarla müqa-yisədə daha çox informasiya daşıyır. Buna səbəb bu dalğaların öz formasını dəyişmədən mühit və mənbənin xarakteristikalarından asılı olaraq müəyyən amplitudla və sürətlə yayıla bilməsidir.

İstifadə olunan ikifazalı kontinuum modeldə hər iki fazaya iki qarşılıqlı sıxılan mühit kimi baxılır. Bu fazaların qarşılıqlı mexaniki təsirdə olduqları fərz olunur. Bərk fazanı ətalət qüvvəsinə malik daha kiçik bir neçə hissəcikdən əmələ gələn özlü-elastiki hissəciklər təşkil edir. İkifazalı kontinuumda həyəcanlanma ləng dəyişən amplitud metodunun köməyi ilə tədqiq edilir.

Məsələnin qoyuluşu. Birölçülü və izotermik hal üçün məsələnin riyazi qoyuluşu bərk fazanın deformasiyası ilə gərginliyi arasındakı əlaqəni

$$\left(b_0+\sum_{l=1}^{m} b_l \frac{D^l}{Dt^l}\right)(\sigma+\gamma P)=\left(a_0+\sum_{l=1}^{n} a_l \frac{D^l}{Dt^l}\right)e_1 \qquad (1)$$

şəklində götürməklə kütlənin və impulsun saxlanması tənliklərinin

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i)}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha_i\rho_i\vartheta_i)}{\partial x}=0,\quad \alpha_1+\alpha_2=1,\ i=1{,}2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i\vartheta_i)}{\partial t}+\frac{\partial(\alpha_i\rho_i\vartheta_i\vartheta_i)}{\partial x}=\delta_{1i}\frac{\partial\sigma}{\partial x}+\alpha_i\frac{\partial P}{\partial x}-(-1)^i R_{12} \qquad (3)$$

və termodinamik hal tənliyi

$$\rho_1=\rho_1(\sigma,P),\quad \rho_2=\rho_2(P) \qquad (4)$$

ilə aşağıdakı kinematik münasibətin

$$\frac{\partial e_1}{\partial t}+\frac{\partial e_1\vartheta_1}{\partial x}=\frac{\partial\vartheta_1}{\partial x} \qquad (5)$$

əmələ gətirdiyi tənliklər sisteminin həllinin tapılmasına gətirilir.

Fazalararası müqaviməti aşağıdakı şəkildə vermək olar:

$$R_{12}=(\vartheta_2-\vartheta_1)f\left(\left|\vec{\vartheta}_2-\vec{\vartheta}_1\right|\right)=K_v(\vartheta_2-\vartheta_1)+K_v b(\vartheta_2-\vartheta_1)\left|\vec{\vartheta}_2-\vec{\vartheta}_1\right| \qquad (6)$$

Bərk fazanın tutduğu həcm α_1-ə , maye fazanınkı α_2-yə, müxtəlif fazalardakı maddələrin həqiqi sıxlığı ρ_1 və ρ_2-yə, sürətləri ϑ_1,ϑ_2-yə bərabərdir;

$\sigma=\alpha_1(\Gamma-P)$, P-maye fazadakı təzyiq , Γ-bərk fazanın həqiqi gərginliyi , δ_{1i}-vahid tenzoru, $\alpha_1^{(0)}-\alpha_1$-ın başlanğıc qiymətini göstərir; $\gamma=\beta_1 k$, β_1 və k- bərk hissəciyin və bütün bərk fazanın izotermik sıxılma əmsalını göstərir.

Bərk və maye fazanın parametrləri burada uyğun olaraq “1” və “2” indeksləri ilə işarələnmişlər.

(1)-(6) tənliklər sistemini birlikdə həll edərək ikinci yaxınlaşmada qeyri-xətti dalğaların ikifazalı kintinuumda yayılmasını təsvir edən aşağıdakı qeyri-xətti tənlik alınmışdır.

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial \vartheta}{\partial T}-R_2\vartheta\left(1+\frac{r}{|R_1|}\left|1-\frac{\alpha_1^{(0)}\rho_1^{(0)}-a_0/b_0c^2}{\rho_1^{(0)}(\alpha_1^{(0)}-\gamma)}\right|\|\vartheta_1|\right)\Bigg]+$$

$$+R_3\sum_{l=1}^{n}(-1)^{l+1}A_{l+1}\frac{\partial^{l+1}\vartheta}{\partial T^{l+1}}=0 \qquad (7)$$

burada

$$A_{l+1}=\Gamma_{m-1}\frac{a_0b_l}{b_0}-\Gamma_{n=l}a_l, \qquad R_2 \text{ və } R_3$$

müəyyən əmsallardır.

(7) tənliyi Kontevera-de Friz tənliyinin ümumiləşdirir və həm də diffuzion tip qeyri-xəttiliyə malikdir. Xüsusi hallarda bu tənlikdən qeyri-xətti dalğaların məlum klassik bir və ikifazalı mühitlərdə tənlikləri alınır.

(7) tənliyindəki yüksəktərtibli xüsusi törəmələr (1) münasibəti ilə əlaqədardır.

(7) tənliyinin ümumi halda dəqiq həlli riyazi cəhətdən çox çətindir. Ona görə də onun xüsusi halda dəqiq həllini tapmaq üçün əvvəlcə r=0 götürək və R_2 -ni sıfıra yaxınlaşdırsaq, onda (7) tənliyi sadələşir:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial \vartheta}{\partial T}+R_3\sum_{l=1}^{n}(-1)^{l+1}A_{l+1}\frac{\partial^{l+1}\vartheta}{\partial T^{l+1}}=0 \qquad (8)$$

n=3 olduqdaa Beklunda çevrilməsini qoymaqla və Xirot metoduna analoji metodu tətbiq etməklə (8) tənliyinin dəqiq həlli tapılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Николаевский В.Н. Нелинейные волны в грунтах и трещиноватых горных породах. Физ.тех.проб.разработки полезных ископаемых.1988, N6.C.31-38.
2. Ramazanov T.K, , Kurbanov A.I. The numerical moodeling of non-linear wave process in two-phase systems. Proc. of the 26^{th} Annual Iranian Mathematics Conference Kerman, 1995 p. 341-346.
3. Тагиев М.М., Tağıyev R.M. “Доминантная частота нелинейных волн,созданных возмущениями в монодисперсных суспензиях “Azərbaycan Respublikası Təhsil nazirliyi Maşınşünaslıq, No1. 2013.Bakı.səh 43-47

PARAMETRDƏN ASILI MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ ÜSULLARI

Tahirov B.Ö., Qocayeva X.A.
Bakı Dövlət Universiteti

Parametrdən asılı məsələlərin həlli şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişaf etdirilməsində əvəzolunmaz vasitədir. Onların həlli zamanı ən çətin mərhələ bütün mümkün halları nəzərə alan həll planının qurulmasıdır.

Məktəb riyaziyyat kursunda öyrənilən parametrdən asılı məsələləri aşağıdakılara bölmək olar:

1) parametrin verilmiş çoxluqdan olan hər bir qiyməti üçün tənliyi, bərabərsizliyi və ya onların müxtəlif konstruksiyalarını həll etməyi tələb edən məsələlər;
2) parametrin verilmiş qiymətləri üçün tənliyin, bərabərsizliyin və ya onların müxtəlif kostruksiyalarının həlləri sayını tapmağı tələb edən məsələlər;
3) tənlik, bərabərsizlik və ya onların müxtəlif kostruksiyalarının verilmiş sayda həllinin olması üçün parametrin ala biləcəyi qiymətləri tapmağı tələb edən məsələlər;
4) tənlik, bərabərsizlik və ya onların müxtəlif kostruksiyalarının həlləri çoxluğunun verilmiş şərtləri ödəməsi üçün parametrin ala biləcəyi qiymətləri tapmağı tələb edən məsələlər və s.

Parametrdən asılı məsələlər, əsasən, analitik və qrafik üsulla həll olunur.

Təqdim olunan iş düz xətt və parabolanın, düz xətt və cevrənin, iki çevrənin qarşılıqlı vəziyyətinin öyrənilməsinə xidmət edən parametrdən asılı məsələlərə həsr olunmuşdur. Onlardan bir neçəsi ilə tanış olaq.

Məsələ 1. a parametrinin hansı qiymətlərində

$$y = 3a(x-3) - 2$$

düz xətti

$$y = 2x^2 - 7x + 9$$

funksiyasının qrafikinə toxunar?

Həlli. $y = 2x^2 - 7x + 9$ parabolası ilə hər bir qeyd olunmuş a -ya uyğun

$$y = 3a(x-3) - 2$$

düz xəttinin ikidən çox ortaq nöqtəsi olmaz. Çünki

$$2x^2 - 7x + 9 = 3a(x-3) - 2$$

tənliyinin ikidən çox həlli olmaz.

Bu tənliyin köklərinin sayı parabola ilə $y = 3a(x-3) - 2$ düz xəttinin ortaq nöqtələrinin sayına bərabər olduğundan onun diskriminantını tapaq

$$D = 9a^2 - 30a - 39 = 9(a+1)\left(a - \frac{13}{3}\right).$$

Deməli, $a = -1$ və $a = \dfrac{13}{3}$ qiymətlərində

$$y = 3a(x-3) - 2$$

düz xətti

$$y = 2x^2 - 7x + 9$$

parabolasına toxunar, $a \in (-\infty; -1) \cup \left(\dfrac{13}{3}; \infty\right)$ qiymətlərində isə bi iki qrafik iki nöqtədə kəsişər.

$f(x)$ və $g(x, a)$ qrafiklərinin toxunma nöqtəsinin x_0 absisini

$$\begin{cases} f(x_0) = g(x_0, a) \\ f'(x_0) = g'(x_0, a) \end{cases}$$

sistemindən də tapmağın mümkün olduğunu nəzərə alsaq, onda qoyulmuş məsələni həll etmək üçün

$$\begin{cases} 2x_0^2 - 7x_0 + 9 = 3a(x_0 - 3) - 2 \\ 4x_0 - 7 = 3a \end{cases}$$

sistemini həll etmək lazımdır.

Bu sustemi həll etsək, $x_0^2 - 6x_0 + 5 = 0$ tənliyindən $x_0 = 1$, $x_0 = 5$ taparıq. Bu qiymətləri sistemin ikinci tənliyində nəzərə alsaq $a = -1$ və $a = \dfrac{13}{3}$ alarıq.

Məsələ 2. a parametrinin hansı qiymətlərində $y = ax + 5$ düz xətti $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 8$ çevrəsinə toxunar?

Bu məsələni də bir neçə üsulla həll etmək olar.

I üsul.

$$\begin{cases} y = ax + 5 \\ (x+3)^2 + (y-4)^2 = 8 \end{cases}$$

sistemindən

$$(x+3)^2+(ax+1)^2=8$$

tənliyini alarıq. Bu tənlik sadə çevirmədən sonra

$$(1+a^2)x^2+(2a+6)x+2=0$$

şəklinə gətirilə bilər. Sonuncu tənliyin diskriminantı

$$D=(2a+6)^2-8(1+a^2)=-4(a^2-6a-7)$$

kimi tapılar.

$a=-1$ və $a=7$ olduqda $D=0$ olar.

Deməli, $a=-1$ və $a=7$ olduqda $y=ax+5$ düz xətti

$$(x+3)^2+(y-4)^2=8$$

çevrəsinə toxunar. $-1<a<7$ olduqda isə $y=ax+5$ düz xətlər ailəsinin hər biri $(x+3)^2+(y-4)^2=8$ çevrəsinin kəsəni olar.

II üsul. Əgər verilmiş düz xətlə çevrənin mərkəzi arasındakı məsafə çevrənin radiusuna bərabər olarsa, onda bu düz xətt çevrəyə toxunar. Ona görə də $(x+3)^2+(y-4)^2=8$ çevrəsinin mərkəzi olan $M(-3;4)$ nöqtəsindən $y=ax+5$ düz xətlərinə qədər olan məsafənin $2\sqrt{2}$-yə bərabər olması faktından istifadə etməklə qoyulmuş məsələni həll etmək olar. $M(-3;4)$ nöqtəsindən $ax-y+5=0$ düz xəttinə qədər olan məsafənin $2\sqrt{2}$-yə bərabər olduğunu əsas götürüb a-ya nəzərən aşağıdakı tənliyi alarıq:

$$\frac{a\cdot(-3)-1\cdot 4+5}{\sqrt{a^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}\,.$$

Elementar çevirmədən sonra bu tənlik $a^2-6a-7=0$ şəklinə gətirilə bilər. Bunun kökləri -1 və 7-dir. Deməli, $a=1$ və $a=7$ olduqda $y=ax+5$ düz xətti verilən çevrəyə toxunur.

Ədəbiyyat

1. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения. Москва: Оникс. Мир и образование, 2007, 416 с.

BAŞ BEYN QABIĞI FƏALLIĞININ İCRASINI TƏMİN EDƏN STOXASTIK PRİNSİPLƏR. MARKOV TİPLİ REFLEKTOR ZƏNCİRLƏR

Tahirov M., Tahirov M.
Ekoenerji Akademiyası, Kibernetika İnstitutu

1.Reflektor zəncirlər. Insanın və onurğalı heyvanların baş beyn böyük yarımkürələrinin qabığı və ona yaxın qabıqaltı birliklər mərkəzi sinir sisteminin – MSS ali şöbəsini təşkil edir. Bu orqanın funksiyası orqanizmin ali əsəb fəaliyyətinin (davranışın) əsasını təşkil edən mürəkkəb reflektor reaksiyaların icrasını təmin etməkdən ibarətdir. Baş beyn ali şöbəsinin reflektor fəaliyyəti ilk dəfə görkəmli rus fizioloqu L.M.Secenov tərəfindən "Baş beyn refleksləri" əsərində əsaslı şərh olunmuşdur. Bildirək ki, Secenova qədər psixi proseslərin baş vermə səbəbləri və eləcə də icra mexanizmi fizioloqlar və sinir sisteminin nöyrənilməsi sahəsində çalışan alimlər tərəfindən əsaslı öyrənilməmişdir. Bu hal onların bu problemi subyektiv psixologiyanın predmetinə aid etmələri ilə izah olunmuşdur.

L.P.Pavlov Secenovun ideyalarını inkişaf etdirərək, baş beyn qabığının funksiyalarını təcrübi öyrənmiş, şərti reflekslər metodunu işləyib-hazırlamış və bununla ali əsəb fəaliyyəti təlimini yaratmışdır. O, reflektor reaksiyaların MSS-nin qabıqaltı nüvələri, beyn lüləsi və onurğa beyni kimi alt şöbələrinin irsən möhkəmləndiyini və sinir yollarında irsən icra olunması təmin olunduğu halda, baş beyn qabığında orqanizmə göstərilən rəngarəng çox saylı təsirlər nəticəsində doğrulan qıcıqlanmalar üzündən sinir əlaqələrinin yenidən canlanmasına səbəb olduğunu göstərmişdir. Onun əldə etdiyi bu nəticələr reflektor reaksiyaların şərti və şərtsiz kimi iki əsas qrupa bölünməsilə nəticələnmişdir.

Burada məlum nəzəri biliklərə əsaslanılaraq, sinir impulsunun sinir hüceyrələri şəbəkələri üzrə dinamikası təhlil edilir, sinir hüceyrələri şəbəkələri transplantasiya edildikdə, sinir fəaliyyətində nə kimi yeni təzahürlərin icra edildiyinin təmin olunduğu göstərilir və bu metodla psixi pozulmaların normal hala gətirilməsində çox ciddi naliyyətlərin əldə edilməsinə böyük ümidlər verilir.

Burada son məqsəd ,baş beyn qabığı fəallığının stoxastik prinsip əsasında icra edildiyini nəzərə alaraq,bu fəallığın Markov və yarımmarkov tipli reflektor qövslər sayəsində təmin edildiyini göstərməkdən ibarətdir.

2. Mərkəzi sinir sistemində Markov və yarımmarkov tipli Reflektor zəncirlər. Burada biz insan orqanizminin vahid tamlığının təmin edilməsində mühüm rol oynayan "Markov və yarımmarkov tipli neyronlar zəncirləri",onların faydalı tətbiqləri haqda danışmaq istəyirik.

Bu səbəbdən ilk öncə reflektor reaksiyaların əsasını təşkil edən reflektor qövslərin struktur quruluşu haqda dolğun təsəvvürə malik olmaq lazımdır.

Bildirək,ki , burada reseptordan effektora qədər olan hissədə işin icrasına cavabdeh olan neyronlardan təşril edilən zəncir şəklində tərtib edilən yolun ,"Reflektor qövs" adlandırılması şərtləşilir.Belə qövsdə əksər hallarda hissi və hərəki neyronlar arasında sanki bilərəkdən bir və birnecə assosiativ müdaxilə edilmiş neyron yerləşdiyi müşahidşə olunur.Biz belə reflektor qövslərin "Müdaxilə edilmiş reflektor qövslər" adlandırılmasını təklif edir və belə neyronlar zəncirlərində sinir impulslarının ötürülməsinin idarə edilməsinin və bununla qoyulmuş məqsədə nail olmanın təmin edilə bilməcəyini düşünürük.Belə zəncirdə reflektor qövs neyronları arası məsafələrin üstlü ehtimalı paylanma qanunu ilə paylanmaları təmin edilməklə ,qövs yarımmarkov qövsü edılə bilər.Belə halda stasionar impulslar selinin ötürülməsi təmin edilməklə, orqanizmdə aşkar edilmiş qüsurun aradan qaldırılması təmin edlə bilər.

Bütün bunlar barədə daha əyani təsəvvür yaratmaq məqsədilə orqanizmin sinir fəaliyyətini təmin edən "Təsadüfi neyron şəbəkəsi "kimi tanınan üçüncü tip şəbəkə haqda bir qədər ətraflı məlumat verək.

Beyn qabığı fəallığının stoxastik prinsip əsasında qurulduğunun şərtləşilməsi, onun təşkili üçün çox vacib tələb hesab olunur. Maraqlısı isə budur ki, bu prinsip MSS-inin daşıdığı funksiyanın normal icrasının təmin edilməsi üçün də əsas sayılır.

İlk öncə son iyirmi–otuz ildə neyroplantalogiya sahəsində əldə edilmiş əsaslı yeniliklər haqda məlumat verək.

Bildirək ki, kecən əsrin sonlarında Amerikalı neyrocərrahın heyvanların beyninə sinir toxumalarını tranplantasiya etməsi , bu sahədə ən dəyərli nailiyyət hesab olunmuşdur.Belə ki, sınanılanın baş beyn toxumuları tranplantasiya edilərkən, onun beynində əsaslı struktur-funksional dəyişmələr müşahidə edilmişdir.

1926-cı ildə Bryurenko S. və Ceculin S. tərəfindən Dünyada ilk dəfə süni qan dövranı apparatının qurulması , 1973-cü ildə isə Amerikalı neyrocərrah Robert Uayt tərəfindən meymunun beynini tədric etdikdən sonra iki gün yaşamasının müşahidə olunması ,bu sahədə ən böyük uğurlar sayılmışdır.Robert Uaytın sonralar sıcovul və meymunların başlarının köcürülməsini həyata kecirdiyi bildirilir.

Son dövrlərdə neyrocərrahların : Parkinson xəstəliyi,epilepsiya, şisofreniya ,uşaq işemik ensofalopatiya və s. kimi müalicəsi cox cətin olan bir cox xəstəliklərin müalicə edilməsində struktur-funksional pozulmaların korreksiyaları ücün neyroplantasiya metodundan istifadə etdikləri bildirilir.

Burada Mən yuxarıda adları cəkilən və cəkilməyən bir necə xəstəliyin doğrulma səbəbləri haqda məlumat berilməsini vacib hesab edirəm. Belə ki, fikrimcə orqanizdə baş verən bu və digər bu tip təzadların baş verməsinin əsas səbəbi, sinir sistemində sinir impulsunun : Eylerin yeddi korpü problemi, Poya problemi və Kommuvoyajer məsələsində olduğu kimi, qapalı trayektoriyalar üzrə dövru hərəkət etməsidir.

Bildirirəm ki , belə qapalı və elementləri arasında hər hansı tip, Məsələn ,Markov tipli,Martinqal və ya korreliyasion asılılıq münasibətləri ola bilən, zəncirvari asılılıq münasibətləri irsi və həyatdan qazanılan vərdişlərə görə də ola bilr.

3. Şərti reflekslərin ümumi xarakteristikası və əsas xassələri

Ətraf mühitin və ya orqanizmin müəyyən intensivliyə çatan və baş beyn qabığı tərəfindən qavranılan daxili vəziyyətin ixtiyari dəyişməsi şərti qıcıqlandırıcı ola bilər.

Səslər (tonlar və küylər), işıqlanan predmetin konturları, rənglər, iylər, dad vasitələri, dəriyə toxunma, təzyiq, isti və soyuq təsirlər, əzələnin gərginlik dərəcəsi (yəni yığılma və boşalması), bədənin fəzada vəziyyəti, daxili orqanların vəziyyəti və onların selikli qişalarına təsir, maddələr və enerji mübadiləsinin dəyişməsi və s. bu kimi təbiətcə fərqli qıcıqlandırıcılar şərtsiz qıcıqlandırıcılarla uzlaşdıqda (birləşdikdə) şərti refleks siqnalına çevrilə bilir.

