

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ



AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ
HEYDƏR ƏLİYEVİN
ANADAN OLMASININ 99-CU İLDÖNÜMÜNƏ HƏSR OLUNMUŞ

RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKANIN AKTUAL
PROBLEMLƏRİ

mövzusunda

RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSININ
M A T E R I A L L A R I

11-13 may 2022-ci il

BAKİ – 2022

Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri» mövzusunda Respublika Elmi konfransının materialları, Bakı, 11-13 may 2022-ci il, BDU, 2022 – 393 səh.



Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı

Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin

anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş

«Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri»

mövzusunda

Respublika Elmi konfransının

Təşkilat komitəsi:

Sədr:

Ziyatxan Əliyev BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin dekanı

Sədr müavini:

Şirmayıl Bağirov BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin elmi işlər üzrə dekan müavini

Üzvlər:

Alı Əliyev BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin tədris işləri üzrə dekan müavini

Etibar Əhmədov BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin sosial məsələlər üzrə dekan müavini

Arif Səlimov BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının müdiri

Hamlet Quliyev BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin İdarəetmə nəzəriyyəsinin riyazi üsulları kafedrasının müdiri

Səməd Əliyev BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrasının müdiri

Nizaməddin İsgəndərov BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Diferensial və integral tənliklər kafedrasının professoru

Mehriban Ömərova BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyazi analiz kafedrasının dosenti

Kəmalə Rəhimova BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Hesablama riyaziyyatı kafedrasının müəllimi



Program komitəsi:

Sədr:

Rəşid Əliyev BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyazi analiz kafedrasının müdiri

Üzvlər:

Araz Fərəcov	ADPU-nun Riyaziyyat fakültəsinin dekanı
Xalidə Həsənova	SDU-nun Riyaziyyat fakültəsinin dekanı
Elvin Əzizbəyov	DİA-nın İntellektual sistemlərin idarə olunması kafedrasının müdiri
Əli Əhmədov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının müdiri
Yaşar Mehəliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Diferensial və integral tənliklər kafedrasının müdiri
Yusif Sevdimaliyev	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Nəzəri mexanika və bütöv mühit mexanikası kafedrasının müdiri
Elmağa Qasımov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrasının professoru
Sədi Bayramov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Cəbr və həndəsə kafedrasının professoru
Vaqif İbrahimov	BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin Hesablama riyaziyyatı kafedrasının professoru, AMEA-nın müxbir üzvü
Şakir Yusubov	BDU-nun İdarəetmə nəzəriyyəsinin riyazi üsulları kafedrasının dosenti
Telman Qasımov	BDU-nun Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının dosenti



YARIM XƏTTİ PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİRİNCİ QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİNİN YOXLUĞU

VÜQAR MÜSEYİB OĞLU ABASOV, ŞİRMAYIL HƏSƏN OĞLU BAĞIROV

Bakı Dövlət Universiteti
abasovvuqar02@gmail.com, sh_bagirov@mail.ru

Məhdud $\Omega \subset R^n$ oblastı üçün $Q_T = \Omega \times (0, T)$ silindirində aşağıdakı məsələyə baxaq

$$\begin{cases} u_t - \Delta u = u^q, & q > 1, (x, t) \in Q_T \\ u = 0, & (x, t) \in \partial\Omega \times (0, T) \\ u = g, & (x, t) \in \Omega \times \{t = 0\}. \end{cases} \quad (1)$$

Göstərək ki, $T > 0$ üçün elə kifayət qədər böyük $g \geq 0$ var ki, baxılan (1) məsələsinin həlli yoxdur. Məsələnin həlli klassik mənada başa düşülür.

Aşağıdakı məxsusi ədəd məsələsinə baxaq

$$\begin{cases} -\Delta \omega_1 = \lambda_1 \omega_1, & x \in \Omega \\ \omega_1 = 0, & x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (2)$$

Tutaq ki, $\omega_1 > 0$ (2) məsələsinin birinci məxsusi ədədinə uyğun elə məxsusi funksiyadır ki,

$$\int_{\Omega} \omega_1 dx = 1$$

Məlumdur ki, (2) məsələsinin birinci məxsusi qiymətinə uyğun məxsusi funksiyası işarəsini dəyişmir.

$$\eta(t) := \int_{\Omega} u(x, t) \omega_1 dx$$

işarə edək.

Teorem. Tutaq ki, $\eta(0) > \lambda_1$. Onda elə $t^* \in (0, T)$ var ki, $t \rightarrow t^*$ olduqda $\eta(t) \rightarrow +\infty$.

Teoremin hökmündən çıxır ki, $\eta(0) > \lambda_1$ olduqda baxılan məsələnin global həlli yoxdur. Burada t^* – un qiyməti konkret tapılır, belə ki,

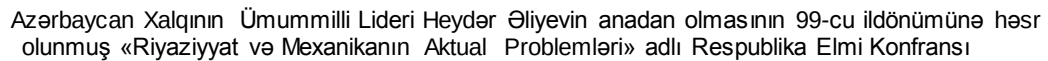
$$t^* = \frac{1}{\lambda_1(q-1)} \ln \frac{\xi^{q-1}(0) - \lambda_1}{\xi^{q-1}(0)}.$$

t^* – un bu qiymətində “blow up” hadisəsi baş verir.

Qeyd edək ki, $q=2$ halı Laurens Evansın “Partial Differential Equations” kitabında baxılmışdır [bax, 1].

Ədəbiyyat

1. L. Evans, Partial Differential Equations, Department of Mathematics, University of California, Berkeley, 2010.



6

$$U_t(x,0) = 0,$$

$$u_1(0,t) = 0, u_2(l_1,t) = 0, \dots, u_n(l_n,t) = 0, \quad (4)$$

bircins sərhəd və başlanğıc şərtlərini ödəyən həlli tapmaq tələb olunur. Uclarından bağlanmış sonlu simin sərbəst rəqs tənliyinin Furiye metodu ilə həllini xatırlasaq,

$$U(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_k(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos \frac{\pi k}{l} at \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x, \quad (5)$$

şərtə görə başlanğıc anında simin nöqtələrinin sürəti nəzərə alınmamışdır.

İndi C_k əmsalını (4) şərtindən istifadə edərək təyin edək.

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{2}{l_1} \left[\int_0^{b_1} \frac{h_1}{b_1} x \sin \frac{k\pi}{b_1} x dx + \int_{b_1}^{l_1} \frac{h_1(l_1 - x)}{l_1 - b_1} \sin \frac{k\pi}{l_1} x dx \right] + \dots + \\ &+ \frac{2}{l_n} \left[\int_{l_{n-1}}^{b_n} \frac{h_n}{b_n} x \sin \frac{k\pi}{l_n} x dx + \int_{b_n}^{l_n} \frac{h_n(l_n - x)}{l_n - b_n} \sin \frac{k\pi}{l_n} x dx \right] = \\ &= \frac{2}{\pi^2} \sum_{i=1}^n \frac{h_i l_i^2}{i^2 b_i (l_i - b_i)} \sin \frac{i\pi}{l_i} b_i \end{aligned} \quad (6)$$

(6) – nı (5) – də yazsaq:

$$\begin{aligned} U(x,t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\pi^2} \sum_{i=1}^n \frac{h_i l_i^2}{i^2 b_i (l_i - b_i)} \cdot \sin \frac{i\pi}{l_i} b_i \cdot \cos \frac{\pi k}{l} at \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x = \\ &= \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^n \frac{h_i l_i^2}{i^2 b_i (l_i - b_i)} \cdot \sin \frac{i\pi}{l_i} b_i \cos \frac{\pi k}{l} at \cdot \sin \frac{\pi k}{l} x \end{aligned} \quad (7)$$

Ədəbiyyat

1. Н.С.Кошляов, Э.Б.Глинер, М.М.Смирнов, «Основные дифференциальные уравнения математической физики», Мос.1962,ст,768
2. Тихонов А.И, Самарский А.А, «Уравнения математической физики», Мос.1977, ст,736
3. В.С.Владимиров, «Уравнения математической физики», Мос.1981, ст,512
4. Z.D.Abbasov, "Riyazi fizika tənlikləri", Bakı -2018, səh.380
5. З.Д.Аббасов, «Применение метода Фурье к смешанно граничной задаче» ISSN 2411—487, DOI:10,3618 IESU. 2019 ст.42-45
6. Z.D.Abbasov, " Furiye integralını tətbiqi ilə bircins olmayan birölçülü dalğa tənliyinin həlli AMEA Gəncə bölməsi, № 1(59), Gəncə - 2015, səh 137-140



RİYAZİYYATIN TƏDRİSİNİN SƏMƏRƏLİLİYİNİN ARTIRILMASINDA İNTEQRASIYA MÜHÜM AMİL KİMİ

MƏLAHƏT VƏRƏHMƏD QIZI ABDULLAYEVA

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
azeriteacher@yahoo.com

Müasir dövrdə riyaziyyatdan tədris prosesini təşkil edərkən elə üsul və vasitələrdən istifadə etmək lazım gəlir ki, qazanılan bilik və bacarıqlar digər fənlərlə kontekstdə əldə edilsin. Başqa sözlə, riyaziyyatın tədrisində fənlərarası inteqrasiyanın yaradılması zərurəti yaranmışdır. Fənlərarası inteqrasiya elə yaradılmalıdır ki, o şagirdlərin intellektual inkişafına, mücərrəd və məntiqi təfəkkür səviyyələrinin inkişafına, alqoritmik mədəniyyətin formalaşmasına kömək etsin. İndi təhsilalanlardan yalnız fənn üzrə biliklərə yiyələnmək deyil, həm də əldə edilmiş bilik və bacarıqları müxtəlif növ problemlərin həllində tətbiq etmək bacarığı tələb olunur.

Ümumtəsil məktəblərdə tətbiq olunan yeni təhsil proqramı (kurikulumu) [2] müəllimlərə şagirdlərin biliklərini genişləndirmək, onları gündəlik həyati situasiyalarda, əmək fəaliyyətlərində tətbiq etmək üçün fənlərarası əlaqələrdən geniş istifadə etmək imkanı verir. Bu gün təhsil alanlarda dünyanın vahid mənzərəsinin formalaşmasını təmin edən inteqrasiya olunmuş dərslər təşkil etmədən riyaziyyatı tədris etmək səmərəsizdir.

Hər bir müəllim dərsin səmərəli olması üçün dərstdən öncə planlaşdırma hazırlayır. Yeni təhsil proqramı üzrə hazırlanan planlaşdırmada inteqrasiya imkanlarının müəyyən edilməsi bir tələb kimi qoyulmuşdur. Fənlərarası inteqrasiyalı dərsləri iki formada hazırlamaq mümkündür: qismən inteqrasiyalı dərslər, tam inteqrasiyalı dərslər.

Riyaziyyatdan inteqrasiyalı dərslər şagirdlər üçün böyük maraq kəsb edir, onları yaradıcılığa həvəsləndirir, riyaziyyatın tətbiqi istiqamətlərini, istifadə sahələrini üzə çıxarır.

Məsələn, “96%-li turşu məhlulu ilə doldurulmuş qabdan 2,5 l götürüb, yerinə 80%-li həmin turşu məhlulundan tökdülər. Sonra bir daha 2,5 l götürüb, yenə də yerinə 80%-li turşu məhlulu tökdülər. Nəticədə qabda 89%-li turşu məhlulu qaldı. Qabın tutumunu tapın”. Belə məsələləri həll etdirməklə «Faiz»ə aid mövzuların tədrisi zamanı riyaziyyatla kimya arasında inteqrasiya yarada bilərik.

Riyaziyyat dərslərinin humanitar fənlərlə, o cümlədən ədəbiyyatla, tarixi hadisələrlə əlaqələndirilməsi də şagirdlərin ümumi dünyagörüşünün formalaşmasında mühüm rol oynayır. Məsələn, “Nisbət, tənəsüb” mövzuna aid standartların reallaşdırılması zamanı istifadə edilən məsələ: “Sizə məktub var” fləşmobunda gənclər Azərbaycanın ərazi bütövlüyü uğrunda gedən döyüşlərdə göstərdiyi misilsiz igidliyə görə Milli Qəhrəman adına layiq görülmüş Mübariz İbrahimovun ata-anasına yazdığı son məktubu vətəndaşlara payladılar. Fləşmob iştirakçıları qəhrəman əsgərin vida



məktubunu oxuyub, onun Şəhidlər xiyabanındakı qəbrini ziyarətə yollandılar. Fləşmob iştirakçılarının $\frac{2}{3}$ hissəsi 16-25 yaşlı gənclər idi. Daha 55 nəfər gənc də bu dəstəyə qoşulduqda gənclərin sayının bütün iştirakçıların sayına nisbəti 5 : 7 kimi oldu. Fləşmob iştirakçılarının neçə nəfəri gənclər oldu? [5]

Nəticə

Riyaziyyat dərslərində interqasiyanın yaradılması bir sıra üstün cəhətləri ilə nəticələnir:

- riyaziyyatın öyrənilməsi digər fənlərlə əlaqəli olarsa bu zaman şagirdlər yüksək səviyyədə sistemli biliklər əldə edər;
- şagirdlərin müstəqil tədqiqatçılıq bacarıqları formalaşar;
- şagirdlərdə düşünmə, müqayisə etmə, mühakimə yürütmə, təhlil etmə, konkretləşdirmə və ümumiləşdirmə, analiz və sintez kimi təfəkkür əməliyyatları fəallaşar;
- integrativ təlim prosesi müəllim və şagirdlər arasında əməkdaşlıq yaradar və s.
- nəticədə isə müasir təhsil standartlarına cavab verən tədris metodiki sistem yaranar.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan Respublikası ümumi təhsilin Konsepsiyası (Milli Kurikulum). Bakı. 2006.
2. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulumu) (I-XI siniflər). Bakı, 2013.
3. Adıgözəlov A.S. Məktəbdə riyaziyyat təliminin nəzəri əsasları. Bakı, «ADPU», 2018, 310 s.
4. Abdullayeva M. Riyaziyyatın tədrisi metodikası-1. Bakı, «Elm və təhsil», 2020, 208 s.
5. <https://edu.gov.az/az/news-and-updates/17605-1>



MÜRƏKKƏB VƏ QEYRİ-STANDART İFADƏLƏRİN VURUQLARA AYRILMASI

MƏTLƏB HÜSEYNQULU OĞLU AĞAYAROV, FƏXRƏDDİN FEYZULLAH OĞLU ƏLİYEV

Sumqayıt Dövlət Universiteti

Orta məktəb riyaziyyatı, elementar riyaziyyat dediyimiz bölmədə elə mövzular, bölmələr var ki, məlum nəzəri materialların, praktik nümunələrin və çox müxtəlif metodika və priyomların olmasına baxmayaraq, bu sahədə bütün suallara cavab vermək, istənilən mürəkkəb məsələ və ya məsələ həll etmək heç də həmişə mümkün olmur.

Bu kimi çətin və həm də maraqlı bölmələrdən biri də çoxhədlilərin və ya iki, üç dəyişənli ifadələrin vuruqlara ayrılmasıdır. Vuruqlara ayırmaq həm tənliklərin həllində, həm də riyazi ifadələrin sadələşməsində, funksiyanın və ya çoxhədlinin sıfırlarının tapılmasında xüsusi və bəzi hallarda isə əvəzolunmaz əhəmiyyətə malikdir. Ümumi şəkildə verilmiş, yəni əmsalları məlum olmayan 2-ci dərəcədən və ikidəyişənli funksiyanın hansı şərtlər daxilində vuruqlara ayrılma bilməsi kimi bir nəzəri problemi araşdırmaq: [1].

$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2E + F$ çoxhədlisi A, B, C, D, E və F -in hansı qiymətlərində iki həqiqi əmsallı xətti çoxhədlinin hasili şəklində vuruqlara ayrılma bilər?

Məsələnin həllinin araşdırılması. Əvvəlcə qeyd etmək mütləqdir ki, A, B və C sabitlərinin üçündən heç olmazsa biri 0-dan fərqli olmalıdır və ya $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ şərti ödənməlidir, əks halda verilmiş çoxhədlili 2-ci dərəcədən ola bilməz.

Fərz edək ki, məsələni, 1) $A \neq 0$ şərti ödənilir. Bu səbəbdən verilmiş çoxhədlini $Ax^2 + 2(Bx + D)y + Cy^2 + 2Ey + F$ kimi yazıb, x -ə nəzərən həll edək (y -i sabit qəbul edirik)

$$x_{1,2} = \frac{-(By+D) \pm \sqrt{(By+D)^2 - A(Cy^2 + 2Ey + F)}}{2A}.$$

Kvadrat kökaltı ifadəni sadələşdirib,

$$(B^2 - AC)y^2 + 2(BD - AE)y + (D^2 - AE) \quad (2)$$

şəklində yazı bilərik.

Verilmiş çoxhədlinin vuruqlara ayrılma bilməsi üçün (2) şərtinin tam kvadrat olması zəruri və kafi olar. Bunun üçün isə;

- 1) $B^2 - AC > 0$ və
- 2) $(BD - AE)^2 - (B^2 - AC)(D^2 - AE) = 0$ şərtləri eyni zamanda ödənməlidir. 2) şərti isə sadələşmədən sonra $AE^2 + CD^2 + B^2F - 2BDE - ACF = 0$ kimi olar.

Beləliklə, $A \neq 0$ olduğu halda ;

$$1) B^2 - AC > 0, 2) AE^2 + CD^2 + B^2F - 2BDE - ACF = 0 \quad (3)$$

(3) şərtlərinin ödənməsi üçün isə görünən odur ki, $C \neq 0$ olmalıdır.



$A = 0, C = 0$ və $B \neq 0$ qəbul edək. Onda verilmiş çoxhədli $2Bxy + 2Dx + 2Ey + F$ şəklində olar. Və bu halda (3) şərtləri belə olar;

1) $B^2 > 0$ və

2) $B^2 F - 2BDE = 0$. Buradan da $F = \frac{2DE}{B}$ alırıq.

Alınmış nəticələri yuxarıdakı nəzərə alaq;

$$\begin{aligned} 2Bxy + 2Dx + 2Ey + F &= 2Bxy + 2Dx + 2Ey + \frac{2DE}{B} = \\ &= 2Bx\left(y + \frac{D}{B}\right) + 2E\left(y + \frac{D}{B}\right) = (2Bx + 2E)\left(y + \frac{D}{B}\right) \end{aligned}$$

Beləliklə, (3) şərtlərində $A=0$, $C=0$ və $B \neq 0$ olduqda, çoxhədli vuruqlara ayrıla bilər [2].

Məqalənin elmi yeniliyi və praktiki əhəmiyyəti. Orta məktəbin yuxarı sinif şagirdlərinin riyaziyyat olimpiadalarına hazırlaşarkən məqalədə əldə edilən nəticələrdən və metodlardan istifadəsi faydalı ola bilər.

Ədəbiyyat

1. А.Г. Цыпкин. Справочник по математике, Для средних учебных заведений, Москва, Наука, 1984.
2. Ə.Y. İbrahimov, A.Y. Kreymer, S.N.Sadıqov və baş.Çətinlik dərəcəsi yüksək olan riyaziyyat məsələlərinin həlli üzrə praktikum. Bakı, 1975.



PAULİ OPERATORUNUN MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİNİN FUNKSIYASI ÜÇÜN MİNİMALLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİNDƏ OPTİMAL HƏLLİN VARLIĞI HAQQINDA

NATƏVAN ƏHMƏDƏLİ QIZI ALLAHVERDİYEVƏ, AYNURƏ RUSLAN QIZI ƏLİYEVƏ

Sumqayıt Dövlət Universiteti
aaliyeva88@mail.ru

Burada Şredinger operatorunun ümumiləşməsi olan və kvant mexanikasında geniş tətbiq edilən Pauli operatorunun məxsusi ədədlərinin funksiyası üçün qoyulmuş oblasta nəzərən minimallaşdırma məsələsinə baxılır. Baxılan məsələ üçün varlıq məsələləri araşdırılır və uyğun teorem isbat edilir.

Məlumdur ki, müxtəlif operatorların məxsusi ədədləri müxtəlif fiziki proseslərin və təbiət hadisələrinin müəyyən parametrlərini təsvir edir [5]. Belə məsələlər dəyişən oblastlı məsələlər adlanır. Prosesin hansısa parametrini oblasta nəzərən minimallaşdırmaq (maksimallaşdırmaq) tələb edildikdə isə belə məsələlər oblasta görə optimallaşdırma məsələləri (shape optimization) adlanırlar [3]. Bu zaman baxılan funksionalın arqumentində ənənəvi hallardan fərqli olaraq funksiyalar deyil, oblast dayandığından, belə məsələlərin həlli ciddi riyazi çətinliklərlə bağlıdır [1, 2, 4, 6, 7]. Bəzən isə sadəcə bu operatorların məxsusi ədədlərini (və ya onların xarakterizə etdikləri uyğun fiziki-mexaniki kəmiyyətləri) deyil, onlardan birindən və ya bir neçəsindən asılı olan funksiyaları və yaxud funksionalları araşdırmaq lazım gəlir. Baxılan prosesin baş verdiyi oblast dəyişən kəmiyyət kimi götürüldükdə isə bu funksionallar son nəticədə oblastdan asılı olur. Beləliklə, biz oblastdan asılı məxsusi ədəd məsələlərinə gəlirik. Belə məsələlərin həllinin varlığı, ekstremal həllərin tapılması, ədədi həll alqoritmlərin qurulmasına müxtəlif müəlliflərin çoxlu sayda işləri həsr edilmişdir. Lakin hələ də nə dəyişən oblastlı məsələlərin analitik həlli, nə də bu həllərin ədədi olaraq qurulması üçün ümumi üsullar işlənib, hazırlanmamışdır [6].

Burada biz Pauli operatorunun məxsusi ədədlərinin funksiyası üçün qoyulmuş oblasta nəzərən minimallaşdırma məsələsinə baxacağıq. Aşağıdakı məxsusi ədəd məsələsinə baxaq

$$P\varphi = \lambda\varphi, \quad x \in D, \quad (1)$$

$$\varphi = 0, \quad x \in S_D. \quad (2)$$

Burada P aşağıdakı kimi təyin edilmiş Pauli operatorudur.

$$P = P(a, v) \cdot J + \sigma B, \quad (3)$$

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad P = (a, v) = (-i\nabla - a)^2; \quad i - \text{xəyali vahid}; \quad \nabla = \left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right\};$$

$a = (a_1, a_2) \in R^2$ - vektor potensial; B isə a vektor potensialın doğurduğu maqnit sahəsidir

$$B = \frac{\partial}{\partial x} a_2 - \frac{\partial}{\partial y} a_1 \quad (4)$$

Ω ilə R^2 -nin verilmiş məhdud açıq altçoxluluğunu, K ilə isə Ω -nın bütün kvazi açıq altçoxluluqları çoxluğunu işarə edək. Tutaq ki, K_c çoxluğu Ω -nın Lebeq ölçüsü c olan altçoxluluqları çoxluğudur.

