AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Mexanika-riyaziyyat fakültəsi

Funksiyalar nəzəriyyyəsi və funksional analiz kafedrası

KOMPLEKS DƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALAR NƏZƏRİYYƏSİ

fənninin

P R O Q R A M I

İSTİQAMƏT TE 01.00.00 - Riyaziyyat
İXTİSAS TE 01.01.00 - Riyaziyyat

Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirinin
1164 saylı 21.10.2008 –ci il tarixli əmri ilə təsdiq olunmuşdur.

BAKI – 2008

Proqram Bakı Dövlət Universitetinin
Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin
Funksiyalar nəzəriyyyəsi və funksional analiz
kafedrasında hazırlanmışdır

Tərtib edənlər: Prof.Ə.M.Əhmədov
prof.C.İ.Məmmədxanov
prof.N.M.Süleymanov
dos.R.M.Babayev
dos. A.T.Tağızadə
dos.F.M.Cavadova
f.r.e.n.H.S.Məsimova

Elmi redakor: Bakı Dövlət Universitetinin funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının müdiri,
f.r.e.d.,prof.Ə.M.Əhmədov

Rəyçilər: F.r.e.n., dos.A.H.Heydərov
F.r.e.n., dos.F.A.Abdullayev

«Kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsi» kursu üzrə

P R O Q R A M

1.Kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinə giriş.
Bu bölmədə kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin tarixi qeyd edilir və məşhur faktlar haqqında məlumat verilir.
2. Kompleks ədədlər meydanı. Kompleks ədədin cəbri, triqonometrik və üstlü şəkildə ifadəsi.
Bu bölmədə kompleks ədədlərə tərif verilir və onların üzərində hesab əməlləri təyin edilir. Kompleks ədədin modulu və arqumenti anlayışı daxil edilir. Kompleks ədədin cəbri, triqonometrik və üstlü şəkillərdə ifadələri verilir. Cəbri şəklin vasitəsilə kompleks ədədlərin cəmiqnin və fərqinin, triqonometrik şəkli vasitəsilə isə onların hasilinin və nisbətinin həndəsi mənası verilir. Kompleks ədədin qüvvəti triqonometrik şəkildə ifadənin köməyi ilə sadə ifadə edilir və Muavr düsturu isbat edilir.
3. Kompleks ədədin kökü anlayışı.
Bu bölmədə kompleks ədədin triqonometrik şəkildə ifadəsi vasitəsilə onun n-ci dərəcədən kökləri təyin edilir və isbat edilir ki bu köklər müəyyən radiuslu çevrənin üzərində yerləşir və onlardan məhz n saydası müxtəlifdir.
4. Kompleks ədədlər ardıcıllığı və sırası.
Bu bölmədə kompleks ədədlər ardıcıllığına və sırasına tərif verilir və onların yığılması anlayışı daxil edilir. Kompleks ədədlər ardıcıllığının və sırasının həqiqi və xəyali hissələrindən düzələn həqiqi ədədi ardıcıllıq və həqiqi ədədlər sırasının köməyi ilə ardıcıllığın yığılması üçün zəruri və kafi şərt isbat edlir. Ardıcıllığın və sıranıni fundamentallığı anlayışı verilir və ardıcıllığın və sıranın yığılması üçün zəruri və kafi şərt isbat edilir. Ardıcıllığın sonsçuzluğa yığılması anlayışı daxil edilir və genişlənmiş müstəviyə tərif verilir. Sıranın mütləq və şərti yığılması