Daha uzun müddətli dövrlər üçün də şərti reflekslər alına bilər. Əsasən heyvanlarda və bir çox hallarda insanlarda hər gün eyni vaxtda qida qəbul edildikdə, növbəti qida qəbuluna qədər mədə şirəsinin sekresiyasının baş verdiyi aşkar olunmuşdur.

Daimi iş və məişət rejimi zamanı, iş dəqiq müəyyən edilmiş zamanda görüldükdə, eyni zamanlarda qida qəbul edildikdə və yuxunun eyni zaman dövrlərində, insanlarda zamana nəzərən müxtəlif şərti reflekslər müşahidə olunur.

Şərtsiz reflekslər orqanizmin anadan gəlmə, irsən ötürülən, şərti reflekslər isə orqanizmin «həyat təcrübəsi» əsasında fərdi inkişafı sayəsində əldə etdiyi reaksiyasıdır.

Şərtsiz reflekslər növlü, yəni baxılan növün bütün "nümayəndələrinə" (üzvlərinə) xas olan xüsusiyyət, şərti reflekslər isə fərdidirlər, yəni eyni bir növün üzvlərinin birində ola, digərində isə olmaya bilər.

Şərti reflekslərlə müqayisədə şərtsiz reflekslər nisbətən sabit olurlar. Şərti reflekslər şəraitdən asılı olaraq dəyişə, çevrilə və hətta daşıdıqları mənada yox olub, itib gedə bilirlər.Bütün bunlar insanların və eləcə də psixikaya malik bütün canlıların fərqli qabiliyyətli olmalarına aydınlıq gətirir.

Şərti reflekslər əsasən baş beyn qabığının funksiyası hesab olunurlar. Şərtsiz reflekslər isə onurğa beyni və beyn lüləsi səviyyəsində icra edilə bilirlər və filogenez prosesi zamanı bərqərar olan və reflektor reaksiyaların irsi ötürülən fonduna aid edilirlər.

Şərti reflekslər, şərtsiz reflekslər əsasında əmələ gəlirlər. Onların əmələ gəlməsi üçün ətraf mühitin və ya orqanizmin daxili vəziyyətinin hər hansı dəyişikliyinin baş verməsi və zamana görə uzlaşması zəruridir.

Ədəbiyyat

1.Tahirov M. F. Mərkəzi sinir sistemində mürəkkəb stoxastik neyron şəbəkələri və belə şəbəkələrin fəaliyyətlərinə müvafiq psixi təzahürlərin elmi-metodiki prinsipləri . Təhsil Problemləri İnstitutu. Elmi Əsərlər Jurnalı .2005-ci il .N 1. s. 193-204 .

Xaotik dənəvər səpələnmiş həndəsi obrazlar fərqli elm sahələrinin sintezinin əsası kimi

Tahirova G., Tahirov M.
Bakı Dövlət Universiteti

Müasir dövrdə fərqli elm sahələrinə mənsub, lakin bircinslilik əlamətlərinə görə oxşar olan anlayış və məfhumların tədrisinin eyni bir metodoloji əsaslara görə qurulması zəruri tələb kimi qarşıya qoyulur.

Burada bu məqsədlə görkəmli ingilis riyaziyyatçı və məntiqçi alim Djorj Bul (02.11.1815-08.12.1864) tərəfindən qurulmuş modelin fundamental əsas seçilməsinin məqsədəuyğun olduğu göstərilir.

Bu problem üzərində daha ətraflı dayanaq.İlk öncə Bul modellərinin Evklid fəzasında necə qurulduğunu nəzərdən keçirək.

Bildirək ki, fərqli elm sahələrinin predmerlərinə aid edilən problemlərin artıq mükəmməl öyrənilmiş hər hansı bir təsadüfü modelin analoqları olmaları nəzərə alınaraq tədris edilmələri son dərcədə faydalıdır.

Bul modelindən istifadə etmənin: coğrafiya;geologiya; həndəsə ;kimya ; xüsusən isə fiziki kimya və sair; kimi bir neçə fənnin tədrisində vahid universal əsas vasitə seçilə bilməsini göstərir.Belə yanaşma fənlər arası inteqrasiyanın təmin edilməsi və neqentropiya prinsipinin tələbinin döğurduğu sintez metodunun konkret içrası deməkdir.

Qeyd edək ki, inteqrativ təlimin təşkilində Monte-Karlo modeli kimi tanınmış stoxastik modelin seçilməsi də çox dəyərli tədris metodu hesab oluna bilər.

1.Evklid fəzasında stasionar Bul modelləri.

Bildirək ki,mürəkkəb fiziolologi sistem hesab edilən insanın davranışı onun fizioloji varlığını təmin edən sinir hüceyrələri şəbəkələri vəziyyətlərinin zamana gürə ardıcıl dəyişməsi kimi təqdim edildikdə,diskret zaman anlarının $\mathbf{z_1,z_2,...,z_n}$ funksiyası kimi təqdim oluna bilər.Bu halda, belə kəmiyyətlərin sistemin vəziyyət xarakteristikası adlandırılması şərtləşilir.Bu xarakteristikalar n-ölcülü Evklid fəzasının nöqtələri kimi təqdim edildikdə, sistemin hər bir ani vəziyyəti n-ölcülü Evklid fəzanın bir nöqtəsi kimi ,sistemin fəaliyyəti isə təsadüfi prosesin realizasiyası kimi baxıla bilər.

2.Təsadüfi qapalı çoxluq Bul modelinin ən sadə modelidir.

Burada əsasən stasionar və izotrop Bul modeli haqda danışmaq nəzərdə tutulur.Bildirək ki,"Təsadüfi qapalı çoxluq"-TQÇ Bul modelinin ən sadə ,bununla belə çox mühüm numunəsini təmsil edir.Bunun səbəbi belə çoxluqların xaotik dənəvər səpələnmiş həndəsi obrazların modelini yüksək dəqiqliklə təmsil etməsilə izah olunur.Maraqlısı isə belə təsvirlərdə ilkin əsas , necə deyərlər toxum olaraq kürəciklərin və dairəciklərin seçilməsinin yol verilən olması ilə izah edilir.Bütün bunlar Bul modelinin bir çox elm sahələrində mühüm əhəmiyyət daşıyan məsələlərin həllində eynilik modeli seçilməsinə imkan yaratmışdır. Məsələn ,kimyagər məşhur alim Poro Kolloid məhlulların öyrənilməsi zamanı dənin maye haldan buxar halına keçməsi zamanı enerji dəyişməsi təhlil edilərkən Uidoma və Roulinson ,geoloji layların yerləşməsi təhlil edilərkən Jako və Joton, Bul modelini eynilik modeli seçmişlər və belə seçimlər bir çox fundamental yeniliklərin əldə edilməsilə nəticələnmişdir.

Bildirək ki,"Həndəsə" fənninin tədrisində həndəsi fiqurların obrəzlarının Bul modeli vasitəsilə əyani vasitə kimi istifadə edilməsi, təlimin keyfiyyətinin yüksəldilməsində cox mühüm rol oynayır.Bul modelindən tədris prosesində istifadə edilməsinə əsas səbəb, bu modelin Puasson prosesinin realizasiyası kimi təsvir edilə bilməsidir.

Bul modeli stasionar ,bəzi hərəkət növlərinə görə isə invariant olduqda həm də izotrop olmasıdır.Bu modelin erqodiklik xassələri Nqyen və Sessin tərəfindən əsaslı öyrənilmişdir.Bu halda modelin paylanma qanunu tutum funksionalı ilə müəyyən əlaqədə olan funksional vasitəsilə təsvir edilir. Qeyd edək ki,stasionar cəmlənmə prosesinin modeli olaraq Neyman-Skott tərəfindən seçilən model Bul modeli kimi təqdim edilmişdir.

3. Əsasını xaotik dənəvər səpələnmiş həndəsi obrazlar təmsil edən stoxastik modellər

Burada məqsəd, belə modellərin fərqli elm sahələrinin predmetlərinə aid edilən problemlərin həllində universal həll vasitəsi kimi seçilmələrinin nə dərəcədə əhəmiyyətli olmalarının göstərilməsindən ibarətdir.

Bu məqsədlə görkəmli ingilis məntiqçi alim Djorj Bul (02.11.1815-08.12.1864) tərəfindən qurulmuş ,onun adını daşıyan model və Monte-Karlo modeli kimi tanınan modelin universal tədris vasitəsi kimi seçilməsinin əhəmiyyəti göstərilir.

Yeri gəlmişkən riyaziyyat aləmində Bulun adını daşıyan cəbrin də mövcud olduğunu bildirmək yerinə düşərdi. Cəbrdə A hər hansı həqiqi ədədi təmsil etdikdə, bu ədədin özü ilə cəminin 2A –ya bərabər, yəni $A + A = 2A$ olduğu şərtləşilir.Bul cəbrində isə A hər hansı həqiqi ədədi təmsil etdikdə, onun özü ilə cəminin 2A-ya deyil elə A-nın özünə bərabər $A+A= A$ olduğu qəbul edilir.

Qeyd edək ki,bizim belə yanaşmadan istifadə etməyimizin inteqrativ təlim üçün çox əhəmiyyətli olacağına başqa səbəblərdə vardır.Belə səbəblərdən ən əsası maddi obyektə xas olan fiziki xassələrin həmişə həndəsi strukturlarla kəsilməz əlaqədə olmasıdır.Məsələn,kristalın fiziki xassəsi kristalloqrafik şəbəkə ilə mqəyyən edilir.Eyni ilə kritik nüqtəyə çox yaxın olan sistemin xassələri nizamsızlığın həndəsəsilə müəyyən edilir.Ən maraqlısı isə blokların ölçülərinin büöyüklüyü sayəsində belə həndəsə maddənin atom quruluşundan demək olar ki,tamamilə asılı olmur və buna görədə tamamilə fərqli sistemlərə xas olan eyni unifersal xassələrə malik olur.Çox zaman kritik nöqtələrə yaxın olan ətrafda fiziki xassələrin universallıqları da məhs bununla izah olunur.

Bildirək ki,stasionar Puasson modeli ən sadə və eləcədə daha cox istifadə edilən stasionar TP modeldir.Bununla yanaşı bu proses nöqtələrın "sırf təsadüfi" xaotik səpələnməsini təmsil edən proses olmaqla yanaşı, bir cox mürəkkəb proseslərin ,TQC-ın və təsadüfi ölcülərin qurulmasının əsasını təşkil edir.

Peyk təsvirlərinin əksəriyyətinin əsasını dənəvər səpələnmiş həndəsi obrazlar təşkil etdiyindən bu sahədə də Bul modelinə xas olan xassə və xüsusiyyətlərdən istifadə çox faydalı olur.

Belə ki, fərqli elm sahələrinin predmerlərinə aid edilən problemlərin artıq mükəmməl öyrənilmiş hər hansı bir təsadüfü modelin analoqları olmaları nəzərə alınaraq tədris edilmələri son dərcədə faydalıdır.

Bütün bunlar Bul və Monte-Karlo modeli kimi tanınan modellərdən istifadə etmənin: coğrafiya;geologiya; həndəsə ;kimya ; xüsusən isə fiziki kimya və sair; kimi bir neçə fənnin tədrisində vahid universal əsas vasitə seçilə bilməsinin zəruriliyini və üstünlüklərini göstərir.

Qeyd edək ki.belə yanaşma fənlər arası inteqrasiyanın təmin edilməsi və neqentropiya prinsipinin tələbinin döğurduğu sintez metodunun konkret içrasının nə dərəcədə əhəmiyyətli olduğunu gösrtərəcəkdir.

Ədəbiyyat

1. Жорж Матерон.Случайные множества и интегральная геометрия.Изд.МИР,.1978.
2. Lanqford E. Probability that a random triangle is obtuse. – Biometrika, 1969, v. 56, p.689-690
3. Milez R.E. On the homogeneous planar Poisson point process. – Math.Biosci., 1970, v.6, p.85-127.
4. Л. Сантало. Интегралъная геометрия и геометрические вероятности. Москва «Наука» 1983.

PARABOLİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİNDƏ SAĞ TƏRƏFDƏ NAMƏLUM ƏMSALLARIN TAPILMASI HAQQINDA

Vəliyev H.P., Şərifov N.X.
Azərbaycan Texniki Universiteti

Təqdim olunan işdə parabolik tənliklər sisteminin sağ tərəfində zaman dəyişənindən asılı naməlum əmsalın tapılması haqqında tərs məsələnin həllinin təqribi tapılması cəhətləri araşdırılır. $\{f_k(t),\ u_k(x,t),\ k=\overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinin tapılması haqqında aşağıdakı tərs məsələyə baxılır:

$$u_{kt}-u_{kxx}=f_k(t)g_k(x,t,u_1,...,u_m),\ (x,t)\in D=(0;1)\times(0,T], \tag{1}$$

$$u_k(x,0)=\varphi_k(x),\ x\in[0;1];$$
$$u_k(0,t)=\psi_{0k}(t),\ u_k(1,t)=\psi_{1k}(t),\ t\in[0,T], \tag{2}$$

$$\int_0^1 u_k(x,t)dx=h_k(t),\quad t\in[0,T] \tag{3}$$

burada $g_k(\cdot),\ \varphi_k(\cdot),\ \psi_{0k}(\cdot),\ \psi_{1k}(\cdot),\ h_k(\cdot),\ k=\overline{1,m}$ verilmiş hamar funksiyalardır.

Qeyd edək ki, (1)-(3) tərs naməlum klassik həllinin varlığı, yeganəliyi və ilkin verilənlərdən kəsilməz asılılığı cəhətləri əvvəllər [1]-də araşdırılmışdır.

(1)-(3) məsələsinin təqribi həllinin tapılması ardıcıl yaxınlaşma üsulu ilə aşağıdakı sxem üzrə aparılır:

$$u_{kt}^{(s+1)}-u_{kxx}^{(s+1)}=f_k^{(s)}(t)g_k\left(x,t,u_1^{(s)},...,u_m^{(s)}\right),\ (x,t)\in D, \tag{4}$$

$$u_k^{(s+1)}(x,0)=\varphi_k(x),\ x\in[0,1];\ u_k^{(s+1)}(0,t)=\psi_{0k}(t),$$
$$u_k^{(s+1)}(1,t)=\psi_{1k}(t),\ t\in[0,T], \tag{5}$$

$$f_k^{(s+1)}(t)=\left[u_{kx}^{(s+1)}(0,t)-u_{kx}^{(s+1)}(1,t)+h_{kt}(t)\right]\times$$
$$\times\left(\int_0^1 g_k\left(x,t,u_1^{(s+1)},...,u_m^{(s+1)}\right)dx\right)^{-1},\qquad t\in[0,T] \tag{6}$$

burada $f_k^{(0)}(t)\in C^{\alpha}[0,t],\ u_k^{(0)}(x,t)\in C^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{D})$ seçilib (4), (5) münasibətlərindən $s=0$ qiymətində $u_k^{(1)}(x,t)$ funksiyasının tapılması haqqında düz məsələ sonlu fərqlər üsulu ilə həll olunur. Tapılmış $u_k^{(1)}(x,t)$ funksiyaları vasitəsilə (6)-dan $f_k^{(1)}(t)$ funksiyaları təyin olunur və (4), (5)-də $s=1$ qiymətində proses davam etdirilir və s.

Təklif olunan alqoritm üzrə tapılan təqribi həllərin məsələnin dəqiq həllinə yığılması haqqında aşağıdakı teorem isbat olunmuşdur.

Teorem. Fərz edək: 1) $g_k(x,t,p) \in C^{\alpha,\alpha/2}(\overline{D})$, $g_k(x,t,p)$ funksiyası p dəyişəninə nəzərən Lipşits şərtini ödəyir, $\varphi_k(x) \in C^{2+\alpha}[0,1]$, $\psi_{ik}(t) \in C^{1+\alpha}[0,T]$, $h_k(t) \in C^{1+\alpha}[0,T]$, $i = 0,1$, $k = \overline{1,m}$; 2) (1)-(3) məsələsinin klassik həlli vardır və $f_k(t) \in C^{\alpha}[0,T]$, $u_k(x,t) \in C^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{D})$.

Onda (4)-(6) sxemi üzrə tapılan $\left\{f_k^{(s)}, u_k^{(s)}(x,t), k = \overline{1,m}\right\}$, $s = 1,2,...$ funksiyalar cütü (1)-(3) məsələsinin dəqiq həlli olan $\left\{f_k(t), u_k(x,t), k = \overline{1,m}\right\}$ funksiyalar cütünə həndəsi silsilə sürəti ilə yığılır.

Ədəbiyyat

1. Akhundov A.Y. Some inverse problems for strong parabolic systems. //Ukraine math. Journal, 2006, v.58, №1, p.114-123.

SONLU OBLASTDA DÖRD TƏRTİBLİ ELLİPTİK TİP OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

Zamanov H.İ.

Qafgaz Universiteti

hasan_zamanli@yahoo.com.

Tutaq ki, A, A_j $(j = \overline{0,4})$ separabel H Hilbert fəzasında xətti operatorlardır. H -da

$$u^{(4)}(t) + A^4 u(t) + \sum_{j=0}^{4} A_{4-j}(t) u(t) = f(t),\ t \in (0,1) \qquad (1)$$

$$u'(0) = u'''(0) = 0, \qquad u'(1) = u'''(1) = 0 \qquad (2)$$

sərhəd məsələsinə baxaq. Burada sanki hər yerdə $t \in (0,1)$ üçün $f(t), u(t) \in H$.

A öz-özünə qoşma müsbət olduqda aşağıdakı Hilbert fəzalarını təyin edək

$$L_2((0,1):H) = \left\{ f(t) : \|f\|_{L_2((0,1):H)} = \left(\int_0^1 \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2} \right\}$$

$$\overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H) = \{u(t):\ A^4 u \in L_2((0,1);H),\ u^{(4)} \in L_2((0,1);H),$$
$$u'(0) = u'''(0) = 0, \qquad u'(1) = u'''(1) = 0,$$
$$\|u\|_{\overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)} = \left(\|u^{(4)}\|^2_{L_2((0,1);H)} + \|A^4 u\|^2_{L_2((0,1);H)}\right)^{1/2}\Bigg\}.$$

Tərif. İstənilən $f \in L_2((0,1);H)$ üçün elə yeganə $u \in \overset{0}{W}{}_2^4((0,1);H)$ funksiyası varsa ki, o (1) tənliyini (0,1) intervalında sanki hər yerdə ödəyir, onda deyilir ki, (1), (2) məsələsi regulyar həll olunandır.

Burada bir (1), (2) məsələsinin regulyar həl olunması üçün kafi şərtlər göstərəcəyik.

Teorem. Tutaq ki, A öz-özünə qoşma müsbət operator, $B_j = A_j A^{-j}$ $(j = \overline{0,4})$ məhdud operatorlardır, belə ki

$$\sum_{j=0}^{4} d_{4,j} \|B_{4-j}\| < 1,$$

burada $d_{4,0} = d_{4,4} = 1$, $d_{4,j} = \left(\frac{j}{4}\right)^{j/4} \left(\frac{4-j}{4}\right)^{\frac{4-j}{4}}$, $j = \overline{1,3}$. Onda (1), (2) məsələsi regulyar həll olunandır.

О СВОЙСТВАХ НЕКОТОРОГО ОПЕРАТОРА ДЕТЕРМИНАНТНОГО ТИПА В $GL(2m,\mathbf{R})$

Абдуллаев С.Е., Насибова Л.М.

Бакинский Государственный Университет

Пусть дано $GL(2m,\mathbf{R})$ общая линейная группа действительных матриц порядка $2m$. Рассмотрим блочную матрицу $A \in GL(2m,\mathbf{R})$ следующего вида:

$A = \begin{pmatrix} M & N \\ L & K \end{pmatrix}$, где матрицы - блоки имеют порядок m. Пусть **H** множество блочных матриц типа $A = \begin{pmatrix} M & N \\ L & K \end{pmatrix}$ удовлетворяющих следующему условию:

$$^{t}MK - {}^{t}NL = aE_m \,. \qquad (*)$$

Здесь a - некоторое действительное число отличное от нуля и E_m - единичная матрица порядка m. Наша цель установить алгебраическую природу множества $\mathbf{H}$, и его связь с общей линейной группой $GL(2m, \mathbf{R})$.

Для единичной матрицы E_{2m} имеем:

$E_{2m} = \begin{pmatrix} E_m & 0 \\ 0 & E_m \end{pmatrix}$ и ${}^{t}E_m E_m = E_m$, то ест,

выполняется условие (*), в данном случае $a=1$. Таким образом $E_{2m} \in \mathbf{H}$.

Рассмотрим отображение, $\Delta : \mathbf{H} \to GL(m, \mathbf{R})$ определяемое по формуле:

$$\Delta(A) = {}^{t}MK - {}^{t}NL = aE_m \,. \qquad (**)$$

Отображение $\Delta : \mathbf{H} \to GL(m, \mathbf{R})$ назовем оператором детерминантного типа.

Рассмотрим частный случай, когда матрицы A и B из множества $\mathbf{H}$ имеют следующий вид: $A = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix}$. Множество матриц такого вида обозначим через $D\mathbf{H}$. Ясно что, $E_{2m} \in D\mathbf{H} \subset \mathbf{H}$.