Biz burada K_c çoxluğunda Pauli operatorunun ilk iki məxsusi ədədindən asılı olan funksiya üçün aşağıdakı məsələyə baxacağıq:

$$\min \{F(K), K \in K_c\}. \quad (5)$$

Burada

$$F(K) = f(\lambda_1(K), \lambda_2(K)),$$

harada ki, f kəsilməz, mənfi olmayan funksiya, $\lambda_1(K)$ və $\lambda_2(K)$ isə P operatorunun K oblastında uyğun olaraq birinci və ikinci məxsusi ədədləridir. R^2 -nin aşağıdakı altçoxluluğunu daxil edək

$$E_c = \{(x, y) \in R^2 : x = \lambda_1(K), y = \lambda_2(K), K \in K_c\}.$$

Yəni faktiki olaraq E_c çoxluğu R^2 -nin elə altçoxluluğudur ki, onun elementləri (2) sərhəd şərti ilə verilmiş Pauli operatorunun birinci və ikinci məxsusi ədədlərindən formalaşdırılmış cütlərdir. Onda (5) məsələsini bu formada yazmaq olar

$$\min \{f(x, y) : (x, y) \in E_c\}.$$

Buradan alınır ki, E_c çoxluğunun R^2 -də qapalı olması çox vacib informasiya verə bilər, çünki bu halda (5) məsələsinin həllinin olması buradan birbaşa nəticə kimi çıxır. Aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem. Tutaq ki, $c \in [0, |\Omega|]$. Onda E_c qapalı çoxluqdur.

Ədəbiyyat

1. ASHBAUGH M.S., BENGURIA R.D. Proof of the Payne-Polya-Weinberger conjecture. Bull. Amer.Math.Soc., 25 (1991), pp.19-29.
2. BROCK F. Continuous Steiner-symmetrization. Math. Nachr., 172 (1995), pp. 25-48.
3. BUTTAZZO G., DAL MASO G. Shape optimization for Dirichlet problems: Relaxed formulation and optimality conditions. Apply. Math. Optim., 23 (1991), pp.17-49.
4. BUTTAZZO G., DAL MASO G. An existence result for a class of shape optimization problems. Arch. Rational Mech. Anal., 122 (1993), pp.183-195.
5. CYCON H.L., FROESE R.G., KIRSCH W., SIMON, B. Schrödinger Operators: With Application to Quantum Mechanics and Global Geometry. Springer, 2009.
6. GASIMOV Y.S. Some shape optimization problems for the eigenvalues. J. Phys. A: Math. Theor., Vol.41, No.5, 2008, pp.521-529.
7. GASIMOV Y.S. On a shape design problem for one spectral functional. Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, Vol.21, No.5, 2013, pp.629-637.



ALİ MƏKTƏBLƏRDƏ YENİ İNFORMASIYA TEXNOLOGİYALARININ (YİT) SƏMƏRƏLİ İSTİFADƏSİ ÜÇÜN ELMİ DƏSTƏK SİSTEMİ

SƏRİYYƏ İNQILAB QIZI ALLAHVERDİYEVA

Mingəçevir Dövlət Universiteti

Təlimin effektivliyini və peşəkarlığın formalaşmasının keyfiyyətini artırmaq iki yolla mümkündür:

1) çətin və uzunmüddətli mənimsənən şəxsi təcrübəyə, həmkarların təcrübəsinə və tarixi təcrübələrə əsaslanan sınaqlar və səhvlərməmetodu;

2) sistem və informasiya nəzəriyyəsinə, psixoloji və pedaqoji elmlərin məlumatlarına, daha doğrusu, müasir elmi təcrübəyə əsaslanan təlim sisteminin optimallaşdırılmasının elmi və praktik prinsiplərinin inkişafı. Bu yol yüksək nəticələrə gətirib çıxaracaqdır.

Bu halda, ən vacib vəzifə bu işin əsas istiqamətlərini seçməkdir. Bununla əlaqədar ali təhsil müəssisələrində texniki mütəxəssislərin peşə hazırlığı üçün kompleks elmi dəstək sisteminin yaradılması problemi özünü qabarıq şəkildə göstərir. Burada əsas anlayışlarından birini-"sistem" anlayışını qısaca müzakirə zərurəti yaranır. Sistem - öz aralarında əlaqəli və bağlı olan, vahid tamlığı əmələ gətirən elementlər. "Sistem" anlayışı bütövlük, element, alt sistem, bağlar, əlaqələr, struktur və s. anlayışlarla ilə üzvi şəkildə əlaqələndirilir. Eyni zamanda, hər hansı bir sistem daha yüksək tərtibli sistemin elementlərinin müəyyən nizamla yaradıcısı olmaqla, vahid mühitlə əlaqələrinin olması ilə öz bütövlüyünü göstərərək onun bir elementi hesab edilə bilər [1, 2] və aşağı tərtibli sistemi kimi çıxış edə bilər. İyerarxiklik, çoxsəviyyəlilik sistemin quruluşunu, morfologiyasını və davranışını, funksiyasını xarakterizə edir; sistemin ayrı-ayrı səviyyələrini (alt sistemləri, elementləri) onun davranışının müəyyən aspektlərini müəyyənləşdirir, tam funksionallığını isə onun bütün tərəflərinin, səviyyələrinin, alt sistemlərinin qarşılıqlı təsirinin nəticəsidir. Ali məktəblərdəki real vəziyyətin təhlili təhsil prosesində elmi dəstək sistemini optimallaşdırmaq üçün faktor kimi üç əsas elmi istiqamətin ayrılmasına imkan yaradacaqdır. Yuxarıda qeyd olunanlara əsasən, onlar peşə hazırlığı üçün vahid elmi dəstək sistemini təşkil edən elementlər - alt sistemləri kimi nəzərdən keçirilməlidir. Birincisi, yeni pedaqoji və informasiya texnologiyalarının tətbiqi, ilk növbədə, təhsilənlərin peşəkar bilik, bacarıq və verdişlərinin formalaşması ilə yanaşı peşəkar və şəxsi inkişafının təmin edilməsini diqqətdə saxlayan problemlə inkişaf edən və problemlə təlim modulu kimi təlimin kompüter təlim texnologiyalarından səmərəli istifadəsinə əsaslanan tətbiqidir. Təhsil prosesinə problemlə təhsilin müxtəlif formalarının tətbiqi onların ən optimalının seçilməsinin zəruriliyini müəyyən edir. Tələbələrin problem-modul təliminin səmərəli istifadəsi təlim məzmununun strukturlaşdırılmasının konseptual əsasları və prinsiplərinin elmi cəhətdən hazırlanmasını, təlim məzmununun modulunun unifikasiya olunmuş modelinin



hazırlanmasını və təhsilənlərin biliyinin kompüter diaqnostikası metodikasının olmasını zəruri edir. İkincisi-təhsil alanların peşəkar-şəxsi potensialının qiymətləndirilməsi və proqnozlaşdırılması texnologiyası, onlardan tədris qrupları üçün psixo-pedaqoji testlərdən istifadə etməklə çoxölçülü proqnoza əsaslanan differensial seçim edilməsi. Üçüncüsü, müəllim heyətinin pedaqoji bacarıqlarının TKT-nin istifadəsinin səmərəliliyinə və pedaqoji fəaliyyətin korreksiyasına qatqısının çoxölçülü qiymətləndirilməsi texnologiyasıdır;

Eyni zamanda, tələbələrin peşə hazırlığı prosesində TKT-dan səmərəli istifadəsi üçün elmi dəstək sisteminin hazırlanması zamanı aşağıdakı əsas məsələlər diqqətdə saxlanılmalıdır:

- problemlə inkişaf və problem-modul təhsilin konseptual əsasların, prinsiplərin, məzmunun və alqoritmlərin hazırlanması;

- fərqli qavrayışları olantələbələrin peşəkar fərdi inkişafı və peşə əhəmiyyətli keyfiyyətlərini qiymətləndirən, proqnozlaşdırıcı və monitorinq sisteminin yaradılması.Bu, tələbənin konkret zaman kəsiyində müxtəlif peşəkarlıq səviyyəsinə malik dinamik inkişaf edən bir sistem hesab edilməsinə imkan verəcəkdir. Bu məlumatlar universitetin tədris prosesinin ümumi elmi dəstək sisteminin bir növ informasiya modulu kimi çıxış etməlidir;

- müəllim heyətinin tədris bacarıqlarının çoxölçülü qiymətləndirilməsinə görə TKT-dan səmərəli istifadə prosesinin intellektual dəstək sisteminin təşkili. Bu, əvvəllər qeyd olunduğu kimi, yeni pedaqoji texnologiyaların (problemlə təlim, avtomatlaşdırılmış təlim sistemləri və təlim proqramları, fərdi fərqli tədris texnologiyaları və s.) universitetlərin təhsil prosesinə fəal şəkildə daxil edilməsi ilə əlaqədardır. Bunun üçün ali məktəb tələbəsinin peşəkar fəaliyyətin bir şəxsiyyət və subyekt kimi inkişafı baxımından TKT-nin istifadəsinin effek-tivliyinə nəzarət edilməsi tələb olunur.

Ədəbiyyat

1. Кинелев В.Г. Образование и цивилизация // Высшее образование в России. - 1996. - № 3.
2. Кулюткин Ю.Н. Психология обучения взрослых. - М., 1985.-225 стр.

ÖZLÜ-ELASTİKİ MAYE QIDA MÜHİTİNƏ NANOHISSƏCİKLƏRİN TƏSİRİ

MƏMMƏD SƏMƏD OĞLU ASLANOV, FAİQ RƏFƏİL OĞLU NAĞİYEV

Azərbaycan Dövlət İqtisad Universiteti
m_aslanov@unec.edu.az, faiq534@gmail.com

Giriş. Məlumdur ki, qida sənayesində istifadə olunan maşın və aparatlarda baş verən mexaniki və hidromexaniki proseslər, mexanika, hidravlika qanunlarına, həmçinin reoloji qanunauyğunluqlara əsaslanır. Buna görə də mayeşəkilli qeyri-bircins qida sistemlərinin molekulyar səviyyədə bölünərək ayrılma prosesi mərhələli hidromexaniki proses olduğu üçün hər bir mərhələdə prosesin araşdırılması məsələsi böyük praktiki əhəmiyyət kəsb edir.

Azərbaycanın qida sənayesində şərab, pivə, meyvə şirəsi, konserv, tütün və mineral sular istehsal edilən əsas məhsullardır.

Müəyyən özlülüyə malik suspenziyaların fraksiyalara ayrılması ardıcıl proseslərdən ibarət olduğundan, ayrılma proseslərinin nəticəsi olaraq alınan yeni qeyri-bircins mayələr bir-birindən tərkibi və özlülükleri ilə fərqlənəcəklər. Məsələn mühitdə maye qida mühitinin süzülmə sürətini artırmaq üçün onun özlülüyünü azaltmaq məqsədi ilə mövcud olan üsullar və texnologiyalar təkmilləşdirilir və yeniləri ilə əvəz olunur. Bu üsul və texnologiyaların effektivliyi yüksək özlülüyə olan maye qida sistemlərin fiziki-mexaniki xassissələrinin dəyişməsi ilə bağlıdır. Məlumdur ki, özlü-elastiki və özlü-plastiki maye qida sistemləri reoloji modellərlə təsvir olunur. Bu isə onu göstərir ki, molekul və atom səviyyəsində qarşılıqlı təsiri nəzərə almaqla yeni modellərin təsviri məsələsi və onun tədqiqi aktualdır [1-3].

Məsələnin qoyuluşu. Fərz edək ki, özlü-elastiki maye qida mühiti klassik Maksvel modeli ilə təsvir olunur. Bu model ardıcıl birləşdirilmiş elastiki və özlülüyə olan elementlərdən ibarətdir. Riyazi olaraq bu model aşağıdakı münasibətlərlə təsvir olunur [1-3]:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \quad \varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E}; \quad \dot{\varepsilon}_2 = \mu\sigma; \quad \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \mu\sigma, \quad (1)$$

burada, ε - ümumi deformasiya, ε_i - hər bir elementdəki deformasiya ($i=1;2$), σ - gərginlik, E - elastiklik modulu, μ - özlülük əmsalıdır. (1) tənliyinin həlli aşağıdakı şəkildədir:

$$\sigma(t) = E \cdot \left[\varepsilon(t) - \varepsilon(0) \exp(-E\mu t) - E\mu \int_0^t \exp(-E\mu(t-\tau)) \varepsilon(\tau) d\tau \right]. \quad (2)$$

Burada nəzərə alınmışdır ki, başlanğıc anda gərginlik yoxdur.

Bəzi texnologiyalar tətbiq edilən zaman maye qida mühitinə nanohissəciklər əlavə oluna bilər ki, bu da özlü-elastiki maye qida mühitinin xassissəsinin dəyişməsinə səbəb olar. İlk modelin dəyişmədiyi fərziyəsini qəbul edərək, onun parametrlərinin dəyişməsinə təyin edək. Burada özlü-elastiki maye qida mühitinə, məsələn, metal

nanohissəciklər əlavə edildikdə formalaşan yeni mühitin gərginlik-deformasiya vəziyyəti tədqiq edilir.

Məsələnin həlli. Məsələnin qoyuluşunda verilmiş (1) tənliyinə əsaslanaraq, metal nanohissəciklər daxil edilmiş özlü-elastiki maye qida mühiti üçün müəyyənləşdirici tənliyi aşağıdakı şəkildə yazı bilərik:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_{m.n.}} + \mu_{m.n.}\sigma = \frac{\dot{\sigma}}{E \cdot e_{m.n.}} + \mu\nu_{m.n.}\sigma, \quad (3)$$

burada $m.n.$ indeksi verilən kəmiyyətin metal nanohissəciklərə aid olduğunu göstərir və aşağıdakı işarələmələr qəbul edilmişdir:

$$e_{m.n.} = \frac{E_{m.n.}}{E} = c_{m.n.} \cdot \frac{1}{2 \cdot c}; \quad \nu_{m.n.} = \frac{\mu_{m.n.}}{\mu}; \quad (\nu_{m.n.} \leq 1).$$

(3) tənliyinin həlli aşağıdakı şəkildədir:

$$\sigma(t) = E \cdot e_{m.n.} [\varepsilon(t) - \varepsilon(0) \exp(-E e_{m.n.} \mu \nu_{m.n.} t)] - E \cdot e_{m.n.} \left[E e_{m.n.} \mu \nu_{m.n.} \int_0^t \exp(-E e_{m.n.} \mu \nu_{m.n.} (t - \tau)) \varepsilon(\tau) d\tau \right]. \quad (4)$$

$\sigma = \text{const} = \sigma_0$ olduqda isə, alırıq:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left(\frac{1}{E_{m.n.}} + \mu_{m.n.} t \right) = \frac{\sigma_0}{E \cdot e_{m.n.}} + \mu \nu_{m.n.} \sigma_0 t.$$

Maksvel modeli əsasında göstərilmişdir ki, özlü-elastiki maye qida mühitinə metal nanohissəciklərin daxil edilməsi onun parametrlərinin dəyişməsinə təsir edir.

Ədəbiyyat

1. M.S.Aslanov Temperatur və nanohissəciklər nəzərə alınmaqla özlü-elastiki mühit modelinin tədqiqi. 6 may 2021-ci il Azərbaycan Dövlət İqtisad Universitetində (UNEC) **Ümummilli Lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci ildönümünə həsr olunmuş “Heydər Əliyev və Azərbaycanda iqtisadi islahatlar: nəticələr və perspektivlər” mövzusunda onlayn Respublika elmi-praktiki konfransının** materialları. 10 səh.
2. M.S.Aslanov Stress-strain state of a viscous-elastic liquid medium with regard to temperature and nanoparticles. Baku., Tran. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mechanics, 41 (8), 3-9 (2021) 7 pp.
3. M.A.Памазанов, M.S.Aslanov Synthesis of toe Maxwell model based on nanoparticles. Digest Journal of Nanomaterials and Biostructures, ISSN1842-3582, Vol.7, No.2, Romania, April-June 2012, p.817-822.

ELLIPTİK TƏNLİKDƏ SAĞ TƏRƏFİN TAPILMASI HAQQINDA TƏRS MƏSƏLƏ

ƏDALƏT YAVUZ OĞLU AXUNDOV, SAHİLƏ FİRUDİN QIZI GÜLMƏMMƏDOVA

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
adalatakhund@gmail.com

İşdə hamar sərhədli qabarıq oblastda ikinci tərtib elliptik tip tənlikdə sağ tərəfdə naməlum komponentin tapılması haqqında tərs məsələnin korrektiliyi araşdırılır. Axtarılan naməlum funksiya dəyişənlərin birindən asılı deyildir və onun tapılması üçün əlavə şərt integral şəkildə verilmişdir.

Baxılan məsələnin həllinin yeganəliyi və dayanaqlığı haqqında teorem isbat olunmuşdur.

Naməlum $\{g(y), u(x, y)\}$ funksiyalar cütünün

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} = f(x)g(y), (x, y) \in D = (a, b) \times (\gamma_1(x), \gamma_2(x)), \quad (1)$$

$$u(x, y) = \varphi(x, y), (x, y) \in \partial D = [a, b] \times (\gamma_1(x) \cup \gamma_2(x)), \quad (2)$$

$$\int_a^b u(x, y) dx = h(y), y \in [c, d], \quad (3)$$

münasibətlərindən tapılması haqqında tərs məsələyə baxılır. Burada $y = \gamma_1(x), y = \gamma_2(x) \in C^1[a, b]$ –dən olan funksiyalardır; $c \leq \gamma_1(x) < \gamma_2(x) \leq d < \infty, x \in (a, b), \gamma_1(a) = \gamma_2(a), \gamma_1(b) = \gamma_2(b), a, b, c, d$ – verilmiş sabit ədədlərdir, $f(x), \varphi(x, y), h(y)$ funksiyaları aşağıdakı şərtləri ödəyir :

$$1^0. f(x) \in C[a, b], \int_a^b f(x) dx \neq 0;$$

$$2^0. \varphi(x, y) \in C^2(\partial D), \int_a^b \varphi(x, y) dx = h(y); y \in \{\gamma_1(x) \cup \gamma_2(x)\}; x \in [a, b],$$

$$3^0. h(y) \in C^2[c, d].$$

Tərif 1. $\{g(y), u(x, y)\}$ funksiyalar cütünə o zaman (1)-(3) məsələsinin həlli deyəcəyik ki, 1) $g(y) \in C(c, d)$;

$$2) u(x, y) \in C^2(D) \cap C(D \cup \partial D);$$

3) (1)-(3) münasibətləri adi qaydada ödənilir.

(1)-(3) məsələsi özünə ekvivalent olan (1), (2) və

$$g(y) = [h''(y) + u_x(b, \gamma_1(b)) - u_x(a, \gamma_1(a))] / \int_a^b f(x) dx, y \in [c, d], \quad (4)$$

məsələsinə gətirilərək öyrənilir.

Fərz edək ki, $\{g_1(y), u_1(x, y)\}$ funksiyalar cütü (1)-(3) məsələsinin $f_1(x), \varphi_1(x, y), h_1(y)$ verilənlərinə, (məsələ I.1) $\{g_2(y), u_2(x, y)\}$ isə (1)-(3) məsələsinin $f_2(x), \varphi_2(x, y), h_2(y)$ verilənlərinə nəzərən (məsələ I.2) həlləridir.

Teorem 1. Fərz edək ki, 1) $f_1(x), \varphi_1(x, y), h_1(y)$ və $f_2(x), \varphi_2(x, y), h_2(y)$ funksiyaları uyğun olaraq 1^0-3^0 şərtlərini ödəyir; 2) I.1. və I.2 məsələlərinin

$$K = \{(g, u) \mid g(y) \in C[c, d], |g(y)| \leq m_1, y \in [c, d],$$

$u(x, y) \in C^2(D \cup \partial D), m_1$ –qeyd olunmuş sabitdir) çoxluğuna daxil olan $\{g_1(y), u_1(x, y)\}, \{g_2(y), u_2(x, y)\}$ həlləri vardır.

Onda (1)-(3) məsələsinin yeganə həlli vardır və aşağıdakı “şərti” dayanıqlıq qiymətləndirilməsi doğrudur:

$$\|u_1 - u_2\|_D^{(0)} + \|g_1 - g_2\|_{[c, d]}^{(0)} \leq m_2 [\|f_1 - f_2\|_D^{(0)} + \|\varphi_1 - \varphi_2\|_D^{(2)} + \|h_1 - h_2\|_D^{(0)}]$$

burada $m_2 > 0$ I.1. və I.2 məsələlərinin ilkin verilənlərindən və K çoxluğundan asılı sabitdir,

$$\|p\|_A^{(l)} = \sum_{k=0}^l \sup_A \left| \frac{\partial^k p}{\partial x^\alpha \partial y^\beta} \right|, \alpha + \beta = k.$$



ÜMUMİLƏŞMİŞ MƏNADA TÖRƏMƏNİN RIYAZI ANALİZ KURSUNDA TƏLİMİ

ELŞAD AĞAYEV, SAHİB ƏLİYEV

Naxçıvan Dövlət Universiteti
elsad.agayev.56@mail.ru, sahibaliyev60@mail.ru

Riyazi analiz kursunda kəsilmə funksiyaların törəmələrinin tapılması məsələsini klassik funksiyanın törəməsi anlayışı çərçivəsində həll etmək mümkün olmur. Ancaq ümumiləşmiş törəmə anlayışından istifadə etməklə bu məsələni həll etmək olur. Bu nöqteyi nəzərdən məqalədə Delta funksiyasının tətbiqi ilə birinci növ izolə edilmiş kəsilmə nöqtəsinə malik olan funksiyaların törəmələrinin tapılması məsələsi tədqiq edilmişdir. Baxılan məsələnin həllində hissə-hissə kəsilmə funksiyaların birinci tərtib törəmələri üçün riyazi fizikadan məlum olan düsturdan köməkçi riyazi aparat kimi istifadə edilmişdir (5.s.24-28)

Açar sözlər : diferensial tənliklər, elliptik, qeyri xətti, klassik həll

1. Əsas anlayışlar və təriflər.

Ali təhsilin bakalavr pilləsinin Riyaziyyat, Riyaziyyat-İnformatika və Fizika ixtisaslarında tədris olunan "Riyazi analiz" kursunda klassik funksiya anlayışı daxilində birinci növ kəsilmə nöqtəsi olan funksiyaların törəmələrinin tapılması məsələsi mümkün olmadığından ümumiləşmiş funksiyalar nəzəriyyəsindən köməkçi riyazi aparat kimi istifadə etmək məqsədəuyğun hesab edilir.

Ümumiyyətlə, $\delta(x)$ - Dirak funksiyasının tətbiqi ilə kəsilmə funksiyaların törəmələrinin tapılması məsələsi xüsusi elmi maraq doğurur.

İndi isə kəsilmə funksiyaların törəmələrinin tapılması məsələlərinə baxaq.

Tutaq ki, $f(x)$ elə hissə-hissə kəsilmə funksiyadır ki,

$$f \in C'(x < x^0) \cap C'(x > x^0)$$

munasibəti ödəyir.

Onda $D'(R')$ ümumiləşmiş funksiyalar fəzasında

$$f' = \{f'(x)\} + [f]_{x^0}^0 \delta(x - x^0) \quad (1)$$

bərabərliyi doğrudur. Burada $[f]_{x^0}^0 = f(x^0+0) - f(x^0-0)$ f funksiyasının x^0 nöqtəsindəki sıçrayışdır, x^0 isə bu funksiyanın 1-ci növ izolə edilmiş kəsilmə nöqtəsidir. $\{f'(x)\}$ simvolu isə (x_0 nöqtəsi istisna olmaqla) klassik mənada törəməni göstərir.