anlayışları verilir. Cəmlər üçün Abel çevirməsi, sıralar üçün Abel və Dirixle teoremləri verilir. Yığılan ardıcıllığın və sıranın xassələri isbat edilir, başqa sözlə yığılan ardıxıllıqların cəmi,ədədə vurulması, hasili və nisbətinin yığılması haqqında, yığılan sıraların cəmi, ədədə vurulması və hasilinin yığılması haqqında uyğun teoremlər isbat edilir.
5. Kompleks ədədin stereoqrafik proyeksiyası.
Bu bölmədə kompleks müstəvidə yerləşən kompleks ədədin bu müstəviyə O nöqtəsində toxunan və radiusu $1/2$ -ə bərabər olan və mərkəzi OZ (əlavə 3-cü oxda) oxunda yerləşən sferanın üzərində proyeksiyası və onun 3 ölçülü koordinatları təyin edilir.
6. Kompleks müstəvidə çoxluqlar.
Bu bölmədə açıq dairəyə, qapalı dairəyə, çevrəyə tərif verilir. Toxunma nöqtəsi, limit nöqtəsi, izale edilmiş nöqtə və daxili nöqtə anlayışları daxil edilir, çoxluğun qapanması tiəyin edilir və onun xassələri isbat edilir. Qapalı və açıq çoxluq anlayışı verilir və onların xassələri isbat edilir.
7. Kompleks dəyişənli funksiya.
Bu bölmədə kompleks dəyişənli funksiyaya tərif verilir və onun həqiqi və xəyali hissələri olan 2 həqiqi dəyişənli həqiqi qiymətli funksiyalar təyin edilir. Nöqtənin obrazı və proobrazı anlayışı verilir.Tərs funksiyaya tərif verilir və onun xassəlri isbat edilir.
8. Funksiyanın limiti və kəsilməzliyi anlayışı.
Bu bölmədə funksiyanın limitinin tərifi və limitin xassələri verilir. Limitin varlığı və hesablanması üçün zəruri və kafi şərt isbat edilir.Funksiyanın nöqtədə və çoxluqda kəsilməzliyi anlayışı daxil edilir və onun xassələri isbat edilir.
9. Həqiqi arqumentli kompleks qiymətli funksiyalar. Kəsilməz əyri.
Bu bölmədə həqiqi dəyişənli kompleks qiymətli funksiya anlayışı verilir və onun limiti, kəsilməzliyi, törəməsi və intneqralı anlayışı daxil edilir.Kəsilməz əyri, açıq və qapalı

əyri, sadə, düzləndiriləbilən əyri və onun uzunluğu, hamar əyri və onun toxunanı anlayışları verilir və bərabər əyrilərə tərif verilir. Jordan teoremi isbat sız verilir və ümumiləşmiş kəsilməz əyri anlayışı daxil edilir.
10.Törəmə və diferensial. Diferensiallama qaydaları. Diferensiallama üçün zəruri və kafi şərt.
Bu bölmədə törəməyə tərif verilir və diferensiallanan funksiya anlayışı daxil edilir. İsbat edilir ki, funksiyanın diferensiallanan olması üçün zəruri və kafi şərt onun sonlu törəməyə malik olmasıdır. Törəmənin xasmsələri və mürəkkəb funksiyanın verilən funksiyanın tərsinin törəməsi üçün düsturlar isbat edilir.Nəhayət, bölmənin sonunda funksiyanın diferensiallanması üçün zəruri və kafi şərt isbat edilir və nəticə olaraq funksiyanın törəməsi onun həqiqi və xəyali hissələrinin uyğun xüsusi törəmələri vasitəsilə ifadə edilir.
11.Funksiyanın nöqtədə və oblastda analitikliyi.
Bu bölmədə nöqtədə diferensiallanmadan fərqli olan analitiklik anlayışı verilir və bu anlayış oblast üçün daxil edilir.
12.Analitik funksiyanın həqiqi və xəyali hissələri haqqında. Həqiqi hissəsi verilmiş harmonik funksiya olan analitik funksiyanın qurulması.
Bu bölmədə Koşi-Riman şərtlərinin köməyi ilə oblastda analitik funksiyanın həqiqi və xəyali hissələrinin həmin oblastda harmonikliyi isbat edilir. Həqiqi hissəsi verilmiş harmonik funksiya olan (birrabitəli oblastda) analitik funksiya qurulur. Bunun üçün IÇ növ əyrixətli inteqralın xassələrindən istifadə edilir.
13.Nöqtədə törəmənin həndəsi mənası. Nöqtədə və oblastda konform inikas.
Bu bölmədə funksiyanın nöqtədə törəməsinin arqumentinin və modulunun həndəsi mənası və nöqtədə Ç və ÇÇnöv konform inikas anlayışı verilir. İsbat edilir ki, nöqtədə

