

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ TƏHSİL  
NAZİRLİYİ  
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ**

**Mexanika-riyaziyyat fakültəsi  
Riyazi analiz kafedrası**

**RİYAZİ ANALİZ  
*fənninin***

**P R O Q R A M I**

**İSTİQAMƏT**      **TE 01.00.00-Riyaziyyat**  
**İXTİSAS**        **TE 01.01.00-Riyaziyyat**

**Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirinin  
1164 sayılı 21.10.2008 tarixli əmri ilə  
təsdiq olunmuşdur**

**BAKİ - 2008**

**Tərtib edənlər:** Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz»  
kafedrasının əməkdaşları:  
f.-r.e.d., prof. **S.K.Abdullayev**,  
f.-r.e.n., dos. **F.A.Abdullayev**,  
f.-r.e.n., dos. **N.Ə.İlyasov**,  
f.-r.e.n., dos. **R.C.Quliyev**.

**Elmi redaktor:** Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz»  
kafedrasının müdiri,  
f.-r.e.d., prof. **S.K.Abdullayev**.

**Rəyçilər:** f.-r.e.d., prof. **Ə.M.Əhmədov**,  
f.-r.e.d., prof. **V.S.Quliyev**.

**«RİYAZİ ANALİZ» fənninin  
P R O Q R A M I**  
(mühazirə – 180 s., məşğələ - 180 s.)

Riyazi analiz fənninin tədrisində məqsəd, əsasını diferensial və inteqral hesabı təşkil edən sonsuz kiçiklər analizinin köməyi ilə dəyişən kəmiyyətlərin öyrənilməsinin fundamental tədqiqat metodları ilə tanışlıqdır.

Bu fənnin öyrəndiyi obyektlər hər şeydən əvvəl funksiyalardır. Məhz funksiyaların köməyi ilə təbiət qanunları kimi, texnikada baş verən rəngarəng proseslər də ifadə olunurlar. Riyazi analizin funksiyaların öyrənilməsi üçün bir vəsait olmasının obyektiv mühümlüyü bundadır.

## I. ANALİZƏ GİRİŞ

**Riyazi analizin predmeti.**

**Çoxluqlar və inikaslar.** Çoxluq anlayışı. Çoxluqlar üzərində əməllər. Çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi. Çoxluqlar ailəsinin birləşməsi və kəsişməsi. İki çoxluğun dekart hasilini. Münasibətin qrafiki. Çoxluqların inikasları. Suryektiv, inyektiv və biyektiv inikaslar. İnikasların kompozisiyası və qarşılıqlı tərs inikas. İnikasın daralması və davamı. Seçmə haqqında Sermelo aksiomu<sup>\*</sup>). Çoxluqlar nəzəriyyəsinin aksiomatikası haqqında <sup>\*</sup>).

## II. HƏQİQİ ƏDƏDLƏR

**Həqiqi ədədlər çoxluğu.**  $R$ -həqiqi ədədlər çoxluğunun aksiomatikası və ümumi xassələri.  $R$  həqiqi ədədlər çoxluğunun tərifini, həqiqi ədədlərin cəbri xassələri, həqiqi ədədlər üzərində əməllər,  $R$  həqiqi ədədlər çoxluğunun nizamlanması, Arximed prinsipi. Ədədi aralıqlar.  $R$  çoxluğunun doluluğu aksiomu. Həqiqi ədədlər çoxluqları: təbii ədədlər və onların çoxluğu, (riyazi induksiya prinsipi) rəasional ədədlər çoxluğu, irrəasional ədədlər çoxluğu.

Hesabi çoxluqlar. Həqiqi ədədlər çoxluğunun hesabi olmaması. Eyni gücə malik çoxluqlar, kardinal ədəd anlayışı. Ədədi çoxluğun ən böyük və kiçik elementləri. Sonlu ədədi çoxluğun ən kiçik və ən böyük elementlərinin varlığı.

Həqiqi ədədin mütləq qiyməti və onun xassələri. Həqiqi ədədin düz xətt üzərində təsviri. Nöqtənin ətrafı. Həqiqi ədədlər çoxluğunun topologiyası.

**Məhdud ədədi çoxluqlar.** Ədədi çoxluqların sərhədləri. Boş olmayan yuxarıdan (aşağıdan) məhdud ədədi çoxluğun yuxarı (aşağı) sərhədlərinin ən kiçiyinin (ən böyüyünün) varlığı. Ədədi

çoxluğun dəqiq sərhədləri. Dəqiq aşağı və dəqiq yuxarı sərhədlərin xarakteristik xassələri. Qeyri-məhdud çoxluqlar. Genilənmiş həqiqi ədədlər çoxluğu. Həqiqi ədədlər meydanının yeganəliyi\*).

### III. LİMİT

**Ədədi ardıcılıqlar.** Yığılan ədədi ardıcılıq və onun limiti. Dağılan ədədi ardıcılıqlar. Məhdud (aşağıdan, yuxarıdan, aşağıdan və yuxarıdan) ədədi ardıcılıqlar. Limiti olan ədədi ardıcılıqların sadə xassələri: limitin yeganəliyi və ardıcılığın aşağıdan və yuxarıdan məhdudluğu. Yığılan ardıcılığın limiti üçün doğru olan ciddi bərabərsizliklərin müəyyən həddən başlayaraq ardıcılığın hədləri üçün də doğru olması haqqında teoremlər.

Sonsuz kiçik ədədi ardıcılıqlar. Sonlu sayda sonsuz kiçiklərin cəminin və eləcə də sonsuz kiçiklə məhdud ardıcılığın hasilinin sonsuz kiçik olması haqqında teoremlər. Yığılan ardıcılığın hədlərinin, onun limiti ilə sonsuz kiçiyin uyğun həddinin cəmi şəklində (asimptotik ayrılışı) göstərilməsi. Fundamental ardıcılıqlar. Ədədi ardıcılığın yığılması üçün Koşi meyarı. (yığılmanın I prinsipi). Yığılan ardıcılıqlar üzərində hesab əməlləri: iki yığılan ardıcılığın cəminin, hasilinin və nisbətinin (məxrəcin limiti sıfıra bərabər olmadıqda) limitinin varlığı və hesablanması haqqında teoremlər. Monoton artan (azalan) ədədi ardıcılıqlar və onların yığılma meyarları: monoton artan (azalan) ardıcılığın yığılan olması üçün onun yuxarıdan (aşağıdan) məhdud olması zəruri və kafidir və onun limiti ardıcılığın qiymətlər çoxluğunun dəqiq yuxarı (dəqiq aşağı) sərhəddidir.  $e$  ədədi (eksponenta).

Ardıcılığın xüsusi limitləri. Məhdud ardıcılığın xüsusi limitinin varlığı haqqında Bolsano-Veyerştras teoremi. Məhdud

ardıcılığın aşağı və yuxarı limitləri və onların xarakteristik xassələri.

$(+\infty)$ -a ( $(-\infty)$ -a) «yığılan» (dağılan) ədədi ardıcılıqlar. Ədədi ardıcılığın genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda yığılması: genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda ədədi ardıcılığın yığılması üçün aşağı və yuxarı limitlərin bərabərliyinin zəruri və kafi olması haqqında teorem (yığılmanın II prinsipi).

Genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda yığılan ardıcılıqlar üzərində hesab əməlləri. Qeyri müəyyənliklər.

Sonsuz böyük ədədi ardıcılıqlar. Sonsuz kiçiklə sonsuz böyük arasında əlaqə: hədləri sıfırdan fərqli olan sonsuz kiçiyin hədlərinin tərs qiymətlərindən düzəldilmiş ardıcılığın sonsuz böyük olması və tərsinə.

**Funksiyanın limiti.** Çoxluğun limit nöqtəsi. Açıq və qapalı çoxluqlar. Açıq və qapalı çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi haqqında teoremlər. Funksiyanın nöqtədə limiti. Limitin « $\varepsilon - \delta$ »-dilində Koşi tərifli və ardıcılıqlar vasitəsilə Heyne tərifli, onların eynigüclülüüyü. Limiti olan funksiyaların ümumi xassələri: limitin yeganəliyi, funksiyanın lokal məhdudluğu. Funksiyanın sonlu limitinin varlığı üçün Koşi meyarı (Bolsano-Koşi teoremi). Mürəkkəb funksiyanın limiti. Funksiyanın nöqtədə limiti üçün doğru olan ciddi bərabərsizliklərin bu funksiyanın həmin nöqtə ətrafında qiymətləri üçün saxlanması teoremləri.