Doğrudan da, əgər $\varphi \in D(R')$ olarsa, $(D(R'))$ əsas funksiyalar fəzasıdır, onda ümumiləşmiş funksiyanın törəməsinin tərifinə əsasən alırıq:

$$(f', \varphi) = -(f, \varphi') = - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \varphi'(x) dx = - \int_{-\infty}^{x^0} f(x) \varphi'(x) dx - \int_{x^0}^{+\infty} f(x) \varphi'(x) dx = i_1 + i_2$$

Buradan

$$i_1 = - \int_{-\infty}^{x^0} f(x) \varphi'(x) dx = - \int_{-\infty}^{x^0} f(x) d\varphi(x) = - f(x) \cdot \varphi(x) \Big|_{-\infty}^{x^0} + \int_{-\infty}^{x^0} f'(x) \varphi(x) dx =$$

$$- f(x^0 - 0) \varphi(x^0) + \int_{-\infty}^{x^0} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx$$

$$i_2 = - \int_{x^0}^{+\infty} f(x) \varphi'(x) dx = - \int_{x^0}^{+\infty} f(x) d\varphi(x) = - f(x) \cdot \varphi(x) \Big|_{x^0}^{+\infty} + \int_{x^0}^{+\infty} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx =$$

$$f(x^0 + 0) \varphi(x^0) + \int_{x^0}^{+\infty} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx$$

i_1 və i_2 ifadələrinin yuxarıdakı qiymətlərini nəzərə alsaq alırıq:

$$(f', \varphi) = i_1 + i_2 = - f(x^0 - 0) + \int_{-\infty}^{x^0} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx + f(x^0 + 0) \cdot \varphi(x^0) + \int_{x^0}^{+\infty} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx =$$

$$[f(x^0 + 0) - f(x^0 - 0)] + \int_{-\infty}^{x^0} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx + \int_{x^0}^{+\infty} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx = [f(x)]_{x=x^0} \varphi(x^0) +$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \{ f'(x) \} \varphi(x) dx = (\{ f'(x) \} + [f(x)]_{x=x^0} \cdot \delta(x - x^0), \varphi(x))$$

Deməli, $f' = \{ f'(x) \} + [f]_{x^0} \delta(x - x^0)$ bərabərliyi doğrudur.

Xüsusi halda, $f(x) = \theta(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases}$ Hevisayda funksiyası olursa, onda alırıq:

$$\theta'(x) = \{ \theta'(x) \} + [\theta(x)]_{x^0=0} \cdot \delta(x) = 0 + (1 - 0) \delta(x) = \delta(x)$$

olar.

Burada $\delta(x - x^0)$ -tərpənmiş Delta(və ya dirak) funksiyası olub, aşağıdakı qaydada təyin olunur:

$$(\delta(x - x^0), \varphi(x)) = (\delta(x), \varphi(x + x^0)) = \varphi(x^0), \quad \varphi \in D(\mathbb{R}^1)$$

Başqa sözlə,

$$\theta'(x) = \delta(x) \quad (2)$$

Burada $\delta(x)$ – Dirak funksiyasıdır. Bu funksiya $\delta(x) = \begin{cases} 0, x \neq 0 \\ +\infty, x = 0 \end{cases}$ bərabərliyi ilə təyin olunur və hər bir sonlu a ədədi üçün

$$\int_{-a}^a \delta(x) dx = \int_{-a}^a \delta(x) \cdot 1 dx = 1(0) = 1$$

olur.

$\delta(x)$ funksiyası aşağıdakı xassələrə malikdir:

$$1) \delta(-x) = \delta(x)$$

$$2) \delta(\alpha x) = \frac{1}{\alpha} \delta(x)$$

$$3) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \delta(x - x^0) dx = \varphi(x^0)$$

$$4) \delta'(x) = -\frac{1}{\alpha} \delta(x)$$

$$5) \frac{d^n}{dx^n} \delta(x) = (-1)^n \cdot \frac{n!}{x^n} \delta(x)$$

Elektrik döviyyəsi nəzəriyyəsində Hevisayda funksiyası birpilləli funksiya, $\delta(x)$ isə vahid impuls adlanır.

$\theta'(x) = \delta(x)$ düsturu təsdiq edir ki, vahid impuls bir pilləli funksiyanın törəməsinə bərabərdir.

2. Kəsilən funksiyaların törəmələrinin hesablanması

Misal 1 : $(\operatorname{sgn} x)^{(m)}$, $m \geq 1$ törəməni tapaq.

Bunun üçün (1) düsturunu tətbiq edək:

$$(\operatorname{sgn} x)' = \{\operatorname{sgn} x\}' + [\operatorname{sgn} x]_{x=0} \cdot \delta(x) = 0 + (1 - (-1)) \cdot \delta(x) = 2 \cdot \delta(x)$$

$$(\operatorname{sgn} x)'' = 2 \delta'(x)$$

$$(\operatorname{sgn} x)''' = 2 \delta''(x)$$

$$(\operatorname{sgn} x)^{(m)} = 2 \delta^{(m-1)}(x)$$

Misal 2: $|x|^{(m)}$, $m \geq 2$ törəməni tapaq.

Bunun üçün $|x|' = \operatorname{sgn} x$ ($x \neq 0$) doğru bərabərliyindən istifadə edib (1) düsturunu tətbiq edək. Onda alırıq:

$$|x|'' = (\operatorname{sgn} x)' = \{\operatorname{sgn} x\}' + [\operatorname{sgn} x]_{x=0} \cdot \delta(x) = 2 \cdot \delta(x)$$

$$|x|''' = 2 \cdot \delta'(x)$$

$$|x|^{(IV)} = 2 \cdot \delta''(x)$$

$$|x|^{(m)} = 2 \cdot \delta^{(m-2)}(x)$$

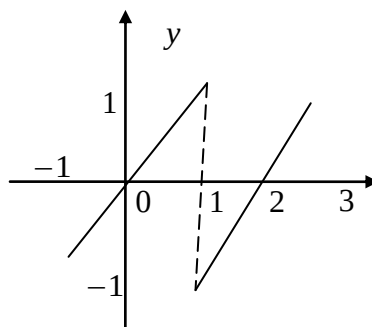
Misal 3. $y = \begin{cases} x, & x < 1 \\ x-2 & x > 1 \end{cases}$ funksiyasının törəməsini hesablayaq:

Həlli:

Göründüyü kimi bu funksiya $x = 1$ nöqtəsində kəsilir və bu kəsilmə nöqtəsində sıçrayışı

$$[f]_{x=1} = y(1+0) - y(1-0) = 1 - 2 = -1$$

olur. (1)



düsturunu tətbiq etsək alırıq:



$$\frac{dy}{dx} = 1 - 2 \cdot \delta(x-1)$$

Misal 4. $y = \begin{cases} -x^2, & x < 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ funksiyasının törəməsini hesablayaq:

Həlli:

Bu funksiyanın klassik mənada törəməsi

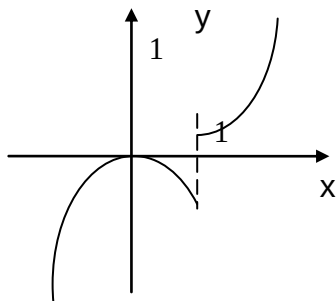
$$y' = \begin{cases} -2x, & x < 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases} \quad \text{olar.}$$

Baxılan funksiya $x = 1$ nöqtəsində kəsilir və bu kəsilmə nöqtəsində funksiyanın sıçrayışı

$$[f] = y(1+0) - y(1-0) = 1 - (-1) = 2$$

İndi isə biz $x = 1$ nöqtəsini oblastın sol hissəsinə birləşdirə bilərik.

Onda alırıq:



$$y' = \begin{cases} -2x + 2\delta(x-1), & x \leq 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$$

Digər variantla $x = 1$ nöqtəsini oblastın sağ hissəsinə birləşdirsək alırıq.

$$y' = \begin{cases} -2x, & x < 1 \\ 2x + 2\delta(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$$

Beləliklə, baxılan funksiyanın birinci tərtib törəməsini $y' = \varphi(x) + 2\delta(x-1)$ şəklində yazmaq olar.

Burada,

$$\varphi(x) = \begin{cases} -2x, & (x < 1) \\ 2x, & (x > 1) \end{cases}$$

Ədəbiyyat

1. В.С. Владимиров. Уравнения математической физики. Москва 1998, 512 с.
2. В.Я. Арсенин. Методы математической физики и специальные функции. Москва 1988, 382 с.



3. E.V.Ağayev, S.H.Vəliyev. Riyazi fizikanın üsulları. Metodik vəsait. Bakı 1999, 46 s.
4. S.H.Vəliyev, E.V.Ağayev. Diferensial tənliklər. Metodik vəsait. Naxçıvan 2001.
5. E.V.Ağayev, N.S.Məmmədova. Dirak funksiyasının tətbiqi ilə n tərtibli sabit əmsallı xətti diferensial tənliklərin fundamental həllinin qurulması. NMI, Xəbərlər, 2009 № 2 (18),
6. Владимиров, В.С. Обобщенные функции в математической физике [Текст] / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1981.
7. Владимиров, В.С. Обобщенные функции и их применение [Текст] / В.С. Владимиров. – М.: Знание, 1990.
8. Дирак, П. Принципы квантовой механики [Текст] / П. Дирак. - М.: Наука, 1979.



BAŞ HİSSƏ BİHARMONİK OPERATOR OLAN YARIMXƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİK ÜÇÜN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN MÜSBƏT HƏLLİNİN VARLIĞI

ŞİRMAYIL HƏSƏN OĞLU BAĞIROV , AYSEL RASİM QIZI HAŞİMOVA

Bakı Dövlət Universiteti
sh_bagirov@mail.ru

Məhdud D oblastında

$$\begin{cases} \Delta^2 u = f(u), x \in D \\ u = 0, |\nabla u| = 0, x \in \partial D \end{cases} \quad (1)$$

məsələsinin müsbət həllinin varlığı məsələsinə baxaq.

Burada $D \in R^n$, $n > 4$, $f(z)$ hamar funksiyadır və $1 < p < \frac{n+4}{n-4}$ üçün $|f(z)| \leq C(1+|z|^p)$, $|f'(z)| \leq C(1+|z|^{p-1})$, $z \in R$, $c = \text{const} > 0$. Əlavə olaraq qəbul edirikki, $\gamma < \frac{1}{2}$ sabiti var ki, $F(z) := \int_0^z f(s)ds$, $z \in R$ funksiyası üçün $0 \leq F(z) \leq \gamma f(z)z$ və $0 < a \leq A$ sabitləri üçün isə $a|z|^{p+1} \leq |F(z)| \leq A|z|^{p+1}$ ($z \in R$) bərabərsizlikləri ödənilir.

Qoyulan şərtlərdən görünür k_i , $f(0) = 0$ və $u \equiv 0$ (1) məsələsinin həllidir. Aydındır ki, $f(u) = |u|^{p-1}u$ funksiyası yuxarıda sadalanan şərtləri ödəyir.

Əsas nəticə aşağıdakı 2 teoremdən ibarətdir.

Teorem 1: (1) məsələsinin heç olmazsa bir zəif həlli var.

Teoremin isbatı:

$$I[u] := \frac{1}{2} \int_D |\Delta u|^2 dx - \int_D F(u) dx, u \in H_0^2(D)$$

funksionalı üçün dağ aşırımı (Mountain Pass) teoremini (bax [1]) yoxlamaqla alınır.

İndi isə tutaq ki, D koordinat başlanğıcına nəzərən ulduz şərtini ödəyən oblastdır.

Bu o deməkdir ki, $\forall x \in \bar{D}$ üçün $\{\lambda x / 0 \leq \lambda \leq 1\} \in \bar{D}$.

Teorem 2: Tutaq ki, D koordinat başlanğıcına nəzərən ulduz oblastdır, $\partial D \in C^1$.

Tutaq ki, $\varphi(x)$ (1) məsələsinin D -də klassik həllidir və $\frac{n+4}{n-4} < p < \infty$. Onda $u \equiv 0$.

Bu teorem isə Derrik-Poxojayev eyniliyini (bax [1]) istifadə etməklə isbat olunur.

Ədəbiyyat

1. L. Evans, Partial Differential Equations, Department of Mathematics, University of California, Berkeley, 2010.

QEYRİ-MƏHDUD OBLASTDA YARIM XƏTTİ PARABOLİK TƏNLIYIN MƏNFI OLMAYAN HƏLLİNİN YOXLUĞU

ŞİRMAYIL HƏSƏN OĞLU BAĞIROV, AYNUR FƏDAİ QIZI CƏBRAYILOVA

Bakı Dövlət Universiteti, Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası
sh_bagirov@mail.ru, a.shafiyeva1@gmail.com

$B'_1 := R^n / \{x \in R^n: |x| \leq 1\}, Q_T^{q_1, q_2} = (0, T) \times \{x; q_1 < |x| < q_2\}, Q_T = (0, T) \times \Omega$ işarə edək. $Q = B'_1 \times (-\infty; +\infty)$ oblastında

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + c_0 |x|^\sigma u^q \quad (1)$$

tənliyinin mənfı olmayan həllərinin varlığı məsələsi öyrənilir. Burada $n \geq 3, \sigma > -2, 0 < q < 1, c_0 = \text{const} > 0, a_{ij}(x, t)$ -lər isə Q -də məhdud ölçülən funksiyalardır, $a_{ij}(x, t + T) = a_{ij}(x, t)$ və elə $\lambda > 0$ var ki, $\forall (x, t) \in Q, \forall \xi \in R^n$ üçün

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j \geq \lambda |\xi|^2, |\xi|^2 = \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2.$$

Məsələnin həlli ümumiləşmiş mənada başa düşülür.

Biz $W_2^{1,1/2}(Q_T)$ ilə elə $u(x, t)$ funksiyalar fəzasını işarə edirik ki,

$$u(x, t + T) = u(x, t),$$

$$u(x, t) \in W_2^{1,0}(Q_T), \sum_{k=-\infty}^{\infty} |k| \int_{\Omega} |u_k(x)|^2 dx < \infty,$$

harada ki,

$$u_k(x) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x, t) \exp\left\{-ik \frac{2\pi}{T} t\right\} dt.$$

Bu fəzada norma

$$\|u\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}^2 = \|u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \|\nabla u\|_{L_2(Q_T)}^2 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} |k| \int_{\Omega} |u_k(x)|^2 dx$$

münasibətilə verilir.

Biz $W_2^{1,1/2}(Q_T)$ olaraq $\|\cdot\|_{W_2^{1,1/2}(Q_T)}$ normasında $C^{0,\infty}(Q_T)$ -nin qapanmasını başa düşürük. Burada $C^{0,\infty}(Q_T)$ -yə nəzərən T -periodik sonsuz diferensiallanan funksiyalar çoxluğudur və $\partial\Omega$ -nın ətrafında sıfır bərabərdirlər.

(1) tənliyinin həlli dedikdə elə $u(x, t) \in W_{2,loc}^{1,1/2}(Q_T) \cap L_{\infty,loc}(Q_T)$ funksiyasını başa

düşəcəyik ki, ixtiyari $\varphi(x, t) \in W_2^{1,1/2}(Q_T)$ üçün

$$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} (ik) \int_{\Omega} u_k(x) \varphi_{-k}(x) dx + \int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx dt = \int_{Q_T} a_0(x, t) |x|^\sigma u^q dx dt$$

integral eyniliyi ödənilsin. Aşağıdakı iki fakt isbat olunur:

Lemma. Tutaq ki, $u(x, t) > 0$ Q -də (1) tənliyinin həllidir. Onda elə $c > 0$ sabiti var ki,



$$u(x, t) \geq c|x|^{\frac{2+\sigma}{1-q}}, \quad |x| > 2, t \in (-\infty, +\infty).$$

Teorem. Tutaq ki, $n \geq 3, \sigma > -2, 0 < q < 1$ və $u(x, t)(1)$ tənliyinin Q -də mənfi olmayan həllidir. Onda $u \equiv 0$.

Qeyd edək ki, elliptik hal üçün oxşar məsələyə [1] işində, parabolik hal üçün isə $q > 1$ halında [2] işində baxılmışdır.

Ədəbiyyat

1. V.Kondratiev, V.Liskevich, Z.Sobol. Positive solutions to semi-linear and quasi-linear elliptic equations on unbounded domains//Handbook of Differential Equations: Stationary Partial Differential Equations, 2008, Vol. 6, p. 177-267.
2. Sh.Bagyrov. On the existence of a positive solution of a nonlinear second-order parabolic equation with time-periodic coefficients// Differentsial'nye Uravneniya, 2007, Vol. 43, No. 4, p. 562–565.

YÜKSƏK TƏRTİB YARIM XƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİK ÜÇÜN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN VARLIĞI

ŞİRMAYIL HƏSƏN OĞLU BAĞIROV, KÖNÜL ƏLÖVSƏT QIZI QULUYEVA

Bakı Dövlət Universiteti
konul.555@mail.ru

$\Omega \subset R^n$ məhdud oblastında

$$\begin{cases} (-1)^k \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^k}{\partial x_i^k} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial^k u}{\partial x_i^k} \right) = f(u) \\ u = 0, Du = 0, \dots, D^\alpha u = 0, \quad |\alpha| \leq k-1, \quad x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (1)$$

məsələsinə baxaq. Qəbul edəcəyik ki, $n \geq 2k$, f -hamar funksiyadır, $1 < p < \frac{n+2k}{n-2k}$ bərabərsizliyini ödəyən müəyyən p ədədi üçün

$$|f(z)| \leq C(1+|z|^p), \quad |f'(z)| \leq C(1+|z|^{p-1}), \quad (z \in R), \quad (2)$$

$C = \text{const} > 0$, $a_{ij}(x)$ funksiyaları Ω - da məhdud ölçülən funksiyalardır və elə $\lambda > 0$ ədədi var ki, $\forall x \in \Omega, \forall \xi \in R^n$ üçün

$$\lambda |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j.$$

Eyni zamanda qəbul edəcəyik ki, elə $\gamma < \frac{1}{2}$, $0 < \alpha \leq A$ ədədləri var ki, $F(z) = \int_0^z f(s) ds$,

$(z \in R)$ funksiyası üçün

$$0 \leq F(z) \leq \mathcal{H}(z), \quad (3)$$

$$\alpha |z|^{p+1} \leq |F(z)| \leq A |z|^{p+1}, \quad (z \in R). \quad (4)$$

bərabərsizliklərini ödənilir.

Aydındır ki, $f(0) = 0$ və $u \equiv 0$ (1) məsələsinin həllidir. Baxılan işdə (1) məsələsinin qeyri- trivial həllərinin varlığı öyrənilir. Həll zəif mənada düşülür,

belə ki, məsələnin həlli dedikdə, $\dot{H}^k(\Omega)$ -dan olan elə $u(x)$ funksiyası başa düşülür ki, $\forall \varphi \in \dot{H}^k(\Omega)$ üçün uyğun inteqral eyniliyi ödənilsin.

Qeyd edək ki, $f(u) = |u|^{p-1}u$ funksiyası qoyulan bütün tələbləri ödəyir. Alınan nəticə aşağıdakı teoremdən ibarətdir.



Teorem: Tutaq ki, f funksiyası (2), (3), (4) şərtlərini ödəyir və $1 < p < \frac{n+2k}{n-2k}$.

Onda (1) məsələsinin heç olmazsa bir zəif həlli var.

Qeyd edək ki, $k=1, a_{ij} = \delta_{ij}$ (δ_{ij} -Kroneker simvoludur) halına [1] işində baxılmışdır.

Ədəbiyyat

1. L.C.Evans Partial Differential Equations, American Mathematical Society, 1998. - 662 pages.



SONLU PARÇADA YÜKSƏK TƏRTİBLİ OPERATOR-DİFERENSİAL TƏNLIYIN REZOLVENTASI HAQQINDA

NÖVRƏSTƏ SİDQƏLİ QIZI BAYRAMOVA

Sumqayıt Dövlət Universiteti
abdullayev_ayxan@list.ru

Tutaq ki, H -separabel Hilbert fəzasıdır. Elementləri $[0, \pi]$ parçasında təyin olunmuş, qiymətləri H fəzasına daxil olan və

$$\int_0^{\pi} \|f(x)\|_H^2 dx < \infty$$

şərtini ödəyən funksiyalar fəzasını $H_1 = L_2[H; [0, \pi]]$ kimi işarə edək[2]. Bu fəzada elementlərin skalyar hasilı

$$(f, g) = \int_0^{\pi} (f(x), g(x))_H dx; \quad f, g \in H_1$$

kimi təyin olunur.

Bu işdə H_1 fəzasında

$$\ell(y) = (-1)^n y^{(2n)} + Q(x)y \quad (1)$$

diferensial ifadəsi və

$$\begin{cases} y(0) = y'(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) = 0 \\ y(\pi) = y'(\pi) = \dots = y^{(n-1)}(\pi) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

sərhəd şərtləri ilə təyin olunmuş L operatoruna baxılır. Fərz olunur ki, $Q(x)$ operator əmsalı aşağıdakı şərtləri ödəyir:

1) Hər bir $x \in [0, \pi]$ qiymətində $Q(x)$ operatoru öz-özünə qoşma, aşağıdan məhdud operatorlardır, yəni istənilən $f \in D(Q)$ üçün $(Q(x)f, f) > (f, f)$ şərti ödənilir[1].

2) Hər bir $x \in [0, \pi]$ qiymətində $Q^{-1}(x)$ tamam kəsilməz operatorudur. Tutaq ki, $\alpha_1(x) \leq \alpha_2(x) \leq \dots \leq \alpha_n(x) \leq \dots$ $Q(x)$ operatorunun artma istiqamətində düzülmüş məxsusi ədədləridir, belə ki, onlar ölçülən funksiyalardır

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^{\frac{1-4n}{2n}}(x)$$

sırası istənilən $x \in [0, \pi]$ üçün yığılandır və onun cəmi olan $F(x)$ funksiyası $L_1[0, \pi]$ fəzasına daxildir, yəni $F(x) \in L_1[0, \pi]$.

3) Elə $A > 0$ və $0 < a < \frac{2n+1}{2n}$ ədədləri vardır ki, $|x - \xi| \leq 1$ şərti ödənildikdə

$$\|[Q(\xi) - Q(x)]Q^{-a}(x)\|_H \leq A|x - \xi|$$

bərabərsizliyi ödənilir.

4) Elə $B > 0$ sabiti vardır ki, istənilən x üçün $|x - \xi| > 1$ olduqda

$$\| [Q(\xi) \exp \left(-\frac{Im \varepsilon_1}{2} |x - \xi| Q^{\frac{1}{2n}}(x) \right) \|_H < B$$

bərabərsizliyi ödənilir. Burada

$$Im \varepsilon_1 = \min_i \{ Im \varepsilon_i > 0, \varepsilon_i^{2n} = -1 \}$$

$Q(x)$ operator əmsalının üzərinə qoyulmuş şərtlərdən alınır ki, L operatoru diskretspektrə malikdir. Tutaq ki, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n, \dots$ L operatorunun artma istiqamətində düzülmüş məxsusi ədədləri, $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x), \dots, \varphi_n(x), \dots$ isə L operatorunun bu məxsusi ədədlərə uyğun məxsusi vektor-funksiyalarıdır [3]. L operatoru qeyri-məhdud operator olduğundan $n \rightarrow \infty$ şərtində $\lambda_n \rightarrow \infty$ olur.