törəməsi sıfırdan fərqli olan funksiya Ç növ konform inikasdır.
14.Xətti inikas.Kəsr-xətti inikas. Kəsr-xətti inikasın xassələri:Qrup xassəsi, çevrəni saxlaması xassəsi, üç nöqtənin obrazına görə inikasın qurula bilməsi xassəsi, dairəvi oblastların bir-birinə inikas edilməsi xassəsi, simmetriyanın saxlanması xassəsi,
Bu bölmədə xətti inikasın xassələri isbat edilir. Kəsr-xətti inikasın ğenişlənmiş müstəvidə, onun diferensiallandığı nöqtələrdə, konform inikas olması, qalan iki nöqtədə isə bucağı saxlaması xasssəsi isbat edilir. İsbat edilir ki, kəsr-xətti inikasın superpozisiyası, kəsr-xətti inikasın tərsi də kəsr-xətti inikasdır.İsbat edilir ki, kəsr-xətti inikas ümumiləşmiş çevrəni ümumiləşmiş çevrəyə inikas edir və anharmonik nisbəti saxlayır. Dairəvi oblasta tərif verilir və kəsr-xətti inikas vasitəsilə saxlanması isbat edilir. Çevrəyə nəzərən simmetrik nöqtələrə tərif verilir,onların obrazlarının uyğun çevrənin obrazına nəzərən simmetrik olması isbat edilir.
15.Qüvvət funksiyası.
Bu bölmədə natural üstlü qüvvət funksiyalarının xassələri öyrənilir. Bu funksiya vasitəsilə çevrənin və sıfır nöqtəsindən çıxan şüanın obrazları qurulur və funksiyanın birvərəqlilik oblastları təyin edilir.
16. $w=\sqrt[n]{z}$ funksiyası. Birqiymətli kəsiləməz budaqların seçilməsi.
Bu bölmədə çoxqiymətli $w=\sqrt[n]{z}$ funksiyası təyin edilir və onun uyğun kəsik müstəvini $\frac{2\pi}{n}$ qiymətli bucağa inikas edən kəsilməz birqiymətli budağı seçilir. Bu budağın tərs funksiya kimi tərsi tapılır. $w=\sqrt[n]{z}$ çoxqiymətli funksiyası üçün Riman şərtləri qurulur.
17. $w=\exp z$ funksiyası və onun xassələri.
Bu bölmədə $w=\exp z$ funksiyası təyin edilir və onun xassələri öyrənilir. Bu funksiyanın vasitəsilə həqiqi oxa

paralel və perpendikulyar xətlərin oblrazları təyin edilir və bu funksiyanın birvərəqlilik oblastları təyin edilir.

18. Loqarifmik funksiya.

Bu bölmədə çoxqiymətli loqarifmik funksiya $\exp z$ funksiyasının tərsi kimi təyin edilr və onun birqiymətli kəsilməz budaqları qurulur. Bu budaqların tərs funksiya kimi törəməsi tapılır. $Ln\ z$ funksiyası üçün Riman səthi qurulur.

19. Triqonometrik və hiperbolik funksiyalar.

Bu bölmədə $\sin x, \cos x, tg\ x, ctg\ x$ funksiyalarının və $sh\,x, ch\,x$ hiperbolik funksiyalarının (həqiqi dəyişənli) kompleks müstəviyə davamı olan $\sin z, \cos z, tg\ z, ctg\ z$ triqonometrik funksiyalar və $sh\,z, ch\,z$ hiperbolik funksiyaları $\exp z$ funksiyasının vasitəsilə təyin edilir və onların xassələri öyrənilir. $\sin z$ və $\cos z$ funksiyalarının həqiqi və xəyali hissələri qurulur, $|\sin z|, |\cos z|$ üçün bəzi qiymətləndirmələr isbat edilir. Bu funksiyaların törəmələri hesablanır.