Sonsuz kiçik funksiyalar və onların bəzi xassələri: sonlu sayda sonsuz kiçiklərin cəmi sonsuz kiçikdir, sonsuz kiçiklə məhdud funksiyanın hasili sonsuz kiçikdir.

Limiti olan funksiyanın sonsuz kiçiklə asimptotik ayrılışı. Limiti olan funksiyalar üzərində hesab əməlləri. Görkəmli limitlər. Ədədi funksiyanın nöqtədə sağ və sol limitləri və onların terminində nöqtədə limitin varlığı meyarı.

Monoton funksiyalar. Monoton funksiyanın nöqtədə birtərəfli limitlərinin varlığı və qiymətləri haqqında teorem.

Sonsuz limitlər, sonsuzluqda limitlər. Sonsuz böyük funksiyalar və onların sonsuz kiçiklərlə əlaqəsi. Genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda limiti olan funksiyalar üzərində hesab əməlləri, qeyri-müəyyənliklər.

Funksiyanın nöqtədə aşağı və yuxarı limitləri (genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda) və onların terminində funksiya limitinin (sonlu və ya sonsuz) nöqtədə varlığı meyarı.

Funksiyaların lokal müqayisəsi. «O», «o», «≈», «~» münasibətləri və onların xassələri.

Baza üzrə limit anlayışı \*).

#### IV. KƏSİLMƏZ FUNKSİYALAR

Funksiyanın nöqtədə kəsilməzliyinin « $\varepsilon - \delta$ » dilində Koşi tərifli. Çoxluğun limit nöqtəsində funksiyanın kəsilməzlik meyarı. Birtərəfli (sağdan və soldan) kəsilməzlik. Funksiyanın kəsilməz nöqtələri və onların təsnifatı. Mürəkkəb ədədi funksiyanın kəsilməzliyi. Funksiyanın kəsilməz olduğu nöqtədəki işarəsini bu nöqtənin yaxın ətrafında saxlaması xassəsi. Kəsilməz funksiyalar üzərində hesab əməlləri.

Çoxluqda kəsilməz funksiya. Parçada kəsilməz funksiyaların xassələri: aralıq qiymətlər haqqında Bolsano-Koşi teoremləri, funksiyanın məhdudluğu və ən böyük, ən kiçik qiymətlərin alınması haqqında Veyerştrass teoremləri. Kəsilməz funksiyaların Darbu xassəsi: parçanın kəsilməz funksiyada obrazının parça olması haqqında teorem. Çoxluqda müntəzəm kəsilməz funksiya. Kəsilməzlik modulu\*). Parçada kəsilməz funksiyanın müntəzəm kəsilməzliyi haqqında Kantor teoremi. Monoton funksiyanın kəsilməz nöqtələri: monoton funksiyanın kəsilməz nöqtələri birinci növdür və kəsilməz nöqtələri çoxluğu ya sonlu ya da hesabidir.

Monoton funksiyanın parçada kəsilməzlik meyarı: parçanın obrazının parça olması.

Tərs funksiyanın varlığı və kəsilməzliyi. Parçada kəsilməz funksiyanın tərsinin varlığı meyarı: parçada kəsilməz funksiyanın tərsinin olması üçün onun ciddi monoton olmasının zəruri və kafi olması haqqında teorem.

**Elementar funksiyalar:** üstlü funksiya, loqarifmik funksiya, qüvvət funksiyası və i.a.

#### V. DİFERENSİAL HESABI

**Diferensiallanan funksiyalar.** Funksiyanın nöqtədə törəməsi. Nöqtədə funksiya toxunan (funksiya) anlayışı. Funksiyanın nöqtədə diferensiallanması və diferensiallanma meyarları: sonlu törəmənin varlığı, xətti toxunanın varlığı. Törəmənin həndəsi və mexaniki mənaları. Toxunan düz xətt və normal. Diferensiallanan funksiyanın kəsilməzliyi. Diferensiallanan funksiyaların cəbri cəminin, hasilinin və nisbətinin törəməsi. Elementar funksiyaların törəmələr cədvəli. Törəmənin hesablama qaydaları. Mürəkkəb funksiyanın törəməsi düsturu. Tərs funksiyanın törəməsi.

**Funksiyanın diferensialı.** Funksiya diferensialının tərifli, onun həndəsi və fiziki mənaları. Funksiyaların cəbri cəminin, hasilin və nisbətini diferensialı. Mürəkkəb funksiyanın diferensialı. Diferensial formasının invariantlığı.

Yüksək tərtibli törəmələr və diferensiallar: təriflər. Leybnits düsturu. Parametrik şəkildə verilən funksiyanın yüksək tərtibli törəmələri. İkinci tərtib törəmənin mexaniki mənası.

**Diferensial hesabının əsas teoremləri və onların tətbiqləri.** Funksiyanın lokal ekstremumları. Lokal ekstremum nöqtəsində diferensiallanan funksiyanın törəməsinin sıfıra bərabər olması haqqında Ferma teoremi. Parçanın uclarında bərabər qiymətlər alan funksiyanın törəməsinin sıfırları haqqında Roll teoremi. Sonlu

artımlar haqqında Laqranj və Koşi teoremləri. Törəmə funksiyasının bəzi xassələri: törəmə funksiyasının aralıq qiymətləri alması haqqında Darbu teoremi, törəmə funksiyasının kəsilmə nöqtələrinin birinci növ olması. Diferensial hesabı üsulları ilə funksiyaların tədqiqi: aralıqda funksiyanın sabitlik, artma və azalma meyarları, funksiyanın monotonluq meyarları.  $0/0$ ,  $\infty/\infty$  şəkilində qeyri müəyyənliklərin açılması haqqında Lopital qaydası. Funksiyanın Teylor düsturu. Laqranj və Peano qalıq həddli Teylor düsturları. Teylor düsturunun təqribi hesablamalara tətbiqi.

**Birdəyişənli funksiyanın ekstremumu.** Təriflər. Ekstremum üçün zəruri şərt. Böhran nöqtələri. Ekstremum üçün kafi şərtlər: yüksək tərtibli törəmələrlə ifadə olunan kafi şərtlər; böhran nöqtəsinin sağ və sol ətrafında törəmələrin işarəsi ilə ifadə olunan kafi şərtlər; böhran nöqtəsində sağ və sol törəmələrin işarəsi ilə müəyyən olunan kafi şərtlər. Funksiyanın ən böyük və ən kiçik qiymətlərinin tapılması. Diferensial hesabının köməyiylə funksiya qrafikinə tədqiqi: qrafikin qabarıqlığı, çöküklüyü və əyilmə nöqtələrinin tapılması, asimptotları və i.a.

## VI. İNTEQRAL

**Qeyri müəyyən inteqral.** Törəməsinə görə funksiyanın bərpası məsələsi. İbtidai funksiya və qeyri-müəyyən inteqral, inteqrallama düsturları cədvəli. Bilavasitə inteqrallama. İnteqrallama üsulları: dəyişənin əvəz edilməsi və hissə-hissə inteqrallama. Qeyri-müəyyən inteqralın hesablama texnikası: rasionallıq kəsrlərin, diferensial binomların, və s. ifadələrin inteqrallanması.

**Müəyyən inteqral (Riman inteqralı).** Parçada məhdud funksiyanın Riman inteqralı. Aşağı və yuxarı Darbu cəmləri və onların həndəsi təsviri. Yuxarı və aşağı Darbu cəmlərinin bölgüyə nəzərən monotonluq xassələri. Aşağı və yuxarı Darbu cəmləri

çoxluqlarının ayrılması xassəsi. Aşağı və yuxarı Darbu inteqralları. Məhdud funksiyanın Riman inteqralı anlayışı. İnteqrallanma üçün Darbu meyarı. İnteqrallanan funksiyalar sinifləri: kəsilməz funksiyalar, monoton funksiyalar, sonlu sayda kəsilmə nöqtəsinə malik olan məhdud funksiyalar. Riman inteqralının sadə xassələri: inteqralaltı funksiya nəzərən xəttlilik, inteqrallama parçasına nəzərən additivlik. İnteqrallanan funksiya ilə kəsilməz funksiyanın kompozisiyasının inteqrallanması<sup>\*)</sup>. İnteqrallanan funksiyanın mütləq inteqrallanması. İki inteqrallanan funksiyanın hasilinin inteqrallanması. Riman inteqralı inteqral (Riman) cəmlərinin limiti kimi<sup>\*)</sup>.