Təqdim edilmiş elmi işin əsas nəticəsi ondan ibarətdir ki, yuxarıda göstərilən şərtlər daxilində L operatorunun rezolventasının Hilbert-Şmidt tipli operator olması isbat edilir. Bu məqsədlə, Karleman-Titçmarş metoduna əsaslanaraq L operatorunun məxsusi ədədlərini, məxsusi vektor-funksiyalarını və L operatorunun Qrin funksiyasını əlaqələndirən mühüm bir bərabərlik alınır və teoremin isbatı bu bərabərlikdən istifadə etməklə aparılır.

Alınmış mühüm bərabərlik aşağıdakı kimidir:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_k(x)}{\lambda_n + \mu} &= (-1)^n \int_0^\pi g(x, \xi; \mu) \varphi_k(\xi) d\xi + \frac{1}{\lambda_n + \mu} \int_0^\pi g(x, \xi; \mu) [Q(\xi) - Q(x)] \varphi_k(\xi) d\xi + \\ &+ \frac{l(x, \mu)}{\lambda_n + \mu} = a_k + b_k + c_k \end{aligned} \quad (3)$$

(3) bərabərliyindən istifadə edərək aşağıdakı əsas teorem isbat edilir.

Teorem. Əgər $Q(x)$ operator qiymətli əmsalı 1) - 4) şərtlərini ödəyərsə, onda (1) diferensial ifadəsi və (2) sərhəd şərtləri ilə təyin edilmiş L operatorunun rezolventası Hilbert-Şmidt tipli integral operatorudur.

Teoremdən alınır ki, L operatorunun məxsusi ədədlərindən düzəlmiş

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2}$$

sırası yığılan sıradır.

Ədəbiyyat

1. Левитан Б.М. Исследование функции Грина уравнения Штурма-Лиувилля с операторным коэффициентом. Матем. сб. 1968, т.76, 118, №2, стр. 239-270.
2. Байрамоглу М. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных операторов с операторными коэффициентами. В сб. " Функц. анализ и его приложения, Баку, "Элм", 1971, стр. 144-166.
3. Асланов Г.И. Асимптотика числа собственных значений обыкновенных дифференциальных уравнений операторными коэффициентами на полуоси. ДАН Азерб. ССР, 1976, т.32, №2, стр. 3-7

SOFT ÇOXLUQLARDA NEYTROSOFİK TOPOLOGİYA

SƏDİ ƏNDAM OĞLU BAYRAMOV, KƏMALƏ MÜTALİB QIZI VƏLİYEVA,
NİGAR TEYMUR QIZI İSMAYİLOVA

Bakı Dövlət Universiteti
baysadi@gmail.com, kemale2607@mail.ru, nigar301098@gmail.com

Tərif 1. Əgər $\tau = (\tau_T, \tau_I, \tau_F): SS(X, E) \rightarrow [0, 1]$ inikaslar üçlüyü üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

a) $\forall (F, E) \in SS(X, E)$ üçün $\tau_T(F, E) + \tau_I(F, E) + \tau_F(F, E) \leq 3$;

b) $\tau_T(\Phi) = \tau_T(\tilde{X}) = 1, \tau_I(\Phi) = \tau_I(\tilde{X}) = 1, \tau_F(\Phi) = \tau_F(\tilde{X}) = 0$

$$\tau_T((F, E) \cap (G, E)) \geq \tau_T(F, E) \wedge \tau_T(G, E),$$

c) $\forall (F, E), (G, E) \in SS(X, E)$ üçün $\tau_I((F, E) \cap (G, E)) \geq \tau_I(F, E) \wedge \tau_I(G, E),$

$$\tau_F((F, E) \cap (G, E)) \leq \tau_F(F, E) \vee \tau_F(G, E).$$

$$\tau_T\left(\bigcup_{i \in \Delta} (F_i, E)\right) \geq \bigwedge_{i \in \Delta} \tau_T(F_i, E),$$

ç) $\forall \{(F_i, E)\}_{i \in \Delta}$ ailəsi üçün $\tau_I\left(\bigcup_{i \in \Delta} (F_i, E)\right) \geq \bigwedge_{i \in \Delta} \tau_I(F_i, E),$

$$\tau_F\left(\bigcup_{i \in \Delta} (F_i, E)\right) \leq \bigvee_{i \in \Delta} \tau_F(F_i, E)$$

$\tau = (\tau_T, \tau_I, \tau_F)$ -a X üzərində neytrosofik topologiya (X, E, τ) üçlüyünə isə soft çoxluqların neytrosofik topoloji fəzaları deyilir.

(X, E, τ) neytrosofik topoloji fəzası, $NFTS$ ilə işarə edilir.

Teorem 1. $\{(T_r, I_r, F_r)\}_{r \in (0, 1]}$ ailəsi X üzərində azalan soft tritopologiyalar ailəsi olsun və $T_r, I_r \subset F_r$ ödənsin, o zaman $\tau_T(F, E) = \bigvee \{r \mid (F, E) \in T_r\},$
 $\tau_I(F, E) = \bigvee \{r \mid (F, E) \in I_r\}, \tau_F(F, E) = \bigwedge \{1 - r \mid (F, E) \in F_r\}$ üçlüyü X üzərində neytrosofik topoloji fəzadır.

Teorem 2. (X, E, τ) neytrosofik topoloji fəza, $Y \subset X$ olsun.
 $(\tau_T^Y, \tau_I^Y, \tau_F^Y): SS(Y, E) \rightarrow [0, 1]$ inikasını

$$\tau_T^Y(F, E) = \bigvee \{\tau_T(G, E) : (F, E) = (G, E) \tilde{\cap} \tilde{Y}, (G, E) \in SS(X, E)\},$$

$$\tau_I^Y(F, E) = \bigvee \{\tau_I(G, E) : (F, E) = (G, E) \tilde{\cap} \tilde{Y}, (G, E) \in SS(X, E)\},$$

$$\tau_F^Y(F, E) = \bigwedge \{\tau_F(G, E) : (F, E) = (G, E) \tilde{\cap} \tilde{Y}, (G, E) \in SS(X, E)\}$$

düsturları ilə təyin edək. Bu halda $(\tau_T^Y, \tau_I^Y, \tau_F^Y)$ üçlüyü Y üzərində neytrosofik topologiyadır və $\tau_T^Y((G, E) \tilde{\cap} \tilde{Y}) \geq \tau_T(G, E), \tau_I^Y((G, E) \tilde{\cap} \tilde{Y}) \geq \tau_I(G, E),$
 $\tau_F^Y((G, E) \tilde{\cap} \tilde{Y}) \leq \tau_F(G, E)$ -dir.

Tərif 2. Əgər $(f, \varphi)(x_e) = f(x)_{\varphi(e)} \in (G, E') \in SS(Y, E')$ ixtiyari soft çoxluğu üçün $x_e \in (F, E) \in SS(X, E)$, $\tau_T(F, E) \geq \sigma_T(G, E')$, $\tau_I(F, E) \geq \sigma_I(G, E')$, $\tau_F(F, E) \leq \sigma_F(G, E')$ və $(f, \varphi)(F, E) \subset (G, E')$ şərtlərini ödəyən $(F, E) \in SS(X, E)$ çoxluğu varsa, onda $(f, \varphi): (X, E, \tau) \rightarrow (Y, E', \sigma)$ neytrosifik topologiyalar fəzalarının inikası $x_e \in SS(X, E)$ soft nöqtəsində kəsilməzdir deyilir. Hər soft nöqtədə kəsilməz olan (f, φ) inikası kəsilməzdir.

Teorem 3. $(f, \varphi): (X, E, \tau) \rightarrow (Y, E', \sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall (G, E') \in SS(Y, E')$ üçün $\tau_T((f, \varphi)^{-1}(G, E')) \geq \sigma_T(G, E')$, $\tau_I((f, \varphi)^{-1}(G, E')) \geq \sigma_I(G, E')$, $\tau_F((f, \varphi)^{-1}(G, E')) \leq \sigma_F(G, E')$ ödənilir.

Teorem 4. $(f, \varphi): (X, E, \tau) \rightarrow (Y, E', \sigma)$ kəsilməzdir $\Leftrightarrow \forall r \in (0, 1]$ üçün $(f_r, \varphi_r): (X, E, \tau_r) \rightarrow (Y, E', \sigma_r)$ soft bitopologiya fəzalar da soft kəsilməzdir.

Ədəbiyyat

1. Sadi Bayramov, Cigdem Gunduz, Veliyeva Kemale. Intuitionistic fuzzy topology on soft sets. Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan Volume 47, Number 1, 2021, Pages 124–137
2. Sadi Bayramov, Cigdem Gunduz. Mapping on intuitionistic fuzzy topology on soft sets. Filomat 35:13(2021), 4341-4351

(0,2) TIPLI TENZOR REPERLƏRİNİN LAYLANMASINDA BƏZİ STRUKTURLARIN TƏDQİQİ

AYTƏN BƏHRƏM QIZI BƏŞİRLİ

Bakı Dövlət Universiteti
ayten.bashirli1997@gmail.com

C^∞ sinfindən olan hamar M çoxobrazlısına baxaq və fərz edək ki, $T_2^0(x)$ - $x \in M$ nöqtəsində $(0,2)$ tipli tenzorlar fəzasıdır. $T_2^0(x)$ xətti fəzasının $(X^{11}, \dots, X^{1n}, \dots, X^{n1}, \dots, X^{nn}) = A_x$ bazisini $(0,2)$ tipli tenzor reperi adlandırırıq. M hamar çoxobrazlısının bütün nöqtələrində bütün $(0,2)$ tipli tenzor reperlərinin çoxluğunu $L_2^0(M)$ simvoli ilə işarə edirik. Təbii $\pi: L_2^0(M) \rightarrow M$ proyeksiyası $A_x \rightarrow x$ şəklində təyin olunur. $L_2^0(M)$ çoxluğunda $n + n^4$ ölçülü, C^∞ sinfindən olan hamar çoxobrazlı strukturu aşağıdakı kimi (bax [1]) daxil edilir.

Fərz edək ki, (U, x^i) M hamar çoxobrazlısı üzərində lokal koordinat sistemidir. Onda $L_2^0(U) = \pi^{-1}(U)$ çoxluğu U ətrafının bütün nöqtələrindəki bütün $(0,2)$ tipli tenzor reperlərini öz daxilində saxlayır. $A_x \in L_2^0(U)$ tenzor reperini birqiymətli olaraq

$$X^{\alpha_1 \alpha_2} = X_{i_1 i_2}^{\alpha_1 \alpha_2} (dx^{i_1})_x \otimes (dx^{i_2})_x$$

şəklində ayırmaq olar. Buradan belə bir nəticəyə gəlirik ki, $\{L_2^0(U), (x^i, X_{i_1 i_2}^{\alpha_1 \alpha_2})\} - L_2^0(U)$ çoxluğu üzərində lokal koordinat sistemidir. Bu koordinat sistemini doğrulmuş koordinat sistmi adlandırırıq. Tutaq ki, (U, x^i) və $(U', x^{i'})$ - M hamar çoxobrazlısı üzərində $U \cap U'$ kəsişməsində

$$x^{i'} = x^{i'}(x^1, \dots, x^n) \quad (1)$$

çevrilməsi ilə əlaqəli olan lokal koordinat sistemləridir. Onda $L_2^0(U) \cap L_2^0(U')$ kəsişməsində $\{L_2^0(U), (x^i, X_{i_1 i_2}^{\alpha_1 \alpha_2})\}$ və $\{L_2^0(U'), (x^{i'}, X_{i'_1 i'_2}^{\alpha_1 \alpha_2})\}$ doğrulmuş koordinat sistemləri

$$\begin{cases} x^{i'} = x^{i'}(x^1, \dots, x^n) \\ X_{i'_1 i'_2}^{\alpha_1 \alpha_2} = A_{i'_1}^{i_1} A_{i'_2}^{i_2} X_{i_1 i_2}^{\alpha_1 \alpha_2} \end{cases} \quad (2)$$

çevrilmələri ilə əlaqəli olar, burada $A_{i'}^{i_1} = \frac{\partial x^{i_1}}{\partial x^{i'}}$ - (1) çevrilməsinin tərsi olan $x^i = x^i(x^{i'}, \dots, x^{n'})$ çevrilməsinin Yakobi matrisinin elementləridir. Aparılan mühakimələrdən aydın olur ki, $L_2^0(M)$ - $(n + n^4)$ - ölçülü, C^∞ sinfindən olan hamar çoxobrazlıdır, $(L_2^0(M), \pi, M)$ üçlüyü isə laylanmadır. Bu laylanmanı $(0,2)$ tipli tenzor reperlərinin laylanmaı adlandırırıq.

Sadəlik üçün $(x^I) = (x^i, x^{i_1 i_2}) = (x^i, X_{i_1 i_2}^{\alpha_1 \alpha_2})$ işarələməsini daxil edirik. Buradan aydın olur ki,

$$i, j, k, \dots, \alpha, \beta, \gamma, \dots = 1, 2, \dots, n; i_{\alpha_1 \alpha_2}, j_{\beta_1 \beta_2}, k_{\gamma_1 \gamma_2}, \dots = n + 1, n + 2, \dots, n + n^4; I, J, K, \dots = 1, 2, \dots, n + n^4.$$

(2) çevrilməsinin Yakobi matrisi aşağıdakı struktura malikdir:



$$(A_I') = \left(\frac{\partial x^{I'}}{\partial x^I} \right) = \begin{pmatrix} A_i^{i'} & 0 \\ \partial_i (A_{i_1}^{i_1'} A_{i_2}^{i_2'}) X_{i_1 i_2}^{\alpha_1 \alpha_2} & A_{i_1}^{i_1'} A_{i_2}^{i_2'} \delta_{\delta_1}^{\alpha_1} \delta_{\delta_2}^{\alpha_2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Ədəbiyyat

1. Salimov A.A., Fattayev H.D. Coframe bundle and problems of lifts on its cross-sections //Turk J Maths., 2018,v. 42, No4, p. 2035-2044.



TÖRƏMƏ ANLAYIŞININ KÖMƏYİ İLƏ ŞAĞIRDLƏRDƏ MƏNTİQİ TƏFƏKKÜRÜN İNKİŞAF ETDİRİLMƏSİ YOLLARI

ALLAHVERDİ QƏDİR OĞLU CƏFƏROV

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
allahverdi.ceferov@adpu.edu.az

Müasir dövrdə orta ümumtəhsil məktəblərinin qarşısında duran əsas vəzifələrdən biri şagirdlərdə məntiqi təfəkkürün inkişaf etdirilməsidir. Riyaziyyat fənn kurikulumu olan çərçivə sənədində məntiqi təfəkkürün inkişaf etdirilməsi məsələləri xüsusi olaraq qeyd edilir. Riyaziyyat fənn kurikulumu beş məzmun xətti üzrə müəyyənləşdirilib. Bunlardan biri də “Cəbr və funksiyalar” məzmun xəttidir. Bu məzmun xəttinin X-XI siniflərdə tədrisi bir başa törəmə anlayışı ilə bağlıdır. Törəmə anlayışının digər mövzulara tətbiqi fəndaxili integrasiyanı daha da inkişaf etdirir. Şagirdlər fəndaxili və fənlər arası integrasiyanın tətbiqi nəticəsində törəmə anlayışını dərinlən mənimsəyirlər. Bunun üçün əvvəlcə törəmənin tərifini şagirdlərə izah edilir.

Fərz edək ki, (a, b) intervalında təyin olunmuş $y = f(x)$ funksiyası verilmişdir. $x_0 \in (a, b)$ qeyd olunmuş nöqtədir. Arqumentinə x_0 nöqtəsində $\Delta x \neq 0$ artımını verib, buna uyğun funksiya artımını tapaq. Onda $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$, $x_0 + \Delta x \in (a, b)$ olmalıdır. Bundan sonra törəməyə aşağıdakı kimi tərif verilir.

Tərif. Arqument artımı sıfıra yaxınlaşdıqda funksiya artımının arqument artımına nisbətinin arqument artım sıfıra yaxınlaşdıqda sonlu limiti olarsa, bu limitə $f(x)$ funksiyasının x_0 nöqtəsində törəməsi deyilir və $f'(x_0)$ kimi işarə olunur. Beləliklə,

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Sonra şagirdlərə məlumat verilir ki, törəmə anlayışlardan fizika fənnində də geniş istifadə olunur. sonra aşağıdakı fizika məsələyə baxılır.

Fərz edək ki, maddi nöqtə düz xətt üzrə dəyişən sürətlə hərəkət edir. Bilirik ki, bu halda gedilən yol zamandan asılı funksiya olur. Nöqtənin hərəkət qanunun tənliyini $S = S(t)$ olduğunu fərz edək. Onda nöqtə t_0 zaman anından $t_0 + \Delta t$ anına qədər yol getmiş olarsa, getdiyi yol $S(t_0 + \Delta t) - S(t_0) = \Delta S$ olar. Onda törəmənin tərifinə əsasən $(t_0, t_0 + \Delta t)$ aralığında ΔS yolunun Δt zamanına nisbətinə hərəkətin orta sürəti deyilir və $V_{or} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ olar. Buradan görünür ki, $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ sürəti t -dən və Δt -dən aslıdır. Bu dediklərimizdən belə nəticəyə gəlmək olar ki, $\Delta t \rightarrow 0$ şərtində orta sürətin limitinə maddi nöqtənin t_0 zaman anındakı sürəti (yaxud ani sürəti) deyilir və V ilə işarə olunur.

$V_{t_0} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_{or} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t}$ olar. Bu bərabərliyin sağ tərəfi $S(t)$ funksiyasının t_0 nöqtəsində t -yə nəzərən törəməsidir. $V = S'(t)$ olar. Buradan görünür ki, sürət gedilən yolun zamana görə törəməsidir. Bu isə törəmənin mexaniki mənasıdır. Bu fiziki məsələnin köməyi şagirdlərdə məntiqi təfəkkürün inkişafına nail olmaq olur.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S., Əliyeva T.M. Riyaziyyatın tədrisində fənlər arası əlaqələritətbiqi, Bakı, Maarif, 1993



DAXİLİNDƏ TOPA QÜVVƏ TƏSİR EDƏN LÖVHƏNİN KORROZIYA DAĞILMASININ PROQNOZLAŞDIRILMASI

ƏMİNƏ MÜZƏFFƏR QIZI CƏFƏROVA

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu
aminajafarova@gmail.com

Materialı izotrop bircinsli olan, daxilində topa qüvvə təsir edən sonsuz lövhə aqressiv mühitdə elastiki deformasiyalanır. Belə lövhələrin xidmət müddətlərinin təyini aktual məsələ olaraq qalır. Lövhənin zamanın başlanğıc anında ($t = 0$) qalınlığı h_0 -dır. Lövhənin daxilində $P(t) = P_0/h(t)$ topa qüvvəsi təsir edir. Burada P_0 vahid qalınlığa düşən topa qüvvə, $h = h(t)$ lövhənin korroziya mühitində t zamanından asılı dəyişkən qalınlığıdır: $h_0 \geq h(t) \geq 0$; $h(0) = h_0$, $h(t_0) = 0$. $t_{0\sigma}$ - lövhənin $P(t)$ qüvvəsi altında tam dağılma vaxtıdır.

Lövhədə müstəvi gərginlik vəziyyəti yaranır. Aydınır ki, lövhədə yaranan gərginlik deformasiya vəziyyətinin təyini məsələsi oxa simmetrik məsələ deyil. Silindrik (r, φ, z) kordinat sistemində sıfırdan fərqli olan gərginlik tenzorunun komponentləri: $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_{r\varphi}$, deformasiya tenzorunun isə sıfırdan fərqli komponentləri bunlardır: $\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_{r\varphi}, \varepsilon_z$. Lövhədə yaranan gərginlik-deformasiya vəziyyəti [1] də verilmişdir. Bunlara nəzərən gərginliklərin intensivliyi hesablanmışdır:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{8\pi r} \frac{P_0}{h(t)} A(\nu, \varphi),$$

$$A(\nu, \varphi) = [2(\nu^2 + 2\nu + 13) \cos^2 \varphi + 6(1 - 2\nu + \nu^2) \sin^2 \varphi]^{\frac{1}{2}}.$$

Lövhənin korroziya vaxtını təyin etmək üçün Qutmanın tənliyindən istifadə olunmuşdur [2]: $\frac{dh(t)}{dt} = -k - n\sigma_i$. Burada k və n lövhənin materiallarının uyğun təcrübələrdən təyin olunan korroziya xarakteristikalarıdır.

Korroziya sürətinə lövhədə yaranan gərginliyin təsirinin böyük olduğu halda tam korroziya aşınması vaxtı $h(t_{0\sigma}) = 0$ şərtinin təyin olunmuşdur:

$$t_{0\sigma} = \frac{h_0}{k} - \frac{\sqrt{2}nP_0A(\nu, \varphi)}{8\pi k^2 r} \ln\left(1 - \frac{8\pi k r h_0}{8\pi k r h_0 + \sqrt{2}nP_0A(\nu, \varphi)}\right)$$

$t_{0\sigma}$ vaxtı gördüyümüz kimi r və φ koordinatlarından asılıdır. Bu halda $t_{0\sigma}^{min}(r, \varphi) = t_{0\sigma}(r, 0)$. Bu vaxtın ifadəsi axırıncı düsturdan $A(\nu, 0) = \sqrt{2}\sqrt{\nu^2 + 2\nu + 13}$ qiymətini nəzərə almaqla tapılır:

$$t_{0\sigma}^{min} = \frac{h_0}{k} - \frac{nP_0\sqrt{\nu^2 + 2\nu + 13}}{4\pi k^2 r} \ln\left(1 - \frac{4\pi k r h_0}{4\pi k r h_0 + nP_0\sqrt{\nu^2 + 2\nu + 13}}\right)$$

Ədəbiyyat

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости «Наука», 1975. 576 с.
2. Гутман Э.М. Механохимия металлов и защита от коррозии / Э. М. Гутман. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Металлургия, 1981. 270 с.

BİRİNCİ YAXINLAŞMAYA GÖRƏ TƏRS SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ

TUNZALƏ QALİB QIZI CƏFƏRQULİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti,
tunzalejafarquliyeva@gmail.com

Yarımxda ($x \geq 0$) dörd hiperbolik tənliklər sisteminə baxaq:

$$\xi_i \frac{\partial u_i(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial u_i(x, t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^4 C_{ij}(x, t) u_j(x, t), \quad (1)$$

$$i = \overline{1, 4}, \quad \xi_1 > \xi_2 > 0 > \xi_3 > \xi_4, \quad -\infty < t < +\infty.$$

Tutaq ki, sistemin əmsalları ölçülən, kompleks qiymətli, $C_{ii}(x, t) \equiv 0$, $i = \overline{1, 4}$ və

$$|C_{ij}(x, t)| \leq C(1+|x|)^{-1-\varepsilon} (1+|t|)^{-1-\varepsilon} \quad i, j = \overline{1, 4} \quad (2)$$

şərtlərini ödəyirlər.

Burada gələn $\{a_1(t), a_2(t)\}$ dalğalarını səpilən $\{b_3(t), b_4(t)\}$ dalağalarına çevirən S operatoru təyin olunur. Birgə iki sərhəd məsələsinə baxılır:

$$\begin{cases} u_3^1(0, t) = u_1^1(0, t) + u_2^1(0, t), \\ u_4^1(0, t) = u_1^1(0, t) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} u_3^2(0, t) = u_2^2(0, t), \\ u_4^2(0, t) = u_1^2(0, t) + u_2^2(0, t) \end{cases} \quad (4)$$

$$u_1^k(x, t) = a_1(t + \xi_1 x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \quad (5)$$

$$u_2^k(x, t) = a_2(t + \xi_2 x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \quad k = 1, 2$$

məsələləri üçün həllin birincisi yaxınlaşması qurulur. Bu məqsədlə səpilmə məsələsi ekvivalet integral tənliklər sistemə gətirilir.