20.Tərs triqonometrik funksiyalar.

Bu bölmədə $Arc\sin x$, $Arc\cos x, Arctg\ x, Arcctg\,x$ çoxqiymətli funksiyaları təyin edilir və $Arc\cos x, Arctg\ x$ birvərəqli kəsilməz budaqları ayrılır.

21.Kompleks üstlü qüvvətlər.

Bu bölmədə kompleks üstlü qüvvət təyin edilir və misallar döstərilir.

22.Ümumi üstlü və qüvvət funksiyaları.

Bu bölmədə kompleks üstlü qüvvət funksiyalar və üstlü funksiyalar təyin edilir və onların tərs(çoxqiymətli) funksiyaları qurulur.

23. Kompleks dəyişənli funksiyanın inteqralı, onun xassələri və hesablanması üçün düsturlar.

Bu bölmədə düzləndirilə bilən əyrilər boyunca inteqralın tərifi verilir və onların həqiqi əyrixətli inteqralların vasitəsilə ifadəsi isbat edilir. Bəzi sadə funksiyaların inteqralları hesablanır (tərif vasitəsilə). İnteqralın bəzi sadə

xassələri isbat edilir və hamar əyrilər üçün bu inteqrallar Riman inteqrallarına gətirilir.

24. Koşinin inteqral teoremi. Mürəkkəb konturlar üçün teorem.

Bu bölmədə birrabitəli oblasda analitik funksiyalar üçün teorem isbat edilir. Bu teorem əvvəlcə üçbucaq, sonra n-bucaqlı, nəhayət ixtiyari qapalı düzləndirilə bilən əyri üçün isbat edilir. Sonra çoxrabitəli oblastlarda Koşi teoremi isbat edilir və mürrəkkəb kontur üçün bərabərlik Koşi teoremindən nəticə kimi alınır.

25. İnteqral və ibtidai funksiya. İnteqralın qiymətinin əyrinin formasından asılı olmayan funksiyalar üçün inteqrallar öyrənilir və yalnız əyrinin uc nöqtələrindən asılı olan inteqrallar yuxarı sərhəddin funksiyası kimi tədqiq edilir və onların uyğun oblastda analitik olması haqqında teorem isbat edilir və onun törəməsi tapılır.İbtidai funksiyaya tərif veorilir və isbat edilir ki, birrabitəli oblastda analitik funksiyanın ibtidai funksiyası var. Nyuton-Leybins və hissə-hissə inteqralanma düstürları isbat edilir.

26. Koşinin inteqral formulu.

Bu bölmədə oblastda və onun sərhəddində (sərhəd düzləndirilə bilən əyri olan halda) analitik funksiyanın oblastın daxilindəki qiymətləri sərhəddəki qiymətlərin vasitəsilə ifadə edən formula isbat edilir.Nəticə kimi, harmonik funksiyaların orta qiymətləri haqqında xassə alınır.

27.Qüvvət sıraları.Koşi-Adamar teoremi.

Bu bölmədə funksional sıraların xüsusi halı olan qüvvət sıraları öyrənilir və yığılma radiusu və yığılma dairəsi anlayışı verilir.Yığılma radiusunu hesablamaq üçün düstur isbat edilir.Yığılma çevrəsində qüvvət sırasının yığılmasını araşdırmaq üçün misallar verilir.

28.Müntəzəm yığılma.Qüvvət sıralarının müntəzəm yığılması haqqında.