Birinci orta qiymət teoremi. Əyrixətli trapesin sahəsi.

**İnteqral və törəmə.** Yuxarı sərhəddi dəyişən Riman inteqralının kəsilməzliyi və diferensiallanması. Kəsilməz funksiyanın ibtidai funksiyasının varlığı. Müəyyən inteqralın qeyri-müəyyən inteqralla əlaqəsi. Nyuton-Leybnits düsturu. İbtidai funksiya anlayışının genişləndirilməsi<sup>\*)</sup>. Hissə-hissə kəsilməz və hissə-hissə hamar funksiyalar<sup>\*)</sup>. Hissə-hissə kəsilməz funksiyanın hissə-hissə hamar ibtidai funksiyasının varlığı<sup>\*)</sup>. Ümumiləşmiş Nyuton-Leybnits düsturu<sup>\*)</sup>.

Riman inteqralında dəyişənin əvəz edilməsi və hissə-hissə inteqrallama. Teylor düsturunun inteqral formada qalıq həddi.

İkinci orta qiymət teoremləri. Bonne düsturları.

**Qeyri-məxsusi inteqrallar.** Sonlu parça üzrə qeyri-məhdud funksiyanın qeyri-məxsusi inteqralı. Qeyri-məhdud çoxluq üzrə məhdud funksiyanın qeyri-məxsusi inteqralı. Bir neçə məxsusiyyətli qeyri-məxsusi inteqrallar. Qeyri-məxsusi inteqralların yığılması üçün Koşi meyarları. Qeyri-məxsusi inteqrallar üçün inteqral hesabının düsturları. Yığılma əlamətləri: mütləq və qeyri-mütləq yığılma. İki funksiya hasilinin qeyri-məxsusi inteqrallanması üçün Abel-Dirixle əlaməti.

## VII. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALARIN LİMİTİ VƏ KƏSİLMƏZLİYİ

$R^m$  fəzası. Cəbri xassələr, skalyar hasil, metrika. Metrik fəzalar. Metrik fəzada çoxluğun limit nöqtəsi, açıq və qapalı çoxluqlar. Yığılan ardıcılıqlar və onların xassələri. Metrik fəzada ardıcılığın limitinin varlığı üçün Koşi meyarı.  $R^m$  evklid fəzasında yığılan ardıcılığın koordinatlara görə yığılma meyarı.  $R^m$  fəzasında sonsuz məhdud çoxluğun limit nöqtəsinin varlığı haqqında Bolsano-Veyerştrass teoremi.  $m$ - ölçülü açıq və qapalı qəfəslər. Bir-birinə daxil olan qəfəslər ardıcılığının kəsişməsi haqqında Kantor teoremi.

Metrik fəzalarda inikasin limiti və kəsilməzliyi. İnikasin kəsilməzliyi üçün topoloji teorem: inikasin kəsilməz olması üçün hər bir açıq çoxluğun proobrazının açıq çoxluq olması zəruri və kafidir \*).

Çoxdəyişənli funksiyanın limiti: müxtəlif təriflər və onların ekvivalentliyi. Təkrar limitlər və onların çoxqat limitlə əlaqəsi. Çoxdəyişənli funksiyanın kəsilməzliyi: dəyişənlərin küllisinə görə, qeyd olunmuş dəyişənə görə. Çoxdəyişənli mürəkkəb inikasin limiti və kəsilməzliyi. Metrik fəzalarda kompakt çoxluqlar. Evklid fəzasında çoxluğun kompakt olması üçün onun qapalı və məhdud olması meyarı.

Kompaktlıq və kəsilməzlik: kompakt çoxluğun kəsilməz inikasda obrazının kompakt olması haqqında Veyerştrass teoremi. Metrik fəzada əlaqəli çoxluq. Evklid fəzasında çoxluğun əlaqəli olması meyarı\*). Əlaqəlilik və kəsilməzlik: əlaqəli çoxluğun kəsilməz inikasa görə obrazının əlaqəli çoxluq olması haqqında Koşi teoremi. Müntəzəm kəsilməzlik. Kompakt çoxluqda kəsilməz olan funksiyanın müntəzəm kəsilməz olması haqqında Kantor teoremi.

## VIII. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALARIN DİFERENSİAL HESABI

**Çoxdəyişənli funksiyanın diferensiallanması.** Çoxdəyişənli funksiyanın xüsusi törəmələri. Funksiyanın nöqtədə diferensiallanması. Nöqtədə diferensiallanma üçün xüsusi törəmələrin varlığının zəruriliyi, xüsusi törəmələrin kəsilməzliyinin kafi olması haqqında teorem. Toxunan müstəvi. İkidəyişənli funksiyanın diferensialının həndəsi mənası. Mürəkkəb funksiyanın xüsusi törəmələri düsturu. Mürəkkəb funksiyanın diferensiallanması. İstiqamətə görə törəmə. Qradyent.

Çoxdəyişənli funksiyanın yüksək tərtibli xüsusi törəmələri. Kəsilməz qarışıq törəmələrin bərabərliyi haqqında Şvarts teoremi. Çoxdəyişənli funksiyalar üçün Laqranj və Peano qalıq həddli Teylor düsturları.

\*)  $R^n$  dən  $R^m$  -ə inikaslar, onların diferensiallanması.  $R^m$  də vektor fəzalar.  $R^n \rightarrow R^m$  -ə xətti inikaslar.  $R^n$  -dən  $R^m$  -ə inikasin nöqtədə diferensialı (tam törəməsi). Diferensiallanmanın xəttliliyi. Mürəkkəb inikasin diferensiallanması haqqında teorem. İnikasin diferensialının koordinatlarda göstərilişi. Yakobi matrisi. Kəsilməz diferensiallanan inikaslar. Kəsilməz diferensiallanan inikasin lokal tərsinin varlığı və diferensiallanması: törəmənin dönən olduğu nöqtənin ətrafında kəsilməz diferensiallanan inikasin tərsinin varlığı və törəməsi haqqında teorem. Qeyri-aşkar funksiyalar. Qeyri-aşkar funksiyanın varlığı və diferensiallanması haqqında teorem. Ranq haqqında teorem\*).

**Çoxdəyişənli funksiyanın ekstremumu.** Ekstremum üçün zəruri şərt, kafi şərtlər. Funksiyanın məhdud oblastda ən kiçik və ən böyük qiymətlərinin tapılması. Şerti (nisbi) ekstremumları. Şerti ekstremumları tapılması üçün Laqranj üsulu.

## IX. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALARIN İNTEQRAL HESABI

**Çoxqat inteqral.**  $K$  - ölçülü qəfəs üzrə çoxqat inteqral. Darbu cəmləri və onların xassələri. Aşağı və yuxarı Darbu inteqralları. Çoxqat inteqralın varlığı üçün aşağı və yuxarı Darbu cəmləri terminində zəruri və kafi şərt (Darbu meyarı). Kəsilməz funksiyaların inteqrallanması. Çoxqat inteqralın inteqralaltı funksiya və inteqrallama qəfəsinə nəzərən additivliyi. İnteqralaltı funksiyanın kəsilmə nöqtələri terminində çoxqat inteqralın varlığı üçün zəruri və kafi şərt (Lebeq meyarı). Jordan mənada ölçülən çoxluqlar üzrə çoxqat inteqral. Çoxqat inteqralın təkrar inteqrala gətirilməsi: Fubini teoremi.

**Çoxqat qeyri-məxsusi inteqrallar.** Çoxqat qeyri-məxsusi inteqral anlayışı. Çoxqat qeyri-məxsusi inteqralların mütləq yığılması. Vahidin bölgüsü<sup>\*)</sup>. Açıq çoxluq üzrə çoxqat inteqral<sup>\*)</sup>. Çoxqat qeyri-məxsusi inteqralların yığılması üçün kafi şərtlər.

