AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Mexanika- riyaziyyat fakültəsi

Funksiyalar nəzəriyyyəsi və funksional analiz kafedrası

FUNKSIONAL ANALIZ

fənninin

P R O Q R A M I

Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirinin
1164 saylı 21.10.2008 –ci il tarixli əmri ilə təsdiq olunmuşdur.

BAKI – 2008

Proqram Bakı Dövlət Universitetinin Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasında hazırlanmısdır.

Tərtib edənlər: Prof. Ə.M.Əhmədov
Prof.C.İ.Məmmədxanov
prof. S.S.Mirzəyev
prof.M.B.Rəhimov
prof.N.M.Süleymanov
dos.R.M.Babayev
dos. F.M.Cavadova
f.r.e.n. H.S.Məsimova

Elmi redakor: Bakı Dövlət Universitetinin funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının müdiri, f.r.e.d.,prof.Ə.M.Əhmədov

Rəyçilər: F.r.e.d., prof.S.K.Abdullayev
F.r.e.n., dos. V.Ə.Qasımov

«Funksional analiz» kursu üzrə

P R O Q R A M

Funksional analiz bir riyazi fənn olaraq abstrakt cəbr və topologiya fənləri kimi riyazi strukturları öyrənən riyazi fənlər arasında xüsusi yer tutur. Bu fənnin metodları müasir nəzəri və tətbiqi riyaziyyın bir çox sahələrində müvəffəqiyyətlə istifadə olurunr. Bundan başqa, adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər, idarəetmə nəzəriyyəsi, hesablama üsulları və diğər fənlərin inkişafı funksional analizin ideya və metodlarından istifadə etmədən mümkün deyil. Buna ğörə də funksional analiz ciddi riyazi təhlil elementi kimi qəbul edilir və onun əsaslarının tədrisi universitetlərin tədris planına daxil edilmişdir.

Bu proqram müəlliflərin uzun müddət Bakı Dövlət Universitetində oxuduqları mühazirələr əsasında hazırlanmışdır. Burada məşhur rus alimləri (A.N.Kolmoqorov və S.V.Fomin, L.V.Kantoroviç və Q.P.Akilov, L.A.Lyusternik və İ.V.Sobolev və b.)və eyni zamanda diğər xarici alim-pedaqoqların və BDU-nun «Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz» kafedrasının əməkdaşlarının (Ə.Ş.Həbibzadə, Ə.M.Əhmədov. S.S.Mirzəyev, R.B.Babayev, F.M.Cavadova və b.) yazdıqları kitab və dərsliklərindən istifadə olunmuşdur.

1. Funksional fəza. Metrik fəza.

Bu bölmədə funksional fəza anlayışı, metrikanın aksiomatik tərifi verilir, çoxluq və metrika cütü- metrik fəza anlayışı daxil edilir.Metrik fəzada yığılan və fundamental ardıcıllıq anlayışı verilir və yığılan ardıcıllığın xassələri isbat edilir. Separabel fəza, izomorf, izometrik fəzalar, inikasın limiti, kəsilməzliyi, homeomorf fəzalar anlayışları daxil edilir. Metrik fəzaya misallar göstərilir

2. Tam (dolu) metrik fəza.

Bu bölmədə tam metrik fəza anlayışı daxil edilir və teoremlər (şarlar ardıcıllığı haqqında, Ber teoremi) isbat edilir. Metrik fəzaların tamamlanması anlayışı daxil edilir və uyğun teorem isbat edilir.

3. Sıxılmış inkas prinsipi.

Bu bölmədə sıxılmış inikas, inikasın tərpənməz nöqtəsi anlayışları verilir. «Sıxılmış inikas prinsipi» adlanan teorem isbat edilir. Bu teoremdə ardıcıl yaxınlaşmaların tərpənməz nöqtəyə yığılması sürəti qiymətləndirilir. Sıxılmış inikas prinsipinin (müəyyən tənliklərin həllinin varlığı və yeganəliyi məsələsi) tətbiqləri göstərilir.