Bu bölmədə funksional sıraların yığılma oblastlarında müntəzəm yığılması araşdırılır və qüvvət sırasının yığılma dairəsinin daxilində götürülmüş hər bir qapalı dairədə müntəzəm yığılması isbat edilir.Nəticədə funksional sıraların cəmini kəsilməz olması haqqında,funksional sıraların hədbəhəd inteqrallana bilməsi haqqında teoremlər isbat edilir.
29.Qüvvət sırasının cəminin analitikliyi.
Bu bölmədə qüvvət sırasının cəminin yığılma dairəsində analitikliyi isbat edilir və nəticə olaraq onun Teylor ayrılışı verilir.Bu ayrılışın köməyı ilə qüvvət sırasının yeganəliyi haqqında fakt isbat edilir.
30.Oblastda analitik funksiyanın qüvvət sırasına ayrılması haqqında teorem.Liuvill teoremi.
Bu bölmədə oblastda analitik funksiya bu oblasta daxil olan hər bir nöqtənin müəyyən ətrafında qüvvət sırasına ayrıla bilməsi isbat edilir.Teoremdə bu ətraf və sıranın əmsalları təyin edilir və nəticə olaraq əmsallar üçün Koşi bərabərsizliyi isbat edilir.Bu bərabərsizliyin köməyi ilə Liuvill teoremi isbat edilir.Liuvill teoreminin tətbiqi ilə bağlı cəbrin əsas teoremi isbat edilir.Bu bölmədə oblastda analitik funksiyanın və harmonik funksiyanın sonsuz diferensiallanması isbat edilir.
31.Analitik funksiyanın törəməsinin inteqral vasitəsi ilə ifadəsi.
Bu bölmədə Koşinin inteqral düsturuna analoji olaraq,funk-siyanın oblastın daxilindəki nöqtələrdə n-ci tərtib törəməsi funksiyanın sərhəd qiymətlərinin vasitəsiylə inteqralla ifadəsi düsturu isbat edilir.
32.Koşi tip inteqral,onun törəməsi.
Bu bölmədə Koşi tip inteqrala tərif verilir və onun n-ci tərtib törəməsinin ifadəsi üçün inteqral düstur isbat edilir.
33.Analitik funksiyanın sıfırları.

Bu bölmədə analitik funksiyanın sıfrı və onun tərtibinə tərif verilir və nöqtənin p-ci tərtib sıfır olması üçün zəruri və kafi şərt isbat edilir.
34.Morera teoremi.
Bu bölmədə müəyyən mənada Koşi teoreminin əksi olan teorem isbat edilir.
35.Müntəzəm yığılan analitik funksiyalar sırası haqqında Veyerştrass teoremi.
Bu bölmədə funksional sıranın oblastın daxilində müntəzəm yığılması analayışı verilir və analitik funksiyalar sırasının cəminin analitikliyi və onun p-ci tərtib törəməsinin sıranın hədbəhəd diferensiallanması (p-ci tərtib) qaydası ilə hesablanması haqqında teorem isbat edilir.
36.Analitik funksiyalar üçün yeganəlik teoremi.Analitik davam.
Bu bölmədə oblastda analitik funksiyanın eyniliklə bərabər olması üçün kafi şərt isbat edilir və teoremin şərtlərinin zəruriliyi qeyd edilir.Analitik davam anlayışı verilir və bu anlayışın korrektliyi yeganəliyik teoreminin köməyi ilə isbat edilir.Bəzi funksiyaların ədəd oxundan kompleks müstəviyə analitik davamları təyin edilir.Analitik davamı qurmaq üçün teoremlər isbat edilir.
37..Loran sırası.
Bu bölmədə qüvvət sırasının ümumiləşməsi olan Loran sırası təyın edilir və onun yığılmasına tərif verilir.Bu sıranın yığılma oblastını təyin etmək üçün teorem isbat edilir.Loran sırasının onun yığılma zolağında analitikliyi isbat edilir və Loran sıralarının eyniliyi üçün teorem isbat edilir.
38..Loran teoremi.
Bu bölmədə zolaqda analitik funksiyanın bu zolaqda Loran sırasına ayrıla bilməsi haqqında teorem isbat edilir və bu sıranın əmsalları funksiyanın vasitəsi ilə təyin edilir.Nəticə olaraq bu əmsallar üçün bərabərsizlik isbat edilir.
39..İzolə edilmiş məxsusi nöqtələrin (birqiymətli xarakterli) təsnifatı.