## X. PARAMETRDƏN ASILI ADI VƏ QEYRİ-MƏXSUSİ İNTEQRALLAR

Parametrdən asılı funksiyalar ailəsinin yığılması və parametərə görə müntəzəm yığılması, Koşi meyarı. Parametrdən asılı inteqralın kəsilməzliyi, diferensiallanması və inteqrallanması haqqında teoremlər.

**Parametrdən asılı qeyri-məxsusi inteqrallar.** Parametrdən asılı qeyri-məxsusi inteqralların parametərə nəzərən müntəzəm yığılması. Koşi meyarı. Müntəzəm yığılma üçün kafi şərtlər: Veyerştrass əlaməti, Abel-Dirixle əlaməti. Parametrdən asılı qeyri-məxsusi inteqralların kəsilməzliyi, inteqrallanması və diferensiallanması haqqında teoremlər. Eylər inteqralları.

## XI. ƏYRİXƏTLİ İNTEQRALLAR VƏ SƏTH İNTEQRALLARI

**Əyrixətli inteqrallar.** Məhdud variasiyalı birdəyişənli vektor qiymətli funksiyalar. Vektorqiymətli funksiyanın məhdud variasiyalı olması üçün komponentlərinin məhdud variasiyalı olmasının zəruri və kafi olması haqqında teoremlər. Məhdud variasiyalı funksiyalar sinifləri: parçada monoton və məhdud törəməyə malik olan həqiqi qiymətli funksiyalar sinifləri.

$R^n$ -də əyri. Sadə Jordan əyrisi. Əyrinin istiqaməti. Düzəndirilə bilən əyriyə. Əyrinin uzunluğu. Hamar əyrinin uzunluğu düsturu. Əyrinin uzunluğunun additivliyi. I növ əyrixətli inteqral: tərfi, sadə xassələri və hesablanması (Riman inteqralına gətirilməsi). II növ əyrixətli inteqrallar: tərfi, Riman inteqralına gətirilməsi düsturları. II növ əyrixətli inteqralın əyrinin istiqamətindən asılı olması. Qapalı müstəvi əyrisinin müsbət istiqaməti. Qirin düsturu. Müstəvi əyrisi üzrə II növ ümumi əyrixətli inteqralın yolun formasından asılı olmaması şərti: inteqralaltı ifadənin tam diferensial olması<sup>\*)</sup>. Diferensial ifadənin tam diferensial ifadə olması şərti. Qirin düsturunun tətbiqləri: müstəvi oblastın sahəsinin əyrixətli inteqralla hesablanması düsturu. İkiqat inteqralda dəyişənin əvəz edilməsi. Çoxqat inteqralda dəyişənin əvəz edilməsi düsturu<sup>\*)</sup>.

**Səth inteqralları.** Səth anlayışı. İkiüzlü səthlər. Səthin sahəsi. I və II növ səth inteqralları. Qauss-Ostroqradski, Stoks düsturları. Meydan nəzəriyyəsinin elementləri. Skalyar meydan, vektorial meydan<sup>\*)</sup>. Sel, divergensiya, sirkulyasiya, rotor. Qauss-Ostroqradski, Stoks düsturlarının vektor interpretasiyası. Hamilton operatoru, solenoidal vektor meydanları. Potensial vektor meydanları.

## XII. SIRALAR NƏZƏRİYYƏSİ

**Ədədi sıralar.** Ədədi sıranın yığılması. Sıranın cəmi. Ədədi sıranın yığılması üçün Koşi meyarı. Dağılan sıralar. Mütləq yığılan sıralar. Sadə müqayisə teoremləri. Monoton müsbət hədlili sıralar üçün Koşi teoremi və onun tətbiqləri<sup>\*)</sup>. Ədədi sıraların yığılması üçün Dalamber, Koşi və Raabe əlamətləri. Hədlərinin işarəsi dəyişən sıraların yığılması üçün Leybnits, Abel-Dirixle əlamətləri. Qüvvət sıraları haqqında anlayış. Qüvvət sırasının yığılma radiusu və yığılma intervalı. Sıraların cəmi və Koşi mənada hasili. Hasil sıraların yığılması haqqında Mertens teoremi. Sıranın hədlərinin yerdəyişməsi. Şertsiz yığılan sıralar. Mütləq yığılan sıranın şertsiz yığılması. Qeyri-mütləq yığılan sıralar üçün Riman teoremi.

Dağılan sıraların cəmlənməsi üsulları: Abel-Puasson, Çezaro üsulları<sup>\*)</sup>.

İkiqat sıralar. Sonsuz hasillər haqqında anlayış<sup>\*)</sup>.

**Funksional ardıcılıqlar və sıralar.** Funksional ardıcılığın və sıranın nöqtədə yığılması və çoxluqda nöqtəvi yığılması. Funksional ardıcılığın və sıranın çoxluqda müntəzəm yığılması. Müntəzəm yığılma üçün Koşi meyarı. Funksional ardıcılığın müntəzəm yığılması üçün qalığın terminində zəruri və kafi şərt. Funksional sıraların müntəzəm yığılması üçün əlamətlər: yığılan majorantı olan funksional sıranın müntəzəm yığılması haqqında Veyerştrass teoremi, Abel-Dirixle əlaməti.

**Müntəzəm yığılan ardıcılıqların və sıraların xassələri.** Müntəzəm yığılma və kəsilməzlik: ardıcılığın (sıranın) hədləri kəsilməz funksiyalar olduqda ardıcılıq (sıra) müntəzəm yığılarsa limit (cəm) funksiyası kəsilməzliyi haqqında teoremlər. Müntəzəm yığılma və inteqrallama: ardıcılıqlar üçün inteqral altında limitə keçmə, sıralar üçün hədbəhəd inteqrallama haqqında teoremlər.

Müntəzəm yığılma və diferensiallama: ardıcılıqlar üçün diferensiallama ilə limitə keçmənin yerdəyişməsinin doğru olması

haqqında, sıralar üçün hədbəhəd diferensiallama düsturunun doğruluğu haqqında teoremlər.

Parçada kəsilməz funksiyaya çoxhədlilərlə yaxınlaşma haqqında Veyerştrass teoremi.

**Qüvvət sıraları.** Qüvvət sıralarının hədbəhəd inteqrallanması və diferensiallanması haqqında teorem. Qüvvət sırasının cəminin kəsilməzliyi haqqında Abel teoremi və onun bir nəticəsi: iki sıranın hər biri və onların hasili yığılarsa hasilin cəmi, bu sıraların cəmlərinin hasilinə bərabərdir. Teylor və Makleron sıraları. Elementar funksiyaların Makleron sırasına ayrılışı.

**Furye sıraları.** Ortonormal sistemlər və ümumi Furye sıraları haqqında anlayış. Qapalı və tam ortonormal sistemlər. Triqonometrik sistem və onun qapalı olması. Triqonometrik sistem üzrə Furye sıraları. Furye əmsalları. Riman teoremi. Dirixle nüvəsi. Rimanın lokalizasiya prinsipi (funksiyanın Furye sırasının nöqtədə yığılması onun bu nöqtənin yaxın ətrafında aldığı qiymətlərdən asılı olması). Furye sırasının nöqtədə yığılması. Dini və Hölder əlamətləri. Furye sırasının cəmlənməsi üsulları. Furye inteqralları və Furye çevirməsi<sup>\*)</sup>.



## Ə D Ə V İ Y U A T

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1, 2, 3. Москва, 1969, 1970, 1970.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1, 2. Москва, 1981, 1981.
3. Зорич В.А. Математический анализ. Т.1, 2. Москва , 1981, 1984.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Курс математического анализа. Т.1,2. Москва, 1982, 1984.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Москва, 1977.
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. Москва, 1984, 1986.
7. Əliyev R.Ə., Abdullayev C.S. Riyazi analizdən məsələ və misallar, Bakı, 2001.
8. Kərimov N.B., Amanov R.Ə. Birdəyişənli funksiyaların inteqral hesabı. Bakı, 2003.
9. Abdullayev F.A. Xəlilov E.H. Furye sıraları, Bakı, 2005.

**AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ TƏHSİL  
NAZİRLİYİ  
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ**

**Mexanika-riyaziyyat fakültəsi  
Riyazi analiz kafedrası**

**RİYAZİ ANALİZ  
*fənninin***

**P R O Q R A M I**

**İSTİQAMƏT**            **TE 01.00.00-Riyaziyyat**  
**İXTİSAS**                **TE 01.01.00-Riyaziyyat**

**Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirinin  
1164 sayılı 21.10.2008 tarixli əmri ilə  
təsdiq olunmuşdur**

**BAKİ - 2008**

**Tərtib edənlər:** Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz»  
kafedrasının əməkdaşları:  
f.-r.e.d., prof. **S.K.Abdullayev**,  
f.-r.e.n., dos. **F.A.Abdullayev**,  
f.-r.e.n., dos. **N.Ə.İlyasov**,  
f.-r.e.n., dos. **R.C.Quliyev**.

**Elmi redaktor:** Bakı Dövlət Universitetinin «Riyazi analiz»  
kafedrasının müdiri,  
f.-r.e.d., prof. **S.K.Abdullayev**.

**Rəyçilər:** f.-r.e.d., prof. **Ə.M.Əhmədov**,  
f.-r.e.d., prof. **V.S.Quliyev**.

**«RİYAZİ ANALİZ» fənninin  
P R O Q R A M I**  
(mühazirə – 180 s., məşğələ - 180 s.)

Riyazi analiz fənninin tədrisində məqsəd, əsasını diferensial və inteqral hesabı təşkil edən sonsuz kiçiklər analizinin köməyi ilə dəyişən kəmiyyətlərin öyrənilməsinin fundamental tədqiqat metodları ilə tanışlıqdır.

Bu fənnin öyrəndiyi obyektlər hər şeydən əvvəl funksiyalardır. Məhz funksiyaların köməyi ilə təbiət qanunları kimi, texnikada baş verən rəngarəng proseslər də ifadə olunurlar. Riyazi analiz funksiyaların öyrənilməsi üçün bir vəsait olmasının obyektiv mühümlüyü bundadır.

## I. ANALİZƏ GİRİŞ

**Riyazi analizin predmeti.**

**Çoxluqlar və inikaslar.** Çoxluq anlayışı. Çoxluqlar üzərində əməllər. Çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi. Çoxluqlar ailəsinin birləşməsi və kəsişməsi. İki çoxluğun dekart hasil. Münasibətin qrafiki. Çoxluqların inikasları. Suryektiv, inyektiv və biyektiv inikaslar. İnikasların kompozisiyası və qarşılıqlı tərs inikas. İnikasın daralması və davamı. Seçmə haqqında Sermelo aksiomu<sup>\*</sup>). Çoxluqlar nəzəriyyəsinin aksiomatikası haqqında <sup>\*</sup>).

## II. HƏQİQİ ƏDƏDLƏR

**Həqiqi ədədlər çoxluğu.**  $R$ -həqiqi ədədlər çoxluğunun aksiomatikası və ümumi xassələri.  $R$  həqiqi ədədlər çoxluğunun tərifi, həqiqi ədədlərin cəbri xassələri, həqiqi ədədlər üzərində əməllər,  $R$  həqiqi ədədlər çoxluğunun nizamlanması, Arximed prinsipi. Ədədi aralıqlar.  $R$  çoxluğunun doluluğu aksiomu. Həqiqi ədədlər çoxluqları: təbii ədədlər və onların çoxluğu, (riyazi induksiya prinsipi) rəasional ədədlər çoxluğu, irrasional ədədlər çoxluğu.

Hesabi çoxluqlar. Həqiqi ədədlər çoxluğunun hesabi olmaması. Eyni gücə malik çoxluqlar, kardinal ədəd anlayışı. Ədədi çoxluğun ən böyük və kiçik elementləri. Sonlu ədədi çoxluğun ən kiçik və ən böyük elementlərinin varlığı.

Həqiqi ədədin mütləq qiyməti və onun xassələri. Həqiqi ədədin düz xətt üzərində təsviri. Nöqtənin ətrafı. Həqiqi ədədlər çoxluğunun topologiyası.

**Məhdud ədədi çoxluqlar.** Ədədi çoxluqların sərhədləri. Boş olmayan yuxarıdan (aşağıdan) məhdud ədədi çoxluğun yuxarı (aşağı) sərhədlərinin ən kiçiyinin (ən böyüyünün) varlığı. Ədədi

çoxluğun dəqiq sərhədləri. Dəqiq aşağı və dəqiq yuxarı sərhədlərin xarakteristik xassələri. Qeyri-məhdud çoxluqlar. Genilənmiş həqiqi ədədlər çoxluğu. Həqiqi ədədlər meydanının yeganəliyi\*).

### III. LİMİT

**Ədədi ardıcılıqlar.** Yığılan ədədi ardıcılıq və onun limiti. Dağılan ədədi ardıcılıqlar. Məhdud (aşağıdan, yuxarıdan, aşağıdan və yuxarıdan) ədədi ardıcılıqlar. Limiti olan ədədi ardıcılıqların sadə xassələri: limitin yeganəliyi və ardıcılığın aşağıdan və yuxarıdan məhdudluğu. Yığılan ardıcılığın limiti üçün doğru olan ciddi bərabərsizliklərin müəyyən həddən başlayaraq ardıcılığın hədləri üçün də doğru olması haqqında teoremlər.

Sonsuz kiçik ədədi ardıcılıqlar. Sonlu sayda sonsuz kiçiklərin cəminin və eləcə də sonsuz kiçiklə məhdud ardıcılığın hasilinin sonsuz kiçik olması haqqında teoremlər. Yığılan ardıcılığın hədlərinin, onun limiti ilə sonsuz kiçiyin uyğun həddinin cəmi şəklində (asimptotik ayrılışı) göstərilməsi. Fundamental ardıcılıqlar. Ədədi ardıcılığın yığılması üçün Koşi meyarı. (yığılmanın I prinsipi). Yığılan ardıcılıqlar üzərində hesab əməlləri: iki yığılan ardıcılığın cəminin, hasilinin və nisbətinin (məxrəcin limiti sıfıra bərabər olmadıqda) limitinin varlığı və hesablanması haqqında teoremlər. Monoton artan (azalan) ədədi ardıcılıqlar və onların yığılma meyarları: monoton artan (azalan) ardıcılığın yığılan olması üçün onun yuxarıdan (aşağıdan) məhdud olması zəruri və kafidir və onun limiti ardıcılığın qiymətlər çoxluğunun dəqiq yuxarı (dəqiq aşağı) sərhəddidir.  $e$  ədədi (eksponenta).

Ardıcılığın xüsusi limitləri. Məhdud ardıcılığın xüsusi limitinin varlığı haqqında Bolsano-Veyerştras teoremi. Məhdud

ardıcılığın aşağı və yuxarı limitləri və onların xarakteristik xassələri.

$(+\infty)$ -a ( $(-\infty)$ -a) «yığılan» (dağılan) ədədi ardıcılıqlar. Ədədi ardıcılığın genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda yığılması: genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda ədədi ardıcılığın yığılması üçün aşağı və yuxarı limitlərin bərabərliyinin zəruri və kafi olması haqqında teorem (yığılmanın II prinsipi).

Genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda yığılan ardıcılıqlar üzərində hesab əməlləri. Qeyri müəyyənliklər.

Sonsuz böyük ədədi ardıcılıqlar. Sonsuz kiçiklə sonsuz böyük arasında əlaqə: hədləri sıfırdan fərqli olan sonsuz kiçiyin hədlərinin tərs qiymətlərindən düzəldilmiş ardıcılığın sonsuz böyük olması və tərsinə.

**Funksiyanın limiti.** Çoxluğun limit nöqtəsi. Açıq və qapalı çoxluqlar. Açıq və qapalı çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi haqqında teoremlər. Funksiyanın nöqtədə limiti. Limitin « $\varepsilon - \delta$ »-dilində Koşi tərifı və ardıcılıqlar vasitəsilə Heyne tərifı, onların eynigüclülüüyü. Limiti olan funksiyaların ümumi xassələri: limitin yeganəliyi, funksiyanın lokal məhdudluğu. Funksiyanın sonlu limitinin varlığı üçün Koşi meyarı (Bolsano-Koşi teoremi). Mürəkkəb funksiyanın limiti. Funksiyanın nöqtədə limiti üçün doğru olan ciddi bərabərsizliklərin bu funksiyanın həmin nöqtə ətrafında qiymətləri üçün saxlanması teoremləri.