4. Metrik fəzada kompaktlıq.

Bu bölmədə kompakt və özündə kompakt çoxluq analayışı verilir.Hausdorfun kompaktlıq kriteriyası və onun nəticələri isbat edilir və teoremin köməyi ilə konkret fəzalarda

($l_p, C[a,b], L_p[a,b]$ və s.) kompaktlıq kriteriyaları isbat edilir. Özündə kompakt çoxluqların kəsilməz inikası üçün teoremlər isbat edilir. Özündə kompakt çoxluqların açıq çoxluqlar sistemi, mərkəzləşmiş qapalı çoxlyqlar sistemi ilə bağlı xassələri isbat edilir.

5. Topoloji fəzalar.

Bu bölmədə topoloji fəzaya tərif verilir. Baza, hesabilik aksiomları , hesabi baza anlayışları, ayırma aksiomlarının köməyi ilə topoloji fəzaların təsnifatı verilir.

6. Xətti fəza.

Bu bölmədə xətti fəza, onun alt fəzası, sonluölçülü və sonsuzölçülü fəzalar, xətti örtük, qabarıq örtük anlayışları verilir, həmçinin, xətti fəzaların izomorfluğu, faktor fəza və alt fəzaların düz cəmi anlayışları daxil edilir və xətti fəzalara misallar göstərilir.

7.Xətti normalı fəza. Banax fəzası.

Bu bölmədə norma, normalı fəza, alt fəza və normalı fəzanın xətti çoxüzlüsü, Banax fəzası anlayışları verilir. Faktor-fəzanın normalı və Banax fəzalarında xüsusiyyətləri öyrənilir. Riss teoremi isbat edilir Eyni xətti fəzada normaların ekvivalentliyi anlayışı verilir və sonluölçülü fəzada verilən normaların ekvivalentliyi isbat edilir. Normalı fəzaların izomorfluğu anlayışı daxil edilir. Normalı və Banax fəzalarına misallar göstərilir.

8. Xətti operator.

Bu bölmədə xətti operator, onun nüvəsi anlayışları verilir, onun nüvəsinin və qiymətlər oblastının alt fəza olması isbat edilir. Xətti operatorun xətti kombinasiyası anlayışı daxil edilir və xətti operatorların xətti fəzası qurulur. Xətti operatorun tərsi anlayışı verilir vıə tərsin (varsa) xəttiliyi isbat edilir.

9. Xətti məhdud və xətti kəsilməz operatorlar.

Bu bölmədə xətti normalı fəzada xətti məhdud və xətti kəsilməz operator anlayışları verilir və bu anlayışların, təyin oblastı bütün fəza olduqda, ekvivalentliyi isbat edilir. Məhdud operatorun norması daxil edilir və $L(E,E_1)$ fəzasının normalı olduğu qeyd edilir. $L(E,E_1)$-in Banax fəzası olması üçün kafi şərt isbat edilir.Xətti operatorun kəsiməz davamı haqqında teorem, xətti operatorun tərsinin məhdudluğu üçün zəruri və kafi şərt, Banax teoremi, $(I-A)^{-1}$-in məhdudluğu haqqında teorem isbat edilir. Xətti operatora misallar göstərilir.

10. Xətti məhdud operatorlar ardıcıllığı.

Bu bölmədə $L(E,E_1)$ fəzalarında (E,E_1 -normalı fəzalardır) yığılma anlayışı verilir. Müntəzəm və güclü yığılma anlayışları müqayisə edilir. Operatorlar ardıcıllığı üçün müntəzəm məhdudluq prinsipi, Banax-Şteynhauz teoremi isbat edilir.

11.Xətti funksional, məhdud və kəsilməz funksional.

Bu bölmədə xətti operatorun xüsusi halı olan xətti funksional anlayışı verilir və onun həndəsi mənası öyrənilir. Xətti operatorların xassələri xətti funksionallar üçün də öz gücündə qalır. Xətti məhdud və xətti kəsilməz operatorların xüsusi halı kimi xətti məhdud və xətti kəsilməz funksional anlayışı daxil edilir və onların uyğun xassələri qeyd edilir. E^*-qoşma fəza anlayışı daxil edilir və orada yığılma uyğun olaraq daxil edilir. Qeyd edək ki, operatorlar ardıcıllığı üçün təyin edilən müntəzəm yığılma anlayışına E^*-da funksionallar ardıcılığının güclü yığılması anlayışı uyğun gəlir.

12.Xətti normalı fəzalarda Xan-Banax teoremi və onun nəticələri.