Bu bölmədə analitik funksiyalar üçün məxsusi nöqtə, izolə edilmiş məxsusi nöqtə anlayışı verilir və onların təsnifatı verilir, bu nöqtələrlə bağlı teoremlər isbat edilir.Loran sırası vasitəsi ilə izolə edilmiş məxsusi nöqtələrə ekvivalent tərif verilir.

40.Sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə məxsusiyyət və onun təsnifatı.

Bu bölmədə sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə məxsusiyyətin təsnifatı verilir və teoremlər isbat edilir.

41.Tam və meromorf funksiyalar.

Bu bölmədə tam funksiyaya tərif verilir və onların təsnifatı verilir.Meromorf funksiyalara tərif verilir və onlara misal kimi rasional funksiyalar tədqiq edilir.Meromorf funksiyanın ayrılışı haqqında teorem isbat edilir.

42.Çıxıq.Çıxıqlar haqqında əsas teorem.

Bu bölmədə çıxıqa tərif verilir və tərifin korrektliyi isbat edilir.Çıxıqlar haqqında əsas teorem isbat edilir.Çıxıqı hesablamaq üçün, ümumi halda Loran ayrılışında C_{-1}-əmsalı vasitəsi ilə, teorem isbat edilir.Polyus halında çıxıqı hesablamaq üçün düsturlar isbat edilir.

43.Sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə çıxıq.

Sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə çıxığa tərif verilir və onu hesablamaq üçün düstur isbat edilir.Sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə çıxıqı qalan izolə edilmiş məxsusi nöqtələrdə çıxıqla əlaqələndirən teorem isbat edilir.Sonsuz uzaqlaşmış nöqtədə, müxtəlif hallarda,çıxıqın hesablanması araşdırılır.Çıxıqlar nəzəriyyəsi həqiqi dəyişənli funksiyaların inteqralını hesablanmasına tətbiq edilir və müəyyən teoremlərin köməyi ilə qeyri-məxsusi inteqrallar hesablanır.

44. Loqarifmik çıxıq. Arqument prinsipi və onun nəticəsi. Ruşe teoremi.

Bu bölmədə funksiyanın törəməsinin funksiyaya olan nisbəti ilə bağlı ifadənin xassələri isbat edilir və loqarifmik çıxıq anlayışı verilir. Loqarifmik çıxığın müəyyən ifadəsinin

köməyi ilə arqument pritnsipi və bunun nəticəsi olaraq Ruşe teoremi isbat edilir.

45. Oblastın analitik funksiya vasitəsilə inikası.

Bu bölmədə isbat edilir ki, oblastın eyniliklə sabit olmayan analitik funksiya vasitəsilə obrazı da oblastdır. Qeyd edilir ki, bu xassə ğenişlənmiş müstəvidə oblast ∞ nöqtəsini özündə saxlayanda və $f(z)$ polyuslara malik olduqda da teorem öz gücüundə qalır. Mövzu ilə bağlı teoremlər isbat edilir.

46. Analitik funksiyanın modulunun maksimum prinsipi.

Bu bölmədə analitik funksiyanın modulunun xassələri isbat edilir. Maksimum prinsipindən istifadə etməklə analitik və harmonik funksiyaların xassələri isbat edilir.

Ə d ə b i y y a t

1.Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного , М., 1988 г.

2.Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. М., 1967 г.

3.Привалов И.И. Введение в теорию функции комплексного переменного.М., 1977 г.

4.Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функции комплексного переменного. М., 1976 г.

5.Фукс Б.А., Шабат Б.В. Функции комплексного переменного и некоторые их приложения. М., 1959 г.

6.Евграфов М.А. Сборник задач по теории аналитических функций. М.,1972 г.

7.Həbibzadə Ə.Ş. Kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsi. I-II hissə., Bakı, 1962, 1964.

8.Mirzəyev Q.H., Cavadova F.M. Kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsi. Bakı, 1999.

9.Babayev R.M., Cavadova F.M. Kompleks müstəvidə kəsr-xətti funksiyalar., Dərs vəsaiti, Bakı, 2002.