Sonsuz kiçik funksiyalar və onların bəzi xassələri: sonlu sayda sonsuz kiçiklərin cəmi sonsuz kiçikdir, sonsuz kiçiklə məhdud funksiyanın hasili sonsuz kiçikdir.

Limiti olan funksiyanın sonsuz kiçiklə asimptotik ayrılışı. Limiti olan funksiyalar üzərində hesab əməlləri. Görkəmli limitlər. Ədədi funksiyanın nöqtədə sağ və sol limitləri və onların terminində nöqtədə limitin varlığı meyarı.

Monoton funksiyalar. Monoton funksiyanın nöqtədə birtərəfli limitlərinin varlığı və qiymətləri haqqında teorem.

Sonsuz limitlər, sonsuzluqda limitlər. Sonsuz böyük funksiyalar və onların sonsuz kiçiklərlə əlaqəsi. Genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda limiti olan funksiyalar üzərində hesab əməlləri, qeyri-müəyyənliklər.

Funksiyanın nöqtədə aşağı və yuxarı limitləri (genişlənmiş həqiqi ədədlər çoxluğunda) və onların terminində funksiya limitinin (sonlu və ya sonsuz) nöqtədə varlığı meyarı.

Funksiyaların lokal müqayisəsi. «O», «o», «≈», «~» münasibətləri və onların xassələri.

Baza üzrə limit anlayışı \*).

#### IV. KƏSİLMƏZ FUNKSİYALAR

Funksiyanın nöqtədə kəsilməzliyinin « $\varepsilon - \delta$ » dilində Koşi tərifli. Çoxluğun limit nöqtəsində funksiyanın kəsilməzlik meyarı. Birtərəfli (sağdan və soldan) kəsilməzlik. Funksiyanın kəsilməz nöqtələri və onların təsnifatı. Mürəkkəb ədədi funksiyanın kəsilməzliyi. Funksiyanın kəsilməz olduğu nöqtədəki işarəsini bu nöqtənin yaxın ətrafında saxlaması xassəsi. Kəsilməz funksiyalar üzərində hesab əməlləri.

Çoxluqda kəsilməz funksiya. Parçada kəsilməz funksiyaların xassələri: aralıq qiymətlər haqqında Bolsano-Koşi teoremləri, funksiyanın məhdudluğu və ən böyük, ən kiçik qiymətlərin alınması haqqında Veyerştrass teoremləri. Kəsilməz funksiyaların Darbu xassəsi: parçanın kəsilməz funksiyada obrazının parça olması haqqında teorem. Çoxluqda müntəzəm kəsilməz funksiya. Kəsilməzlik modulu\*). Parçada kəsilməz funksiyanın müntəzəm kəsilməzliyi haqqında Kantor teoremi. Monoton funksiyanın kəsilməz nöqtələri: monoton funksiyanın kəsilməz nöqtələri birinci növdür və kəsilməz nöqtələri çoxluğu ya sonlu ya da hesabidir.

Monoton funksiyanın parçada kəsilməzlik meyarı: parçanın obrazının parça olması.

Tərs funksiyanın varlığı və kəsilməzliyi. Parçada kəsilməz funksiyanın tərsinin varlığı meyarı: parçada kəsilməz funksiyanın tərsinin olması üçün onun ciddi monoton olmasının zəruri və kafi olması haqqında teorem.

**Elementar funksiyalar:** üstlü funksiya, loqarifmik funksiya, qüvvət funksiyası və i.a.

#### V. DİFERENSİAL HESABI

**Diferensiallanan funksiyalar.** Funksiyanın nöqtədə törəməsi. Nöqtədə funksiya toxunan (funksiya) anlayışı. Funksiyanın nöqtədə diferensiallanması və diferensiallanma meyarları: sonlu törəmənin varlığı, xətti toxunanın varlığı. Törəmənin həndəsi və mexaniki mənaları. Toxunan düz xətt və normal. Diferensiallanan funksiyanın kəsilməzliyi. Diferensiallanan funksiyaların cəbri cəminin, hasilinin və nisbətinin törəməsi. Elementar funksiyaların törəmələr cədvəli. Törəmənin hesablama qaydaları. Mürəkkəb funksiyanın törəməsi düsturu. Tərs funksiyanın törəməsi.

**Funksiyanın diferensialı.** Funksiya diferensialının tərifli, onun həndəsi və fiziki mənaları. Funksiyaların cəbri cəminin, hasilin və nisbətini diferensialı. Mürəkkəb funksiyanın diferensialı. Diferensial formasının invariantlığı.

Yüksək tərtibli törəmələr və diferensiallar: təriflər. Leybnits düsturu. Parametrik şəkildə verilən funksiyanın yüksək tərtibli törəmələri. İkinci tərtib törəmənin mexaniki mənası.

**Diferensial hesabının əsas teoremləri və onların tətbiqləri.** Funksiyanın lokal ekstremumları. Lokal ekstremum nöqtəsində diferensiallanan funksiyanın törəməsinin sıfıra bərabər olması haqqında Ferma teoremi. Parçanın uclarında bərabər qiymətlər alan funksiyanın törəməsinin sıfırları haqqında Roll teoremi. Sonlu

artımlar haqqında Laqranj və Koşi teoremləri. Törəmə funksiyasının bəzi xassələri: törəmə funksiyasının aralıq qiymətləri alması haqqında Darbu teoremi, törəmə funksiyasının kəsilmə nöqtələrinin birinci növ olması. Diferensial hesabı üsulları ilə funksiyaların tədqiqi: aralıqda funksiyanın sabitlik, artma və azalma meyarları, funksiyanın monotonluq meyarları.  $0/0$ ,  $\infty/\infty$  şəkilində qeyri müəyyənliklərin açılması haqqında Lopital qaydası. Funksiyanın Teylor düsturu. Laqranj və Peano qalıq həddli Teylor düsturları. Teylor düsturunun təqribi hesablamalara tətbiqi.

**Birdəyişənli funksiyanın ekstremumu.** Təriflər. Ekstremum üçün zəruri şərt. Böhran nöqtələri. Ekstremum üçün kafi şərtlər: yüksək tərtibli törəmələrlə ifadə olunan kafi şərtlər; böhran nöqtəsinin sağ və sol ətrafında törəmələrin işarəsi ilə ifadə olunan kafi şərtlər; böhran nöqtəsində sağ və sol törəmələrin işarəsi ilə müəyyən olunan kafi şərtlər. Funksiyanın ən böyük və ən kiçik qiymətlərinin tapılması. Diferensial hesabının köməyi ilə funksiya qrafikinə tədqiqi: qrafikin qabarıqlığı, çöküklüyü və əyilmə nöqtələrinin tapılması, asimptotları və i.a.

## VI. İNTEQRAL

**Qeyri müəyyən inteqral.** Törəməsinə görə funksiyanın bərpası məsələsi. İbtidai funksiya və qeyri-müəyyən inteqral, inteqrallama düsturları cədvəli. Bilavasitə inteqrallama. İnteqrallama üsulları: dəyişənin əvəz edilməsi və hissə-hissə inteqrallama. Qeyri-müəyyən inteqralın hesablama texnikası: rasionallıq kəsrlərin, diferensial binomların, və s. ifadələrin inteqrallanması.

**Müəyyən inteqral (Riman inteqralı).** Parçada məhdud funksiyanın Riman inteqralı. Aşağı və yuxarı Darbu cəmləri və onların həndəsi təsviri. Yuxarı və aşağı Darbu cəmlərinin bölgüyə nəzərən monotonluq xassələri. Aşağı və yuxarı Darbu cəmləri

çoxluqlarının ayrılması xassəsi. Aşağı və yuxarı Darbu inteqralları. Məhdud funksiyanın Riman inteqralı anlayışı. İnteqrallanma üçün Darbu meyarı. İnteqrallanan funksiyalar sinifləri: kəsilməz funksiyalar, monoton funksiyalar, sonlu sayda kəsilmə nöqtəsinə malik olan məhdud funksiyalar. Riman inteqralının sadə xassələri: inteqralaltı funksiya nəzərən xəttlilik, inteqrallama parçasına nəzərən additivlik. İnteqrallanan funksiya ilə kəsilməz funksiyanın kompozisiyasının inteqrallanması<sup>\*)</sup>. İnteqrallanan funksiyanın mütləq inteqrallanması. İki inteqrallanan funksiyanın hasilinin inteqrallanması. Riman inteqralı inteqral (Riman) cəmlərinin limiti kimi<sup>\*)</sup>.