Birinci yaxınlaşmaya görə qurulmuş səpilmə operatorunun nüvələri sistemin əmsallarını tapmağa imkan verir. Qeyd edək ki, sistemin $C_{ii}(x, t)$ əmsallarınının sıfır götürülməsi məhdudiyyət deyildir. Çünki, müəyyən əvəzləmələrin köməyi ilə baxılan sistemin əmsallarından düzəldilmiş matrisin diaqonal elementlərini sıfır etmək olur.



PƏRGAR VƏ XƏTKEŞLƏ QURMA MƏSƏLƏSİ HƏLLİ VƏ HƏLLİN ƏSASLANDIRILMASI METODİKASI

SADƏDDİN NƏSRƏDDİN OĞLU ƏFƏNDİ, SİMNARƏ MƏRDAN QIZI ÖMƏRLİ

Bakı Dövlət Universiteti
efendi_sadeddin@mail.ru

Riyazi təkliflərin öyrənilməsi və məsələ həlli zamanı çertyoj alətlərindən (pərgar, xətkəş, çertyoj üçbucağı və transportirdən) istifadə etməklə müxtəlif həndəsi fiqurların şəkli qurulur. Bütün bu hallarda qurma əsas məqsəd olmayıb, köməkçi rol oynayır. Elə məsələlər var ki, onların həlli yalnız qurma yolu ilə yerinə yetirilir. Bu halda qurma köməkçi rol oynamır və əsas məqsəd kimi qarşıya qoyulur. Qurma məsələsi dedikdə bir qayda olaraq yalnız xətkəş və pərgarın köməyi ilə yerinə yetirilən məsələlər başa düşülür. İsbat, hesablama və s. məsələ növlərinin həllində də xətkəş və pərgardan istifadə etməklə çertyoj qurulmasına baxmayaraq onlar qurma məsələsi adlanmır. Qurma məsələsində xətkəşdən yalnız düz xətt çəkmək, pərgardan isə mərkəzi və radiusu məlum olan çevrə çəkmək, bərabər parçaları qeyd etmək üçün istifadə etmək olar. Bu çertyoj alətləri ilə əlavə heç bir əməliyyat aparmaq olmaz. Hətta üzərində bölgü olan xətkəşdən qurma zamanı bərabər parçaları qeyd etmək üçün istifadə etmək düzgün deyil. Verilən bəzi elementlərinə görə və ya başqa bir fiqurun qurulmasını tələb edən məsələlərə qurma məsələləri deyilir. Qurma məsələlərinin həllindəki qurmalar, ümumiyyətlə, həndəsi qurmalar adlanır. Həndəsinin hər bir başqa bölməsi kimi həndəsi qurmaların da müəyyən nəzəri əsasları vardır. Həndəsi qurmalar nəzəriyyəsinə daxil olan məsələlərdən biri qurma məsələsinin həllinin əsaslandırılmasıdır. Qurma məsələləri həllinin ciddi əsaslandırılması üçün müəyyən postulatlar sistemi götürülür. Bu və ya başqa postulatlar sistemini müəyyən edərkən, qurma məsələlərinin həllində istifadə ediləcək alətlər seçilir və onların xassələri müəyyən edilir, sonra o alətlər ilə yerinə yetirilən və həndəsi qurmalar üçün zəruri və kafi olan bir neçə elementar qurmanın mümkünlüyü qəbul edilir. Məsələn, qurma alətlərindən pərgar və xətkəşlə həndəsi qurmaların yerinə yetirilməsi üçün həm zəruri, həm də kafi olan aşağıdakı postulatlar sistemi müəyyən edilmişdir.

- 1) Düz xətt və düz xətt parçası uyğun olaraq, ancaq o vaxt qurulmuş hesab olunur ki, düz xəttin iki nöqtəsi və pərgarın (düz xətt parçası) ucları verilmiş və qurulmuş olsun.
- 2) Çevrə ancaq o vaxt qurulmuş hesab olunur ki, onun mərkəzi və radiusuna bərabər olan parça verilmiş və ya qurulmuş olsun. Çevrə qövsü o vaxt qurulmuş hesab olunur ki, onun mərkəzi və ucları verilmiş və ya qurulmuş olsun.
- 3) Nöqtə, verilmiş və ya qurulmuş iki düz xəttin kəsişmə nöqtəsi olduqda qurulmuş hesab olunur.
- 4) Nöqtə, verilmiş və ya qurulmuş düz xətlə verilmiş və ya qurulmuş çevrənin ortaq nöqtəsi olduqda qurulmuş hesab olunur.

5) Nöqtə verilmiş və qurulmuş iki çevrənin ortaq nöqtəsi olduqda qurulmuş hesab olunur.

6) Hər hansı başqa obraz, onu əmələ gətirən və ya hüdudlayan əsas obrazlar (nöqtələr, düz xətlər, düz xətt parçaları, çevrələr və onların qövsləri) verilmiş və ya qurulmuş olduqda qurulmuş hesab olunur.

Qeyd edək ki, bu postulatlar sistemindəki qurmalara elementar qurmalar deyilir. Qurma məsələlərini pərgar və xətkəşlə həll etmək, onu qeyd etdiyimiz postulatlar sistemi ilə (və ya bunlardan bəziləri ilə) müəyyən edilmiş və sonlu sayda olan elementar qurmaların yerinə yetirilməsinə gətirmək deməkdir.

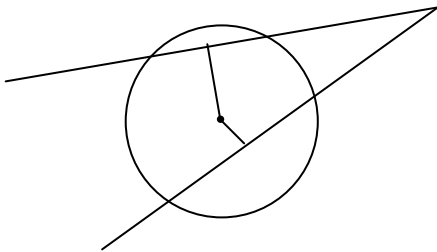
Qeyd edək ki, eyni bir qurma məsələsi verilənlərlə qurulması tələb olunan elementləri göstərməkdən ibarət olmayıb bir də qurmanın hansı alətlər vasitəsi ilə yerinə yetirilməli olduğu göstərilməlidir (verilənlərin həmin alətlərlə qurula bildiyi nəzərdə tutulur); çünki qurmanın hansı alətlərlə yerinə yetirilməli olduğundan asılı olaraq, eyni bir məsələ həllinin çətinlik dərəcəsi dəyişə bilər, hətta bir qurma aləti ilə asan həll olunan məsələ başqa bir alətlə həll olmaya bilər. Məsələn, çertyoj üçbucağı vasitəsi ilə verilən çevrənin mərkəzini tapmaq, həmin məsələnin pərgar və xətkəş ilə həll etməkdən çox asandır və tək pərgarla hər bir iki dərəcəli məsələ (kvadrat tənliyə gətirilən məsələ) həll olduğu halda tək xətkəş vasitəsi ilə həll olunduğunu demək olmaz.

Ümumiyyətlə qurma məsələsinin həlli postulatlar sistemi ilə əsaslandırılmazsa, onu düzgün və ciddi hesab etmək olmaz.

Pərgar və xətkəşlə qurma məsələsi həllinə və həllin əsaslandırılmasına aid aşağıdakı misalı göstərək.

Məsələ. Verilmiş A və B nöqtələrindən keçən elə bir çevrə qurun ki, verilmiş C düz xəttindən verilmiş m parçası uzunluğunda vətər ayırsın.

Həlli. A və B nöqtələri verilmiş olduğundan AB düz xətti və $AB = a$ parçası qurulmuş hesab olunur (düz xətt və düz xətt parçası uyğun olaraq ancaq o vaxt qurulmuş hesab olunur ki, düz xəttin iki nöqtəsi və parçasının ucları verilmiş və ya qurulmuş olsun). c düz xətti də verilmiş olduğundan, bu düz xətlə AB -nin E - kəsişmə nöqtəsi qurulmuşdur. (nöqtə verilmiş və ya qurulmuş iki düz xəttin kəsişmə nöqtəsi olduqda qurulmuş hesab olunur); deməli, $BE = b$ parçası da qurulmuşdur. Axtarılan çevrə A nöqtəsindən keçdiyinə görə, o vaxt qurulmuş olacaqdır ki, onun mərkəzi qurulmuş olsun (çevrə ancaq o vaxt qurulmuş hesab olunur ki, onun



mərkəzi və radiusuna bərabər olan parça verilməmiş və ya qurulmuş olsun). Lakin mərkəzin qurulmuş olması üçün $AB = a$ və $CD = m$ vətərinin (c düz xətti üzərində CD vətərinin vəziyyəti məlum deyildir) ortalarından onlara çəkilmiş perpendikulyarlar qurulmuş olmalıdır.



c düz xətti üzərində $CD = m$ parçasının vəziyyətinin müəyyən olunması üçün, onun uclarından biri (C və ya D nöqtəsi) qurulmuş olmalıdır. Bu nöqtələrdən birinin, məsələn, D nöqtəsinin qurula bilməsi üçün, $ED = x$ parçası məlum olmalıdır. Bu parçanı tapmaq üçün axtarılan çevrəyə E nöqtəsindən keçən EA və EC kəsənlərinin xassəsindən istifadə edək. Bu halda

$$(x + m) \cdot x = (a + b) \cdot b$$

tənliyi alınır. Bu tənliyin kökü olan

$$x = \frac{1}{2} \left[\sqrt{m^2 + 4b(a + b)} - m \right]$$

parçasını qurmaq üçün əvvəlcə

$$y = \sqrt{4b(a + b)} = 2\sqrt{b(a + b)}$$

parçasını, yəni b parçası ilə $(a + b)$ parçası arasında həndəsi orta qiymət alan parçanın iki mislini, sonra

$$z = \sqrt{m^2 + y^2}$$

parçasını, yəni katetləri m və y olan düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunu, daha sonra $u = z - m$ parçasını qurmaq kafidir.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S. Orta məktəblərdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı: Maarif, 2009, 245 s.
2. Adıgözəlov A.S., Həsənova X. Həndəsi qurmalar. Bakı: Elm və təhsil, 2011, 191 s.
3. Adıgözəlov A.S. Həndəsədən qurma məsələlərinin həlli metodikası. Bakı: ADPU, 1993, 69 s.
4. Əliyev İ.F. Stereometriyadan qurma məsələlərinin həllinə aid metodik göstəriş. Bakı: ADPU, 1994, 42 s.
5. Qoqışvili Q. və b. Riyaziyyat. Tbilisi: İntelekt, 2020, 276s.



RIYAZIYYAT TƏLİMİNDƏ QURMA MƏSƏLƏSİ HƏLLİNİN ŞAĞIRDLƏRİN ZEHNİ FƏALİYYƏTİNİN İNKİŞAFINDA ROLU

SADƏDDİN NƏSRƏDDİN OĞLU ƏFƏNDİ, YUSİF ZEYNALABDİN OĞLU İSMAYİLOV

Bakı Dövlət Universiteti
efendi_sadeddin@mail.ru

Şüurluluq prinsipi aparıcı prinsip olmaqla təlim və öyrənmənin müvəffəqiyyətini təmin edir, təlimin əsas vəzifələrinin yerinə yetirilməsinə şagirdlərin idrak fəaliyyətinə, zehni fəaliyyətinə və bu fəaliyyətə rəhbərlik işinə başlıca istiqamət verir. Digər tərəfdən məlumdur ki, problemli təlimin bilik əldə etmə prosesinə hər vasitə ilə cəlb edilməsi, elmin qanunauyğunluqlarının, əsas ideyalarının şagirdlər tərəfindən şüurlu mənimsənilməsinə təmin etməsi üzərində qurulmuşdur. Proqramlaşdırılmış təlim müqayisə, təsnifat, təhlil, sintez kimi zehni əməliyyatlardan fəal istifadə etməyi şagirdlərə öyrətməyi, differensiallaşdırılmış təlim isə şagirdin real imkanlarına əsaslanaraq, zəif və orta şagirdləri tədricən irəlilədir daha yüksək səviyyəyə, biliyin şüurlu mənimsənilməsi isə əldə edilmiş bacarıqdan fəal istifadə etməyin səviyyəsinə qaldırmağı nəzərdə tutur. Şagirdlərin təlimdə idrak fəallığı, zehni fəaliyyəti biliklərin əldə edilməsi prosesində göstərdikləri əqli gərginlik və iradi səylə xarakterizə olunur. Riyaziyyat təlimi prosesində şagirdlərin əqli fəallığı anlayışların formalaşmasında xüsusi rol oynayır. Ona görə də müəllim bu prosesdə əqli fəallıq yaradan metodik priyomlardan istifadə etməyi bacarmalıdır. Qeyd edək ki, qurma məsələsini həll etməklə şagird əqli fəallığı daha fəal şəkildə formalaşdırır.

Həndəsənin tədrisi prosesində fiqurların xassələrinin sistematik öyrənilməsində məsələ həlli böyük əhəmiyyətə malikdir. Həndəsə məsələləri nəzəri materialı daha dərin və daha şüurlu mənimsəməsinə kömək etməklə bərabər, bu materialı təcrübəyə tətbiq etməyi də şagirdlərə öyrədir. Şagirdlərin məntiqi mühakiməsinin inkişafında hesab, cəbr və elementar funksiyalara aid çalışmalarla yanaşı, həndəsi çalışmaların da böyük əhəmiyyəti vardır. Lakin fəza təsəvvürünün inkişafı vəzifəsi demək olar ki, həndəsənin və həndəsə məsələlərinin üzərinə düşür.

Maddi aləmin fəza formalarını dərk edə bilmək, öyrənmək üçün inkişaf etmiş fəza təsəvvürü olmalıdır. Buna görə də həndəsənin tədrisi prosesində şagirdlərin fəza təsəvvürünü inkişaf etdirmək ən vacib məsələlərdəndir. Fəza təsəvvürünün zəif inkişaf etməsi təlim prosesində bir sıra fənlərin yaxşı mənimsənilməsinə mane olur. Bu da şagirdin zehni fəaliyyətinin inkişafına mane olur.

Qeyd edək ki, həndəsədən hesablamə məsələlərini həll etdirdikdə şagirdin fikri çox zaman ya hesablamə ilə və ya cəbri çevirmələrlə məşğul olduğundan, məsələlərin həndəsi cəhəti nəzərdən qaçır, əksinə həndəsədən qurma məsələlərinin həllində ancaq keçilmiş nəzəri materiallardan istifadə etməli olurlar. Bu fakt həndəsənin şüurlu mənimsənilməsində qurma məsələsinin qüvvətli bir vasitə olduğunu göstərir.

Həndəsədə qurma məsələləri dedikdə, bəzi verilən elementlərə və şərtlərə görə həndəsi fiqurun qurulmasını tələb edən məsələlər nəzərdə tutulur. Qurma məsələləri şagirdlərin məntiqi təfəkkürünü, fəza təsəvvürünü inkişaf etdirir, onların nəzəri bilik və təcrübü verdişlərini artırır. Bu da şagirdlərin zehni fəaliyyətinin inkişafına kömək edir.

Beləliklə, həndəsədə qurma məsələsinə fəza təsəvvürünün, məntiqi təfəkkürün və bir sıra politexniki verdişlərin inkişafına kömək edən qüvvətli bir vasitə kimi baxmaq lazımdır. Ümumiyyətlə qurma məsələləri şagirdlərdən təşəbbüs, müstəqillik tələb edərək öz məzmununa görə onlarda məntiqi təfəkkürünü, riyazi təfəkkürün inkişafına kömək edir. Bunlardan başqa qurma məsələlərinin həll edilməsi konstruktorluq bacarığı və qrafik qurma mədəniyyətini inkişaf etdirərək, şagirdlərin zehni fəaliyyətinin inkişafına səbəb olur.

Nümunə üçün aşağıdakı məsələnin həllini nəzərdən keçirək.

Məsələ. Verilən α təpə bucağına və oturacağı ilə hündürlüyünün cəmi l -ə görə bərabəryanlı üçbucağı qurun.

Həlli. Analiz. Təpə bucağı α oturacaqla hündürlüyün cəmi l verilmiş olsun. Axtarılan üçbucaq aşağıdakı şərtləri ödəməlidir: 1) bərabəryanlı olmalıdır; 2) təpə bucağı verilən α bucağına bərabər olmalıdır; 3) oturacaq ilə hündürlüyün cəmi verilən l parçasına bərabər olmalıdır.

İlk iki şərti ödəyən üçbucağı qurmaq asandır. Lakin bu şərtləri ödəyən üçbucaqlar sonsuz saydadır.

Verilən α bucağına bərabər bucaq qurmağı və bu bucağın bölənin qurulması əsas qurma məsələsindən məlumdur. AM tən böləni üzərindəki istənilən nöqtədən ona perpendikulyar keçirsək, bucağın tərəflərini kəsməklə bərabəryanlı üçbucaq əmələ gətirəcək. Fərz edək ki, bu bərabəryanlı üçbucaqlardan biri B_1AC_1 qurulmuşdur. Məsələnin şərtini ödəyən üçbucağı oxşarlıq mərkəzi A olan və ΔB_1AC_1 ilə homototik (oxşar olan) üçbucaqlar içəri-sində axtaracağıq. ΔBAC axtarılan üçbucaq olsun.

Aydındır ki, $BC \parallel B_1C_1$. Tən bölənin B_1C_1 ilə kəsişmə nöqtəsini M_1 , BC ilə kəsişmə nöqtəsini M ilə işarə edək. BAC üçbucağının hündürlüyü AM -dir. B_1 nöqtəsini B -yə, M_1 nöqtəsini M -ə, C_1 nöqtəsini C -yə çevirən homotetiya (oxşar olan) əmsalını tapaq. Şərtə görə

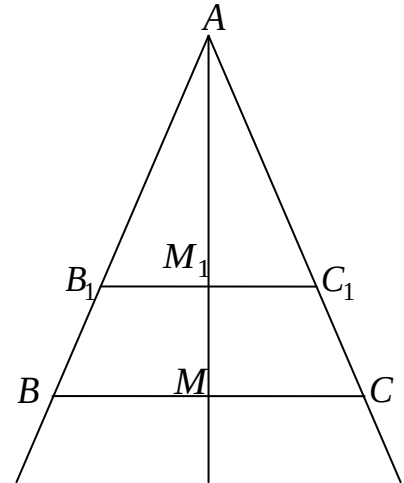
$$AM + BC = l \text{ -dir.}$$

Buna uyğun olaraq

$$AM_1 + B_1C_1 = l_1$$

olsun. Onda axtarılan homotetiya əmsalı

$$K = \frac{BC + AM}{B_1C_1 + AM_1} = \frac{l}{l_1}$$





olar. $K = \frac{l}{l_1}$ məlum olduqdan sonra axtarılan ABC üçbucağını asanlıqla qurmaq olar.

Qurma. İlk iki şərti ödəyən B_1AC_1 üçbucağını quraq

$$AB_1 = AC_1 \text{ və } \angle B_1AC_1 = \alpha.$$

2. Bu üçbucağın hündürlüyü AM_1 -i quraq və $AM_1 + B_1C_1$ parçasının uzunluğunu l_1 -lə işarə edək.

3. $K = \frac{l}{l_1}$ olmaqla B_1AC_1 üçbucağına homototik qurulan BAC üçbucağı axtarılan üçbucaqdır.

İsbatı. $\triangle BAC \sim \triangle B_1AC_1$ oxşar olduğundan

$$\frac{AM}{AM_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AB}{AB_1} = \frac{l}{l_1}$$

olar. Buradan

$$\frac{AM + BC}{AM_1 + B_1C_1} = \frac{l}{l_1}$$

alınır. Qurmaya görə

$$AM_1 + B_1C_1 = l_1$$

olduğundan

$$AM + BC = l$$

olur. Beləliklə, alınan ABC üçbucağı məsələdə verilən hər üç şərti ödəyir.

Araşdırma. Buradakı qurmalar birqiymətli yerinə etiriləndir. Ona görə də həll yeganədir.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlov A.S., Həsənova X. Həndəsi qurmalar. Bakı: Elm və təhsil, 2011, 191 s.
2. Adıgözəlov A.S. Həndəsədən qurma məsələlərinin həlli metodikası. Bakı: ADPU, 1993, 69 s.
3. Tahirov B.Ö. və b. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı: AzTU, 2008, 182 s.
4. Погорелов A.V. Həndəsə. Bakı: Maarif, 1991, 390 s.
5. Потоскуев E.B. Опорные задачи по геометрии. М.: МЦНМО, 2017, 462 с.



BİR SİNİF ÇOXBƏNDLİ FƏRQ OPERATOR-MATRİSLƏRİN SPEKTRİ HAQQINDA

ƏLİ MUSTAFA OĞLU ƏHMƏDOV, ƏZİZƏ FUAD QIZI MƏMİŞLİ

Bakı Dövlət Universiteti
ali.akhmedov@rambler.ru , memishli00@gmail.com

Məlumdur ki, cəmləmə nəzəriyyəsində mühüm yer tutan fərq operator matrisinin spektrini araşdırmaq mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Fərq operator matrisi əsas diaqonal vahiddən, ilk alt diaqonal isə mənfi vahiddən ibarət olan ədədi matrisdir. Elmi ədəbiyyatda belə matrisləri fərq operator-matris də adlandırırlar. Sonralar belə matrislərdə əsas diaqonal və alt diaqonalları sabitlər və ya ardıcılıqlar ilə əvəz edərək ümumiləşdirmişlər[1]. Burada matrisin hədləri kompleks ədədlər də ola bilər. Əgər baxılan matrisin alt diaqonalları 2-dən böyük olarsa, spektr üçün alınan düsturlar müəkkəb olduqlarından tətbiq üçün yaramırlar; alt diaqonalların sayı 2 olarsa, adətən, alınan düsturlar dairəvi oblastlardan ibarət olur. Ancaq yuxarıda qeyd etdiyimiz matrislərin spektrləri üçün alınan ifadələri həndəsi təsəvvür etmək çox çətinidir. Sonralar göstərilmişdir ki, spektrlərin ifadələri yenə də dairəvi oblast olmalıdır [2]. Buna görə də Ə.M.Əhmədov bu məsələni aydınlaşdırmaq üçün yeni üsul təqdim etmişdir. Burada iterativ proseslərin bir xüsusi halı olan və müəllif tərəfindən qayıdan ardıcılıq adlandırılan bir sinifə baxmışdır [3],[4]. Məsələn,

$$a_{n+k} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1} + \dots + q_k a_{n+k-1} \quad (1)$$

burada $q_1, q_2, \dots, q_k$ verilmiş kompleks ədədlərdir, $\{a_n\}$ ardıcılığına k -tərtibli qayıdan ardıcılıq deyilir. Məsələn

$$a_{n+2} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1}, n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

ardıcılığı ikitərtibli qayıdan ardıcılıqdır.

$$a_{n+1} = a_n + d$$

silsiləsi ikitərtibli qayıdan ardıcılıqdır. Doğrudan da,

$$a_{n+2} = a_{n+1} + d$$

və

$$a_{n+1} = a_n + d$$

münasibətlərindən

$$a_{n+2} = -a_n + 2 a_{n+1}$$

olduğunu görürük. Xüsusi halda (2) düsturunda $q_1=0$ və $|q_2| < 1$ olduqda $\{a_n\}$ ardıcılığı həndəsi silsilədir.