Сначала покажем, что множество $D\mathbf{H}$ замкнуто относительно умножения. Для этого, достаточно показать, что отображение $\Delta : D\mathbf{H} \to GL(m, \mathbf{R})$ сохраняет произведение:

$$\Delta(A \cdot B) = \Delta(A) \cdot \Delta(B) \,.$$

Тогда по определению $\Delta(A) = {}^{t}MK = aE_m$ и $\Delta(B) = {}^{t}PS = bE_m$ для некоторых $a \neq 0$ и $b \neq 0$. Вычислим значение оператора Δ в $A \cdot B$.

Так как $A \cdot B = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} MP & 0 \\ 0 & KS \end{pmatrix}$,

то

$$\Delta(A \cdot B) = {}^t(MP)(KS) = {}^tP({}^tMK)S = {}^tPaE_mS = a{}^tPS =$$
$$= abE_m = \Delta(A) \cdot \Delta(B)\,.$$

Итак, для подмножество $D\mathbf{H} \subset \mathbf{H}$, блочных матриц диагонального вида $\begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix}$ справедливость нашей гипотезы установлено. Точно также устанавливается справедливость гипотезы и для множества $R\mathbf{H} \subset \mathbf{H}$ блочных матриц правого треугольного вида $\begin{pmatrix} M & N \\ 0 & K \end{pmatrix}$, и для множества блочных матриц $L\mathbf{H} \subset \mathbf{H}$ левого треугольного вида $\begin{pmatrix} M & 0 \\ L & K \end{pmatrix}$ из множества $\mathbf{H}$.

$$\begin{tikzcd} & \mathrm{H} & \\ \mathrm{LH} \arrow[ur, hook] & & \mathrm{RH} \arrow[ul, hook'] \\ & \mathrm{DH}=\mathrm{LH} \cap \mathrm{RH} \arrow[uu, hook] & \end{tikzcd}$$

Полученное можно представить в виде диаграммы

Итак доказано следующая

Теорема 1. Подмножества $D\mathbf{H}, L\mathbf{H}$ и $R\mathbf{H} \subset \mathbf{H}$ являются моноидами.

Литература

1. K. C. H. MACKENZIE, *GENERAL THEORY OF LIE GROUPOIDS AND LIE ALGEBROIDS* (CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2005).

2. L. X.YU, A. S. MISHCHENKO, V. GASIMOV MACKENZIE OBSTRUCTION FOR THE EXISTENCE OF A TRANSITIVE LIE ALGEBROID., RUSSIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL PHYSICS, VOL. 21, № 4, 2014, PP 544-548.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГАЗА С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРАТКОВРЕМЕННОГО УДАРА

Абдуллаева А.Р.

Азербайджанская Морская Академия

Предположим, что в течение малого времени τ в газ выдвигается плоский со скоростью U, который создает в газе давление $\Pi_1 = \rho_0 U_1^2$. Под действием поршня в среде создается ударная волна со скоростью D. Будем рассматривать автомодельное движение.

Для автомодельных движений система уравнений газовой динамики в частных производных сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно новых неизвестных функций автомодельной переменной ξ . $[1]$

$$\xi = \frac{r}{R(t)}, \quad R(t) = At^{\alpha} \qquad , \qquad (1)$$

где А-размерная константа, α-отвинченная константа, r-координата, на фронте волны $r = R(t)$, т.е $\xi = 1$.

Будем искать решение системы уравнения газовой динамики в виде: $[2]$

$$P = \rho_0 \dot{R}^2 h(\xi), \quad \rho = \rho_0 g(\xi), \quad v = \dot{R} f(\xi) \qquad (2)$$

где h, g, f -новые безразмерные искомые функции автомодельной переменной ξ.Здесь точка означаем производную по времени , а штрих безразмерную координату.

Подставляя (2) в систему уравнения газовой динамики получим следующие обыкновенное, уравнение виде $[2]$.

$$\frac{\dot{\rho}_0}{\rho_0} + \frac{\dot{R}}{R}\left[f' + (f-\xi)(\ln g)' + (\nu-1)\frac{f}{\xi}\right] = -\frac{\beta}{\alpha}, \alpha \neq 0.$$

$$\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}} f + (f-\xi) f' + \frac{h'}{g} = 0 \qquad . \qquad (3)$$

$$\frac{R}{\dot{R}}\frac{d}{d\tau}(\ln \rho^{1-\gamma}\dot{R}^2) + (f-\xi)\ln hg^{-\gamma} = 0$$

Здесь $\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}} \neq 1, \quad \frac{\dot{\rho}_0}{\rho_0} = const\frac{\dot{R}}{R}$, что дает $\rho_0 = Bt^{\beta}, \gamma = \frac{c_p}{c_v}$

Задача заключается в том, чтобы найти закон движения газа-функции $P(r,t)$, $\rho(r,t)$, $v(r,t)$, удовлетворяющие граничные условия на фронте ударной волны $\xi = 1$.

$$h(1) = \frac{2}{\gamma+1}, \quad g(1) = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad f(1) = \frac{2}{\gamma+1} \tag{4}$$

Рассматривая задачу с точки зрение математика для значений $\alpha = 0{,}6$, $\gamma = 1{,}4$, $\beta = 0$ получено приближенное решение виде:

$$h(\xi) = \frac{5}{6}(5-4\xi)^{-1,5}, \quad g(\xi) = 6(5-4\xi)^{-1,4} \quad , \quad f(\xi) = \sqrt{\frac{5}{6}}(1-2\xi) \, .$$

Таким образом, окончательное приближенное решение системы уравнений газовой динамики получено в виде:

$$P = \frac{5}{6}(5-4\xi)^{-1.5} t^{2(\alpha-1)}, \quad v = \sqrt{\frac{5}{6}}(1-2\xi)t^{\alpha-1}, \quad \rho = 6\rho_0(5-4\xi)^{-1.4}$$

Анализ решения показывает, что за фронтом волны давление, плотность и скорость уменьшаются. Характер предельного решения зависит от формы импульса давления.

Литература

1.Седов Л.И. “Механика сплошной среды” т.1.2. 1999 г.

2.Станюкович К.П. “Неустановившееся движение сплошной среды” 1975 г.

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ СИСТЕМ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Абдуллаева Г.З., Тахирова Г.М.

Бакинский Государственный Университет

a.q.z.41@mail.ru , gtahirova2@gmail.com

Наиболее известные виды алгебраических систем следующие:

- целые алгебраические системы (симметрические системы, однородные системы);

- системы, сводимые к ним операциями умножения и возведения в степень (дробно-рациональные системы, системы иррациональных уравнений, системы с модулями); а также

- некоторые распространенные типы задач, связанные с системами (системы, решаемые в целых числах; уравнения, сводимые к системам);

- системы, в которых количество уравнений не совпадает с количеством неизвестных;

- системы, содержащие параметры.

В этой статье рассматриваются симметрические системы и указываются возможные способы решений и приводятся примеры.

Многочлен от двух переменных $f(x,y)$ назовем симметрическим, если она не изменяется от перестановки букв x и y, т.е. для любых значений x и y выполняется равенство

$f(x,y)=f(y,x)$.

Аналогично, систему двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными x и y

$$\begin{cases} f(x,y)=0, \\ g(x,y)=0 \end{cases}$$

назовем симметрической, если оба многочлена $f(x,y)$ и $g(x,y)$ являются симметрическими многочленами.

При решении симметрических систем алгебраических уравнений рекомендуется вводить новые неизвестные u и v

$$\begin{cases} u=x+y, \\ v=xy. \end{cases} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Часто встречающимися в симметрических системах выражениями являются:

$$x^2+y^2=u^2+2v,$$

$$x^3+y^3=u\left(u^2-3v\right),$$

$$x^4+y^4=\left(u^2-2v\right)^2-2v^2=u^4-4u^2v+2v^2, \text{ и т.д.}$$

Выгода такой замены неизвестных заключается в том, что степени многочленов в результате замены уменьшаются, и система сводится к более простой.

Пример 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2+y=13, \\ x^6+y^3=793. \end{cases}$$

Решение. Данная система не является симметрической. Положим $x^2 = z$, тогда получим симметрическую систему.

$$\begin{cases} z + y = 13, \\ z^3 + y^3 = 793. \end{cases}.$$

Сделав подстановку $u=z+y$, $v=zy$, получим:

$$\begin{cases} u = 13, \\ u^3 - 3uv = 793 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 13, \\ v = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z + y = 13, \\ zy = 36 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} z = 9, y = 4, \\ z = 4, y = 9 \end{cases} \right.$$

Ответ. $(x, y) \in \{(3;4);(-3;4);(2;9);(-2;9)\}$.

Теперь перейдем к рассмотрению симметрических систем с тремя неизвестными. Алгебраический многочлен трех переменных $f(x, y, z)$ называется симметрическим, если:

$$f(x,y,z) \equiv f(y,x,z) \equiv f(x,z,y) \equiv f(y,z,x) \equiv f(z,y,x) \equiv f(z,x,y)$$

Алгебраическая система трех уравнений с тремя неизвестными x, y, z

$$\begin{cases} f_1(x, y, z) = 0, \\ f_2(x, y, z) = 0, \\ f_3(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

называется симметрической, если $f_i(x, y, z)$, $i = 1,2,3$ симметрические многочлены своих переменных.

Такие системы уравнений решаются тройной подстановкой:

$$u = x + y + z; \ \ v = xy + yz + xz; \ \ w = xyz.$$

После нахождения u, v, w на основе обратной теоремы Виета, имеем:

$$t^3 - ut^2 + vt - w = 0,$$

корни которого t_1, t_2, t_3 в различных перестановках являются решениями исходной системы.

Часто встречающиеся выражения в таких системах могут быть переписаны через u, v и w следующим образом:

$$x^2 + y^2 + z^2 = u^2 - 2v,$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = u^3 - 3uv + 3w.$$

Такая замена ведет к упрощению исходной системы.

Пример 2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=3, \\ x^2+y^2+z^2=9, \\ x^3+y^3+z^3=27. \end{cases}$$

Решение. Так как система является симметрической, то, сделав тройную подстановку *u=x+y+z; v=xy+xz+yz; w=xyz*, имеем:

$$\begin{cases} u=3, \\ u^2-2v=9, \\ u^2-3uv+3w=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=3, \\ v=0, \\ w=0. \end{cases}$$

Возвращаясь к исходным переменным, получим:

$$\begin{cases} x+y+z=3, \\ xy+xz+yz=0, \\ xyz=0. \end{cases}$$

Отсюда, приходим к ответу

$$(x,y,z)\in\{(3;0;0);(0;3;0);(0;0;3)\}.$$

Пример 3.Решить систему уравнений

$$\begin{cases} (x+1)(y+1)=10 \\ (x+y)(xy+1)=25 \end{cases}$$

Решение. Заметим, проанализировав оба уравнения системы, что одновременная замена x на y, а y на x не изменяет уравнений системы. Следовательно, данная алгебраическая система относится к симметрическим системам. Преобразуем уравнения системы, выделяя в них выражения $x+y$ и xy:

$$\begin{cases} xy+(x+y)=9 \\ (x+y)(xy+1)=25 \end{cases}$$

Сделаем подстановку $u=x+y$, $v=xy$. Тогда система примет вид:

$$\begin{cases} u+v=9 \\ u(v+1)=25 \end{cases}.$$

Решая эту систему, находим ее единственное решение $u=5$, $v=4$. Выполняя обратную подстановку, получаем ответ:

$$(x;y)\in\{(1;4);(4;1)\}.$$

УПРАЖНЕНИЯ В СИСТЕМЕ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ

Абдуллаева Г.З.
Бакинский Государственный Университет
a.q.z.41@mail.ru

В дидактике и методике обучения математике длительное время наиболее распространенными были два подхода к классификации методов обучения.

Один из них исходит из источиков знаний:

1) словестные методы;
2) наглядные методы;
3) практические методы;

В основе другой классификации лежат цели, содержание и характер познавательной деятельности учащихся:

1) объяснительно-иллюстративный метод;
2) репродуктивный метод;
3) метод проблемного изложения знаний;
4) эвристичесикй метод;
5) исследовательский метод.

Если первая классификация методов обучения отражает в основном форму деятельности учителя и ученика, то вторая исходит из содержания этой деятельности. Однако, содержание и форма неразрывны, поэтому понять сущность явления можно лишь с учетом его содержания и формы. Исходя из этого представляется целесообразным описание методов обучения, учитывая одновременно и содержания деятельности учителя и ученика (внутреннюю сторону методов) и ее форму (внешнюю сторону методов). Представление о таком методе обучения дает следующая таблица:

Методы по источнику знаний	Методы по характеру деятельности				
	Объясни-тельно-иллюстра-тивный	Репродук-тивный	Эвристи-ческий	Проблем-ное изло-жение знаний	Иссле-дова-тель-ский
Словесные		*	*		
Наглядные		*	*		
Практические	*	*	*	*	*

Учитывая источник знаний, получаем следующие виды объснительно-иллюстративного метода:
1) объяснение (рассказ, лекция , беседа);
2)объяснение с использованием иллюстраций, демонстраций, объяснение с выполнением различных практических работ (измерений, построений и т.д.).

Группа репродуктивных методов. Группа репродуктивных методов заключается в создании ситуаций, в которых либо ученик воспроизводит понятие или теорему в процессе решения задач, либо решение задач служит материалом для обобщения изученных фактов.

Примеры:

1.Воспроизведение теоремы о сумме квадрата двучлена осуществляется в процессе выполнения упражнений:
Верны ли равенства:
а) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ б) $(a-7)^2 = a^2 - 14a + 49$
в) $(3+x)^2 = 9 + 3x + x^2$ г) $(-x+5)^2 = x^2 - 10x + 25$
д) $(a-2b)^2 = a^2 - 4ab + b^2$

Выполнение упражнений возможно с поэтапным использованием теоремы.
Для этого формулировка теоремы разбивается на элементы: «Квадрат двучлена /равен сумме трех выражений: /квадрата первого члена, /удвоенного произведнния первого члена на второй / и квадрата второго члена».

2. Теорема о сумме смежных углов может быть воспроизведена посредством решения задач на нахождение одного из смежных углов, если задан другой.

3. Выполняя упражнения на воспроизведение умножеия двучлена вида $(a-b)$ на двучлен вида $(a+b)$ на основе правила умножения многочлена на многочлен. Учащиеся получают известную формулу: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$,

Группа эвристических методов. Группа репродуктивных методов заключается в создании ситуации самостоятельного открытия фактов в процессе изучения частных случаев, в открытии частностей какого-либо факта при рассмотрении общего случая, в самостоятельном обобщении.

Примеры:

1.Упражнения на умножение степеней с одинаковыми основаниями приводит к открытию определения произведения степеней с одинаковыми основаниями.

2.Решение конкретного квадратного уравнения по общей формуле приводит к зависимости между заданными коэффициентами при x^2, x и свободным членоми корнями данного уравнения.

3.Измеряя стороны и углы произвольных треугольников, ученики открывают зависимость между углами и сторонами треугольника, против большей стороны треугольника лежит больший угол и наоборот.

Группа исследовательских методов. Группа эвристических методов заключается в проведении исследований посредством изучения их конкретных проявлений, организации исследований посредством дедуктивного развития учебного материала, создания ситуаций, приводящих к обобщенному знанию.

Примеры:

1. Предположим, что учащиеся знакомы с понятием параллелограмма, его свойствами и признаками. Выполняя перегибание различных моделей параллелограмма, учащиеся приходят к выводу, что некоторые из них имеют оси симметрии. После этого исследуются свойства паралеллограмма, имеющего ось симметрии. Учащиеся видят, что частные случаи паралеллограмма (прямоугольник, ромб, квадрат) определяются расположением и числом их осей симметрии. Затем изучаются эти виды паралелограмма, выделяются общие свойства, различия, рассматриваются практичесике применения полученных выводов.

2. Рассматривая различные случаи расположения вписанных в окружность углов, можно «открыть» известную теорему о том, что градусная мера вписанного угла равна половине градусной меры дуги, на которую он опирается.

3. Дедуктивно-исследовательский метод обучения заключается в организации исследований посредством дедуктивного развития учебного материала. Он проявляется в таких формах, как аксиоматический метод, метод моделироваия, решение задач на применение теорем.

Приведем еще несколько примеров использования упражнений в качестве формы эвристических и исследовательских методов обучения математике.

Введению понятия арифметического кватратного корня их числа можно предпослать упражнения типа:

1) Укажите два противоположных числа, такие, что квадрат каждого из них равен: а)16; б)0,25.

2) Площадь квадрата равна 400 $см^2$. Чему равна длина его стороны?

3) Найдите неотрицательное число x, такое, что верно равенство:

а) $x^2 = 81$; б) $x^2 = 0.36$.

4) Найдите неотрицательное число, квадрат которого равен:

а)144; б)0,25; в) 0.

Итак, упражнения занимают важное место в системе методов обучения. Они являются одной из форм реализации почти всех групп методов обучения математике.

ОБ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТИПА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Агаева Г.А.

Бакинский Государственный Университет

Рассмотрим в сепарабельном гильбертовом пространстве H краевую задачу

$$-u''(t) + \rho(t)A^2u(t) + (A_1 + B_1)u'(t) + (A_2 + B_2)u(t) = f(t),\ t \in (0,1)\,, \quad (1)$$

$$u(0) = e^{i\alpha}u(1), \quad u'(0) = e^{i\alpha}u'(1),\ \alpha \in R = (-\infty,\infty)\,, \quad (2)$$

где $f(t)$ и $u(t)$ вектор-фунлции, определенные в интервале $(0,1)$ почти всюду со значениями в H, причем $f(t) \in L_2((0,1);H)$, а $u(t) \in W_2^2((0,1);H)$, где

$$L_2((0,1);H) = \left\{ f(t) : \|f\|_{L_2((0,1);H)} = \left(\int \|H(t)\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \right\},$$

а

$$W_2^2((0,1);H) = \{u(t) : u \in L_2((0,1);H), A^2u \in L_2((0,1);H),$$

$$\|u\|_{W_2^2((0,1);H)} = \left(\|u''\|^2_{L_2((0,1);H)} + \|A^2u\|^2_{L_2((0,1);H)}\right)^{\frac{1}{2}} \Bigg\}.$$

Предположим, что коэффициенты уравнения (1) удовлетворяют следующим условиям:

1) A- положительно определенный самосопряженный оператор в H ;
2) $\rho(t)$ скалярная ограниченная измеримая функция, определенная в интервале (0,1) почти всюду, причем $0 < \alpha \le \beta < \infty$;
3) операторы A_1A^{-1} и A_2A^{-2} ограничены в H ;
4) операторы B_1A^{-1} и B_2A^{-2} вполне непрерывны в H .

Определим подпространства пространства $W_2^2((0,1);H)$:

$$W_2^2((0,1);H;\alpha) = \{u(t) : u \in W_2^2((0,1);H), u(0) = e^{i\alpha}u(1),$$
$$u'(0) = e^{i\alpha}u'(1)\}$$

и следующие операторы, действующие из $W_2^2((0,1);H;\alpha)$ в пространство $L_2((0,1);H)$:

$$Pu = -u''(t) + \rho(t)A^2u(t) + A_1u'(t) + A_2u(t),\ u \in W_2^2((0,1);H;\alpha)$$

и

$$Lu = -u''(t) + \rho(t)A^2u(t) + (A_1 + B_1)u'(t) + (A_2 + B_2)u(t).$$

Имеет место следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть выполняются условия 1)-2) и имеет место неравенство

$$\frac{1}{2\sqrt{\alpha}}\|A_1A^{-1}\| + \frac{1}{\alpha}\|A_2A^{-2}\| < 1. \qquad (1)$$

Тогда оператор P изоморфно отображает пространство $W_2^2((0,1);H;\alpha)$ на пространство $L_2((0,1);H)$.

Теорема 2. Пусть выполняются все условия теоремы 1 и условия 1). Тогда L есть фредгольмовый оператор, действующий из $W_2^2((0,1);H;\alpha)$ в $L_2((0,1);H)$.

Отметим, что в частности при $\alpha = 2\pi k$, $k \in Z$ и $\alpha = \dfrac{\pi}{2}(2k+1)$; $k \in Z$ мы получаем условия разрешимости периодической и антипериодической задачи, для уравнения (1), соответственно.

О ДИСКРЕТНОСТИ СПЕКТРА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С РАСТУЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Азимов А.Х.,
Бакинский Государственный Университет,
azer.ezimov@socar.az
Эйвазов Э.Х.
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
eyvazovelshad@gmail.com

В настоящей работе в пространстве $L_2(R_n)$ устанавливается дискретность спектра оператора H_q который является замыканием оператора $\widetilde{H}_q$ действующего по формуле

$$\widetilde{H}_q u = \left(\sum_{|\alpha|=1}^{4} a_\alpha D^\alpha + q(x) \right) u(x)$$

с областью определения $D\left(\widetilde{H}_q\right) = C_0^\infty(R_n)$ ($C_0^\infty(R_n)$- совокупность всех финитных бесконечно дифференцируемых в R_n функций), где $q(x)$- вещественная измеримая функция, a_α - вещественное число, если $|\alpha|$ - четное, чисто минимое, если $|\alpha|$ - нечетное.