Birinci orta qiymət teoremi. Əyrixətli trapesin sahəsi.

**İnteqral və törəmə.** Yuxarı sərhəddi dəyişən Riman inteqralının kəsilməzliyi və diferensiallanması. Kəsilməz funksiyanın ibtidai funksiyasının varlığı. Müəyyən inteqralın qeyri-müəyyən inteqralla əlaqəsi. Nyuton-Leybnits düsturu. İbtidai funksiya anlayışının genişləndirilməsi<sup>\*)</sup>. Hissə-hissə kəsilməz və hissə-hissə hamar funksiyalar<sup>\*)</sup>. Hissə-hissə kəsilməz funksiyanın hissə-hissə hamar ibtidai funksiyasının varlığı<sup>\*)</sup>. Ümumiləşmiş Nyuton-Leybnits düsturu<sup>\*)</sup>.

Riman inteqralında dəyişənin əvəz edilməsi və hissə-hissə inteqrallama. Teylor düsturunun inteqral formada qalıq həddi.

İkinci orta qiymət teoremləri. Bonne düsturları.

**Qeyri-məxsusi inteqrallar.** Sonlu parça üzrə qeyri-məhdud funksiyanın qeyri-məxsusi inteqralı. Qeyri-məhdud çoxluq üzrə məhdud funksiyanın qeyri-məxsusi inteqralı. Bir neçə məxsusiyyətli qeyri-məxsusi inteqrallar. Qeyri-məxsusi inteqralların yığılması üçün Koşi meyarları. Qeyri-məxsusi inteqrallar üçün inteqral hesabının düsturları. Yığılma əlamətləri: mütləq və qeyri-mütləq yığılma. İki funksiya hasilinin qeyri-məxsusi inteqrallanması üçün Abel-Dirixle əlaməti.

## VII. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALARIN LİMİTİ VƏ KƏSİLMƏZLİYİ

$R^m$  fəzası. Cəbri xassələr, skalyar hasil, metrika. Metrik fəzalar. Metrik fəzada çoxluğun limit nöqtəsi, açıq və qapalı çoxluqlar. Yığılan ardıcılıqlar və onların xassələri. Metrik fəzada ardıcılığın limitinin varlığı üçün Koşi meyarı.  $R^m$  evklid fəzasında yığılan ardıcılığın koordinatlara görə yığılma meyarı.  $R^m$  fəzasında sonsuz məhdud çoxluğun limit nöqtəsinin varlığı haqqında Bolsano-Veyerştrass teoremi.  $m$ - ölçülü açıq və qapalı qəfəslər. Bir-birinə daxil olan qəfəslər ardıcılığının kəsişməsi haqqında Kantor teoremi.

Metrik fəzalarda inikasin limiti və kəsilməzliyi. İnikasin kəsilməzliyi üçün topoloji teorem: inikasin kəsilməz olması üçün hər bir açıq çoxluğun proobrazının açıq çoxluq olması zəruri və kafidir \*).

Çoxdəyişənli funksiyanın limiti: müxtəlif təriflər və onların ekvivalentliyi. Təkrar limitlər və onların çoxqat limitlə əlaqəsi. Çoxdəyişənli funksiyanın kəsilməzliyi: dəyişənlərin küllisinə görə, qeyd olunmuş dəyişənə görə. Çoxdəyişənli mürəkkəb inikasin limiti və kəsilməzliyi. Metrik fəzalarda kompakt çoxluqlar. Evklid fəzasında çoxluğun kompakt olması üçün onun qapalı və məhdud olması meyarı.

Kompaktlıq və kəsilməzlik: kompakt çoxluğun kəsilməz inikasda obrazının kompakt olması haqqında Veyerştrass teoremi. Metrik fəzada əlaqəli çoxluq. Evklid fəzasında çoxluğun əlaqəli olması meyarı\*). Əlaqəlilik və kəsilməzlik: əlaqəli çoxluğun kəsilməz inikasa görə obrazının əlaqəli çoxluq olması haqqında Koşi teoremi. Müntəzəm kəsilməzlik. Kompakt çoxluqda kəsilməz olan funksiyanın müntəzəm kəsilməz olması haqqında Kantor teoremi.

## VIII. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALARIN DİFERENSİAL HESABI

**Çoxdəyişənli funksiyanın diferensiallanması.** Çoxdəyişənli funksiyanın xüsusi törəmələri. Funksiyanın nöqtədə diferensiallanması. Nöqtədə diferensiallanma üçün xüsusi törəmələrin varlığının zəruriliyi, xüsusi törəmələrin kəsilməzliyinin kafi olması haqqında teorem. Toxunan müstəvi. İkidəyişənli funksiyanın diferensialının həndəsi mənası. Mürəkkəb funksiyanın xüsusi törəmələri düsturu. Mürəkkəb funksiyanın diferensiallanması. İstiqamətə görə törəmə. Qradyent.

Çoxdəyişənli funksiyanın yüksək tərtibli xüsusi törəmələri. Kəsilməz qarışıq törəmələrin bərabərliyi haqqında Şvarts teoremi. Çoxdəyişənli funksiyalar üçün Laqranj və Peano qalıq həddli Teylor düsturları.

\*)  $R^n$  dən  $R^m$  -ə inikaslar, onların diferensiallanması.  $R^m$  də vektor fəzalar.  $R^n \rightarrow R^m$  -ə xətti inikaslar.  $R^n$  -dən  $R^m$  -ə inikasin nöqtədə diferensialı (tam törəməsi). Diferensiallanmanın xəttliliyi. Mürəkkəb inikasin diferensiallanması haqqında teorem. İnikasin diferensialının koordinatlarda göstərilişi. Yakobi matrisi. Kəsilməz diferensiallanan inikaslar. Kəsilməz diferensiallanan inikasin lokal tərsinin varlığı və diferensiallanması: törəmənin dönən olduğu nöqtənin ətrafında kəsilməz diferensiallanan inikasin tərsinin varlığı və törəməsi haqqında teorem. Qeyri-aşkar funksiyalar. Qeyri-aşkar funksiyanın varlığı və diferensiallanması haqqında teorem. Ranq haqqında teorem\*).

**Çoxdəyişənli funksiyanın ekstremumu.** Ekstremum üçün zəruri şərt, kafi şərtlər. Funksiyanın məhdud oblastda ən kiçik və ən böyük qiymətlərinin tapılması. Şerti (nisbi) ekstremumları. Şerti ekstremumları tapılması üçün Laqranj üsulu.

## IX. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALARIN İNTEQRAL HESABI

**Çoxqat inteqral.**  $K$  - ölçülü qəfəs üzrə çoxqat inteqral. Darbu cəmləri və onların xassələri. Aşağı və yuxarı Darbu inteqralları. Çoxqat inteqralın varlığı üçün aşağı və yuxarı Darbu cəmləri terminində zəruri və kafi şərt (Darbu meyarı). Kəsilməz funksiyaların inteqrallanması. Çoxqat inteqralın inteqralaltı funksiya və inteqrallama qəfəsinə nəzərən additivliyi. İnteqralaltı funksiyanın kəsilmə nöqtələri terminində çoxqat inteqralın varlığı üçün zəruri və kafi şərt (Lebeq meyarı). Jordan mənada ölçülən çoxluqlar üzrə çoxqat inteqral. Çoxqat inteqralın təkrar inteqrala gətirilməsi: Fubini teoremi.

**Çoxqat qeyri-məxsusi inteqrallar.** Çoxqat qeyri-məxsusi inteqral anlayışı. Çoxqat qeyri-məxsusi inteqralların mütləq yığılması. Vahidin bölgüsü\*). Açıq çoxluq üzrə çoxqat inteqral\*). Çoxqat qeyri-məxsusi inteqralların yığılması üçün kafi şərtlər.