Bu bölmədə həqiqi və kompleks xətti normalı fəzada funksionalın normasını saxlamaqla xətti davamı haqqında Xan-Banax teoremi və onun nəticələri isbat edilir. Qeyd edək ki, fəza kompleks fəza olduğu halda Xan-Banaz teoremi xətti çoxüzlü də kompleks xətti çoxüzlü olduğu halda öz gücündə qalır.

13. $E \subset E^{**}$ daxilolması haqqında. Refleksiv fəza.

Bu bölmədə E-nin hər bir elementinə E^{**}-un müəyyən elementini qarşı qoymaqla birqiymətli inikas təyin edilir. Bu inikas E-ni E^{**}-un müəyyən xətti çoxüzlüsünə qarşılıqlı qiymətli, xətti inikas edir, bu halda elementin norması ilə obraz elementin norması üst-üstə düşür. $E \subset E^{**}$ daxilolması məhs bu mənada başa düşülür, başqa sözlə E ilə E^{**}-un müəyyən alt xətti çoxüzlüsü izomorf və izometrik çoxluqlardır. Bu inikasın qiymətlər çoxluğu E^{**} ilə üst-üstə düşdükdə, yəni bizim qeyd etdiyimiz mənada $E = E^{**}$ olarsa, E fəzası refleksiv fəza adlanır.

14. Xətti normalı fəzada zəif yığılma.

Bu bölmədə xətti normalı fəzada elementlər ardıcıllığının zəif yığılması anlayışı verilir və ardıcıllığın yığılması anlayışı ilə müqayisə edilir. Zəif yığılan ardıcıllığın xassələri, xüsusi halda müntəzəm məhdudluq prinsipi, Banax-Şteynhauz teoremi isbat edilir. Qeyd edək ki, isbat gedişində $E \subset E^{**}$ daxil olmasından və funksionallar ardıcıllığı üçün doğru olan müntəzəm məhdudluq prinsipi və Banax-Şteyn-hauz teoremlərindən istifadə edilir.

15.Qoşma fəzada zəif və *-zəif yığılma.

Bu bölmədə xətti məhdud funksionallar ardıcıllığı üçün zəif və *-zəif yığılma anlayışları verilir. Qeyd edək ki, *-zəif yığılma operatorlar ardıcıllığı üçün güclü yığılma anlayışına, zəif yığılma isə E^*-xətti normalı fəzasında elementlər ardıcıllığının zəif yığılması anlayışına uyğun gəlir. Refleksiv fəza halında bu yığılma növləri üst-üstə düşür. Qeyd edək ki,güclü yığılan xətti məhdud funksionallar ardıcıllığı həm zəif, həm də *-zəif mənada yığılır. Bu hökmün əksi ümumi halda doğru deyil.

16.Konkret fəzalarda xətti məhdud funksionalların ümumi şəkli.

Bu bölmədə $c_0, l_p (p \geq 1), C[a,b]\, L_p[a,b]$ Banax fəzalarında xətti kəsilməz funksionalların ümumi şəkli verilir.Qeyd edək ki, çox vaxt E^* dedikdə xətti kəsilməz funksionallar fəzasına izomorf, izometrik olan xətti normalı fəza başa düşülür.

17. Hilbert fəzası. Furye sırası. Ortoqonal ayrılış haqqında teorem. Hilbert fəzasında xətti kəsilməz funksionalın ümumi şəkli.

Bu bölmədə Hilbert fəzası anlayışı verilir. Həqiqi Hilbert fəzası dedikdə həqiqi sonsuzölçülü separabel Banax fəzasında həqiqi qiymətli skalyar hasilin təyin ol-ması və onun norma təyin etməsi başa düşülür. Fəza komplenks fəza, skalyar hasilin aldığı qiymətlər isə kompleks ədədlər olduqda fəza kompleks Hilbert fəza adlanır.Qeyd edək ki, fəzada sonsuzölçülülük və ya doluluq şərtləri pozulduqda fəza Evklik fəzası adlanır. Hilbert fəzasında ortonormal sistem, ortonormal bazis, Furye əmsalları, Furye sırası anlayışları verilir və onların xassələri isbat edilir. Hilbert fəzalarının izomorfluğu isbat edilir. Bu bölmədə Hilbert fəzasının ortoqonal ayrılışı haqqında teorem isbat edilir və Hilbert fəzasının alt fəzalarının ortoqonal cəmi anlayışı daxil edilir.Hilbert fəzasında təyin edilmiş xətti kəsilməz funksionalın ümumi şəkli haqqında teorem isbat edilir. Qeyd edək ki, sonluölçülüoü halda olduğu kimi, o skalyar hasil vasitəsilə ifadə edilir.