Будем предполагать, что выполнены следующие условия:

a) $q(x) \in L_{2,loc}(R_n)$;

b) $\lim\limits_{|x|\to\infty} q(x) = +\infty$;

c) $\forall p = (p_1, p_2, ..., p_n) \in R_n \Rightarrow G(p) := \sum\limits_{|\alpha|=1}^{4} (-i)^{|\alpha|} a_\alpha p^\alpha \geq 0$;

d) $\lim\limits_{|p|\to+\infty} G(p) = +\infty$, где $p^\alpha = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot ... \cdot p_n^{\alpha_n}$ и $|p| = \sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n} p_k^2}$.

Используя результаты работ [1-3] доказана следующая

Теорема. Пусть выполняются условия $a) - d)$. Тогда для любого $\lambda \in \rho(H_q)$ резольвента $(H_q - \lambda I)^{-1}$ оператора H_q является компактным оператором, т.е спектр оператора H_q состоит из собственных значений конечной кратности, и их предельной точкой может быть только $\lambda = +\infty$.

Литература

1. Алиев А.Р., Эйвазов Э.Х., О дискретности спектра магнитного оператора Шрёдингера, Функц. анализ и его прил., 46:4 (2012), с.83-85.
2. Aliev A. R., Eyvazov E. H., On discreteness of the spectrum of a high order differential operator in multidimensional case, Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, Volume 40, Number 1, 2014, Pages 28–35.
3. Рид М., Саймон Б., Методы современной математической физики, Анализ операторов, Т.4., М.: Мир, 1982, 430 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ НАГРУЖЕННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Айда-Заде К.Р., Абдуллаев В.М.

Ин-т Систем Управления НАН Азербайджана,
Азерб. Государ. Университет Нефти и Промышленности

kamil_aydazade@rambler.ru, vaqif_ab@rambler.ru

Рассматривается задача восстановления коэффициентов для нагруженного параболического уравнения :

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \Im(x,t)u(x,t) + N(x,t)u(x,t) + F(x,t;C) + \\ + f(x,t), \qquad (x,t) \in \Omega = (0;a)\times(0;T]. \tag{1}$$

Здесь $\Im(x,t)$ − линейной эллиптической оператор:

$$\Im(x,t) = \xi(x,t)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \xi_1(x,t)\frac{\partial}{\partial x} - \xi_2(x,t), \tag{2}$$

$N(x,t)$ − линейный оператор нагружения, относительно которого рассмотрены следующие виды:

$$N(x,t)u(x,t) = \sum_{s=1}^{l_3} \widehat{b}_s(x,t)u(\widehat{x}_s,t), \qquad (3)$$

$$N(x,t)u(x,t) = \sum_{s=1}^{l_3} \breve{b}_s(x,t)u(x,\breve{t}_s). \qquad (4)$$

Здесь $u(x,t)$ - функция фазового состояния; $\widehat{x}_s$, $\breve{t}_s$, $s = 1,2,...,l_3$ - заданные точки нагружения, $\xi(x,t) > 0$, $\xi_1(x,t)$, $\xi_2(x,t)$, $f(x,t)$, $\widehat{b}_s(x,t)$, $\breve{b}_s(x,t)$- заданные функции, непрерывные по своими аргументам.

В зависимости от выбора (3) или (4) функция $F(x,t;C)$ соответственно имеет один из видов:

$$F(x,t;C) = \sum_{i=1}^{l} B_i(x,t)C_i(t), \qquad (5)$$

$$F(x,t;C) = \sum_{i=1}^{l} B_i(x,t)C_i(x). \qquad (6)$$

Здесь $B_i(x,t)$ − заданные непрерывные линейно-независимые функции, $C_i(x)$ и $C_i(t)$ подлежат определению, $i = 1,2,...,l$.

Для определения идентифицируемых функций $C_i(x)$, $C_i(t)$ имеются следующие начально-краевые условия, заданные в виде неразделенных интегральных и точечных значений фазового состояния.

В случае оператора нагружения (3) начально-краевые и дополнительные условия имеют вид:

$$u(x,0) = \varphi(x),\ 0 \le x \le a, \qquad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{l_1} \int_{\bar{x}_i}^{\bar{x}_i+\Delta_i} \overline{D}_i(x,t)u(x,t)dx + \sum_{j=1}^{l_2} \widetilde{D}_j(t)u(\widetilde{x}_j,t) + \sum_{s=1}^{l_3} \breve{D}_s(t)u(\widehat{x}_s,t) = L_0(t), \qquad (8)$$

а в случае оператора нагружения (4) условия заданы в виде:

$$\sum_{i=1}^{l_1} \int_{\bar{t}_i}^{\bar{t}_i+\Delta_i} \overline{K}_i(x,t)u(x,t)dt + \sum_{j=1}^{l_2} \widetilde{K}_j(x)u(x,\widetilde{t}_j) + \sum_{s=1}^{l_3} \breve{K}_s(x)u(x,\breve{t}_s) = L_0(x), \qquad (9)$$

$$u(0,t) = \psi_1(t),\ u(a,t) = \psi_2(t), \quad 0 \le t \le T. \qquad (10)$$

где $\bar{t}_i, \tilde{t}_j, \breve{t}_s$ − заданные упорядоченные моменты времени из $[0,T]$ т.е. $0 \le \bar{t}_i < \bar{t}_{i+1} \le T$, $0 \le \tilde{t}_j < \tilde{t}_{j+1} \le T$, $0 \le \breve{t}_s < \breve{t}_{s+1} \le T$, $\bar{t}_i + \Delta_i \in [0,T]$; $\min(\bar{t}_1, \tilde{t}_1) = 0$, $\max(\bar{t}_{l_1} + \Delta_1, \tilde{t}_{l_2}) = T$ и для всех $i = 1,2,...,l_1$, $j = 1,2,...,l_2$ выполняется условие $\tilde{t}_j \overline{\in} [\bar{t}_i, \bar{t}_i + \Delta_i]$; и $\bar{x}_i, \tilde{x}_j, \hat{x}_s \in [0;a]$, $0 \le \bar{x}_i < \bar{x}_{i+1} \le a$, $0 \le \tilde{x}_j < \tilde{x}_{j+1} \le a$, $0 \le \hat{x}_s < \hat{x}_{s+1} \le a$, $\bar{x}_i + \Delta_i \in [0,a]$, $\min(\bar{x}_1, \tilde{x}_1) = 0$, $\max(\bar{x}_{l_1} + \Delta_1, \tilde{x}_{l_2}) = a$ и для всех $i = 1,2,...,l_1$, $j = 1,2,...,l_2$ выполняется условие $\tilde{x}_j \overline{\in} [\bar{x}_i, \bar{x}_i + \Delta_i]$; функции $\varphi(x)$, $\psi_1(t), \psi_2(t)$, $(l+1)$-мерные функции $\overline{K}_i(x,t)$, $\tilde{K}_j(x)$, $\breve{K}_s(x)$, $L_0(x)$ и $(l+2)$-мерные функции $\overline{D}_i(x,t)$, $\tilde{D}_j(t)$, $\breve{D}_s(t)$, $L_0(t)$ заданы и непрерывны по своими аргументам.

Требуется определить $u(x,t)$ и l-мерную вектор-функцию $C(t)$ в случае задачи (1),(2),(3), (5), (7),(8) **(задача А)** или $C(x)$ для задачи (1),(2),(4), (6), (9),(10) **(задача В).**

Предложен подход, основанный на применении метода прямых и сведении исходной задачи к задаче параметрической идентификации для обыкновенных дифференциальных уравнений [1-3]. Далее используется специальное представление решения полученной краевой задачи относительно линейной системы дифференциальных уравнений с нелокальными условиями, с помощью которого задача параметрической идентификации сводится к решению вспомогательных краевых задач и одной системы алгебраических уравнений.

Аналогичный подход применен к решению обратных задач относительно нагруженного дифференциального уравнения гиперболического типа при нелокальных условиях переопределения.

Были проведены многочисленные численные эксперименты на тестовых задачах с применением предложенных в данной работе формул и схем численного решения. Результаты экспериментов показали достаточно высокую эффективность для практического применения описанного подхода.

Литература

1. *Abdullaev V.M., Aida-zade K.R.* On numerical Solution To Systems of Loaded Ordinary Differential Equations // Comp. Mathematics and Mathematical Physics, 2004, vol. 44, № 9, pp.1585-1595.
2. *Aida-zade K.R., Abdullaev V.M.* On the Solution of Boundary Value Problems with Nonseparated Multipoint and Integral Conditions // Differential Equations, 2013, vol. 49, No. 9, pp. 1114–1125.
3. *Aida-zade K.R., Abdullaev V.M.* Numerical approach to parametric identification of dynamic systems // Journal of Automation and Information Sciences. 2014, vol.46, №3, pp.1-14
4. *Abdullaev V.M., Aida-zade K.R.* Numerical method of solution to loaded nonlocal boundary value problems for ordinary differential equations // Comp. Mathematics and Mathematical Physics, 2014, vol.54, №7, pp. 1096–1109.
5. *Aida-zade K.R., Abdullayev V.M.* Solution to a class of inverse problems for a system of loaded ordinary differential equations with integral conditions // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2015. DOI: 10.1515/jiip-2015-0011.

ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОШИ-РИМАНА НА ПОЛОСЕ

Алиев Н.А., Ахмедов Р.Г.

Бакинский Государственный Университет

http//nihan.jsoft.ws, ahmadov_ramiz@hotmail.com

Многочисленные работы для уравнения Коши-Римана в различных ограниченных плоских областях с различными нелокальными и глобальными слагаемыми в граничных условиях изучены хорошо [1]. Почти во всех этих работах с помощью фундаментального решения уравнения Коши-Римана [2] доказывается фредгольмовость поставлен-ных граничных задач.

Излагаемая работа посвящена к определению решения еще одной граничной задачи для уравнения Коши-Римана.

Рассмотрим следующую граничную задачу:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=f(x),\quad x_1\in R, x_2\in(0,1), \tag{1}$$

$$u(x_1,1)=\alpha u(x_1,0),\quad x_1\in R, \tag{2}$$

где $i=\sqrt{-1}$, $f(x)$-непрерывная комплекснозначная функция на полосе $D=\{x=(x_1,x_2):\ x_1\in R, x_2\in(0,1),\}$, α-вообще говоря, комплексное постоянное число.

Как известно [1].

$$U(x-\xi)=\theta(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2)) \tag{3}$$

является фундаментальным решением уравнения Коши-Римана по направлению x_2, где $\theta(t)$-единичная функция Хевисайда, а $\delta(z)$-функция Дирака с комплексными аргументами.

Для того, чтобы получить основное соотношение, умножим уравнение (1) на фундаментальное решение (3) и интегрируем по области D:

$$\int_R dx_1\int_0^1\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}U(x-\xi)dx_2+i\int_0^1 dx_2\int_R\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}U(x-\xi)dx_1=$$

$$=\int_0^1 dx_2\int_R f(x)U(x-\xi)dx_1 \tag{4}$$

Интегрируя внутренние интегралы в левой части равенства (4) по частям и предполагая, что

$$\lim_{x_1\to\infty}\int_0^1[u(x_1,x_2)U(x_1-\xi_1,x_2-\xi_2)-$$

$$u(-x_1,x_2)U(-x_1-\xi_1,x_2-\xi_2)]dx_2=0 \tag{5}$$

имеем:

$$\int_R[u(x_1,1)U(x_1-\xi_1,1-\xi_2)-u(x_1,0)U(x_1-\xi_1,-\xi_2)]dx_1-$$

$$-\int_0^1 dx_2\int_R f(x)U(x-\xi)dx_1=\begin{cases}u(\xi),\xi\in D\\ \frac{1}{2}u(\xi),\xi\in\overline{D}\setminus D\end{cases} \tag{6}$$

Полученное основное соотношение (6) состоит из двух частей, первое из которых определяет общее решение уравнения (1), а второе является необходимым условием.

Отделяя их из необходимых условий, во-первых, получим:

$$\frac{1}{2}u(\xi_1,0)=\int_R u(x_1,1)\delta(x_1-\xi_1-i)dx_1-\frac{1}{2}\int_R u(x_1,0)\delta(x_1-\xi_1)dx_1-$$

$$-\int_0^1 dx_2\int_R f(x)\delta(x_1-\xi_1-ix_2)dx_1\,,$$

а второе соотношение превращается в тождество.Тогда необходимое условие примет вид:

$$u(\xi_1,0)=u(\xi_1+i,1)-\int_0^1 f(\xi_1+ix_2,\,x_2)dx_2. \qquad (7)$$

Учитывая граничное условие (2) в необходимом условии (7) имеем:

$$u(\xi_1,0)=\alpha u(\xi_1+i,0)-\int_0^1 f(\xi_1+ix_2,\,x_2)dx_2. \qquad (8)$$

Решая уравнение (8) методом последовательных постановок при условии

$$|\alpha|\prec 1 \qquad (9)$$

находим:

$$u(\xi_1,0)=-\sum_{k=0}^{\infty}\alpha^k\int_0^1 f(\xi_1+ki+ix_2,\,x_2)dx_2, \qquad (10)$$

и имеет место следующее утверждение:

Теорема 1. Пусть $f(x)$ непрерывная ограниченная функция имеющая ограниченное продолжение на комплексную плоскость, тогда при условии (5) и (9) ряд (10) сходится.

Решение граничной задачи (1)-(2) с помощью основного соотношения (6) представляется в следующем виде:

$$u(\xi)=\alpha\int_R u(x_1,0)\delta(x_1-\xi_1-i(1-\xi_2))dx_1-$$

$$-\int_0^1 dx_2\int_R f(x)\theta(x_2-\xi_2)\delta(x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2))dx_1\,,$$

или же в более простом виде,

$$u(\xi) = \alpha u(\xi_1 + i(1-\xi_2),0) - \int_{\xi_2}^{1} f(\xi_1 + i(x_2 - \xi_2, x_2)dx_2 \ , \qquad (11)$$

если $u(x_1,1)$ определит из граничного условия (2) с учетом (10).

И так установлена

Теорема 2. При условии теоремы 1 решение задачи (1)-(2) представляется в виде (11), где $u(\xi_1 - i\xi_2 + i, 0)$ определяется в виде (10).

Литература

1.List of publications of Dr. Nihan A. Aliev http://nihan.isaft.ws

2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. «Наука», Москва, 1981, 512 стр.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЯДРОМ ГИЛЬБЕРТА МЕТОДОМ НЬЮТОНА-КАНТОРОВИЧА

Алиев Р.А., Оруджова Г.Ш.

Бакинский Государственный Университет

aliyevrashid@mail.ru

Рассмотрим нелинейное сингулярное интегральное уравнение

$$Fu \equiv F(s, u(s), Ju(s)) = 0, \quad 0 \le s \le 2\pi, \qquad (1)$$

где $Ju(s) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} ctg\frac{s-\sigma}{2}u(\sigma)d\sigma$, а $F(s,u,v)$ заданная в $D \equiv \{(s,u,v): s \in [0,2\pi], u, v \in R\}$, 2π –периодическая по s гладкая вещественная функция.

Через H_α будем обозначать банахово пространство 2π – периодических функций удовлетворяющих условию Гельдера с показателем $\alpha \in (0,1)$ с нормой

$$\|\varphi\|_\alpha = \max_{s\in[0,2\pi]}|\varphi(s)| + \sup_{s',s''\in[0,2\pi],s'\neq s''}\frac{|\varphi(s')-\varphi(s'')|}{|s'-s''|^\alpha}.$$

Обозначим через $H_{\alpha,1,1}(D;c)$ класс функций $F(s,u,v): D\to R$, удовлетворяющие условию

$$|F(s_1,u_1,v_1)-F(s_2,u_2,v_2)|\le c(|s_1-s_2|^\alpha + |u_1-u_2| + |v_1-v_2|)$$

для любого (s_1,u_1,v_1), (s_2,u_2,v_2) из D.

Лемма. Пусть $F^{(i+j)}_{u^iv^j}\in H_{\alpha,1,1}(D;a_{ij}), i,j=0,1,2$, $0\le i+j\le 2$. Тогда оператор $Fu\equiv F(s,u(s),Ju(s))$ дифференцируемый по Фреше в любой точке $u_0\in H_\alpha$, причем

$$F'(u_0)h = F'_u(s,u_0(s),Ju_0(s))h(s) + F'_v(s,u_0(s),Ju_0(s))Jh(s)$$

и производная $F'(u)$ удовлетворяет условию Липшица

$$\|F'(u_1)-F'(u_2)\|\le L\cdot\|u_1-u_2\|_\alpha.$$

Теорема. Пусть функция $F(s,u,v)$ удовлетворяет условиям леммы, функция $u_0\in H_\alpha$ такая, что $a^2(u_0,s)+b^2(u_0,s)=1$, $ind[a(u_0,s)+ib(u_0,s)]=0$ и $\cos\theta_0\neq 0$, где $a(u_0,s)=F'_u(s,u_0(s),Ju_0(s))$, $b(u_0,s)=F'_v(s,u_0(s),Ju_0(s))$, $\theta_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}J(\arg[a(u_0,\sigma)+ib(u_0,\sigma)])d\sigma$. Тогда если $B_0Lr_0<\frac{1}{2}$, то уравнение (1) имеет единственное решение u^* в шаре $S(u_0,\rho)$ пространства H_α, где

$$\rho=\frac{1-\sqrt{1-2B_0Lr_0}}{B_0L},\ B_0=\|[F'u_0]^{-1}\|_{H_\alpha\to H_\alpha},\ r_0=\|[F'u_0]^{-1}Fu_0\|_\alpha,$$

к которому сходится модифицированный итерацинный процесс Ньютона-Канторовица.

О НЕКОТОРЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВАХ

Алиев С.Дж., Намазов Ф.М.
Бакинский Государственный Университет
samed.59@mail.ru

Для геометрических величин фигур существует необозримое число неравенств, не поддающихся какой-либо их классификации. Доказательство геометрических неравенств – большое искусство, требующее знания специальных технических приемов, набор которых достаточно широк и овладение всеми весьма сложно.

Если определенные величины некоторого тождества всегда неотрицательны или всегда неположительны, то из этого тождества может быть получено неравенство. Кроме того, в имеющемся тождестве некоторые величины могут быть заменены большими (или меньшими) величинами.

Рассмотрим некоторые примеры. Докажем, что синусы половинных углов треугольника удовлетворяют неравенству:

$$\sin\frac{A}{2}\cdot\sin\frac{B}{2}\cdot\sin\frac{C}{2}\le\frac{1}{8}\,. \tag{1}$$

Для этого сначала докажем, что синусы половинных углов произвольного треугольника удовлетворяют неравенствам:

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{A}{2}&\le\frac{a}{2\sqrt{bc}},\\ \sin\frac{B}{2}&\le\frac{b}{2\sqrt{ac}},\\ \sin\frac{C}{2}&\le\frac{c}{2\sqrt{ab}}.\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

На основании теоремы косинусов для треугольника, имеем

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=(b-c)^2+2bc-2bc\cos A=$$

$$=(b-c)^2+2bc(1-\cos A)\ge 4bc\cdot\sin^2\frac{A}{2}\,.$$

Следовательно,

$$\sin\frac{A}{2}\le\frac{a}{2\sqrt{bc}}\,.$$

Аналогично доказываются последние два неравенства системы (2).

Умножив неравенства системы (2) почленно, получаем неравенство (1).

Теперь докажем, что для всякого треугольника имеют место неравенства

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -\frac{3}{2}, \qquad (3)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \leq 9R^2, \qquad (4)$$

где R - радиус описанной вокруг треугольника окружности.

Известно, что если O - центр описанной вокруг треугольника ABC окружности, H - ортоцентр треугольника, то $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

Отсюда имеем: $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})^2 \geq 0$,

причем знак равенства имеет место только для равностороннего треугольника. Возведем сумму в скалярный квадрат:

$$3R^2 + 2R^2(\cos B\hat{O}C + \cos C\hat{O}A + \cos A\hat{O}B) \geq 0.$$

Но

$$\cos B\hat{O}C = \cos 2A, \ \cos C\hat{O}A = \cos 2B, \ \cos A\hat{O}B = \cos 2C.$$

Поэтому, получаем справедливость неравенства (3):

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -\frac{3}{2}.$$

Так как $\sin A = \dfrac{a}{2R}$, $\sin B = \dfrac{b}{2R}$, $\sin C = \dfrac{c}{2R}$, то отсюда имеем:

$$\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A = 1 - \frac{a^2}{2R^2},$$

$$\cos 2B = 1 - 2\sin^2 B = 1 - \frac{b^2}{2R^2},$$

$$\cos 2C = 1 - 2\sin^2 C = 1 - \frac{c^2}{2R^2}.$$

Следовательно,

$$1 - \frac{a^2}{2R^2} + 1 - \frac{b^2}{2R^2} + 1 - \frac{c^2}{2R^2} \geq -\frac{3}{2},$$

откуда следует неравенство (4):

$$a^2 + b^2 + c^2 \leq 9R^2.$$

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ РЕШЕНИЙ ОДНОГО

КЛАССА ПОЛУЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Алиева А.Г., Алиев С.Дж.
Институт математики и механики НАН Азербайджана
Бакинский Государственный Университет
arzu66@bk.ru, samed59@bk.ru

В работе получены некоторые априорные оценки для решений почти всюду следующей одномерной смешанной задачи:

$$\begin{cases} u_{txx}(t,x) - \alpha u_{xxxx}(t,x) = F(t,x,u(t,x),u_x(t,x),u_{xx}(t,x),u_{xxx}(t,x)) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (0 \le t \le T,\ 0 \le x \le \pi), \qquad (1) \\ u(0,x) = \varphi(x)\ (0 \le x \le \pi), \qquad (2) \\ u(t,0) = u(t,\pi) = u_{xx}(t,0) = u_{xx}(t,\pi) = 0 \ \ (0 \le t \le T), \qquad (3) \end{cases}$$

где $\alpha > 0$ - фиксированное число; $0 < T < +\infty; F, \varphi$ - заданные функции, а $u(t,x)$- искомая функция, причём под решением почти всюду задачи (1)-(3) понимаем следующее

Определение. Под решением почти всюду задачи (1)-(3) понимаем функцию $u(t,x)$, обладающую свойствами:

а) $u(t,x), u_x(t,x), u_{xx}(t,x), u_{xxx}(t,x), u_t(t,x)$,
$u_{tx}(t,x) \in \in C([0,T]\times[0,\pi])$; $u_{xxxx}(t,x), u_{txx}(t,x) \in C([0,T]; L_2(0,\pi))$;

б) все условия (2) и (3) удовлетворяются в обычном смысле;

в) уравнение (1) удовлетворяется почти всюду в $(0,T)\times(0,\pi)$.