## X. PARAMETRDƏN ASILI ADI VƏ QEYRİ-MƏXSUSİ İNTEQRALLAR

Parametrdən asılı funksiyalar ailəsinin yığılması və parametərə görə müntəzəm yığılması, Koşi meyarı. Parametrdən asılı inteqralın kəsilməzliyi, diferensiallanması və inteqrallanması haqqında teoremlər.

**Parametrdən asılı qeyri-məxsusi inteqrallar.** Parametrdən asılı qeyri-məxsusi inteqralların parametərə nəzərən müntəzəm yığılması. Koşi meyarı. Müntəzəm yığılma üçün kafi şərtlər: Veyerştrass əlaməti, Abel-Dirixle əlaməti. Parametrdən asılı qeyri-məxsusi inteqralların kəsilməzliyi, inteqrallanması və diferensiallanması haqqında teoremlər. Eylər inteqralları.

## XI. ƏYRİXƏTLİ İNTEQRALLAR VƏ SƏTH İNTEQRALLARI

**Əyrixətli inteqrallar.** Məhdud variasiyalı birdəyişənli vektor qiymətli funksiyalar. Vektorqiymətli funksiyanın məhdud variasiyalı olması üçün komponentlərinin məhdud variasiyalı olmasının zəruri və kafi olması haqqında teorem. Məhdud variasiyalı funksiyalar sinifləri: parçada monoton və məhdud törəməyə malik olan həqiqi qiymətli funksiyalar sinifləri.

$R^n$ -də əyri. Sadə Jordan əyrisi. Əyrinin istiqaməti. Düzəndirilə bilən əyriyə. Əyrinin uzunluğu. Hamar əyrinin uzunluğu düsturu. Əyrinin uzunluğunun additivliyi. I növ əyrixətli inteqral: tərfi, sadə xassələri və hesablanması (Riman inteqralına gətirilməsi). II növ əyrixətli inteqrallar: tərfi, Riman inteqralına gətirilməsi düsturları. II növ əyrixətli inteqralın əyrinin istiqamətindən asılı olması. Qapalı müstəvi əyrisinin müsbət istiqaməti. Qrin düsturu. Müstəvi əyrisi üzrə II növ ümumi əyrixətli inteqralın yolun formasından asılı olmaması şərti: inteqralaltı ifadənin tam diferensial olması\*). Diferensial ifadənin tam diferensial ifadə olması şərti. Qrin düsturunun tətbiqləri: müstəvi oblastın sahəsinin əyrixətli inteqralla hesablanması düsturu. İkiqat inteqralda dəyişənin əvəz edilməsi. Çoxqat inteqralda dəyişənin əvəz edilməsi düsturu\*).

**Səth inteqralları.** Səth anlayışı. İkiüzlü səthlər. Səthin sahəsi. I və II növ səth inteqralları. Qauss-Ostroqradski, Stoks düsturları. Meydan nəzəriyyəsinin elementləri. Skalyar meydan, vektorial meydan\*). Sel, divergensiya, sirkulyasiya, rotor. Qauss-Ostroqradski, Stoks düsturlarının vektor interpretasiyası. Hamilton operatoru, solenoidal vektor meydanları. Potensial vektor meydanları.



## XII. SIRALAR NƏZƏRİYYƏSİ

**Ədədi sıralar.** Ədədi sıranın yığılması. Sıranın cəmi. Ədədi sıranın yığılması üçün Koşi meyarı. Dağılan sıralar. Mütləq yığılan sıralar. Sadə müqayisə teoremləri. Monoton müsbət hədlili sıralar üçün Koşi teoremi və onun tətbiqləri<sup>\*)</sup>. Ədədi sıraların yığılması üçün Dalamber, Koşi və Raabe əlamətləri. Hədlərinin işarəsi dəyişən sıraların yığılması üçün Leybnits, Abel-Dirixle əlamətləri. Qüvvət sıraları haqqında anlayış. Qüvvət sırasının yığılma radiusu və yığılma intervalı. Sıraların cəmi və Koşi mənadında hasili. Hasil sıraların yığılması haqqında Mertens teoremi. Sıranın hədlərinin yerdəyişməsi. Şərtsiz yığılan sıralar. Mütləq yığılan sıranın şərtsiz yığılması. Qeyri-mütləq yığılan sıralar üçün Riman teoremi.

Dağılan sıraların cəmlənməsi üsulları: Abel-Puasson, Çezaro üsulları<sup>\*)</sup>.

İkiqat sıralar. Sonsuz hasillər haqqında anlayış<sup>\*)</sup>.

**Funksional ardıcılıqlar və sıralar.** Funksional ardıcılığın və sıranın nöqtədə yığılması və çoxluqda nöqtəvi yığılması. Funksional ardıcılığın və sıranın çoxluqda müntəzəm yığılması. Müntəzəm yığılma üçün Koşi meyarı. Funksional ardıcılığın müntəzəm yığılması üçün qalığın terminində zəruri və kafi şərt. Funksional sıraların müntəzəm yığılması üçün əlamətlər: yığılan majorantı olan funksional sıranın müntəzəm yığılması haqqında Veyerştrass teoremi, Abel-Dirixle əlaməti.

**Müntəzəm yığılan ardıcılıqların və sıraların xassələri.** Müntəzəm yığılma və kəsilməzlik: ardıcılığın (sıranın) hədləri kəsilməz funksiyalar olduqda ardıcılıq (sıra) müntəzəm yığılarsa limit (cəm) funksiyası kəsilməzliyi haqqında teoremlər. Müntəzəm yığılma və inteqrallama: ardıcılıqlar üçün inteqral altında limitə keçmə, sıralar üçün hədbəhəd inteqrallama haqqında teoremlər.

Müntəzəm yığılma və diferensiallama: ardıcılıqlar üçün diferensiallama ilə limitə keçmənin yerdəyişməsinin doğru olması

haqqında, sıralar üçün hədbəhəd diferensiallama düsturunun doğruluğu haqqında teoremlər.

Parçada kəsilməz funksiyaya çoxhədlilərlə yaxınlaşma haqqında Veyerştrass teoremi.

**Qüvvət sıraları.** Qüvvət sıralarının hədbəhəd inteqrallanması və diferensiallanması haqqında teorem. Qüvvət sırasının cəminin kəsilməzliyi haqqında Abel teoremi və onun bir nəticəsi: iki sıranın hər biri və onların hasili yığılarsa hasilin cəmi, bu sıraların cəmlərinin hasilinə bərabərdir. Teylor və Makleron sıraları. Elementar funksiyaların Makleron sırasına ayrılışı.

**Furye sıraları.** Ortonormal sistemlər və ümumi Furye sıraları haqqında anlayış. Qapalı və tam ortonormal sistemlər. Triqonometrik sistem və onun qapalı olması. Triqonometrik sistem üzrə Furye sıraları. Furye əmsalları. Riman teoremi. Dirixle nüvəsi. Rimanın lokalizasiya prinsipi (funksiyanın Furye sırasının nöqtədə yığılması onun bu nöqtənin yaxın ətrafında aldığı qiymətlərdən asılı olması). Furye sırasının nöqtədə yığılması. Dini və Hölder əlamətləri. Furye sırasının cəmlənməsi üsulları. Furye inteqralları və Furye çevirməsi<sup>\*)</sup>.

## Ə D Ə V İ Y U A T

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1, 2, 3. Москва, 1969, 1970, 1970.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.1, 2. Москва, 1981, 1981.
3. Зорич В.А. Математический анализ. Т.1, 2. Москва , 1981, 1984.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Курс математического анализа. Т.1,2. Москва, 1982, 1984.
5. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Москва, 1977.
6. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. Москва, 1984, 1986.
7. Əliyev R.Ə., Abdullayev C.S. Riyazi analizdən məsələ və misallar, Bakı, 2001.
8. Kərimov N.B., Amanov R.Ə. Birdəyişənli funksiyaların inteqral hesabı. Bakı, 2003.
9. Abdullayev F.A. Xəlilov E.H. Furye sıraları, Bakı, 2005.