Qayıdanardıcılığın bir tətbiqinə baxaq.

2. 0-a yığılan C_0 Banax fəzasına baxaq.

$$B(r, s, t, u) = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ s & r & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ t & s & r & 0 & 0 & 0 & \dots \\ u & t & s & r & 0 & 0 & \dots \\ 0 & u & t & s & r & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

fərq operator matrisinin spektri üçün aşağıdakı nəticə alınmışdır:

Teorem. Tutaq ki, r, s, t, u eyni zamanda 0 deyillər. Onda Aşağıdakı hökmlər doğrudur:

1) $B(r, s, t, u) \in B(c_0)$ və

$$\|B(r, s, t, u)\|_{(c_0, c_0)} = \|B(r, s, t, u)\|_{(c, c)} = |r| + |s| + |t| + |u|.$$

2) $B(r, s, t, u)$ operatorunun spektri

$$D = \{\lambda \in \mathbb{C} : |\lambda - r| \leq |s| + |t| + |u|\}$$

üçün

$$\begin{aligned} \sigma(B(r, s, t, u), l_p) &= \sigma(B(r, s, t, u), c_0) = \sigma(B(r, s, t, u), c) = \sigma(B(r, s, t, u), l_\infty) \\ &= \sigma(B(r, s, t, u), bv_p)D \end{aligned}$$

Ədəbiyyat

1. A.M.Akhmedov and F.Başar, The fine spectra of the difference operator Δ over the sequence space bv_p
2. $(1 \leq p < \infty)$, Acta Math.Sin. (Engl.Ser) 23(10),1757-1768.2007
3. Ali M. Akhmedov, İlqar V. Safarlı. On the Recurrences Sequences and Their Applications. News of Baku University, 2020
4. Ali M. Akhmedov. On Iterative Processes and Spectral Problems of Generalized Difference Operator-Matrices. Appl. Comp. Mathematics. 2020
5. Ali M. Akhmedov, Babayev R.M. On the iterative sequences of the linear bounded operators and applications. Вестник БГУ, сер. физ-мат. наук, 2020, 8 səh.



BİR SINIF REKURRENT ARDICILLIQLAR HAQQINDA

ƏLİ MUSTAFA OĞLU ƏHMƏDOV, VÜSAL ƏKBƏR OĞLU MEHDİYEV

Bakı Dövlət Universiteti

ali.akhmedov@rambler.ru, vusal.mehdiyev.1999@mail.ru

İşdə nəinki riyaziyyatda, hətta təbiət hadisələrinin tədqiqində rekurrent ardıcılıqlara rast gəlinir. Məsələn, ədədi və həndəsi silsilələr, tərpənməz nöqtənin təyini, dinamik sistemlər və digər məsələlərin həllində belə ardıcılıqlar mühüm rol oynayırlar. Biz belə ardıcılıqlar içərisində xüsusi bir sinifi qeyd etmək istəyirik.

Tutaq ki, müəyyən bir (a_n) ədədi ardıcılığı

$$a_{n+k} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1} + \dots + q_k a_{n+k-1} \quad (1)$$

kimi təyin olunmuşdur. Burada $q_1, q_2, \dots, q_k$ vuruqları qeyd olunmuş skalyar ədədlər, (a_n) isə kompleks ədədlər ardıcılığıdır.

Sadəlik üçün

$$a_{n+2} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1}, \quad n \geq 1 \quad (2)$$

ardıcılığına baxaq.

Bu tip ardıcılıqların sonsuzluqda özünü necə aparması ilk dəfə [1] işində öyrənilmişdir. Həmin işdə (1) ifadəsindəki ardıcılıq k tərtibli qayıdan ardıcılıq adlandırılmışdır. Aydındır ki, (2) ifadəsindəki ardıcılıq 2 tərtibli qayıdan ardıcılıqdır. Ədədi silsilə 2 tərtibli ardıcılıqdır. Doğurdan da

$$a_{n+1} = a_n + d$$

isə, $a_{n+2} = a_{n+1} + d$ olduğunu nəzərə alsaq,

$$a_{n+2} = -a_n + 2a_{n+1}$$

olduğunu görürük. (2) ifadəsində $q_1 = 0$ və $q_2 \neq 0$ isə (a_n) ardıcılığı həndəsi silsilə təşkil edir. Qeyd edək ki, (1) və ya (2) ifadələri ilə təyin olunan ardıcılıqların sonsuzluqda özünü necə aparması müəyyən çətinliklər yaradır. Bunu (2) ifadəsi ilə təyin olunan 2 tərtibli ardıcılıqlar üçün göstərək. Fərz edək ki, $a_n \neq 0$. Onda (2)-dən alırıq

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} = q_1 + q_2 \frac{a_{n+1}}{a_n}. \quad (3)$$

$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ işarə edək. Onda bunu (3)-də nəzərə alsaq,

$$L^2 - q_2 L - q_1 = 0 \quad (4)$$

olar. Bu tənliyi (2) ardıcılığı üçün xarakteristik tənlik adlandırırlar. Əgər bu işi 3 tərtibli qayıdan ardıcılıq üçün etsək (4) tənliyi əvəzinə kub tənlik, 4 tərtibli qayıdan ardıcılıq üçün 4 dərəcəli xarakteristik tənlik alırıq. Diqqət etsək, alınan xarakteristik tənliklər üçün ümumi halda köklər düsturu ancaq 5-ci dərəcəyə kimi vardır. Bunu E. Qalua isbat etmişdir. [1] işində bu çətinlik aradan qaldırılaraq yeni metoddan istifadə edilərək aşağıdakı nəticə alınmışdır.

Teorem. Tutaq ki, $|q_1| + |q_2| + \dots + |q_k| < 1$. Onda $(a_n) \in l_1$.



Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı

Ədəbiyyat

1. Ali.M. Akhmedov, On recurrent process and associated with them spectral problems, Proc. of the Intern. COIA, vol 1, July, 2018, Baku.
2. Ali.M. Akhmedov, İlqar.V.Safarli, On the Returned Sequences and Their Applications, News of Baku University, pp.7, 2020.

DİSKRET MORRİ FƏZALARINDA DİSKRET HİLBERT ÇEVİRMƏSİNİN XASSƏLƏRİ

AYNUR NOFƏL QIZI ƏHMƏDOVA

Sumqayıt Dövlət Universiteti
dissertant.aynur@gmail.com

Fərz edək ki, $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in l_p$, $p \geq 1$ ardıcılığı verilmişdir.

$$\tilde{b}_n = \sum_{m \neq n} \frac{b_m}{n-m}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

bərabərliyi ilə təyin olunan $\tilde{b} = \{\tilde{b}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığına $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığının diskret Hilbert çevirməsi deyilir. M.Riss (bax: [4]) göstərmişdir ki, əgər $b \in l_p$, $p > 1$ olarsa, onda $\tilde{b} \in l_p$ olur və

$$\|\tilde{b}\|_{l_p} \leq C_p \|b\|_{l_p} \quad (1)$$

bərabərsizliyi ödənilir, burada C_p sabit ədəddir. $b \in l_1$ halında $\tilde{b}$ ardıcılığı ümumiyyətlə götürsək l_1 fəzasına daxil olmur. Bu halda R.Hunt, B.Muckenhoupt və R.Wheeden (bax: [3]) göstərmişlər ki, $\tilde{b}$ ardıcılığının $\tilde{b}(\lambda) := \sum_{\{n \in \mathbb{Z}: |\tilde{b}_n| > \lambda\}} 1$ paylanma funksiyası üçün

$$\forall \lambda > 0 \quad |\tilde{b}(\lambda)| \leq \frac{C_0}{\lambda} \|b\|_{l_1}$$

şəklində zəif bərabərsizlik ödənilir, burada C_0 sabit ədəddir.

$M_{\lambda,p}$, $0 \leq \lambda \leq d/p$, $1 \leq p < \infty$ klassik Morri fəzaları

$$\|f\|_{M_{\lambda,p}} = \sup_x \sup_{r>0} \left[r^{-\lambda} \|f\|_{L_p(B(x;r))} \right]$$

sonlu normasına malik $f \in L_{p,loc}(R^d)$ funksiyalarından təşkil olunmuş fəzaya deyilir. Xüsusi halda $\lambda = 0$ olarsa $M_{\lambda,p} = L_p$; $\lambda = d/p$ olarsa $M_{\lambda,p} = L_\infty$ fəzalarını alırıq. F.Chiarenza və M.Frasca göstərmişlər ki (bax: [1]), $p > 1$, $0 \leq \lambda < d/p$ halında Hardi-Litlvud maksimal operatoru, Riss potensialları və singulyar integrallar $M_{\lambda,p}$ Morri fəzalarında məhduddurlar. Buradan xüsusi halda alınır ki, Hilbert çevirməsi də klassik Morri fəzalarında məhduddur. Bu o deməkdir ki, $p > 1$, $0 \leq \lambda < 1/p$ halında ixtiyari $f(t) \in M_{\lambda,p}$ üçün

$$(Hf)(t) := \frac{1}{\pi} \int_R \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau \in M_{\lambda,p}$$

olur və elə $C_{\lambda,p} > 0$ sabit ədədi var ki, ixtiyari $f(t) \in M_{\lambda,p}$ üçün

$$\|Hf\|_{M_{\lambda,p}} \leq C_{\lambda,p} \cdot \|f\|_{M_{\lambda,p}}$$

bərabərsizliyi ödənilir.

[2] məqaləsində müəlliflər Morri fəzalarının diskret analoqlarını düzəldərək onların xassələrini öyrənmişlər. $m \in \mathbb{Z}$ və $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ üçün $S_{m,n} = \{k \in \mathbb{Z} : |k-m| \leq n\}$ işarə edək. $|S|$ ilə S çoxluğunun cardinal ədədini işarə edəcəyik. Onda ixtiyari $m \in \mathbb{Z}$ və $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ üçün $|S_{m,n}| = 2n+1$ olar. Fərz edək ki, $0 \leq \lambda \leq \frac{1}{p}$, $1 \leq p < \infty$. Sonlu

$$\|b\|_{m_{\lambda,p}} = \sup_{m \in \mathbb{Z}} \sup_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} \left[|S_{m,n}|^{-\lambda} \left(\sum_{k \in S_{m,n}} |b_k|^p \right)^{1/p} \right]$$

normasına malik $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlarından təşkil olunmuş fəzaya $m_{\lambda,p}$ diskret Morri fəzası deyilir.

Qeyd edək ki, $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in m_{\lambda,p}$, $1 \leq p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1/p$ olarsa, onda $\sum_{m \neq n} \frac{b_m}{n-m}$ sırası mütləq yığılır. Buna görə də $1 \leq p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1/p$ halında $b \in m_{\lambda,p}$ ardıcılığının $\tilde{b}$ diskret Hilbert çevirməsi var.

Teorem. Fərz edək ki, $1 < p < \infty$, $0 \leq \lambda < 1/p$. İxtiyari $b \in m_{\lambda,p}$ üçün $\tilde{b} \in m_{\lambda,p}$ olur və elə $c_{\lambda,p} > 0$ sabit ədədi var ki, ixtiyari $b \in m_{\lambda,p}$ üçün

$$\|\tilde{b}\|_{m_{\lambda,p}} \leq c_{\lambda,p} \cdot \|b\|_{m_{\lambda,p}}$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Chiarenza F., Frasca M.: Morrey spaces and Hardy–Littlewood maximal function. Rend. Mat. Appl. 7:3-4, 273–279 (1987).
2. Gunawan H., Kikiantu E., Schwanke C.: Inclusion properties of generalized Morrey spaces. Math. Nachr. 290:2-3, 332–340 (2017).
3. Hunt R., Muckenhoupt B., Wheeden R.: Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform. Trans. of Amer. Math. Soc. 176:2, 227–251 (1973).
4. Riesz M.: Sur les fonctions conjuguées. Mathematische Zeitschrift. 27, 218–244 (1928).





$$(n+1)^m = 1 + C_m^1 \sigma_{m-1}(n) + C_m^2 \sigma_{m-2}(n) + \dots + C_m^{m-1} \sigma_1(n) + C_m^m \sigma_0(n).$$

Beləliklə,

$$\sigma_{m-1}(n) = \frac{1}{C_m^1} \left((n+1)^m - 1 - C_m^2 \sigma_{m-2}(n) - \dots - C_m^{m-1} \sigma_1(n) - C_m^m \sigma_0(n) \right).$$

Aşkardır ki,

$$\sigma_0(n) = 1^0 + 2^0 + \dots + n^0 = n, \quad \sigma_1(n) = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

$$\begin{aligned} \sigma_2(n) &= \frac{1}{C_3^1} \left((n+1)^3 - 1 - C_3^2 \sigma_1(n) - C_3^3 \sigma_0(n) \right) = \\ &= \frac{1}{3} \left((n+1)^3 - 1 - \frac{3n(n+1)}{2} - n \right) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \end{aligned}$$

Anoloji olaraq $\sigma_3(n) = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ olduğunu alırıq. Daha yüksək dərəcəli cəmlər də eyni üsulla tapılır.

Göründüyü kimi bu üsulla tapılan $\{a_n\}$ ardıcılığının hədləri cəmi məlum digər üsullardan daha az vaxt tələb edir. Arximed tərəfindən verilən hədlərin cəmi üçün həndəsi üsul çox vaxt aparır. Riyazi induksiya metodu ilə istənilən həll üsulu isə ifadənin əvvəlcədən məlum olmasını tələb edir. Yəni, riyazi induksiya üsulunda məlum düsturun doğruluğu göstərilir, lakin ifadənin hardan alınması aydın olmur.

Ədəbiyyat

1. Akhmedov A.M. On recurrent processes and associated with them spectral problems. Proceedings of the Intern. COIA, Vol 1, July, 2018, Baku.
2. Akhmedov A.M., I.V.Safarli. On the Recurrence Sequence and Their Applications, News of Baku University, pp.7, 2020

ÜMUMİLƏŞMİŞ SÜRÜŞMƏ İLƏ BAĞLI SİNGULYAR İNTEQRAL ÜÇÜN BİR BƏRABƏRLİK

ASİM ƏLƏSGƏR OĞLU ƏKBƏROV, SƏRMAYƏ ŞAHİN QIZI NƏSİBZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti
asimakbarov@mail.ru, sema.nasibli@gmail.com

Tutaq ki, R^n - n ölçülü Evklid fəzası ($n \geq 1$),

$$R_{m+3,3}^+ = \{(x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, x_{m+2}, x_{m+3}) \in R_{m+3} : x_{m+1} > 0, x_{m+2} > 0, x_{m+3} > 0\}$$

$$T^s u(x) = c_v \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi u(x' - s', \sqrt{x_{m+1}^2 - 2x_{m+1}s_{m+1} \cos \alpha_{m+1} + s_{m+1}^2}, \\ \sqrt{x_{m+2}^2 - 2x_{m+2}s_{m+2} \cos \alpha_{m+2} + s_{m+2}^2}, \sqrt{x_{m+3}^2 - 2x_{m+3}s_{m+3} \cos \alpha_{m+3} + s_{m+3}^2}) \\ \cdot \sin \alpha_{m+1}^{2\nu_{m+1}-1} \cdot \sin \alpha_{m+2}^{2\nu_{m+2}-1} \cdot \sin \alpha_{m+3}^{2\nu_{m+3}-1} \cdot d\alpha_{m+1} \cdot d\alpha_{m+2} \cdot d\alpha_{m+3}$$

isə Laplas-Bessel diferensial operatorunun doğurduğu ümumiləşmiş sürüşmə operatorudur, burada

$$x = (x', x_{m+1}, x_{m+2}, x_{m+3}), \quad s = (s', s_{m+1}, s_{m+2}, s_{m+3}), \quad x', s' \in R^m$$

$\nu_{m+1} > 0, \nu_{m+2} > 0, \nu_{m+3} > 0$, c_v -sabitdir.

Aşağıdakı singulyar integrala baxaq:

$$A u(x) = v.p. \int_{R_{m+3,3}^+} \frac{f(\theta)}{|s|^{m+s+2|\nu|}} [T^s u(x)] \cdot s_{m+1}^{2\nu_{m+1}} \cdot s_{m+2}^{2\nu_{m+2}} \cdot s_{m+3}^{2\nu_{m+3}} ds,$$

burada $\theta = \frac{s}{|s|}$, $|\nu| = \nu_{m+1} + \nu_{m+2} + \nu_{m+3}$.

Teorem: Tutaq ki, a, b ədədləri üçün $0 < a < b \leq +\infty$ şərti ödənilir. Onda $\forall x \in R_{m+3,3}^+$ nöqtəsi üçün

$$\int_{\{s \in R_{m+3,3}^+ : a < |s| < b\}} f\left(\frac{s}{|s|}\right) \cdot |s|^{-m-3-2|\nu|} \cdot [T^s u(x)] \cdot s_{m+1}^{2\nu_{m+1}} \cdot s_{m+2}^{2\nu_{m+2}} \cdot s_{m+3}^{2\nu_{m+3}} ds = \frac{1}{2} c_v \\ \times \int_{\{y \in R_{m+6} : a < |\tilde{x} - y| < b\}} f(\tilde{\theta}) \cdot |\tilde{x} - y|^{-m-3-2|\nu|} \cdot u(y', \sqrt{y_{m+1}^2 + \tilde{y}_{m+1}^2}, \sqrt{y_{m+2}^2 + \tilde{y}_{m+2}^2}, \sqrt{y_{m+3}^2 + \tilde{y}_{m+3}^2}) \\ \times |\tilde{y}_{m+1}|^{2\nu_{m+1}-1} \cdot |\tilde{y}_{m+2}|^{2\nu_{m+2}-1} \cdot |\tilde{y}_{m+3}|^{2\nu_{m+3}-1} dy$$

bərabərliyi ödənilir, burada

$$\tilde{\theta} = \left(\frac{x' - y'}{|\tilde{x} - y|}, \frac{\sqrt{(x_{m+1} - y_{m+1})^2 + \tilde{y}_{m+1}^2}}{|\tilde{x} - y|}, \frac{\sqrt{(x_{m+2} - y_{m+2})^2 + \tilde{y}_{m+2}^2}}{\sqrt{(x_{m+3} - y_{m+3})^2 + \tilde{y}_{m+3}^2}} \right),$$

$$\tilde{x} = (x', x_{m+1}, x_{m+2}, x_{m+3}, 0, 0, 0),$$



$$y = (y', y_{m+1}, y_{m+2}, y_{m+3}, \tilde{y}_{m+1}, \tilde{y}_{m+2}, \tilde{y}_{m+3}),$$
$$dy = dy_1 \cdot \dots \cdot dy_{m+3} \cdot d\tilde{y}_{m+1} \cdot d\tilde{y}_{m+2} \cdot d\tilde{y}_{m+3}.$$

Ədəbiyyat

1. Abdullayev S.K., Agarzayev B.K., Holder weight estimates of singular integrals generated by generalized shift operator. Transaction of NAS of Azerbaijan issue math and mech. Series of physical technical and mathematical science, Baku-2004, N-1, pp.18.
2. Abdullayev S.K., Akbarov A.A., Weighted holder estimates of singular integrals generated by a shift. Abstracts 6. International ISAAC Congress, 13-18 August 2007, middle east Technical university Ankara, Turkey, pp.77.

MƏRKƏZİ DAİRƏVİ BOŞLUĞU OLAN LÖHVƏNİN GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTİ

ALİ BAKİR OĞLU ƏLİYEV, TƏHMİNƏ MAHMUDAĞA OĞLU MAHMUDZADƏ,
KAMRAN İMRAN OĞLU NEMƏTOV

Bakı Dövlət Universiteti
alialiev.b@gmail.com, legkamran@mail.ru

Fərz edək ki, kvadrat lövhə mərkəzi dairəvi boşluğu boyu müntəzəm təzyiqə məruz qalmışdır. Kvadrat lövhədən ibarət olan ikirəbitəli S oblastının xarici konturunu L ilə, R radiuslu çevrədən ibarət daxili koturunu isə L_0 ilə işarə edək.

Bu konturların müsbət istiqamətini elə seçirik ki, konturun boyu hərəkət etdikdə, oblast solda qalsın.

Onda baxılan oblastda analitik olan $\varphi(z)$ və $\Psi(z)$ funksiyalarının sərhəddə ödədikləri şərt:

$$\varphi(t) + t\varphi'(t) + \Psi(t) = 0, \quad t \in L \quad (1)$$

$$\varphi(t) + t\varphi'(t) + \Psi(t) = -pt + c, \quad t \in L_0 \quad (2)$$

Burada t, L və ya L_0 konturun nöqtələrinin affiksi, c təyin olunacaq həqiqi sabit, p isə L_0 konturuna təsir edən təzyiqdir.

Oblastda holomorf $\varphi(z)$ funksiyasını aşağıdakı sıra şəklində axtaraq^[1,2]:

$$\varphi(z) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(\frac{R}{z}\right)^k + \sum_{k=1}^s b_k \left(\frac{z}{R}\right)^k \quad (3)$$

Burada birinci sıra L_0 konturundan xaricdə müntəzəm funksiyayı, ikinci sıra isə L konturundan daxilə müntəzəm funksiyayı ifadə edir. Məchul a_k və b_k əmsalları qabaqcadan həqiqi qəbul edilir. İkinci sıradakı s həddi isə qəbul edilən dəqiqliyə əsasən müəyyən edilir.

Sərhəd şərtinin ikincisindən, yəni (2) şərtindən $\Psi(t)$ -ni $\Psi(z)$ ilə ifadə etsək

$$\Psi(z) = -\varphi\left(\frac{R^2}{z}\right) - \frac{R^2}{z} \varphi'(z) - \frac{R^2}{z^2} + c \quad (4)$$

funksiyası S oblastında müntəzəm funksiyadır.

Funksiyanın axırıncı ifadəsini (1) şərtində yazsaq alarıq:

$$\varphi(t) + t\overline{\varphi'(t)} - \varphi\left(\frac{R^2}{z}\right) - \frac{R^2}{z} \overline{\varphi'(t)} - p \frac{R^2}{z^2} + c = 0 \quad (5)$$

Beləliklə, məsələnin həlli (5) şərtinə əsasən S oblastında müntəzəm olan $\varphi(z)$ funksiyasının tapılmasına gətirilir.

Ədəbiyyat

1. Амензаде Ю.А. Плоская задача теории упругости. Баку, 1975, 109с
2. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.; Наука, 1966, 707с



CIRLAŞAN ELLİPTİK TƏNLİKLƏRİN MÜSBƏT HƏLLƏRİNİN ARAŞDIRILMASI

MURĞUZALI İSLAM OĞLU ƏLİYEV

Bakı Dövlət Universiteti
aliyevm@list.ru

Tutaq ki, D oblastı sərhədi x oxunun AB parçası və $y > 0$ yarımüstəvisində yerləşən ucları A və B nöqtələrinə söykənən σ əyrisindən ibarətdir. Bu oblastda

$$yu_{yy} + u_{xx} + ku_y + f(x, y, u) = 0 \quad (1)$$

Tənliyinə baxaq. Burada $k < 1$ sabit, f isə öz argumentlərinə nəzərən verilmiş funksiyadır. (1) tənliyi D oblastında elliptik olmaqla, oblastın sərhədinin AB hissəsində parabolik cırılşır.