Отметим, что данная работа является продолжением работы [1], в котором также получены некоторые априорные оценки для решений почти всюду задачи (1)-(3).

Умножением рассматриваемого уравнения на подходящую функцию и последующим соответствующим почленным интегрированием (включая некоторые интегрирования по частям), доказывается следующая теорема об априорной ограниченности (в определенных смыслах) решений почти всюду задачи (1)-(3).

Теорема. Пусть правая часть уравнения (1) имеет вид:

$$F(t,x,u,u_x,u_{xx},u_{xxx}) = f_0(t,u_{xx})\cdot u_{xxx} + f(t,x,u,u_x,u_{xx},u_{xxx}),$$

причём:

а) $f_0(t,V) \in C\big([0,T]\times(-\infty,\infty)\big)$;

б) $f(t,x,u_1,...,u_4) \in C([0,T]\times[0,\pi]\times(-\infty,\infty)^4)$ и

в $[0,T]\times[0,\pi]\times(-\infty,\infty)^4$

$$f(t,x,u_1,...,u_4)\cdot u_3 \le C\cdot(1+u_1^2+u_2^2+u_3^2)+\delta\cdot u_4^2\,,\quad 0<\delta<\alpha\,,$$

где $C>0$ - постоянная, а $\alpha>0$ - число, фигурирующее в уравнении (1).

Тогда для всевозможных решений почти всюду $u(t,x)$ задачи (1)-(3) справедливы априорные оценки:

$$\int_0^\pi u_{xx}^2(t,x)dx \le C_0 \quad \forall t\in[0,T]; \tag{4}$$

$$\int_0^T\int_0^\pi u_{xxx}^2(t,x)dxdt \le C_0\,. \tag{5}$$

В заключение отметим, что из априорной оценки (4), в силу оценки

$$u^2(\tau,x) \le \pi\cdot\int_0^\pi u_x^2(\tau,x)dx \le \pi^3\cdot\int_0^\pi u_{xx}^2(\tau,x)dx \;\; \forall\tau\in[0,T],\, x\in[0,\pi]$$

из работы [2, стр.27] для всевозможных решений почти всюду $u(t,x)$ задачи (1)-(3) следует справедливость априорной оценки

$$\|u(t,x)\|_{C(Q_T)} \le R_0\,,$$

а из априорной оценки (4), в силу оценки

$$u_x^2(\tau,x) \le \pi\cdot\int_0^\pi u_{xx}^2(\tau,x)dx \quad \forall\tau\in[0,T],\;\; x\in[0,\pi]$$

из работы [2, стр.28] для всевозможных решений почти всюду $u(t,x)$ задачи (1)-(3) следует справедливость априорной оценки

$$\|u_x(t,x)\|_{C(Q_T)} \le R_0\,, \text{ где } Q_T \equiv [0,T]\times[0,\pi]\,.$$

Литература

1. Алиева А.Г., Алиев С.Дж. Некоторые априорные оценки для решений одномерной смешанной задачи для одного класса полулинейных уравнений четвертого порядка // Технологии и методики в образовании. Научно-технический журнал, Воронеж, №1, 2014, с.3-8.
2. Aliyeva A.G. On the existence in large for almost everywhere

solution of one-dimensional mixed problem for a class of semilinear fourth order equations of Sobolev type // Proceedings of Institute of Mathematics and Mechanics of National Academy of sciences of Azerbaijan, 2009, v. XXX, p.19-36.

ОБ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ СТЕПЕНИ КОМПЛЕКСНОГО ПАРАМЕТРА

Асадова О.Г., Мамедова Н.Г.
Bakı Dövlət Universiteti

Как известно, вычетный метод М.Л.Расулова [1], [2] можно применять к решению смешанных задач для уравнений принадлежащих и не принадлежащих типовой классификации по Петровскому. Для успеха применения этого метода достаточно, чтобы спектральная задача, соответствующая смешанной задаче была регулярной.

В настоящей работе исследуется регулярность граничной задачи нахождения решения уравнения

$$ay^{IV}(x,\lambda)+b\lambda^2 y''(x,\lambda)-\lambda^4 y(x,\lambda)=F(x,\lambda)\,,\ x\in(0,1), \quad (1)$$

удовлетворяющего граничным условиям

$$y(0,\lambda)=y'(0,\lambda)-y'(1,\lambda)=y''(0,\lambda)-\lambda^2 y(1,\lambda)=$$
$$=y'''(0,\lambda)+\lambda^2 y'(1,\lambda)=0, \quad (2)$$

где *a, b* постоянные числа, такие, что характеристическое уравнение имеет корни, для которых $\operatorname{Re}\nu_{1,2}=0$ и $\operatorname{Re}\nu_3<0$, $\operatorname{Re}\nu_4>0$. Это может выполняться, например, если $a=-2i$, $b=1-2i$. Тогда характеристическое уравнение имеет вид

$$\nu^4+(1-2i)\nu^2+2i=0\,.$$

Это означает, что уравнение смешанной задачи, которой соответствует задача (1), (2), принадлежит слабо параболическому типу [3].

Как известно, решение задачи (1), (2) получается в виде

$$y(x,\lambda)=\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)F(\xi,\lambda)d\xi\ ,$$

где $G(x,\xi,\lambda)$ - функция Грина, которая определяется формулой

$$G(x,\xi,\lambda)=\frac{\Delta(x,\xi,\lambda)}{\Delta(\lambda)}.$$

$\Delta(\lambda)$ - характеристический определитель, для которого, непосредственным вычислением, получается асимптотическое представление

$$\Delta(\lambda)=\lambda^6 e^{\lambda(v_3+v_4)}\{\Delta_0(\lambda)+H(\lambda)\},$$

справедливое при $\lambda \in \sum_1 = \left\{\lambda : |\lambda| > R, -\frac{\pi}{2}+\delta < \arg\lambda < \alpha\right\}$,

где $\alpha = arctg\frac{1}{2}$, причем $\Delta_0(\lambda) = -(7-i)+(7-i)e^{\lambda i}$.

Следовательно, для нулей характеристического определителя имеет место асимптотика

$$\lambda_k = 2k\pi + 0\left(\frac{1}{k}\right), \quad k=1,2,...$$

Далее, доказывается, что эти нули являются простыми полюсами функции Грина. Это означает, что для $\Delta(\lambda)$ имеет место теорема 4 ([2], стр. 205), и справедлива оценка

$$\left|\lambda^{-6} e^{-\lambda(v_3+v_4)}\Delta(\lambda)\right| \geq N_\delta$$

при всех $\lambda \in \Sigma_1$, где N_δ постоянная величина зависящая только от $\delta > 0$, причем δ-радиус кругов с центром в полюсах функции Грина. Наконец, с помощью полученных доказывается, что для функции Грина вне некоторой δ-окрестности полюсов имеет место оценка

$$|G(x,\xi,\lambda)| \leq \frac{c}{\lambda^3},$$

что и доказывает регулярность поставленной задачи (1), (2).

Литература

1. Расулов М.Л. Метод контурного интеграла, Изд. Наука, М., 1964.
2. Расулов М.Л. Применение вычетного метода к решению задач дифференциальных уравнений, Изд. Элм, Баку, 1989.
3. Асадова О.Г., Мамедова Н.Г. Исследование граничной задачи для уравнения четвертого порядка, содержащей в граничных условиях старшие степени параметра. Nəzəri və Tətbiqi mexanika, Bakı, 2013, səh. 139-144.

О ПОЛНОТЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОРОДНОГО ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Асланов Г.И., Мамедов М.М.
Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
Сумгаитский Государственный Университет

В сепарабельном Гилбертовом пространстве H рассматривается задача Коши для однородного операторно-дифференциального уравнения первого порядка

$$U^1(t) = Au(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$U(0) = U_0 \quad (2)$$

Обозначим через λ_j собственные значения оператора $A+B$ с учетом алгебрической кратности. Пусть $U_{j_0,}U_{j_1,..U_{jk_j}}$ цепочка корневых векторов оператора $A+B$ соответствующая собственным значениям λ_j
функции

$$U_j(t) = \ell^{\lambda_i t}\left[\frac{t^{k_j}}{k_j!}U_{j_0} + \frac{t^{k_j-1}}{(k_j-1)!}U_{j1} + \ldots + \frac{t}{1!}U_{j,k_{j-1}} + U_{jk_j}\right] \quad (3)$$

является элементарными решениями уравнения (1).

Имеет места следующая теорема

Теорема. Пусть выполняются следующие условия:

1. Оператор A имеет плотную область определения $D(A)$ в H ;
2. При некотором $\rho > 0$ и $\lambda_0 \in \rho(A)$ оператор $R(\lambda_{0,} A) \in \delta_\rho(H)$;
3. Существует лучи $\ell_k(\alpha)$ с углами между соседними лучами не больше $\dfrac{\pi}{\rho}$ и числа $\alpha > 0,\ \beta \in (0,1]$ такие, что
$$R(\lambda, A) \le C|\lambda|^{-\beta}, \quad |\arg\lambda| \le \frac{\pi}{2} + \alpha \quad \text{или} \quad \lambda \in \ell_k(\alpha);$$
4. $D(B) \supset D(A)$ и при любом $\varepsilon > 0$
$$\|Bu\| \le \varepsilon \cdot \|Au\|^\beta \cdot \|u\|^{1-\beta} + C(\varepsilon)\|u\|, \quad u \in D(A) ;$$
5. $U_0 \in D(A)$

Тогда задача (1) - (2) имеет единственное решение $U(t)\in C[(0,T],H]\cap C^1[(0,T],H(A),H]$ и существуют числа C_{jn} такие, что

$$\lim_{n\to\infty,\ t\in[0,T]}\max\left\|u(t)-\sum_{j=1}^{n}C_{jn}u_j(t)\right\|=0$$

$$\lim\sup\left(\left\|u^1(t)-\sum_{j=1}^{n}C_{jn}u^1{}_j(t)\right\|+\left\|Au(t)-\sum_{j=1}^{n}C_{jn}Au_j(t)\right\|\right)=0$$

где $u(t)$ решение задачи (1)-(2), а $u_j(t)$ элементарные решения уравнения (1).

Литература

1. H.I.Aslanov, M.M.Mamedov, Completeness of elementary solutions of diferential-operator equations. Transactions of NAS of Azerbaijan, Baku, 2008, XXVIII, №1, p. 25-32.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА НА ПОЛУОСИ

Асланов Г.И.
Институт Математики и Механики НАНА
Абдуллаева Н.С.
Сумгаитский Государственные Университет
aslanov.50@mail.ru

В пространстве $H_1=L_2([0,\infty],H)$, где $H-$сепарабельное гильбертово пространство, изучается асимптотическое распределения собственных значений оператора L порожденного выражением

$$l(y)=(-1)^n\left(P(x)y^{(n)}\right)^{(n)}+Q(x)y$$

и граничными условиями

$$y^{(l_1)}(0)=y^{(l_2)}(0)=...=y^{(l_n)}(0)=0\,,\ 0\le l_1<l_2<...<l_n\le 2n-1\,.$$

При некоторых предположениях относительно операторных функций $P(x), Q(x)$ эта задача имеет счетное число собственных значений $\lambda_1 \le \lambda_2 \le ... \le \lambda_n \le ...$ с единственной предельной точкой на бесконечности.

Обозначим через $N(\lambda)$ число собственных значений, меньших данного числа $\lambda > 0$, т.е. положим $N(\lambda) = \sum\limits_{\lambda_n < \lambda} 1$.

Обозначим через $\beta_n(x,s)$ собственные значения оператора $P(x)S^{2n} + Q(x)$ в порядке роста.

Предположим, что при некотором целом k выполняется условие

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \frac{dx\,ds}{[\beta_n(x,s)+\mu]^{2k}} < \infty .$$

Доказывается справедливость следующей асимптотической формулы при $\mu \to \infty$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_n + \mu)^{2k}} \sim \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \frac{dx\,ds}{[\beta_n(x,s)+\mu]^{2k}} .$$

Применяя известную тауберову теорему М.В.Келдыша из этой формулы получим следующую асимптотическую формулу для $N(\lambda)$:

$$N(\lambda) \sim \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \iint\limits_{\{\beta_n(x,s)<\lambda\}} dx\,ds \text{ при } \lambda \to \infty .$$

K – БЕССЕЛОВЫ СИСТЕМЫ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Асланов Г.И.

Институт Математики и Механики НАНА

Гусейнов З.Г.

Сумгаитский Государственные Университет

Пусть $(X;K;(\cdot,\cdot))-H$ прстранство и $\{x_n\}_{n\in N} \subset X$-некоторая минимальная система с сопряженной системой $\{x_n^*\}_{n\in N}$. $\{x_n\}$ называют бесселовой, если для любого $x \in X$ выполняется $\sum\limits_n \left|(x,x_n^*)\right|^2 < \infty$. Это определение, принадлежащая Н.К.Бари, обобщается банаховой случай следующим образом.

Пусть $(X;K;(\cdot,\cdot))-B$ пространство и $\{x_n\}_{n\in N}\subset X$ минимальная система с сопряженной системой $\{x_n^*\}_{n\in N}\subset X^*$. Пусть K - некоторое B-пространство последовательностей из скаляров.

Если для любого $x\in X: \{x_n^*(x)\}_{n\in N}\in K$, то говорят, что система $\{x_n\}_{n\in N}$ обладает K-свойством.

Предположим, что система $\{x_n\}_{n\in N}\subset X$ обладает K-свойством и в K имеется канонический базис $\{e_n\}_{n\in N}$.
Возьмем любой $x\in X$ и рассмотрим операторы $T_m\in L(x,k)$

$$T_m x=\sum_{n=1}^{m}x_n^*(x)e_n,\ m\in N$$

для любого $x\in X$ существует предел $\lim\limits_{m\to\infty}T_m x$. Тогда по теорема Банаха-Штейхауза множество $\{\|T_m\|,\ m\in N\}$ ограничено и выполняется неравенство

$$\left\|\sum_{n=1}^{\infty}x_n^*(x)e_n\right\|_K\le M\|x\|,\quad \forall\, x\in X\ .$$

Таким образом, оператор $Tx=\sum\limits_{n=1}^{\infty}x_n^*(x)e_n$ принадлежит $L(X;K)$, причем $Tx_n=e_n,\quad \forall\, n\in N$.

Теперь предположим, что имеют место соотношения

$$T\in L(X;K),\ \ Tx_n=e_n,\ \ \forall\, n\in N$$

где $\{x_n\}_{n\in N}$-полная и минимальная система в X, $\{e_n\}_{n\in N}$-базис в K, $\{x_n^*\}_{n\in N}\subset X^*$, $\{e_n^*\}_{n\in N}\subset K^*$-соответствующие сопряженные системы. Из соотношения

$$\delta_{mn}=e_n^*(e_m)=e_n^*(Tx_m)=(T^*e_n^*)(x_m),\ \ \forall\, n,m\in N\ ,$$

и из полноты $\{x_n\}_{n\in N}$ в X следует, что $x_n^*=T^*e_n^*,\ \forall\, n\in N$.

Возьмем $x\in X$ и рассмотрим

$$x_n^*(x)=(T^*e_n^*)(x)=e_n^*(Tx),\ \forall\, n\in N\ .$$

Из $Tx\in K$ следует, что $\{e_n^*(Tx)\}_{n\in N}\in K$ и таким образом $\{x_n^*\}_{n\in N}\subset K$, т.е. $\{x_n\}_{n\in N}$ обладает $K-$ свойством. В результате, доказали следующую теорему:

Теорема. Пусть выполнены условия:

1) $X-B$ -пространство и $\{x_n\}\subset X$- минимальная в X система;

2) $K-B$-пространство последовательностей из скаляров с каноническим базисом $\{e_n\}_{n\in N}\subset K$.

Тогда для того, чтобы $\{x_n\}_{n\in N}$ обладала K-свойством, необходимо, а в случае полноты $\{x_n\}_{n\in N}$ в X и достаточно существование оператора $T\in L(X,K)$, для которого $Tx_n=e_n$, $\forall\, n\in N$.

Из этой теоремы получается следующие следствие

Следствие. Пусть $X-H$-пространство с ортонормированным базисом $\{\varphi_n\}_{n\in N}$ и $\{x_n\}_{n\in N}$-некоторая минимальная в нем система. Для того, чтобы $\{x_n\}_{n\in N}$ была бесселовой, необходимо, а в случае полноты $\{x_n\}_{n\in N}$ в X и достаточно существование оператора

$$T\in L(X);\quad Tx_n=\varphi_n,\ \forall\, n\in N.$$

Литература

1. Бари Н.К. Тригонометрические ряды, М, Физматгиз, 1961, 672с.
2. Бари Н.К. биортогональные системы и базисы в гильбертовом пространстве. Уч. записки МГУ, т.4, в. 148, 1951, с. 69-107.
3. Билалов Б.Т., Велиев С.Г. Некоторые вопросы базисов, Баку, «Элм», 2010, 304 с.
4. Билалов Б.Т., Гусейнов З.Г. k-бесселовы и K - гильбертовы системы. K-базисы. Докл. РАН, 2009, т. 429, № 3, с. 1-3

ДИСКРЕТНОСТЬ СПЕКТРА ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Асланов Г.И.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

Касумова Г.И., К.Г.Бадалова

Сумгаитский Государственный Университет

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространство. В пространстве $L_2(R^3;H)$ рассматривается оператор L, порожденный операторно-дифференциальным выражением

$$\ell(u) = -\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(P(x)\frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + Q(x)u$$

$P(x)$ и $Q(x)$ -при $x \in R^3$ является операторами в пространстве H. При некоторых предположениях относительно оператор-функций $P(x)$ и $Q(x)$ доказывается, что при достаточно больших значениях параметра λ существует оператор $R_\lambda = (L + \lambda E)^{-1}$ и является интегральным оператором с операторным ядром $G(x,\eta,\lambda)$, которое будем называть функцией Грина оператора L.

Доказывается, что функция Грина $G(x,\eta,\lambda)$ является решением следующего интегрального уравнения:

$$G(x,\eta,\lambda) = g(x,\eta,\lambda) - \sum_{i=1}^{3} \int_{R^3} g(x,\xi,\lambda)\frac{\partial}{\partial x}\left[(P(x) - P(\xi))\frac{\partial G}{\partial x_i} \right] d\xi +$$

$$+ \int_{R^3} g(x,\xi,\lambda)[Q(\xi) - Q(x)]G(x,\xi,\lambda)d\xi$$

Здесь операторная функция $g(x,\eta,\lambda)$ является фундаментальным решением уравнения $\ell(y) + \lambda y = 0$ с «замороженными» коэффициентами. Она имеет следующий вид:

$$g(x,\eta,\lambda) = P^{\frac{1}{2}}(\eta)\frac{\exp\sqrt{K(\eta) + \lambda P^{-1}(\eta)}\;|x-\eta|}{4\pi|x-\eta|} \cdot P^{\frac{1}{2}}(\eta),$$

$$K(\eta) = P^{\frac{1}{2}}(\eta) \cdot Q(\eta) P^{\frac{1}{2}}(\eta) \;.$$

Доказано справедливость следующего асимптотического равенства

$$G(x,\eta,\lambda) = g(x,\eta,\lambda)[1 + 0(1)].$$

Из этого асимптотического равенства получается, что функция $G(x,\eta,\lambda)$ является ядром типа Гильберта - Шмидта. Отсюда следует дискретность спектра оператора L.

ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Ахмедов Ф.Ш.
Бакинский Государственный Университет
Ахыев С.С.
Азербайджанский Государ. Педагогич. Университет
axiyev63@mail.ru

Рассмотрим управляемую линейную нелокальную гиперболическую краевую задачу

$$(V_3 z)(t,x) \equiv z_{tx}(t,x) + z(t,x)A_0(t,x) + z_x(t,x)A_1(t,x) + \\ + z_t(t,x)A_2(t,x) + z(\tau_0,\zeta_0)A_3(t,x) = b_3(t,x,u_3(t,x)), \\ (t,x) \in D = T \times X, \tag{1}$$

$$(V_2 z)(t) \equiv z_t(t,x_0) + \int_X z(t,\zeta)K_2(t,\zeta)d\zeta = b_2(t,u_2(t)), \\ t \in T = [t_0,t_1], \tag{2}$$

$$(V_1 z)(x) \equiv z_x(t_0,x) + \int_T z(\tau,x)K_1(\tau,x)d\tau = b_1(x,u_1(x)), \\ x \in X = [x_0,x_1], \tag{3}$$

$$V_0 z \equiv z(t_0,x_0) + \iint_D z(\tau,\zeta)K_0(\tau,\zeta)d\tau d\zeta = b_0(u_0). \tag{4}$$

Здесь $A_0(t,x)$, $A_1(t,x)$, $A_2(t,x)$, $A_3(t,x)$, $K_0(t,x)$, $K_1(t,x)$, $K_2(t,x)$ заданные $n\times n$ - матрицы; A_0, A_3, K_0, K_1, $K_2 \in L_{p,n\times n}(D)$, $p \geq 1$, т.е., элементы из $L_p(D)$; для $A_1(t,x)$ и $A_2(t,x)$ есть функции $a_1 \in L_p(T)$ и $a_2 \in L_p(X)$, такие, что $\|A_1(t,x)\| \leq a_1(t)$, $\|A_2(t,x)\| \leq a_2(x)$ почти всюду на D; $b_0(u_0)$, $b_1(x,u_1)$, $b_2(t,u_2)$, $b_3(t,x,u_3)$ - заданные n- мерные вектор-функции; $(\tau_0,\zeta_0) \in D$- заданная точка; t_0, t_1, x_0, x_1 - заданные числа; $u_1(x)$, $u_2(t)$, $u_3(t,x)$ - r_1, - r_2, - r_3- мерные управляющие вектор-функции, определенные и измеримые на X, T и D, соответственно; u_0 - r_0 - мерный управляющий векторный параметр. Частные случаи задач (1)-(4) можно встретить, например, в прикладных задачах

[1,2].

На управления $u_0, u_1(x), u_2(t), u_3(t,x)$ накладываются ограничения

$$u_0 \in U_0;\ u_1(x) \in U_1, \text{ п.в. } x \in X;\ u_2(t) \in U_2, \text{ п.в. } t \in T;$$
$$u_3(t,x) \in U_3, \text{ п.в. } (t,x) \in D, \quad (5)$$

где $U_0 \subset R^{r_0}; U_1 \subset R^{r_1}; U_2 \subset R^{r_2}; U_3 \subset R^{r_3}$ - заданные ограниченные и замкнутые множества, «п.в.»- означает «почти для всех».

Вектор-функция $b_0(u_0)$ непрерывна на U_0. Вектор-функции $b_1(x,u_1), b_2(t,u_2), b_3(t,x,u_3)$ почти для всех $(t,x) \in D$ непрерывны по u_1, u_2 и u_3, соответственно на U_1, U_2 и U_3, а также для всех $u_1 \in U_1$, $u_2 \in U_2$, $u_3 \in U_3$, соответственно $b_1(\cdot,u_1) \in L_{p,n}(X)$, $b_2(\cdot,u_2) \in L_{p,n}(T)$, $b_3(\cdot,\cdot,u_3) \in L_{p,n}(D)$.

Четверку $u = (u_0, u_1(x), u_2(t), u_3(t,x))$ векторов $u_0 \in R^{r_0}$; $u_1 \in L_{\infty,r_1}(X)$, $u_2 \in L_{\infty,r_2}(T)$, $u_3 \in L_{\infty,r_3}(D)$, удовлетворяющих условиям (5) назовем допустимым управлением, а множество всех допустимых управлений обозначим U_∂. Решение $z(t,x) = (z_1(t,x),...,z_n(t,x))$ задачи (1)-(4), соответствующее допустимому управлению $u \in U_\partial$, будем полагать из пространства С.Л.Соболева $W_{p,n}(D)$ n- мерных вектор – функций $z \in L_{p,n}(D)$, обладающих обобщенными производными $z_t, z_x, z_{tx} \in L_{p,n}(D)$. Критерием задачи управления выбран функционал

$$S(u) = z(t_0,x_0)c_0' + z(t_1,x_1)c_1', \quad (6)$$

который требуется минимизировать. Здесь $c_0 \in R^n$ и $c_1 \in R^n$ - заданные n-мерные строчные векторы; $(')$-означает транспонирование.

Оператор $V = (V_0, V_1, V_2, V_3)$ задачи (1) - (4) действует из $W_{p,n}(D)$ в пространство $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times \times L_{p,n}(T) \times L_{p,n}(D)$. Кроме того, линейные ограниченные функционалы определенные на $\Delta_{p,n}(D)$ имеют общий вид

$$\Lambda(g) = g_0\lambda_0' + \int_X g_1(x)\lambda_1'(x)dx + \int_T g_2(t)\lambda_2'(t)dt +$$
$$+ \iint_D g_3(t,x)\lambda_3'(t,x)dtdx,$$

где $g = (g_0, g_1, g_2, g_3) \in \Delta_{q,n}(D)$ - произвольный элемент, $\lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \in \Delta_{q,n}(D)$ - элемент, представляющий некоторый функционал, $1/p + 1/q = 1$. С учетом отмеченных, а также того, что оператор $Nz = (z(t_0, x_0), z_x(t_0, x),\ z_t(t, x_0), z_{tx}(t, x))$ изоморфно действует из $W_{p,n}(D)$ в $\Delta_{p,n}(D)$ $[3,4]$, для задачи управления (1) - (6) определено понятие сопряженной задачи в виде интегро - алгебраических уравнений:

$$(W_0\lambda)' = -(c_0' + c_1');\ (W_1\lambda)'(\zeta) = -c_1',\ \zeta \in X;$$
$$(W_2\lambda)'(\tau) = -c_1',\ \tau \in T;\ (W_3\lambda)'(\tau,\zeta) = -c_1',\ (\tau,\zeta) \in D.$$

Здесь W_0, W_1, W_2, W_3 - компоненты оператора $V^* = (W_0, W_1, W_2, W_3)$ сопряженного к $V = (V_0, V_1, V_2, V_3)$.

С помощью решения $\lambda \in \Delta_{q,n}(D)$ сопряженной задачи найдено интегральное выражение для приращения функционала и получено необходимое и достаточное условие оптимальности управления в виде условий максимума. А именно, если допустимое управление $\bar{u} \in U_\partial$ вместе с решением $\bar{z} \in W_{p,n}(D)$ задачи (1) - (4) и решением $\bar{\lambda} \in \Delta_{q,n}(D)$ сопряженной задачи доставляет минимум функционалу (6), то выполняются следующие условия

$$b_3(t,x,\bar{u}_3(t,x))\overline{\lambda_3'}(t,x) = \max_{u_3 \in V_3} b_3(t,x,u_3(t,x))\overline{\lambda_3'}(t,x),\ \text{п.в.}\ (t,x) \in D,$$
$$b_2(t,\bar{u}_2(t))\overline{\lambda_2'}(t,x) = \max_{u_2 \in V_2} b_2(t,u_2(t))\overline{\lambda_2'}(t),\ \text{п.в.}\ t \in T,$$
$$b_2(x,\bar{u}_1(x))\overline{\lambda_1'}(x) = \max_{u_1 \in V_1} b_1(x,u_1(x))\overline{\lambda_1'}(t),\ \text{п.в.}\ x \in X,$$
$$b_0(\bar{u}_0)\overline{\lambda_0'} = \max_{u_0 \in V_0} b_0(u_0)\overline{\lambda_0'}.$$

Литература

1. Ляпунов А.А., Багриновская Г.П., Свирежев Ю.М. и др. Математическое моделирование в биологии.- М.: Наука, 1975, 156с.

2. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв.- М.: Наука, 1976, 352с.
3. Ахмедов Ф.Ш. Оптимизация гиперболических систем при нелокальных краевых условиях Бицадзе-Самарского.- ДАН СССР, 1985, т.283, №4, с.787-791.
4. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Оптимизация одной задачи управления для линейной нелокальной гиперболической краевой задачи. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2011, т.X(40), №4, с.109-113.

ОБ ОДНОЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ

Ахмедов Х.И.
Бакинский Государственный Университет
hikmatahmadov@yahoo.com

Рассматривается спектральная задача для уравнения четвертого порядка с нормированными граничными условиями вида

$$y^{IV} + a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = \lambda^4 y + h(x) \quad (0 < x < 1) \quad (1)$$

$$V_i(y) \equiv \alpha_i y^{(k_i)}(0) + \beta_i y^{(k_i)}(1) + \sum_{j=0}^{k_i-1}\left[\alpha_{ij} y(0) + \beta_{ij} y(1)\right] = 0 \quad (2)$$

$$(i = 1,2,3,4)$$

где $3 \ge k_1 \ge k_2 \ge k_3 \ge k_4 \ge 0$, $k_1 > k_3, k_2 > k_4$

$$|\alpha_i| + |\beta_i| > 0, \quad (i = 1,2,3,4).$$

Коэффициенты уравнения удовлетворяют следующим условиям:

$$a_\nu(x) Є C^{(K+\nu-2)}[0,1], \ (\nu=0,1,2) \quad (3)$$

В работах [2], [3] рассмотрены нерегулярные спектральные задачи для уравнения второго порядка (так называемые, почти-регулярными).

Доказаны некоторые нужные факты: 1) изучены основные свойства характеристического определителя $\Delta(\lambda)$; 2) свойства функции Грина $G(x, \zeta, \lambda)$; 3) доказана формула разложения по собственным и присоединенным элементам спектральной задачи.

Отметим , что нулями $\{\lambda_\nu\}$ характеристического определителя $\Delta(\lambda)$ называется точки полюсов функции Грина G (x, ζ, λ).

Пусть задача (1),(2) почти-регулярна к-го порядка .

Доказывается следующая

Теорема 1. Для функции Грина задача (1),(2) при любых x,ζ Є [0,1] вне δ -окрестности (δ>0) полюсов $\{\lambda_\nu\}$ имеет место оценка

$$|G(x,\zeta,\lambda)| \le \frac{C_0}{|\lambda|^{3-k}},\ C_0>0$$

Теорема 2. Если коэффициенты $a_\nu(x)$ (ν=0,1,2) удовлетворяют условию (3) и

h (x) Є$C^1[0,1]$ тогда имеет место формула разложения

$$-\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\sum_{\nu}\int_{C\nu}\lambda^j d\lambda\int_{\partial} G(x,\xi,\lambda)\, h(\zeta)d\zeta = \begin{cases} 0, j=0,1,2 \\ h(x), j=3 \end{cases},$$

где c_ν -простой замкнутый контур, окружающий только один полюс подынтегральной функции и сумма по ν распространены на все полюсы функции Грина.

Замечание 1. Условия почти-регулярности спектральной задачи (1),(2) выражается не коэффициентами граничных условий (2), а только коэффициентами уравнения (1).

Замечание 2. Почти регулярная спектральная задача нулевого порядка является регулярной по Тамаркину Расулову [1]

Литература

1. М.Л.Расулов. метод контурного интеграла. Москва,наука,1964, 462с
2. Ю.А.Мамедов, Х.И.Ахмедов, СБ. пр. I респ. Конф. По мех и матем. ч. I. Баку, 1995, с.106-109
3. Yu. A. Mamedov, H. J. Ahmadov, commun. Theor. Phys. (Beijing,China),41 (2004) pp.649-654

СПЕКТР ВЕРХНЕТРЕУГОЛЬНОЙ МАТРИЦЫ

Ахундов А.З.
Бакинский Государственный Университет
anaraxundov1991@gmail.com

В работе находится спектр бесконечной верхне-треугольной матрицы

$$A(x_n) = (rx_0 + sx_1, rx_1 + ... + sx_2, rx_0 + sx_1, ..., rx_n + sx_{n+1}, ...)$$

в банаховом пространстве

$$cs = \left\{ x = (x_n) : \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n} x_i \text{существует} \right\}$$

с нормой

$$\|x\|_{cs} = \sup_n \left| \sum_{i=1}^{n} x_i \right| .$$

получены следующие результаты.

Теорема 1. $A: cs \to cs$ является линейным ограниченным оператором и

$$\|A\| \le |r| + |s| .$$

Теорема 2. Спекр оператора A имеет следующий вид:

$$\sigma(A) = \{ \lambda : \lambda \in C, |r - \lambda| \le |s| \} .$$

Эти теоремы доказываются с помощью следующей леммы

Лемма ([1], Лемма 2.1). Пусть (c_n) и (d_n) последовательность комплексных чисел такие, что $\lim_{n\to\infty} c_n = c$ и $|c| < 1$. Тогда для последовательности $z_{n+1} = c_{n+1} z_n + d_n \quad (n = 0,1,2,...)$ верны утверждения:

1) (d_n) ограничена тогда и только тогда, когда (z_n) ораничена.

2) (d_n) сходится тогда и только тогда, когда (z_n) сходится.

3) (d_n) сходится к нулю, тогда и только тогда, когда (z_n) сходится к нулю.

Полученные результаты являются естественным продолжением результатов [1] и [2].

Литература

1. A.M. Akhmedov and R. El-Shabrawy On the fine spectrum of the operator $\Delta_{a,b}$ over the sequence space C., Comp. Math. Apple., 61 (10), (2011), 2994-3002.
2. A.M. Akhmedov and F/ Basar, The fine spectra of the Cesaro operator C_1 over the sequence space $bv_p, (1 \le p < \infty)$ Math. J. Okayama Univ. 50 (2008), 135-147.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА В ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ[1]

Ахундов А.Я.

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

adalatakhund@mail.ru

Селимханов Б.Р.

Сумгаитский Государственный Университет

mektebsum9@mail.ru

Целью настоящей работы является исследование вопросов корректности обратной задачи об определении неизвестного коэффициента в эллиптическом уравнении второго порядка. Обратная задача рассматривается в ограниченной области в случае граничного условия Дирихле и с локальной дополнительной информацией. Отыскиваемый коэффициент не зависит от одной пространственной переменной.

Доказана теорема о единственности решения рассматриваемой обратной задачи и получена оценка характеризующая «условную» устойчивость.

Пусть $D = \{(x, y) | a < x < b,\ s_1(x) < y < s_2(x),\ a, b$ – некоторые постоянные, $s_1(x), s_2(x)$ – заданные функции $\} \subset R^2$ – область с достаточно гладкой границей ∂D, $\overline{D} = D \cup \partial D$.

Рассматривается обратная задача об определении пару

[1] Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Развития Науки при Президенте Азербайджанской Республики – Грант № EİF-2013-9(15)-46-12-1

функций $\{q(y), u(x,y)\}$ из условий:

$$\Delta u + q(y)u = f(x,y),\ (x,y)\in D, \tag{1}$$

$$u(x,y)=\varphi(x,y),\quad (x,y)\in \partial D, \tag{2}$$

$$u(x_0,y)=h(y),\ \ s_1(x)\le y\le s_2(x),\quad x_0\in(a,b). \tag{3}$$

здесь, $f(x,y), \varphi(x,y), h(y)$ – заданные функции.

Подобные обратные задачи некорректны в смысле Адамара и изучались в работах [1-3].

Относительно входных данных задачи (1)-(3) сделаем следующие предположения:

1^0. $f(x,y)\in C^{\alpha}(\overline{D})$;

2^0. $\varphi(x,y)\in C^{2+\alpha}(\partial D)$;

3^0. $h(y)\in C^{2+\alpha}[s_1(x), s_2(x)],\ |h(y)|\ge h_0>0,\ y\in[s_1(x), s_2(x)],$

$a\le x\le b$;

4^0. $s_1(x), s_2(x)\in C^{1+\alpha}[a,b]$.

Определение 1. Пару функций $\{q(y), u(x,y)\}$ назовем решение задачи (1)-(3), если:

1) $q(y)\in C[s_1(x), s_2(x)]$;

2) $u(x,y)\in C^2(D)\cap C(\overline{D})$

3) для этих функций удовлетворяется соотношения (1)-(3) в обычном смысле.

Теорема единственности, а также оценка «условной» устойчивости решения обратных задач занимает центральное место в исследовании вопросов их корректности.

Пусть $\{q_k(y), u_k(x,y)\}$– решения задачи (1)-(3) соответствующие данным $f_k(x,y)$, $\varphi_k(x,y)$, $h_k(y)$, $k=1,2$.

Теорема. Пусть

1) функции $f_k(x,y), \varphi_k(x,y), h_k(y), s_k(x), k=1,2$ удовлетворяют условиям, 1^0-4^0, соответственно.
2) существует решения $\{q_k(y), u_k(x,y)\}$ задачи (1)-(3) в смысле определение 1, и они принадлежат множеству

$K_{\alpha}=\{(q,u)|q(y)\in C^{\alpha}[s_1(x), s_2(x)],\ u(x,y)\in C^{2+\alpha}(\overline{D}),$

$\left|D_x^l u(x,y)\right| \le c_1,\ l=0,1,2,$

$(x,y)\in \overline{D},\ q(y)<0,\ |q(y)|\le c_2,\ y\in[s_1(x),s_2(x)],\ c_1,c_2-$ некоторые постоянные числа $\}$.

Тогда решение задачи (1)-(3) при $(x,y)\in \overline{D}$ единственно и верна оценка «условно

$$\|q_1-q_2\|_0+\|u_1-u_2\|_0\le c_3\left[\|f_1-f_2\|_0+\|\varphi_1-\varphi_2\|_2+\|h_1-h_2\|_0\right], \quad (4)$$

здесь $c_3>0-$ зависит от данных задачи (1)-(3) и множества K_α.

Литература

1. A.Y.Akhundov. Some inverse problems for strong parabolic systems. Ukraine math. journal, 2006, v.58, N1, p.114-123.
2. А.А.Самарский, П.Н.Вабищевич. Численные методы решения обратных задач математической физики. М., 2009, 480с.
3. В.В.Соловьев. Обратные задачи определения источника для уравнения Пуассона на плоскости. ЖВМ и МФ, 2004, том 44, Т5, с.862-871.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Ахыев С.С.

Азербайджанский Государ. Педагогич. Университет

Ахмедов Ф.Ш.

Бакинский Государственный Университет

axiyev63@mail.ru

Рассмотрим линейную нелокальную гиперболи- ческую задачу следующего вида

$$(V_3 z)(t,x)\equiv z_{tx}(t,x)+z(t,x)A_0(t,x)+z_x(t,x)A_1(t,x)+$$

$$+z_t(t,x)A_2(t,x)+z(\tau_0,\zeta_0)A_3(t,x)=g_3(t,x),(t,x)\in D=T\times X, \quad (1)$$

$$(V_2 z)(t)\equiv z_t(t,x_0)+\int_X z(t,\zeta)K_2(t,\zeta)d\zeta=g_2(t),\ t\in T=[t_0,t_1], \quad (2)$$

$$(V_1 z)(x) \equiv z_x(t_0,x) + \int_T z(\tau,x)K_1(\tau,x)d\tau = g_1(x),\ x \in X = [x_0, x_1], \quad (3)$$

$$V_0 z \equiv z(t_0,x_0) + \iint_D z(\tau,\zeta)K_0(\tau,\zeta)d\tau d\zeta = g_0. \quad (4)$$

Здесь $A_0(t,x),\ A_1(t,x),\ A_2(t,x),\ A_3(t,x),\ K_0(t,x),\ K_1(t,x),\ K_2(t,x)$ - заданные $n \times n$ - матрицы; $A_0,\ A_3,\ K_0,\ K_1,\ K_2 \in L_{p,n\times n}(D),\ p \geq 1,$ т.е., с элементами из $L_p(D)$; для $A_1(t,x)$ и $A_2(t,x)$ есть функции $a_1 \in L_p(T)$ и $a_2 \in L_p(X)$, такие, что $\|A_1(t,x)\| \leq a_1(t)$, $\|A_2(t,x)\| \leq a_2(x)$ почти всюду на D; $g_0,\ g_1(x),\ g_2(t),\ g_3(t,x)$ - заданные n - мерные строчные векторы, причем $g_1 \in L_{p,n}(X)$, $g_2 \in L_{p,n}(T)$, $g_3 \in L_{p,n}(D)$; $(\tau_0,\zeta_0) \in D$ - заданная точка; t_0, t_1, x_0, x_1 - заданные числа;

Частные случаи задач (1) - (4) можно встретить, например, в прикладных задачах [1,2].

При условиях наложенных на данные задачи (1)-(4) решение $z(t,x) = (z_1(t,x),...,z_n(t,x))$ этой задачи будем полагать из пространства С.Л.Соболева $W_{p,n}(D)$, n - мерных вектор–функций $z \in L_{p,n}(D)$, обладающих обобщенными производными $z_t, z_x, z_{tx} \in L_{p,n}(D)$.