18. Xətti normalı fəzalarda xətti məhdud operatorun qoşması. Hilbert fəzasında öz-özünə qoşma operator.

Bu bölmədə xətti normalı fəzada xətti məhdud operatorun qoşması anlayışı verilir və qoşma operatorun xassələri isbat edilir. Sonra bu tərif Hilbert fəzası üçün izomorf fəzaların köməyi ilə ifadə edilir.Hilbert fəzası öz qoşma fəzası ilə izomorf, izometrik mənada üst-üstə düşdüyündən (Hilbert fəzasında kəsilməz funksionalın ümumi şəkli haqqında teoremə görə) öz-özünə qoşma operatora tərif verilir və bu tərifin korrektliyi əsaslandırılır. Öz-özünə qoşma operatorun xassələri isbat edilir. Nəhayət, qeyri məhdud operatorlar üçün qoşma, öz-özünə qoşma, simmetrik operatorlar anlayışları verilir.

19. Xətti normalı fəzalarda kompakt operator.

Bu bölmədə kompakt operatora tərif verilir və onun xassələri isbat edilir. Kompakt çoxluğun xassələrini nəzərə almaqla (vahid şar sonsuzölçülü xətti normalı fəzada kompakt çoxluq deyil) vahid operatorun sonsuzölçülü xətti normalı fəzada kompakt operator olmaması faktı qeyd edilir. Kompakt operatorun tərsi və qoşması ilə bağlı teoremlər isbat edilir.

20. Fredholm teoremləri.

Bu bölmədə Banax fəzalarında $I+K$ (I-vahid operator, I-kompakt operatordur) şəklində operatorlarla bağlı olan tənliklərin həllinin varlığı və yeganəliyi məsələsi tətqiq edilir. Qeyd edilir ki, bu tənliklərin həlli verilən operatorun qoşmasının uyğun xassəlri ilə sıx bağlıdır.

21. Xətti normalı fəzada xətti və xətti məhdud operatorun spektri.

Bu bölmədə xətti operatorun məxsusi ədəd və məxsusi elementləri, spektri, requlyar çoxluğu anlayışı verilir və operatorun rezolventi təyin edilir.Operator məhdud olduğu halda isə spektrin, requlyar çoxluğun, rezolventin xassələri isbat edilir.

22. Kompakt operatorun, öz-özünə qoşma operatorun spektri haqqında. Hilbert-Şmitd teoremi.

Bu bölmədə kompakt operatorun spektrinin strukturu təyin edilir (Fredholm teoremlərinin köməyi ilə) və spektrin xassələri isbat edilir. Öz-özünə qoşma operatorun spektrinin həqiqi oxda yerləşməsi və bəzi xassələri isbat edilir. Nəhayət, kompakt, öz-özünə qoşma operator üçün (Hilbert fəzalarında) Hilbert-Şmitd teoremi isbat edilir.

Ə D Ə B İ Y Y A T

1.А.Н.Колмогоров, С.М.Фомин. Элементы теории функции и функционального анализа. М., 1988 г

2.Л.А.Люстерник, В.И.Соболев. Элементы функционального анализа. М., 1965г.

3.Л.В.Канторович, Г.П.Акилов.Функциональный анализ в нормированных пространствах.М., 1959 г.

4.М.Рид, Б.Саймон. Методы современной математической физики, т.1.Функциональный анализ, 1977 г.

5.В.А.Треногин.Задачи и упражнения по функциональному анализу.М., 1984 г.

6.Ə.Ş.Həbib-zadə.Funksional analiz. Bakı, 198

7.Ə.M.Əhmədov.Xətti analizin üç prinsipi.Bakı, 1998.

8.C.C.Mirzəyev,R.M.Babayev. Lebeq inteqrali., Baki, 1995.