D oblastı normal olaraq oblast adlanan oblastı götürəcəyik. Bu oblastda σ əyrisi tənkiyi $x^2 + 4y = a^2$ şəklində olan və ucları $A(-a, 0)$ və $B(a, 0)$ nöqtələrində yerləşən əyridir.

Normal D oblastında (1) tənliyinin iki dəfə kəsilməz törəmələrə malik elə həllini tapmalı ki. Bu həll qapalı $\bar{D}$ oblastında kəsilməz olsun və oblastın $\partial D = \sigma + [-a, a]$ sərhəddində verilmiş qiymətləri almış olsun.

Ümumiliyi pozmadan fərz edək ki, ∂D sərhədinə sıfır qiymətləri verilmişdir.

İsbat etmək olur ki, əgər f funksiyası $(x, y) \in D$ və istənilən u üçün

$$\frac{\partial f}{\partial u} \leq 0 \quad (2)$$

Şərtini ödəyirsə, onda (1) tənliyi üçün Dirixle məsələsinin birdən çox həlli ola bilməz.

Əvvəlcə

$$Tu \equiv yu_{yy} + u_{xx} + ku_y = F(x, y) \quad (3)$$

tənliyinə baxaq və bu tənliyin normal D oblastının $\partial \Omega = \sigma + AB$ sərhədində sıfır çevrilən həllini quraq. Lagranj mənadı Tu operatoru ilə qoşma operator

$$T^*v \equiv yv_{yy} + v_{xx} + (2 - k)u_y \quad (4)$$

operatorudur. Məlumdur ki, $[1]$ $k < 1$ olduqda

$$g(x, y; \xi, t) = jr_1^{-2\beta} F(\beta, \beta, 2\beta, 1 - \frac{r^2}{r_1^2}) \quad (5)$$

funksiyası (x, y) və (ξ, t) dəyişənlərinə nəzərən $T^*v = 0$ tənliyinin həllidir və $x = \xi, y = t > 0$ nöqtəsində loqarifmik məxsusiyyəti var, burada

$$\left. \begin{matrix} r_1^2 \\ r^2 \end{matrix} \right\} = (x - \xi)^2 + 4(\sqrt{y} \pm \sqrt{t})^2, \quad \beta = \frac{3}{2} - k,$$

F - hiperhəndəsi funksiya, j - isə hər hansı ədəddir. (3) və (4) bərabərliklərində istifadə edərək, göstərək ki,

$$T(y^{1-k}u) = y^{1-k}T^*u \quad (6)$$

münasibəti doğrudur.

$$\begin{aligned} T(y^{1-k}u) &= y(y^{1-k}u)_{yy} + y^{1-k}u_{xx} + k(y^{1-k}u)_y = \\ &= y[(1-k)y^{-k}u + y^{1-k}u_y]_y + y^{1-k}u_{xx} + \\ &+ k[(1-k)y^{-k}u + y^{1-k}u_y] = y[-k(1-k)y^{-k-1}u + \\ &+ (1-k)y^{-k}u_y + y^{1-k}u_{yy}] + y^{1-k}u_{xx} + k(1-k)y^{-k}u + \\ &+ ky^{1-k}u_y = y^{2-k}u_{yy} + 2(1-k)y^{1-k}u_y + y^{1-k}u_{xx} = \\ &= y^{1-k}[yu_{yy} + u_{xx} + (2-k)u_y] = y^{1-k}T^*u \end{aligned}$$

(6) bərabərsizliyindən alınır ki, (5) bərabərliyi ilə təyin olunmuş $g(x, y; \xi, t)$ funksiyası üçün $y^{1-k}g(x, y; \xi, t)$ funksiyası (x, y) dəyişənlərinə nəzərən $Tu = 0$ tənliyinin həllidir. Digər tərəfdən göstərmək olar ki, $w(x, y)$ funksiyası $T^*w = 0$ tənliyinin həllidirsə, onda

$$v(x, y) = \left(\frac{R}{a}\right)^{2k-3} w\left(\frac{a^2x}{R^2}, \frac{a^4y}{R^4}\right), \quad R^2 = x^2 + 4y$$

funksiyası da $T^*v = 0$ tənliyinin həllidir. Bu isə o deməkdir ki,

$$y^{1-k}\left(\frac{\rho}{a}\right)^{2k-3} g\left(x, y; \frac{a^2\xi}{\rho^2}, \frac{a^4t}{\rho^4}\right), \quad \rho^2 = \xi^2 + 4t$$

Funksiyası da (ξ, t) dəyişənlərinə nəzərən $T^*v = 0$ tənliyi, (x, y) dəyişənlərinə nəzərən isə $Tu = 0$ tənliyini ödəyəcək.

İndi

$$G(x, y; \xi, t) = y^{1-k}g(x, y; \xi, t) - y^{1-k}\left(\frac{\rho}{a}\right)^{2k-3} g\left(x, y; \frac{a^2\xi}{\rho^2}, \frac{a^4t}{\rho^4}\right) \quad (7)$$

funksiyası düzəldək. Bu funksiya aşağıdakı xassələri ödəyir.

- 1) (x, y) dəyişənlərinə nəzərən $Tu = 0$ tənliyini, (ξ, t) dəyişənlərinə nəzərən $T^*v = 0$ tənliyini ödəyir.
- 2) $x = \xi, y = t > 0$ nöqtəsində loqarifmik məxsusiyyəti var;
- 3) $(x, y) \in \sigma$ və $y = 0$ üçün $G = 0$

Asanlıqla göstərmək olar ki, hissə-hissə hamar sərhədi olan D oblastı üçün

$$\begin{aligned} \iint_{D_1} (vTu - uT^*v) d\xi dt &= \int_{\Gamma_1} \left(v \frac{\partial u}{\partial \xi} - u \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) dt - \\ &- \int_{\Gamma_1} \left[t \left(v \frac{\partial u}{\partial t} - u \frac{\partial v}{\partial t} \right) + (k-1)uv \right] d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

Grin düsturu doğrudur. Normal oblastın ixtiyarı daxili nöqtəsinin kiçik ε ətrafını ayıraq:

$$d_\varepsilon : (x - \xi)^2 + 4\left(\sqrt{y - \sqrt{t}}\right)^2 \leq \varepsilon \text{ və } D - d_\varepsilon$$

Oblastına (8) düsturunu tətbiq edək.

Bu zaman u funksiyası olaraq (3) tənliyinin ∂D üzərində sıfıra bərabər olan həlli $v(\xi, t)$ olaraq, $G(x, y; \xi, t)$ götürək. Bu bərabərlikdə $\varepsilon \rightarrow 0$ şərtlə limitə keçsək

$$u(x, y) = - \int_D \int G(x, y; \xi, t) F(\xi, t) d\xi dt \quad (9)$$

alırıq.

Lemma. Əgər $F(x, y)$ funksiyası $\bar{D}$ oblastından kəsilməz, D oblastında kəsilməz törəmələrə malikdirsə, onda (9) bərabərliyinin təyin etdiyi $u(x, y)$ funksiyası (3) tənliyinin ∂D sərhədində sıfıra bərabər olan həllidir.

(9) bərabərliyi ilə təyin olunan funksiyanın (3) tənliyini ödəməsi və σ sərhədi üzərində sıfıra çevrilməsi potensiallar nəzəriyyəsində olan kimi göstərilir. Göstərək ki, (9) bərabərliyi ilə təyin olunan $u(x, y)$ funksiyası $y = 0$ olduqda sıfıra çevrilir. (9) bərabərliyində G əvəzinə (7) ifadəsini yazsaq integral iki integrala bölünür. Bu bərabərliyin ikinci integralı $y \rightarrow 0$ -da y^{1-k} kimi sıfıra yaxınlaşır. Birinci toplanana uyğun integrala baxaq.

$$J(x, y) = y^{1-k} \int_D \int g(x, y; \xi, t) F(\xi, t) d\xi dt.$$

(5) ifadəsini nəzərə alsaq,

$$|J| \leq j M y^{1-k} \int_D \left| r_1^{-2\beta} F(\beta, \beta, 2\beta, 1 - \frac{r^2}{r_1^2}) \right| d\xi dt$$

yaza bilərik, burada

$$M = \max_{\bar{D}} |F(x, y)|.$$

Kafi qədər kiçik y -lər üçün

$$|J| \leq O(1) y^{1-k} \int_D \int r_1^{-2k-3} d\xi dt$$

qiymətləndirməsi doğrudur. Buradan

$$|J_1| \leq a(1) y^{1-k} \int_0^{\frac{a^2}{4}} \left\{ \int_{-\sqrt{a^2-4t}}^{\sqrt{a^2-4t}} \left[(x - \xi)^2 + 4(\sqrt{y} + \sqrt{t})^2 \right] \frac{2k - \xi}{2d\xi} \right\} dt,$$

burada $\xi = x + 2(\sqrt{y} + \sqrt{t})\lambda$ əvəz etsək,

$$\begin{aligned}
 |J| &\leq O(1)y^{1-k} \int_0^{a^2/4} (\sqrt{y} + \sqrt{t})^{2k-2} \times \\
 &\times \left\{ \int_{\frac{-x+\sqrt{a^2-4t}}{2(\sqrt{y}+\sqrt{t})}}^{\frac{-x+\sqrt{a^2-4t}}{2(\sqrt{y}+\sqrt{t})}} (1+\lambda)^{\frac{2k-3}{2}} d\lambda \right\} dt \leq \\
 &\leq O(1)y^{1-k} \int_{-\infty}^{\infty} (1+\lambda^2)^{\frac{2k-3}{2}} d\lambda \int_0^{a^2/4} (\sqrt{y} + \sqrt{t})^{2k-2} dt \leq \\
 &\leq O(1)y^{1-k} \int_{\sqrt{y}}^{\frac{a}{2}+\sqrt{y}} z^{2(k-1)} (z - \sqrt{y}) dz
 \end{aligned}$$

alırıq. Bir sözlə

$$|u| \leq \begin{cases} O(1)(y^{1-k} + y) & k \neq 0 \\ O(1)(y \ln y + y) & k = 0 \end{cases}$$

Bununla, lemma isbar olunur.

Lemmanın kəməyilə (1) tənliyinin oblastın sərhədində sıfıra bərabər olan Dirixle məsələsinin həllini

$$u(x, y) = - \int_D G(x, y; \xi, t) f(\xi, t; u) d\xi dt \quad (10)$$

Şəklində yazı bilərik.

Teorem. Normal D oblastında $(x, y) \in D$ və ixtiyari u üçün $\frac{\partial f}{\partial u} \leq 0$ və $f(x, y, u) \leq 0$ şərtləri daxilində (1) tənliyi üçün Dirixle məsələsinin yeganə müsbət həlli var.



DƏYİŞƏN DƏRƏCƏLİ QEYRİ-XƏTTİLİYƏ MALİK HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR

ƏKBƏR BAYRAM OĞLU ƏLİYEV, GÜLŞƏN XALIQ QIZI ŞƏFİYEVƏ

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Azərbaycan Dövlət Neft Sənaye Universiteti,
Bakı Dövlət Universiteti
alievakbar@gmail.com, gulshan.shafiyeva@mail.ru

Diferensial tənliklər nəzəriyyəsində əsas problemlərdən biri qeyri-xətti hiperbolik tənliklərin və sistemlərin qlobal analizindən ibarətdir. Bu sahədə əsaslı sistematik araşdırmalar keçən əsrin 50-ci illərindən başlamış və hal hazırda intensiv olaraq davam etdirilməkdədir.

Son dövrlərdə elə materiallar aşkar edilmişdir ki, müəyyən şəraitdə (məsələn maqnit sahəsinin təsiri altında) onlar öz fiziki xassələrini ani olaraq (çox qısa zaman ərzində) sərt dəyişir. Belə materiallarda gedən fiziki proseslərin riyazi modeli dəyişən dərəcəli qeyri-xəttiliyə malik diferensial tənliklərə gətirilir. Həmin məsələlərin araşdırılması üçün ilk öncə uyğun funksional fəzaların tədqiq edilməsi ehtiyacı yaranmışdır. Bu sahədə çoxlu araşdırmalar aparılmış və alınmış əsas nəticələr müxtəlif monoqrafiyalarda dərc edilmişdir.

Dəyişən dərəcəli qeyri-xəttiliyə malik hiperbolik tənliklərin tədqiqi istiqamətində də tədqiqatlar aparılmış və müəyyən nəticələr əldə edilmişdir. Son dövrlərdə bu istiqamətdə aparılan tədqiqatların sayı artmışdır. Bu sahədə aparılan tədqiqatlarda əsas diqqət edilən məsələlər aşağıdakılardır :

- başlanğıc və sərhəd məsələsinin lokal həllərinin varlığı, yeganəliyi və həmin həllərin qlobal davam olunması haqda şərtlərin tapılması;
- qlobal həllərin varlığı və yeganəliyi ;
- sonlu zaman ərzində həllərdə katastrofun meydana çıxma şərtlərinin müəyyən edilməsi (qlobal həllərin yoxluğu haqda teoremlər);
- baxılan məsələnin yaratdığı dinamik sistemin qlobal keyfiyyət xarakterinin araşdırılması (atraktorlar);
- potensial çuxurların keyfiyyət xarakterinin araşdırılması.

Məruzədə bu sahədə aparılmış əsas tədqiqatlar və müəlliflərin iştirakı ilə son illərdə bu sahədə alınmış nəticələr haqda məlumat veriləcəkdir.



$V_2 \subset E_3$ SƏTHLƏRİ VƏ ONLARIN ŞƏBƏKƏSİ HAQQINDA

NƏCƏF YAQUB OĞLU ƏLİYEV, MƏNSİMƏ BÖYÜKAĞA QIZI MEHTİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
mansima.mehdiyeva@mail.ru

Fərz edək ki, E_3 üç ölçülü Evklid fəzasında iki ölçülü V_2 səthi verilmişdir və $V_2 \subset E_3$. Məlumdur ki, bu səth $R = \{O, i, j, k\}$ reperinə görə belə bir vektorial tənliklə verilə bilər:

$$\vec{r} = x(u, v)i + y(u, v)j + z(u, v)k$$

Deməli, E_3 -də səth

$$x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v)$$

İki həqiqi argumentdən asılı üç həqiqi funksiya vasitəsi ilə veriləcəkdir. (ümumi halda). Bu səthin hər hansı bir $x \in V_2$ nöqtəsinə $R = \{x, e_i\}$ ($i=1,2,3$) reperini götürək. Belə ki, $\vec{e}_1, \vec{e}_2 \in T_2(x)$, $\vec{e}_3$ vektorunu isə $\vec{n} \perp T_2(x)$ vektoru boyunca yönəldək.

Bu halda bu reperin törəmə düsturları aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$dx = \omega^i e_i \quad (i=1,2)$$

$$d\vec{e}_i = \omega_i^j \vec{e}_j \quad (i,j=1,2)$$

$$d\vec{e}_3 = \omega_3^i \vec{e}_i + \omega_3^3 \vec{e}_3$$

Məlumdur ki, bu səthin tənliyi

$$\omega^3 = 0.$$

Bu tənliyi xarici diferensiallasaq, onda aşağıdakı şəkildə yazı bilərik:

$$D\omega^3 = \omega_j^3 \wedge \omega^j = 0$$

Məlumdur ki, səthin metrik forması aşağıdakı kimi yazılacaq:

$$ds^2 = \gamma_{ij} du^i du^j$$

(i və j -ə görə 1-dən 2-ə kimi cəmləmə aparılır)

Belə ki, $\gamma_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j$. Bu səth üzərində ω^1 və ω^2 xətti formaları vasitəsi ilə koordinat şəbəkəsi təyin edək:

$$\omega^1 \text{ xətti üçün } (\omega^2 = 0), \omega^2 \text{ xətti üçün } (\omega^1 = 0).$$

Bu koordinat şəbəkəsini Σ_2 ilə işarə edək. Onda aydındır ki, $\Sigma_2 \subset V_2$. Bu şəbəkənin ω^1 xəttinin toxunanının yönəldici vektoru $\vec{e}_1$, ω^2 xəttinin toxunanının yönəldici vektoru $\vec{e}_2$ olacaqdır. Səthin koordinat şəbəkəsinin ortoqonallığı bu halda belə ifadə olunacaqdır:

$$\gamma_{12} = 0$$

Səthin ikinci kvadratik forması bu halda belə yazılır:

$$b_{ij} du^i du^j$$

Səthin koordinat şəbəkəsinin qoşma şəbəkə olması üçün zəruri və kafii şərt $b_{12} = 0$ olmasıdır. Səthin asimptotik xətti boyunca

$$b_{ij} du^i du^j = 0.$$



Bu tənlik səthin asimptotik xəttinin diferensial tənliyidir. Səthin ω^1 xətti boyunca bu tənlik belə bir şəkəldə düşür:

$$b_{11}(du^1)^2 = 0.$$

Burada $du^1 \neq 0$. Buradan alarıq ki, $b_{11}=0$.

Beləliklə, biz belə bir nəticəyə gəlirik.

Nəticə. Səthin ω^1 xəttinin asimptotik xətt olması üçün zəruri və kafi şərt $b_{11}=0$ olmasıdır. Burada b_{11} səthin ikinci kvadratik formasının birinci əmsəlidir. Eyni qayda ilə göstərmək olar ki, ω^2 koordinat xəttinin asimptotik olması üçün zəruri və kafi şərt $b_{22}=0$ olmasıdır.

Buradan aşağıdakı teoremi yaza bilərik:

Teorem. Əgər səthin ω^1 və ω^2 koordinat xətləri asimptotikdirsə, onda bu səthin koordinat şəbəkəsi qoşma ola bilməz.

Ədəbiyyat

1. Н.Я.Алиев. «Об отображении поверхностей коразмерности два евклидовых пространств» ст.3-5 Геометрия погруженных многообразий. Москва -1981



DİSKRET ORLIÇ FƏZALARINDA DİSKRET HİLBERT ÇEVİRMƏSİNİN XASSƏLƏRİ

RƏŞİD ƏVƏZƏĞA OĞLU ƏLİYEV, FİRUZƏ VAHİD QIZI HƏŞİMOVA

Bakı Dövlət Universiteti
aliyevrashid@mail.ru , firuzehesimova1@gmail.com

l_p , $p \geq 1$ ilə sonlu $\|b\|_{l_p} = \left(\sum_{n \in \mathbb{Z}} |b_n|^p \right)^{\frac{1}{p}}$ normasına malik $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlar fəzasını işarə edək, burada $\mathbb{Z}$ -tam ədədlər çoxluğu. $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}} \in l_p$, $p \geq 1$ ardıcılığı verildikdə

$$\tilde{b}_n = \sum_{m \neq n} \frac{b_m}{n-m}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

bərabərliyi ilə təyin olunan $\tilde{b} = \{\tilde{b}_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığına $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılığının diskret Hilbert çevirməsi deyilir. M.Riesz tərəfindən (bax:[1]) isbat olunub ki, $p > 1$ halında $b \in l_p$ münasibətindən $\tilde{b} \in l_p$ münasibətinin ödənilməsi alınır və yalnız $p > 1$ ədədindən asılı elə $c_p > 0$ ədədi var ki, ixtiyari $b \in l_p$ üçün $\|\tilde{b}\|_{l_p} \leq c_p \cdot \|b\|_{l_p}$ bərabərsizliyi ödənilir. $p=1$ halında isə $b \in l_1$ münasibətindən $\tilde{b}$ diskret Hilbert çevirməsinin $\bigcap_{p>1} l_p$ sinfinə düşməsi alınır,

lakin ümumiyyətlə götürsək $\tilde{b} \in l_1$ münasibəti ödənilmir. R.Hunt, B. Muckenhoupt və R. Wheeden tərəfindən göstərilib ki, bu halda b ardıcılığının $\tilde{b}$ diskret Hilbert çevirməsinin $\tilde{b}(\lambda) = \sum_{\{n \in \mathbb{Z}: |\tilde{b}_n| > \lambda\}} 1$ paylanma funksiyası üçün $|\tilde{b}(\lambda)| \leq \frac{c_0}{\lambda} \cdot \|b\|_{l_1}$ şəklində zəif bərabərsizlik ödənilir, burada c_0 mütləq sabitdir (bax:[3]).

Biz diskret Hilbert çevirməsinin diskret Orliç fəzalarında məhdudluq məsələlərini araşdırmışıq.

Tərif 1: Əgər qabarıq soldan kəsilməz $\phi: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ funksiyası

$$\lim_{r \rightarrow 0+} \phi(r) = \phi(0) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow +\infty} \phi(r) = +\infty$$

şərtlərini ödəyirsə, onda ϕ funksiyasına Yunq funksiyası deyilir.

Tərif 2: Fərz edək ki, ϕ – Yunq funksiyasıdır. Əgər elə $k > 0$ varsa ki, ixtiyari $r > 0$ üçün,

$$\phi(r) \leq k \cdot \phi(r), \quad \phi(r) \leq \frac{1}{2k} \phi(kr)$$

ödənilir, onda deyəcəyik ki, ϕ funksiyası $\Delta_2(\nabla_2)$ şərtini ödəyir və bunu $\phi \in \Delta_2$ ($\phi \in \nabla_2$) kimi işarə edəcəyik.

Tərif 3: Fərz edək ki, ϕ - Yunq funksiyasıdır. Müəyyən $k>0$ ədədi üçün $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \phi(k \cdot |b_n|) < +\infty$ şərtini ödəyən $b = \{b_n\}_{n \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlar çoxluğuna diskret Orliç fəzası deyilir və l_ϕ kimi işarə olunur. l_ϕ fəzası $\|b\|_{l_\phi} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \sum_{n \in \mathbb{Z}} \phi\left(\frac{|b_n|}{\lambda}\right) \leq 1 \right\}$ norması ilə birlikdə Banax fəzası təşkil edir.

Teorem: Fərz edək ki, ϕ - Yunq funksiyası Δ_2 və ∇_2 şərtlərini ödəyir. Onda diskret Hilbert çevirməsi l_ϕ fəzasında məhdud operatorudur, yəni elə $c_\phi > 0$ ədədi var ki, $\|\tilde{b}\|_{l_\phi} \leq c_\phi \cdot \|b\|_{l_\phi}$ bərabərsizliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Riesz M. sur les fonctions conjuguées. Math. Z. 27 (1928), p.218-244.
2. Hunt R., Muckenhoupt B., Wheeden, R. Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform, Trans.Amer.Math.Sos.176:2(1973), p.227-251.

KÖMƏKÇİ ÇEVRE DAXİLETMƏ METODU İLƏ HƏNDƏSƏ MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ

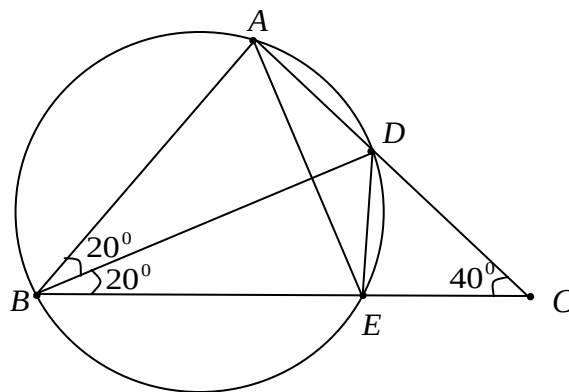
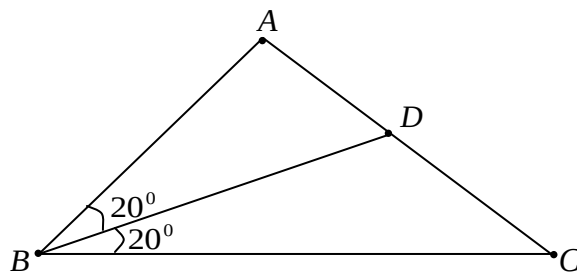
SƏMƏD CAHANGİR OĞLU ƏLİYEV, GÜLNAR NİZAMƏDDİN QIZI İSGƏNDƏROVA,
NİGAR HƏMİD QIZI NƏCƏFZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti
samed59@bk.ru

Həndəsə məsələlərinin həlli prosesində şagirdlər müəyyən çətinliklərlə qarşılaşırlar. Çətinliklər onunla izah olunur ki, əvvəla, trivial olmayan məsələlərin ümumi həll algoritmi yoxdur, belə ki, hər bir belə məsələ özünə fərdi və yaradıcı yanaşma tələb edir. Eyni zamanda bu fəaliyyət həm də maraq kəsb edir, çünki demək olar ki, hər bir həndəsə məsələsini müxtəlif üsullarla həll etmək olar.