Оператор $V = (V_0, V_1, V_2, V_3)$ задачи (1)-(4) действует из $W_{p,n}(D)$ в пространство $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times L_{p,n}(T) \times L_{p,n}(D)$ четверок $g = (g_0, g_1, g_2, g_3)$. Кроме того, каждый линейный ограниченный функционал, определенный на $\Delta_{p,n}(D)$, можно представить в виде

$$f(g) = g_0 f_0' + \int_X g_1(x) f_1'(x)dx + \int_T g_2(t) f_2'(t)dt +$$
$$+ \iint_D g_3(t,x) f_3'(t,x)dtdx,$$

посредством единственной четверки $f = (f_0, f_1, f_2, f_3) \in \Delta_{q,n}(D)$, $1/p + 1/q = 1$. Учитывая эти отмеченные, а также то, что оператор $Nz = (z(t_0, x_0), z_x(t_0, x), z_t(t, x_0), z_{tx}(t, x))$ осуществляет изоморфизм из $W_{p,n}(D)$ в $\Delta_{p,n}(D)$ $[3,4]$, для задачи (1)-(4) удалось определить понятие сопряженной задачи в виде системы интегро - алгебраических уравнений:

$$W_0 f \equiv \gamma_0; \quad (W_1 f)(\zeta) = \gamma_1(\zeta), \quad \zeta \in X; \tag{5}$$
$$(W_2 f)(\tau) = \gamma_2(\tau),\ \tau \in T;\ (W_3 f)(\tau, \zeta) = \gamma_3(\tau, \zeta),\ (\tau, \zeta) \in D.$$

Здесь W_0, W_1, W_2, W_3-компоненты оператора $V^* = (W_0, W_1, W_2, W_3)$ сопряженного к $V = (V_0, V_1, V_2, V_3)$; правые части $\gamma_0, \gamma_1(\zeta), \gamma_2(\tau), \gamma_3(\tau, \zeta) -$ некоторые $n -$ мерные векторы, $\gamma_0 \in R^n$, $\gamma_1 \in L_{q,n}(X)$, $\gamma_2 \in L_{q,n}(T)$, $\gamma_3 \in L_{q,n}(D)$. Ясно, что сопряженный оператор V^* действует в пространстве $\Delta_{q,n}(D)$.

Далее, на основе сопряженного оператора определено понятие фундаментального решения как четверка $F(t,x) = (F_0(t,x), F_1(\zeta, t, x), F_2(\tau, t, x), F(\tau, \zeta, t, x))$ $n \times n -$ матриц $F_0(t,x),\ F_1(\cdot, t, x) \in L_{q,n\times n}(X),\ \ F_2(\cdot, t, x) \in L_{q,n\times n}(T),$
$F_3(\cdot,\cdot, t, x) \in L_{q,n\times n}(D),$ удовлетворяющая матричной системе

$$W_{0M} F = E; \quad (W_{1M} F)(\zeta) = \theta(x - \zeta) E, \quad \zeta \in X;$$
$$(W_{2M} F)(\tau) = \theta(t - \tau) E,\ \tau \in T; \tag{6}$$
$$(W_{3M} F)(\tau, \zeta) = \theta(t - \tau)\theta(x - \zeta) E,\ (\tau, \zeta) \in D.$$

с параметрами $(t,x) \in D$, где $W_{0M}, W_{1M}, W_{2M}, W_{3M} -$ матричные операторы порядка $n \times n$, $E -$ единичная матрица, $\theta(\cdot) -$ функция Хевисайда. С помощью фундаментального решения получено интегральное представление решения задачи (1)-(4) в виде

$$z(t,x) = g_0 F_0(t.x) + \int_X g_1(\zeta) F_1(\zeta, t, x) d\zeta +$$
$$+ \int_T g_2(\tau) F_2(\tau, t, x) d\tau + \iint_D g_3(\tau, \zeta, t, x) d\tau d\zeta,\ (t,x) \in D.$$

Литература

1. Ляпунов А.А., Багриновская Г.П., Свирежев Ю.М. и др. Математическое моделирование в биологии.- М.: Наука, 1975, 156с.
2. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв.- М.: Наука, 1976, 352с.

3. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Об одной линейной нелокальной краевой задаче для гиперболического уравнения. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2010, т.IX(35), №3, с.37-40.
4. Ахыев С.С., Ахмедов Ф.Ш., Дадашова Ф.Э. Об одной гиперболической нелокальной краевой задаче управления с контактно-нагруженными граничными условиями. Akad. A.X.Mirzəcanzadənin 85 illik yubileyinə həsr olunmuş Neftqaz sahəsində qeyri-Nyuton sistemlər mövzusunda Beynəlxalq konfransın materialları. Bakı, AMEA RMİ -2013, səh.34-36.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ НЕЗАВИСИМЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ НЕРАЗДЕЛЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Ашрафова Е.Р.
Институт Систем Управления НАН Азербайджана
ashrafova_yegana@yahoo.com

В данной работе разработан и исследован численный метод прогонки для расчета динамических процессов, описываемых системой независимых дифференциальных уравнений второго порядка с совместными нелокальными и неразделенными краевыми условиями. Спецификой системы уравнений, рассмотренной в статье, является то, что уравнения предполагаются независимыми друг от друга, т. е. участвующие в них функции связаны только краевыми условиями. Такие задачи встречаются при численном исследовании сложных многозвенных систем сетевой структуры, поведение каждого звена которых описывается отдельным уравнением второго порядка гиперболического типа. На практике эти задачи возникают, например, в математических моделях процессов нефтегазодобычи, в которых имеется возможность ведения учета добычи сырья из пласта только в целом по кусту скважин, при расчете неустановившегося режима движения жидкости, газа в трубопроводной системе сложной закольцованной структуры, сложных объектов и технологических процессов, при математическом моделировании которых использовались методы декомпозиции [1],[2]. Математическая постановка рассматриваемой задачи представляется в общем случае как двухточечная задача относительно системы обыкновенных дифференциальных уравнений большой размерности и для ее решения можно использовать известные методы, в частности, прогонки [3]-[5].

В работе, учитывая специфическую структуру системы дифференциальных уравнений и слабую, но произвольную заполненность матрицы краевых условий, предлагается вариант метода переноса краевых условий. Преимущество предлагаемого подхода в сравнении с непосредственным использованием методов переноса в общем виде очевидно, т.к. здесь перенос осуществляется только относительно тех переменных, коэффициенты которых в краевых условиях отличны от нуля, при этом перенос осуществляется с применением только того дифференциального уравнения, в котором участвует переносимая переменная.

Рассмотрим систему n независимых линейных дифференциальных уравнений второго порядка

$$\ddot{y}_k(x) = a_k(x)\dot{y}_k(x) + b_k(x)y_k(x) + c_k(x),\ x \in (0, l_k),\ k = \overline{1,n}, \quad (1)$$

с неразделенными краевыми условиями вида

$$\sum_{k=1}^{n} g_{ik}^{l}\dot{y}_k(l_k) + \sum_{k=1}^{n} q_{ik}^{l} y_k(l_k) = r_i^l, \quad i = \overline{1,n_1}, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{n} g_{ik}^{0}\dot{y}_k(0) + \sum_{k=1}^{n} q_{ik}^{0} y_k(0) = r_i^0, \quad i = \overline{1,n_2}, \quad (3)$$

или в более общем виде

$$\sum_{k=1}^{n}\left[g_{ik}^{l}\dot{y}_k(l_k) + q_{ik}^{l}y_k(l_k) + g_{ik}^{0}\dot{y}_k(0) + q_{ik}^{0}y_k(0)\right] = r_i,\ i = \overline{1,m}. \quad (4)$$

Здесь $m = 2n = n_1 + n_2$; $a_k(x), b_k(x), c_k(x)$, $k = \overline{1,n},-$ заданные непрерывные функции, причем $a_k(x), b_k(x) \neq const, x \in (0, l_k)$; $g_{ik}^{l,0}, q_{ik}^{l,0}, r_i^{l,0}, i,k = \overline{1,n},-$ заданные величины; неизвестные $y_k(x)-$ дважды непрерывно дифференцируемы при $x \in [0, l_k]$; $l_k > 0 -$

заданы и упорядочены, т.е. $0 < l_k < l_{k+1}$, $k = 1,..,n-1$.

Задача (1), (4) является двухточечной краевой задачей. Исследованию вопросов существования, единственности решения краевых задач в общем случае посвящено достаточно много работ. Но отметим, что имеющиеся условия существования и единственности решения для неавтономных систем не имеют конструктивного характера и используют фундаментальную матрицу решений, построение которой для неавтономных систем представляет сложную проблему. Поэтому на практике разрешимость задачи проверяется в процессе самого численного метода решения задачи и будем предполагать, что рассматриваемая задача корректна, т.е. решение имеется и оно единственно.

Литература

1. Цурков В.И. Декомпозиция в задачах большой размерности М.Наука, 1981, 352с.
2. Янушевский Р.Т. Декомпозиция при решении задач синтеза линейных многосвязных систем управления Сб. Теория и методы построения систем многосвязного регулирования, М.Наука, 1973.
3. Aida-zade K.R. Investigation of non-linear optimization problems of networks structure //Automation and Remote Control, No 2, 1990
4. Абрамов А.А., Бураго Н.Г., Дышко А.Л., и др. Пакет прикладных программ для решения линейных двухточечных краевых задач //Сообщения по программному обеспечению ЭВМ., ВЦ АН СССР, Москва, 1982, 64 с.
5. Абдуллаев В.М. Решение дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными и интегральными условиями // Сибирский журнал индустриальной математики, Новосибирск, 2012, т.15, No (51), с.3-15.

ПРИМЕНЕНИЕ k-ШАГОВОГО МЕТОДА К РЕШЕНИЮ ОДУ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Мехтиева Г.Ю., Гулиева А.М.,
Нуриева В.Д., Мегралиева Н.В.
Бакинский Государственный Университет

В этой работе исследуется численное решение задачи Коши для ОДУ второго порядка. С этой целью, здесь предлагается использовать многошаговой метод с постоянными коэффициентами.

Практически, процессы, наблюдаемые в природе, описываются с помощью ОДУ. Многие из них описываются с помощью ОДУ первого и второго порядка.

Если в процедуре одна из переменных меняется по отношению к другой, то этот процесс описывается ОДУ. Одной из традиционных задач является следующая задача Коши:

$$y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y'_0. \tag{1}$$

Предположим, что эта проблема имеет достаточно гладкое решение, определенное на интервале $[x_0, X]$. Для нахождения численного решения задачи (1), мы разобьем отрезок $[x_0, X]$ на N равных частей при постоянном шаге $h > 0$ и точка сетки определяется в следующем виде: $x_i = x_0 + ih \ (i = 0,1,...,N)$. Обозначим через y_m и y'_m приближенные, а через $y(x_m)$ и $y'(x_m)$, соответственно, точные значения решения задачи в точках разбиений $x_m \ (m = 0,1,2,...)$.

Обычно численный метод решения выше указанной задачи строится в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^{k} \bar{\alpha}_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k} \bar{\beta}_i y'_{n+i} + h^2 \sum_{i=0}^{k} \bar{\gamma}_i F_{n+i}\,, \tag{2}$$

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha'_i y'_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k} \beta'_i F_{n+i}\,, \tag{3}$$

где коэффициенты $\bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i, \bar{\gamma}_i, \alpha'_i, \beta'_i$ - некоторые действительные числа, причем $\bar{\alpha}_k \neq 0,\ \alpha'_k \neq 0$ и $F_m = F(x_m, y_m, y'_m)\ (m=0,1,2,...,N)$.

Начиная с Ньютона многие ученые исследовали приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Многошаговый метод, построенный в виде (2)-(3) является одним из популярных методов для решения вышеуказанной задачи. Серии работ различных авторов были посвящены исследованию численного решения обыкновенного дифференциального уравнения методом (2). Было доказано, что, если способ (2) устойчив, то имеет место $p \le 2k+2$, где величина p - степень точности, а k - порядок метода (2). Следовательно, точность метода (3) значительно ниже, чем точность метода (2). Для повышения точности метода (3), можно использовать экстраполяции Ричардсона и метод с забеганием вперед:

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i' y_{n+i}' = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i' F_{n+i}, \quad (m > 0,\ \alpha_{k-m} \ne 0). \tag{4}$$

Следует отметить, что если метод (4) устойчив, то $p_{\max} = k + m + 1$. Здесь метод (4) заменяется следующим гибридным методом:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i' y_{n+i}' = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i' F_{n+i+v_i}, \quad \left(|v_i| < 1,\ i = 0,1,\dots,k\right). \tag{5}$$

Как известно, гибридные методы были построены на стыке методов Рунге-Кутты и Адамса и ученые начали исследовать эти методы после публикации работ Гира и Батчера. Применение метода (5) к решению обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка было исследовано многими авторами.

Рассмотрим следующую задачу, с решением которой часто сталкиваются при исследовании многих научно-технических задач:

$$y'' = g(x, y),\ y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y_0',\ x \in [x_0, X]. \tag{6}$$

Одним из эффективных методов численного решения задачи (6) является метод Штермера.

Для построения более точных методов рассмотрим следующий метод:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i y_{n+i+v_i}', \quad \left(|v_i| < 1,\ i = 0,1,\dots,k,\ \alpha_k \ne 0\right). \tag{7}$$

Очевидно, что способ (7) можно рассмотреть в качестве разностного уравнения для нахождения переменных y_{n+k} и как многошаговый метод для решения задачи

$$y' = f(x, y),\ y(x_0) = y_0,\ x \in [x_0, X].$$

Обычно название метода связано с его коэффициентами. Здесь для нахождения значения коэффициентов $\alpha_i, \beta_i\ (i = 0,1,...,k)$, мы используем метод неопределенных коэффициентов. Коэффициенты методов определяются таким образом, чтобы степень соответствующего метода получила максимальное значение.

Прежде чем определить значение коэффициентов, обычно при исследовании метода (7) рассматривают исследование необходимых условий, наложенных на его коэффициенты, которые имеют следующий вид:

А: Коэффициенты $\alpha_i, \beta_i\ (i = 0,1,2,...,k)$- некоторые действительные числа, причем $\alpha_k \neq 0$.

В: Характеристические полиномы

$$\rho(\lambda) \equiv \sum_{i=0}^{k} \alpha_i \lambda^i,\ \ \upsilon(\lambda) \equiv \beta_i \lambda^{i+l_i}$$

не имеют общих множителей, отличных от константы.

С: $\upsilon(1) \neq 0$ и $p \geq 1$.

Отметим, что для определения значений параметров $\alpha_i, \beta_i, l_i\ (i = 0,1,2,...,k;\ l_i = i + v_i)$, можно использовать следующую систему уравнений:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i = 0;\ \ \sum_{i=0}^{k} \frac{i^v}{v!} \alpha_i = \sum_{i=0}^{k} \frac{l_i^{v-1}}{(v-1)!} \beta_i\ \ (v = 1,2,..., p;\ 0! = 1). \quad (8)$$

Таким образом, для определения значений $\alpha_i, \beta_i\ (i = 0,1,2,...,k)$ получим однородную систему нелинейных алгебраических уравнений, где количество неизвестных равно $3k + 3$, а количество уравнения $p + 1$. Очевидно, система (8) всегда имеет тривиальное решение. Однако тривиальное решение системы (8) не представляет интереса. Поэтому мы рассмотрим случай, когда система (8) имеет ненулевое решение. Известно, что система (8) имеет ненулевое решение, если имеет место следующее:

$$p < 3k + 2.$$

Отсюда следует, что $p_{\max} = 3k + 1$.

Литература

1. E. Hairier, S.P.Norsett and G.Wanner. Solving ordinary differential equations. (Russian) , Mir, 1990, 512 p.
2. A.N. Krylov. Lectures on approximate calculations. Moscow, Goctehizdat, 1950, 400 p.
3. V.R. Ibrahimov. The maximal degree of a formula for a stable running too far ahead, Dan Azerb. SSR, 1990, 3, 6-8.
4. V.R. Ibrahimov. On the maximum degree of the k-step Obrechkoff'smethod. Bulletin of Iranian Mathematical Society, Vol. 20, No. 1, (2002), 1-28 .
5. C.S Gear. Hybrid methods for initial value problems in ordinary differential equations. SIAM, J. Numer. Anal. v. 2, 1965, 69-86.
6. J.C. Butcher A modified multistep method for the numerical integration of ordinary differential equations. J. Assoc. Comput. Math., v.12, 1965, 124-135.
7. G.Yu., Mehdiyeva, M.N. Imanova, V.R. Ibrahimov On one generalization of hybrid methods. Proceedings of the 4th international conference on approximation methods and numerical modeling in environment and natural resources Saidia, Morocco, may 23-26, 2011, 543-547.
8. J.C. Butcher Numerical Methods for Ordinary differential equation. The University of Auckland, New Zeland, 2008, 463 p.

ОБ ОДНОМ ПРИМЕНЕНИИ МОДИФИКАЦИИ МНОГОШАГОВОГО МЕТОДА К РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА ВТОРОГО РОДА

Мехтиева Г.Ю., Илдырымлы Г.Р., Ильяслы Т.Г.

Бакинский Государственный Университет

Аллахвердиева С.И.

Мингечевирский Государственный Университет

Как известно, многие задачи естествознаний сводятся к решению интегральных уравнений, среди которых немалое место занимают интегральные уравнения с переменными границами. Здесь мы исследуем численное решение нелинейного интегрального уравнения типа Вольтера.

Рассмотрим следующее интегральное уравнение Вольтерра

$$y(x) = g(x) + \int_{x_0}^{x} K(x, s, y(s))ds, \quad (x_0 \le s \le x \le X). \qquad (1)$$

Предполагаем, что ядро интеграла функция $K(x, z, y)$, участвующее в правой части соотношения (1) является непрерывной по совокупности аргументов и определена в области $G = \{x_0 \le s \le x \le X,\ |y| \le b\}$, а уравнение (1) имеет единственное непрерывное решение, определенное на отрезке $[x_0, X]$. С целью исследования численного решения уравнения (1) отрезок $[x_0, X]$ с помощью постоянного шага $h > 0$ разобьем на N равных частей и точки разбиений определим в виде $x_i = x_0 + ih\ (i = 0,1,2,..,N)$. Обозначим через y_i приближенные значения решения уравнения (1), а через $y(x_i)$ -точное значение функции $y(x)$ в точках разбиений $x_i\ (i = 0,1,...,N)$.

Одним из популярных методов для численного решения уравнения (1) является метод квадратур, имеющий следующий вид:

$$y_n = g_n + h\sum_{i=0}^{n} a_i K(x_n, x_i, y_i), \quad n = 1,2,..., N; \ \ g_n = g(x_n). \quad (2)$$

Здесь $a_i\ (i = 0,1,...,n)$ - некоторые действительные числа, называемые коэффициентами квадратурной формулы. Как следует из формулы (2), при переходе от текущей точки x_n к следующей x_{n+1} сумма, участвующая в формуле (2) вычисляется заново, поскольку величина $K(x_n, x_i, y_i)$ зависит от значений величины n, что является основным недостатком методов квадратур.

Отметим, что в формуле (2) значение функции $K(x, z, y)$ вычисляется в точках разбиений. Существуют методы, в которых используются значения интегральной функции (ядро интеграла функции $K(x, z, y)$) на промежуточной точке, например как в методе прямоугольников. Но здесь для численного решения уравнения (1) предлагаем использовать следующий метод:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k}\beta_i y'_{n+i+\nu_i} \quad (|\nu_i|<1;\ i=0,1,...,k), \tag{3}$$

который обычно называют гибридным методом. Известно, что применение к гибридным методам численного решения уравнения (1) принадлежит Макроглоу, а метод (3) является обобщением метода Макроглоу.

Метод (3) применяется к численному решению начальной задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Как известно, развитие многошаговых гибридных методов для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений началось после публикаций известных работ Гира и Батчера.

Как известно, гибридные методы построены на стыке методов Рунге-Кутты и Адамса. Эти методы построили так, чтобы они обладали лучшими свойствами методов Рунге-Кутта и Адамса. Последнее время начали строить двухшаговые методы Рунге-Кутты, которые также предназначены для обладания лучших свойств одно и многошаговых методов.

Рассмотрим построение гибридных методов типа (3). С этой целью можно использовать следующую разность:

$$y(x_{n+1}) - y(x_n) = g(x_{n+1}) - g(x_n) +$$

$$+h\int_{x_0}^{x_n}(K(x_{n+1},s,y(s)) - K(x_n,s,y(s))ds + \int_{x_n}^{x_{n+1}}K(x_{n+1},s,y(s))ds\,.$$

Литература

1. A.V. Manzhirov, A.D. Polyanin Handbook of Integral Equations: Methods of solutions. Moscow: Publishing House of the "Factorial Press", 2000, 384 p.
2. V. Volterra Theory of functional and of integral and integro-differensial equations, Dover publications. Ing, New York, Nauka, Moscow, 1982 p.304 (in Russian).
3. G.Yu. Mehdiyeva, M.N. Imanova, V.R. Ibrahimov On one application of forward jumping methods. Applied Numerical

Mathematics, Volume 72, October 2013, p. 234–245.
4. P.Linz Linear Multistep methods for Volterra Integro-Differential equations, Journal of the Association for Computing Machinery, Vol.16, No.2, April 1969, p. 295-301.
5. G.Yu Mehdiyeva, M.N. Imanova, V.R. Ibrahimov Application of the hybrid method with constant coefficients to solving the integro-differential equations of first order. 9th Inter. conf. on mathematical problems in engineering, aerospace and sciences, AIP, Vienna, Austria, 10-14 July 2012, p. 506-510.
6. G.Yu Mehdiyeva, M.N. Imanova, V.R. Ibrahimov On a Research of Hybrid Methods. Numerical Analysis and Its Applications, Springer, 2013, p. 395-402.
7. V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova On a Research of Symmetric Equations of Volterra Type. Inter. journal of math. models and methods in Applied sciences Volume 8, 2014, p.434-440.

ОБ ОДНОМ ГИБРИДНОМ МЕТОДЕ

Мехтиева Г.Ю., Мирзоев Р.Р.
Бакинский Государственный Университет
Абдулзаде С.И.
Азербайдж. Государств. Экономический Университет

Как известно, решение некоторых задач естествознаний, сводятся к построению математической модели, а затем подбирается метод для исследования полученной математической модели. Обычно для исследования таких уравнений применяют приближенные методы. Среди этих методов наиболее часто используемыми являются конечно-разностные методы, которые имеют применение почти во всех областях математики. Отметим, что точность конечно-разностных методов зависит от подбора их коэффициентов. Поэтому, здесь также предложен способ для нахождения этих коэффициентов.

Рассмотрим решение следующего интегрального уравнения:

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^{x} K(x, s, y(s))ds\,. \qquad (1)$$

Интегральное уравнение (1) обычно называют интегральным уравнением Вольтера второго рода. Это связано с тем, что уравнение (1) в линейном случае основательно исследовано Вольтеррой и на достаточно высоком уровне изучено их возникновение в практических задачах. Отметим, что сингулярные интегральные уравнения с переменной границей впервые в частном виде были исследованы Абелем. Учитывая, что найти точное решение уравнения (1) даже в линейном случае удается не всегда, многие специалисты для ее решения применяли приближенные методы.

Метод квадратур, примененный к решению уравнения (1) может быть записан в следующем виде:

$$y(x_n) = f(x_n) + h\sum_{j=0}^{n} \overline{a}_j K(x_n, x_j, y(x_j)) + R_n, \tag{2}$$

где R_n является остаточным членом метода квадратур, $\overline{a}_j$ $(j = 0,1,...,n)$ - некоторые действительные числа, называемые коэффициентами метода квадратур. Отбрасывая остаточный член R_n, получаем следующий метод:

$$y_n = f_n + h\sum_{j=0}^{n} \overline{a}_j K(x_n, x_j, y_j), \quad (n = 1,2,3,...), \quad y_0 = f(x_0), \tag{3}$$

который называют методом квадратур с переменной границей. Метод (3) при $\overline{a}_n \neq 0$ является неявным, а при $\overline{a}_n = 0$, соответственно, явным. Как следует из соотношений (3), для каждого значения величины n ядро интеграла функции $K(x,s,y)$ вычисляется n раз и при увеличении значений n, возрастает количество вычислений функции $K(x,s,y)$. Следовательно, на каждом шаге возрастает количество вычислений, что является основным недостатком метода квадратур. Некоторые авторы для устранения указанного недостатка метода (3) предложили использовать методы, подобные следующим k-шаговым методам с постоянными коэффициентами:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k} \beta_i f(x_{n+i}, y_{n+i}). \tag{4}$$

Для нахождение численного решения уравнения (1) предлагается некоторая частная форма следующего конечно-разностного метода с постоянными коэффициентами:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k}(\beta_i y'_{n+i} + \hat{\beta}_i y'_{n+i+m_i}) +$$

$$+h^2\sum_{i=0}^{k}(\gamma_i y''_{n+i} + \hat{\gamma}_i y''_{n+i+\nu_i}), \quad (|m_i|<1; |\nu_i|<1; i=0,1,...,k). \quad (5)$$

В частности при $\hat{\beta}_i = \gamma_i = \hat{\gamma}_i = 0 \ (i=0,1,2,...,k)$ из метода (5) получаем обыкновенные k-шаговые методы с постоянными коэффициентами, а при $\gamma_i = \hat{\gamma}_i = 0 \ (i=0,1,2,...,k)$ из метода (5) получаем гибридные методы. Метод (5) в общей форме не исследован. Здесь исследуем применение метода (6) к решению интегрального уравнения (1) типа Вольтерра при $\hat{\beta}_i = \hat{\gamma}_i = 0$ $(i=0,1,2,...,k)$, которое обычно называют конечно-разностным методом со второй производной. Очевидно, что метод (5) применяется к решению некоторых задач, если известны значения величин $y_0^{(j)},...,y_{k-1}^{(j)}$ $(j=0,1,2;\ y_{(x)}^{(0)} \equiv y(x))$ и существует способ для нахождения значений $y_{n+k}^{(j)}$, y'_{n+i+m_i}, $y''_{n+i+\nu_i}$ $(j=0,1,2;\ i=0,1,2,...,k)$. Легко заметить, что применение метода (5) к решению конкретных задач сопровождается с некоторыми трудностями. Следовательно, для использования метода (5) нужно построить специальный алгоритм.

Рассмотрим построение методов типа (5) при $\hat{\beta}_i = \hat{\gamma}_i = 0$ $(i=0,1,2,...,k)$. С этой целью построим формулы для вычислений значений функции $y'(x)$ и $y''(x)$. Предположим, что каким-нибудь методом найдено решение уравнения, после учета которого в уравнении (1) получается тождество. Тогда из (1) имеем:

$$y'(x) = f'(x) + K(x,x,y(x)) + \int_{x_0}^{x} K'_x(x,s,y(s))ds, \quad (6)$$

$$y''(x) = f''(x) + a'(x) + b(x) + \int_{x_0}^{x} K'_{x^2}(x, s, y(s))ds, \qquad (7)$$

где $a(x) = K(x, x, y(x))$, $b(x) = K'_x(x, x, y(x))$.

Нахождение значений величин y'_{n+k} и y''_{n+k} по формуле (7) и (8) сводится к вычислению следующего интеграла:

$$\int_{x_0}^{x} K(x_m, s, y(s))ds. \qquad (8)$$

Если к вычислению интеграла (9) применим квадратурную формулу (3), то получаем интегральную сумму с переменной границей. Поэтому, здесь учитывая известность величин y_{n+k-1}, y'_{n+k-1} и y''_{n+k-1} находим связь между этими величинами с величинами y_{n+k}, y'_{n+k}, y''_{n+k}, которые являются неизвестными.

После проведения некоторых операций получим:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y'_{n+i} = \sum_{i=0}^{k} \alpha_i f_{n+i} + \sum_{i=0}^{k} \alpha_i a_{n+i} +$$

$$+ h \sum_{j=0}^{k} \sum_{i=0}^{k} \gamma_i^{(j)} K'_x(x_{n+j}, x_{n+i}, y_{n+i}).$$

Используя метод неопределенных коэффициентов, получим следующую систему алгебраических уравнений.

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i = 0; \ \sum_{i=0}^{k} (\beta_i + \hat{\beta}_i) = \sum_{i=0}^{k} i\alpha_i,$$

$$\sum_{i=0}^{k} (\gamma_i + \hat{\gamma}_i) + \sum_{i=0}^{k} (i\beta_i + \nu_i \hat{\beta}_i) \equiv \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{k} i^2 \alpha_i,$$

$$(m-1) \sum_{i=0}^{k} (i^{m-2} \gamma_i + l_i^{m-2} \hat{\gamma}_i) +$$

$$+ \sum_{i=0}^{k} (i^{m-1} \beta_i + \nu_i^{m-1} \hat{\beta}_i) \equiv \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{k} i^m \alpha_i \quad (m = 3, 4, ..., p).$$

Решая полученную систему при $k = 1$, можно построить методы со степенью $p \leq 10$.

Литература

1. E.M. Polishuk Vito Volterra. Leningrad, Nauka, 1977, 114p.
2. V.Volterra. Theory of functionals and integral and integro-

differential equations. M., Nauka, 1982, 304p.
3. Krasnoselskiy M.A. The approximate solution of operator equations. M.: Nauka, 1969, 210 p.
4. Mamedov Y.D., Ashirov S.A. Methods of successive approximations for the solution of operator equations. Ashgabat, 1980, 120 p.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЕ ОДНОШАГОВОГО ГИБРИДНОГО МЕТОДА С ВЫСОКОЙ СТЕПЕНЬЮ

Мехтиева Г.Ю., Шафиева Г.Х.,
Аскеров Т.М., Ализаде У.С.
Бакинский Государственный Университет

Как известно, решения многих научно-технических задач сводятся к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, исследованию которых посвящены ряд работ.

Последнее время для нахождения решения таких задач предлагают использовать гибридные методы. Здесь рассматривается построение конкретных одношаговых гибридных методов, имеющих высокие точности.

Рассмотрим следующую классическую задачу:

$$y' = f(x, y),\ y(x_0) = y_0,\ x_0 \le x \le X. \qquad (1)$$

Предполагаем, что задача (1) имеет единственное непрерывное решение, определенное на отрезке $[x_0, X]$. Цель данной работы заключается в построении численного метода с высокой точностью для решения задачи (1). В связи с этим отрезок $[x_0, X]$ с помощью постоянного шага $h > 0$ разбиваем на N равных частей и точки разбиений определяем в виде: $x_i = x_0 + ih$, $(i = 0,1,...,N)$. Обозначим через y_i - приближенное, а через $y(x_i)$- точное значение решения задачи (1) в точках x_i $(i = 0,1,2,...,N)$.

К решению задачи (1) применим следующий гибридный метод:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k}\beta_i f_{n+i} + h\sum_{i=0}^{k}\gamma_i f_{n+i+\nu_i}\left(|\nu_i|<1; i=0,1,2,..,k\right). \quad (2)$$

Не трудно доказать, что для нахождения коэффициентов метода (2) можно использовать следующую систему:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i = 0,\ \sum_{i=0}^{k}(i\alpha_i - \beta_i - \gamma_i) = 0,$$

$$\sum_{i=0}^{k}\left(\frac{i^l}{l!} - \frac{i^{l-1}}{(l-1)!}\beta_i - \frac{(i+\nu_i)^{l-1}}{(l-1)!}\gamma_i\right) = 0,\ (l = 2,3,...,p). \quad (3)$$

Поэтому, исследовали решение (3) для некоторых частных случаев. Отметим, что в этой системе количество уравнений равно $p+1$, а количество неизвестных равно $4k+4$ и система (3) всегда имеет тривиальное решение. Очевидно, система (3) всегда имеет тривиальное решение. Однако, тривиальное решение не представляет интерес, поскольку в этом случае из формулы (2) получить какие-нибудь методы невозможно. Поэтому исследуем нетривиальное решение системы (3). Легко заметить, что если $p+1<4k+4$, то система (3) будет иметь нетривиальное решение. Мы здесь покажем, что при $k=1$ существуют устойчивые методы с точностью

$$p \le 6. \quad (4)$$

Отметим, что полученное неравенство является ограничением для степени метода (2), поскольку порядок k считается известным. Но, если предположим, что метод типа (2) устойчив, то оценка (4) может не выполняться, поскольку устойчивость метода налагает некоторые дополнительные условия на коэффициенты $\alpha_i\ (i=0,1,2,...,k)$, которые ограничивают множество этих величин. Естественно, что такое ограничение уменьшает точность метода. Можно доказать, что существуют устойчивые методы типа (2) со степенью

$$p = 3k+3.$$

В случае $k=1$, решая систему (3) и учитывая полученное решение в (2), находим следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + h(f_{n+1} + f_n)/12 +$$

$$+5h\left(f_{n+1/2-\sqrt{5}/10}+f_{n+1/2+\sqrt{5}/10}\right)/12. \qquad (5)$$

А в случае $\alpha_2=1, \alpha_1=-1, \alpha_0=0$, решая систему (3), в случае $\beta_2=\beta_1=\beta_0=0$ получим:

$$\begin{aligned} &\gamma_2=5/18, \gamma_1=8/18, \ \gamma_0=5/18, \\ &v_2=3/2+\sqrt{15}/10, v_1=3/2, v_0=3/2-\sqrt{15}/10. \end{aligned} \qquad (6)$$

С учётом решения (6) в формуле (2) имеем:

$$y_{n+1}=y_n+h\left(5y'_{n+3/2+\sqrt{5}/10}+8y'_{n+3/2}+5y'_{n+3/2-\sqrt{5}/10}\right)/18. \quad (7)$$

Как известно, для увеличения точности многошагового метода, можно использовать метод со второй производной.

Теперь рассмотрим построение гибридных методов со второй производной. Отметим, что обычный k-шаговый метод со второй производной записывается в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i}=h\sum_{i=0}^{k}\beta_i f_{n+i}+h^2\sum_{i=0}^{k}\gamma_i g_{n+i}, \qquad (8)$$

здесь

$$g_m=g(x_m,y_m) \ \ (m=0,1,2,...,),$$

$$g(x,y)=f'_x(x,y)+f'_y(x,y)f(x,y).$$

Метод (8) можно применить к решению задачи (1), а также к решению следующей задачи:

$$y''=F(x,y,y'),\ y(x_0)=y_0,\ y'(x_0)=y'_0,\ x_0\le x\le X. \qquad (9)$$

Поэтому метод (8) перепишем в следующем виде как конечно-разностный метод

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i}=h\sum_{i=0}^{k}\beta_i y'_{n+i}+h^2\sum_{i=0}^{k}\gamma_i y''_{n+i}. \qquad (10)$$

Отсюда следует, что метод (10) легко можно адаптировать к решению задачи (1) и (9).

Известно, что если метод (8) устойчив, то степень его удовлетворяет следующим условиям

$$p\le 2k+2. \qquad (11)$$

Если сравним оценки (11) и выше полученное, то получаем, что гибридные методы являются более точными, чем методы типа (9).

Гибридные методы со второй производной можно построить в разных вариантах.

Вывод. Здесь, в хронологической форме сравнили некоторые известные методы, определили причины построения некоторых методов, а также предложили направления для построения методов с высокой точностью. Построенные конкретные методы применены к решению некоторых модельных задач, результаты которых согласуются с теоретическими выводами. Для использования некоторых конкретных методов построен алгоритм. Здесь не решены все вопросы, связанные с построением и применением гибридных методов в целом, что можно считать естественным. Далее показаны приоритет исследований гибридных методов, их преимущества и недостатки. Подытоживая выше сказанное можно утверждать, что исследование гибридных методов является одним из приоритетных направлений в теории и применении численных методов.

Литература

1. Ибрагимов В.Р. Связь между порядком и степенью устойчивой разностной формулы с забеганием вперед // Приближенные методы операторных уравнений / Баку, 1984. - с.55-63.
2. Ибрагимов В.Р. Сходимость метода прогноза-коррекции // Годишник на висшите учебни заведения. Прилежно математика / София, НРБ. - 1984. - № 4. - с.187-197
3. Ибрагимов В.Р. Об одной связи между порядком и степенью для устойчивой формулы с забеганием вперед. Ж.Вычис. мат. и мат. физ., № 7 – 1990 – с.1045-1056
4. Mehdiyeva G.Yu., Imanova M.N., Ibrahimov V.R. On one

generalization of hybrid methods. Proceedings of the 4th international conference on approximation methods and numerical modeling in environment and natural resources Saidia, Morocco, may 23-26, 2011, 543-547.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

Алиева С.Т., Ахмедова Ж.Б., Мансимов К.Б.
Бакинский Государственный Университет
Институт Систем Управления НАН Азербайджана
mansimov@front.ru

Рассмотрим задачу о минимуме функционала

$$S(u,v)=\varphi_1\big(c(x_1)\big)+\varphi_2\big(d(x_2)\big), \tag{1}$$

при ограничениях

$$z(t+1,x+1)=f\big(t,x,z(t,x)\big),\quad t\in D=T\times X,$$
$$(T=\{t_0,t_0+1,\dots,t_1-1\},\ X=\{x_0,x_0+1,\dots,x_1-1,x_1,x_1+1,\dots,x_2-1\}),$$

с краевыми условиями

$$z(t_0,x)=a(x),\quad x=x_0,x_0+1,\dots,x_2,$$
$$z(t,x_0)=b(t),\quad t=t_0,t_0+1,\dots,t_1, \tag{2}$$
$$a(x+1)=\begin{cases}c(x+1),\ x=x_0,x_0+1,\dots,x_1-1,\\ d(x+1),\ x=x_1+1,\dots,x_2-1,\end{cases} \tag{3}$$
$$c(x+1)=F\big(x,c(x),u(x)\big),x=x_0,x_0+1,\dots,x_1-1, \tag{4}$$
$$c(x_0)=c_0,$$
$$d(x+1)=g\big(x,d(x),v(x)\big),x=x_1,\dots,x_2-1, \tag{5}$$
$$d(x_1)=G\big(c(x_1)\big),$$
$$u(x)\in U\subset R^r,x=x_0,x_0+1,\dots,x_1-1,$$
$$v(x)\in V\subset R^r,x=x_1,x_1+1,\dots,x_2-1. \tag{6}$$

Здесь $f(t,x,z)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая по z при всех (t,x) n-мерная вектор-функция, $F(x,c,u)$ $\big(g(x,d,v)\big)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая по (c,u) $\big((d,v)\big)$ n-мерная вектор-функция при всех x, $b(t)$ – заданная n -мерная дискретная вектор-функция, $G(c)$ – заданная дважды непрерывно дифференцируемая n-мерная вектор-функция, t_0, t_1, x_0, x_1, x_2 – заданные числа, причем, разности $t_1 - t_0$ и $x_2 - x_1$ – есть натуральные числа, $u(x), v(x)$ – управляющие вектор-функции, $U(V)$ – заданное непустое, ограниченное и открытое множество, c_0 – задан, $\varphi_1(c), \varphi_2(d)$ –заданные дважды непрерывно дифференцируемые скалярные функции.

Следуя работам [1-2] в рассматриваемой задаче получены необходимые условия оптимальности первого и второго порядков.

Литература

1. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку. Изд-во БГУ, 2013, 161 с.

2. Мансимов К.Б. Оптимизация одного класса дискретных двухпараметрических систем // Дифференц. уравнения. 1991, №2, с. 359-362.

3. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности второго порядка в дискретных двухпараметрических системах // Изв. АН Азербайджана. Сер. физ.-техн. и мат. наук. 1998, №2, с. 56-60.

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ОДНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

К.Б.Мансимов,[*,] Т.Ф.Мамедова[**]**

[*]*Бакинский Государственный Университет*

[**]*ИСУ НАН Азербайджана*

mansimov@front.ru

Пусть требуется минимизировать функционал

$$S(u,v)=\varphi_1(z(t_1,x_1))+\varphi_2(y(t_2,x_1)) \qquad (1)$$

при ограничениях

$$z(t+1,x+1)=f(t,x,z(t,x),u(t,x)),\ t=t_0,t_0+1,\dots,t_1-1;$$
$$x=x_0,x_0+1,\dots,x_1-1, \qquad (2)$$

$$z(t_0,x)=a(x),\quad x=x_0,x_0+1,...,x_1,$$
$$z(t,x_0)=b(t),\ t=t_0,t_0+1,...,t_1-1,$$
$$y(t+1,x+1)=g(t,x,y(t,x),v(t,x)),\ t=t_1,t_1+1,...,t_2-1\ ;$$
$$x=x_0,x_0+1,...,x_1-1, \tag{3}$$
$$y(t_1,x)=G(x,z(t_1,x)),\ \ x=x_0,x_0+1,...,x_1-1,$$
$$y(t,x_0)=c(t),\ \ t=t_1,t_1+1,...,t_2,$$
$$u(t,x)\in U\subset R^r\ ,t=t_0,t_0+1,...,t_1-1;\ x=x_0,x_0+1,...,x_1-1,$$
$$v(,tx)\in V\subset R^q\ ,t=t_1,t_1+1,...,t_2-1\ ;x=x_0,x_0+1,...,x_1-1. \tag{4}$$

Здесь $f(t,x,z,u)$ $(g(t,x,y,v))$ – заданная $n(m)$-мерная вектор-функция непрерывная по совокупности переменных вместе с частными производными по $(z,u)((y,v))$ до второго порядка включительно, t_0, t_2, x_0, x_1 – заданы, причем разности t_2-t_0 и x_1-x_0 – есть натуральные числа, $G(x,z)$ – заданная дважды непрерывно-дифференцируемая m-мерная вектор-функция, $a(x)$, $b(t)$, $c(t)$– заданные дискретные вектор-функции соответствующих размерностей, $u(t,x)$ $(v(t,x))$ – дискретный r (q)-мерный вектор управляющих воздействий, U (V)– заданное непустое, ограниченное и открытое множество, $\varphi_1(z),\varphi_2(y)$– заданные дважды непрерывно-дифференцируемые скалярные функции.

Следуя работам [1-3] в рассматриваемой задаче установлены необходимые условия оптимальности первого и второго порядков.

Литература

1. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку. Изд-во БГУ. 2013, 161 с.
2. Мансимов К.Б. Оптимизация дискретных двухпараметрических систем // Дифференциальные уравнения. 1991, № 2, с. 45-48.
3. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория

оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку, Изд-во ЭЛМ. 2010. 360 с.