İş əlavə qurmalarından köməkçi çevrə daxiletmə metodunun öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. İstənilən həndəsə məsələsinin həlli fiqurlar və onların xassələri arasında verilənlərlə axtarılanlar arasındakı asılılığın müəyyən edilməsindən ibarətdir. Əlavə qurmalar məsələyə yeni fiqurların öz xassələri ilə daxil olmasına səbəb olur ki, bu da məsələnin həlli prosesində istifadə olunan teoremlərin sayının artırılmasına gətirir. Əlavə qurmaların motivə edilməsi zəruridir, bu və ya digər qurmaların məsələnin həllini sürətləndirdiyini şagirdlərlə bərabər müzakirə etmək lazımdır. D.Poya əlavə qurmalar haqqında belə yazmışdır [1]: “Əgər çertyojda çox incə köməkçi xətt şagirdlər motivə edilmədən, birdən ortaya çıxırsa və məsələ gözlənilmədən həll olunursa, dərin düşünən şagird və ya oxucu məyus olaraq özlərini aldadılmış kimi hiss edirlər. Riyaziyyat o zaman maraqlıdır ki, o, mühakimə üçün bizim yaradıcılığımıza və bacarıqlarımıza qida versin”.

Həndəsə məsələlərinin maraqlı və orijinal həlli üsullarından biri əlavə qurmalarla aid olan köməkçi çevrə daxiletmə metodudur. Bu metodun cəlbedici tərəfləri mühakimələrin qısalığı, yığcamlığı və aydınlığından ibarətdir.



Bu metodun köməyi ilə hesablamaya, isbata, qurmaya, həndəsi yerlərin tapılmasına və s. aid həndəsə məsələləri həll oluna bilər. Əksər hallarda həll prosesində köməkçi çevrə daxiletmə metodu tətbiq edildiyi zaman dördbucaqlı xaricinə çevrə çəkilir. Dördbucaqlının xaricinə çevrə çəkmək üçün müəyyən kafi şərtlər ödənilməlidir. Tez-tez rast gəlinən əlamətləri sadalayaq [2].

Beləliklə, dörd müxtəlif A, B, C və D nöqtələri o zaman bir çevrə üzərində yerləşərlər ki,

1) A və D nöqtələri BC düz xəttinə nəzərən eyni yarımmüstəviyə aid olsunlar və $\angle BDC = \angle BAC$ olsun;

2) A və D nöqtələri BC düz xəttinə nəzərən müxtəlif yarımmüstəviyə aid olsunlar və $\angle BDC + \angle BAC = 180^\circ$ olsun;

3) A və D nöqtələri ortaq BC hipotenuzuna malik iki düzbucaqlı üçbucağın təpələri olsun (bu düzbucaqlı üçbucaqların xaricinə çəkilmiş ortaq çevrənin mərkəzi hipotenuzun orta nöqtəsidir). Əslində

bu hökm yuxarıdakı iki hökmün nəticəsidir. Ayrıca qeyd etməyimizin səbəbi, bu hökmdən tez-tez istifadə olunmasıdır;

4) $ABCD$ dördbucaqlısının diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi E isə ABE və DCE üçbucaqları oxşar olsunlar;

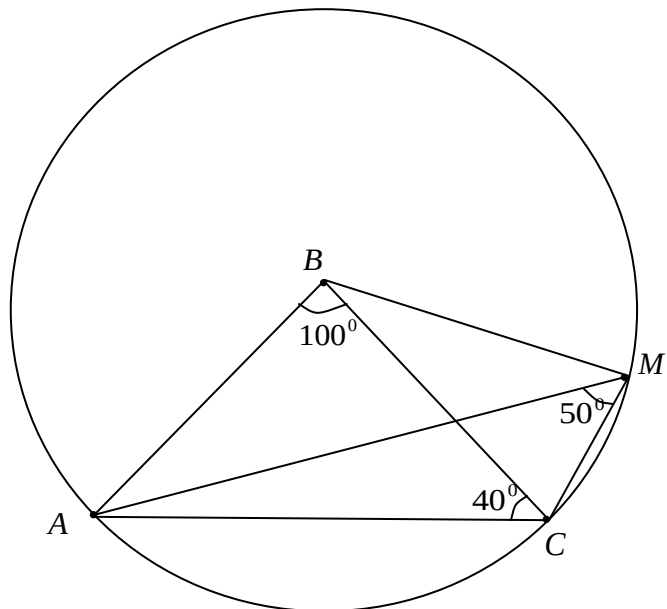
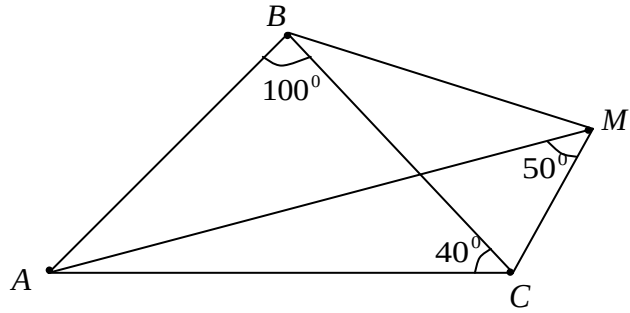
5) iki fərqli AC və BD düz xətt parçaları E nöqtəsində kəsişirlərsə, onda $AE \cdot EC = BE \cdot ED$ olsun;

6) $ABCD$ dördbucaqlısının diaqonalları hasili onun qarşı tərəflərinin hasilləri cəminə bərabər olsun:

$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD.$$

Bəzi şərtlər daxilində verilmiş dörd nöqtədən birinə qalan üç nöqtədən keçən çevrənin mərkəzi kimi baxmaq olar. Məsələn, əgər C və D nöqtələri AB düz xəttinə nəzərən eyni yarımmüstəvidə yerləşirlərsə və $\angle ADB = 2\angle ACB$ münasibəti ödənilirsə, həmçinin, D nöqtəsi A və B nöqtələrindən eyni məsafədə isə, onda A, B, C nöqtələri D mərkəzli çevrə üzərində yerləşirlər.

Yuxarıdakı deyilənlərdən istifadə edərək, aşağıdakı məsələləri köməkçi çevrə daxiletmə metodu ilə





həll edək.

ABC bərabəryanlı üçbucağında $\angle ABC = \angle ACB = 40^\circ$ və BD parçası üçbucağın B bucağının tənbölənidir. İsbat edək ki,

$$BD + DA = BC \quad (1)$$

münasibəti ödənilir.

BDC üçbucağında $BC > BD$ olduğundan BC tərəfi üzərində $BE = BD$ olacaq şəkildə parça ayıraq. $EC = DA$ olduğunu göstərsək, onda (1) münasibətini isbat etmiş olarıq.

BDE bərabəryanlı üçbucağından $\angle BDE = \angle BED = 80^\circ$ tapılar. Onda BED bucağı DEC üçbucağının xarici bucağı olduğundan $\angle EDC = \angle DCE = 40^\circ$ olar. Deməli, $EC = ED$ -dir.

$ABED$ dördbucaqlısında $\angle BAD + \angle BED = 180^\circ$ olduğundan bu dördbucaqlının xaricinə çevrə çəkmək olar.

Köməkçi çevrəni A, B, E, D nöqtələrindən keçirsək $\angle AED = \angle ABD = 20^\circ$ alarıq. ADE üçbucağından isə $\angle DAE = 20^\circ$ tapılar və buna görə $DA = ED = EC$ olar, yəni $EC = DA$ münasibəti ödənilir. Beləliklə, (1) münasibətinin doğruluğu isbat edildi.

İndi isə, köməkçi çevrə daxil etməklə aşağıdakı məsələni həll edək.

ABC üçbucağında $AB = BC$ və $\angle ACB = 40^\circ$ -dir. Üçbucağın xaricində olan və BAC bucağının daxili oblastında yerləşən M nöqtəsi götürülmüşdür ki, $\angle AMC = 50^\circ$, $\angle ABM = \angle ACM$ -dir. BCM bucağını tapaq.

ABC bərabəryanlı üçbucağından $\angle ABC = 100^\circ$ olar, onda $\angle ABC = 2\angle AMC$ və $AB = BC$ münasibətlərindən çıxır ki, B nöqtəsi AMC üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrənin mərkəzidir. Bu çevrəni çəkək.

$\angle BCM = \alpha$ işarə edək. BC və BM çevrənin radiusları olduqlarından BCM üçbucağı bərabəryanlıdır və $\angle BCM = \angle BMC$, $\angle CBM = 180^\circ - 2\alpha$ münasibətləri ödənilir. Nəhayət, məsələdəki $\angle ABM = \angle ACM$ şərtinə əsasən

$$40^\circ + \alpha = 100^\circ + (180^\circ - 2\alpha)$$

bərabərliyini yazsa bilərik ki, buradan da $\alpha = 80^\circ$ tapılar.

Ədəbiyyat

1. Пойа Д. Как решать задачу. М.: Учпедгиз, 1959, 207 с.
2. Куценко В.Е. Окружность помогает решать задачи // Математике в школе, 1990, №2, с.55-57.

RİYAZİ TEOREMLƏRİN İSBATINDA SAHƏLƏR METODU BİR VASİTƏ KİMİ

SƏMƏD CAHANGİR OĞLU ƏLİYEV, GÜLNARƏ MAHİR QIZI TAHİROVA,

LEYLA ABBASƏLİ QIZI MƏHƏRRƏMOVA

Bakı Dövlət Universiteti

samed59@bk.ru

Planimetriya və stereometriya məsələlərinin həlləri metodları ənənəvi olaraq həndəsi, cəbri və kombinasiya edilmiş metodlara bölünürlər. Həndəsi metodlara əlavə qurmalar, həndəsi çevirmələr, köməkçi fiqur daxiletmə, “həndəsi görmə”, sahələr və həcmlər metodları və s. aid edilir. Cəbri metodlara isə koordinatlar, vektorlar, mərhələli hesablama və tənliklər qurma metodları daxil edilir. Qeyd edək ki, stereometriya məsələlərinin həlli üçün xüsusi metodlar da vardır ki, bu metodların köməyi ilə stereometriya məsələsi planimetriya məsələsinə gətirilir. Bu metodlardan proyeksiyalama, həndəsi kəsiklər metodları seçilir. Çox zaman həndəsə məsələlərinin həllində bir neçə müxtəlif metoddan istifadə etmək lazım gəlir: nəyi isə həndəsi metodların köməyi ilə isbat etdikdən sonra müəyyən cəbri metodların köməyi ilə tənlik qurulur. Bu halda həndəsə məsələsinin həllinə kombinasiya edilmiş metod tətbiq olunmuşdur deyirlər.

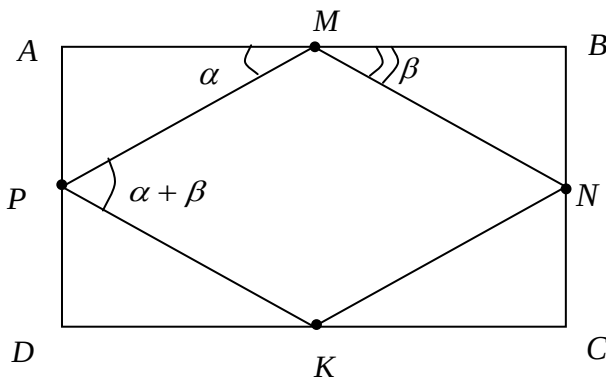
İş həndəsi metodlardan sahələr metodunun öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Sahələr metodu sahələr və onların xassələri əsasında verilənlərlə axtarılanlar arasındakı asılılığın müəyyən edilməsinə xidmət edir. Bu metodun tətbiqi zamanı sahələrin additivlik xassəsindən və sahələrin nisbətindən istifadə edilir ki, bunlar məsələləri həll etməyə kömək edir. Sahələr metodunun tətbiqinə həsr olunmuş [1,2] işlərini qeyd edək. Bu işlərdə sahə köməkçi element kimi daxil edildikdən sonra müxtəlif

tip məsələlər asanlıqla həll edilmişdir.

Sahələr və həcmlər metodunun didaktik əhəmiyyəti ondan ibarətdir ki, o öyrənmə obyektidir və eyni zamanda növbəti materialın öyrənilməsində bir vasitədir (məsələn, “oxşarlıq” mövzusunun öyrənilməsində). Sahələr metodunun tətbiqi fəndaxili əlaqələrin inkişafına imkan verir – triqonometriyanın bəzi teoremləri bu metodun köməyi ilə asanlıqla isbat

olunur.

Bu metodun köməyi ilə mühüm triqonometrik düsturu isbat edək.



$ABCD$ düzbucaqlısı daxilinə tərəfinin uzunluğu 1 olan $MNKP$ rombu çəkilibdir. $\angle AMP = \alpha$, $\angle BMN = \beta$ işarə etsək $\angle MPK = \alpha + \beta$ alarıq. Onda $MNKP$ rombunun sahəsi

$$S_{MNKP} = \sin(\alpha + \beta) \quad (1)$$

olar. Digər tərəfdən, rombun tərəfləri düzbucaqlını katetləri, uyğun olaraq, $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ və $\cos \beta$, $\sin \beta$ olan AMP və CKN , MBN və KDP bərabər üçbucaqlar cütələrinə bölür. Onda $AD = \sin \alpha + \sin \beta$, $AB = \cos \alpha + \cos \beta$ alarıq və bunları

$$S_{MNKP} = S_{ABCD} - 2 \cdot S_{AMP} - 2 \cdot S_{MBN}$$

bərabərliyində nəzərə alıb, bəzi çevirmələr aparsaq

$$S_{MNKP} = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

münasibətini alarıq. Bu münasibəti (1) ilə müqayisə etsək, məlum

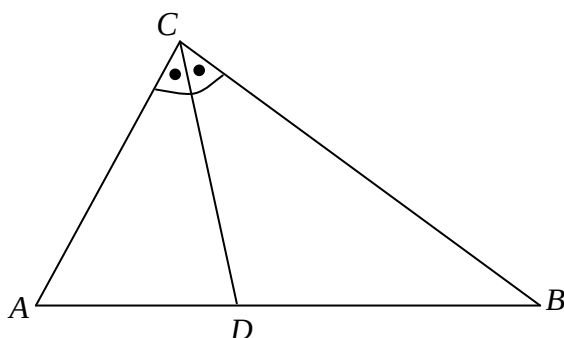
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

trigonometrik düsturunu alarıq.

İndi isə üçbucaqda tən bölən haqqında teoremi (üçbucağın tən böləni çəkildiyi tərəfi qalan iki tərəflə mütənasib parçalara bölür) sahələr metodu vasitəsi ilə isbat edək. Orta məktəb dərslər kitabında bu teorem mütənasib parçalar haqqında teoremin köməyi ilə isbat edilir (isbat prosesində əlavə qurmalar yerinə yetirilir). Sahələrin nisbətindən istifadə edərək bu teoremi heç bir əlavə qurma yerinə yetirmədən daha asan yolla isbat edək.

Tutaq ki, ABC ixtiyari üçbucaq, CD isə onun tən bölənidir. İsbat edək ki,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}. \quad (2)$$



AD oturacaqlı ACD üçbucağı və DB oturacaqlı BCD üçbucağı ortaq hündürlüyə malik olduqlarından

$$\frac{S_{ACD}}{S_{BCD}} = \frac{AD}{DB} \quad (3)$$

yaza bilərik. Digər tərəfdən

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot CD \cdot \sin \frac{C}{2},$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD \cdot \sin \frac{C}{2}$$

münasibətlərindən alarıq:

$$\frac{S_{ACD}}{S_{BCD}} = \frac{AC}{BC}. \quad (4)$$

(3) və (4)-dən isə (2) münasibətinin doğruluğu çıxır.

Ədəbiyyat

1. Новиков И.Д. Метод площадей // Журнал «Квант», 1971, №12, с.41-46.
2. Прасолов В.В. Используя площадь // Журнал «Квант», 1986, №5, с.16-19.



DİRİXLƏ MƏSƏLƏSİNİN -RADIAL-SİMMETRİK MÜSBƏT HƏLLİ HAQQINDA

MURĞUZƏLİ İSLAM OĞLU ƏLİYEV, ARZU İSLAM QIZI ƏMİRAGAYEVA

Bakı Dövlət Universiteti

aliyevm@list.ru, arzu.emiragayeva98@icloud.com

Tutaq ki, λ oblastı E_n evklid fəzasında məhdud oblastdır. Bu oblastın ixtiyari $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ nöqtəsi üçün $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$ işarə edək.

Bu məqalədə

$$\Delta u + f(r, u) = 0$$

şəklində qeyri-xətti elliptik tənliyi üçün qoyulmuş Dirixle məsələsinin radial-simmetrik müsbət həllərinin varlığı məsələsi ilə məşğul olacağıq.

Tutaq ki, λ oblastı E_n evklid fəzasında mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən r_1 və r_2 radiuslu sfera səthləri ilə əhatə olunmuş dairəvi oblastdır.

$$\lambda = \{0 < r_1 < r < r_2\}$$

Bu oblastda aşağıdakı kimi Dirixle məsələsinə baxaq.

$$\Delta u + f(r, u) = 0, \quad (1)$$

$$U|_{r=r_1} = U|_{r=r_2} = 0 \quad (2)$$

burada $f(r, u)$ funksiyası λ oblastında təyin olunmuş kəsilməz funksiyadır.

Fərz edəcəyik ki, $f(r, u)$ funksiyasının λ oblastında $\frac{\partial f}{\partial u}$ kəsilməz xüsusi törəməsi var və bu oblastda

$$\frac{\partial f(r, u)}{\partial u} \geq 0 \quad (3)$$

$$a(r)u^\rho \leq f(r, u) \leq b(r)u^\rho, \rho \geq 1 \quad (4)$$

şərtləri ödənilir, burada $a(r), b(r)$ funksiyaları λ oblastında mənfi olmayan və $a(r) \leq b(r), a(r) \neq 0$ şərtlərini ödəyən funksiyalardır.

Şərtə görə $f(r, 0) = 0$ şərti ödəyəndiyindən $u \equiv 0$ (1), (2) məsələsinin həllidir. Bununla belə (3), (4) şərtləri daxilində bu məsələnin yeganə müsbət radial-simmetrik həlli var. Məsələnin həllini

$$U = \varphi(r)$$

şəklində axtaraq. Onda (1), (2) məsələsinin həlli

$$\varphi'' + \frac{n-1}{r} \varphi' + f(r, \varphi) = 0 \quad (5)$$

$$\varphi(r_1) = \varphi(r_2) = 0 \quad (6)$$

məsələsinə gətirilir.

Əvvəlcə fərz edək ki, $n = 2$. Bu halda

$$t = \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (7_1)$$

əvəzləməsi vasitəsilə (5),(6) məsələsi

$$\psi'' + F_1(t, \psi) = 0, 0 < t < 1 \quad (8_1)$$

$$\psi(0) = \psi(1) = 0 \quad (9_1)$$

məsələsinə gətirilir, burada

$$\psi(t) = \varphi(r_1^{1-t} r_2^t),$$

$$F_1(t, \psi) = r_2^{2t} r_1^{2-2t} f(r_1^{1-t} r_2^t)$$

İndi $n > 2$ halına baxaq. Bu halda

$$t = \frac{r^{2-n} - r_1^{2-n}}{r_2^{2-n} - r_1^{2-n}} \quad (7_2)$$

əvəzləməsi aparaq. Bu zaman (1),(2) məsələsi

$$\phi'' + F_2(t, \phi) = 0, 0 < t < 1 \quad (8_2)$$

$$\phi(0) = \phi(1) = 0 \quad (9_2)$$

məsələsinə gətirilir, burada

$$\phi = \varphi(z), F_2(t, \phi) = \left(\frac{r_2^{2-n} - r_1^{2-n}}{n-2} \right)^2 z^{2(n-1)} f(z, \phi)$$

$$z = [r_1^{2-n} + t(r_2^{2-n} - r_1^{2-n})]^{\frac{1}{2-n}}$$

Beləliklə, $n > 2$ əvəzləməsi (5), (6) məsələsinə (8₂), (9₂) məsələsinə gətirir.

Göstərmək olar ki, (8₁), (8₂) tənliklərindəki $F_1(t, \psi)$, $F_2(t, \phi)$ funksiyaları uyğun (3) və (4) şərtlərini ödəyəcək.

Bu deyilənləri nəzərə alsaq, (1),(2) məsələsinin ψ bir müsbət həllinin varlığını və yeganəliyini hökm edə bilərik. [1,2,3].

Ədəbiyyat

1. Абдурагимов Э.И. Единственность положительного решения одной нелинейной двухточечной краевой задачи и численный метод его нахождения. Изв.Вузов.Математика, 1998, №11, стр 3-7.
2. Абдурагимов Э.И. Положительно радиально симметрическое решение задачи Дирихле в кольцевой области для одного нелинейного эллиптического дифференциального уравнения второго порядка. Дагестанский Мат. Сборник, Т11, 2006, стр 7-9.
3. Похожаев С.И. Об одной подходе к нелинейным уравнениям, ДАН СССР, 1997, Т.247, №6, с 1327-1331.

HİLBERT FƏZASINDA VOLTERRA İNTEQRO-DİFERENSİAL TƏNLİYİ İLƏ BAĞLI OPERATOR-FUNKSİYANIN SPEKTRAL XASSƏLƏRİ

TOFIQ BABULLA OĞLU ƏSƏDOV, FƏRİDƏ NAİB QIZI CABBARLI

Bakı Dövlət Universiteti
tofig-as@mail.ru, feride.cabbarli@gmail.com

Bir çox tətbiqi məsələlər operator əmsallı inteqro-diferensial tənliklərin öyrənilməsinə zəruri edir. Hal-hazırda inteqro-diferensial tənliklərin Banax fəzalarında, o cümlədən Hilbert fəzalarında həllinə həsr olunmuş çoxlu elmi işlər mövcuddur. Qeyd etmək lazımdır ki, operator əmsallı inteqro-diferensial tənliklərin spektral məsələlərin tədqiqi ilə bağlı öyrənilməsi həm elmi, həm də nəzəri-praktiki əhəmiyyətə malikdir.

Bəzi birinci və ikinci tərtib Volterra tipli operator əmsallı inteqro-diferensial tənliklərlə bağlı spektral məsələləri tədqiqi zamanı operator dəstələri spektral nəzəriyyəsi istifadə olunur ki, bu da öz növbəsində Hilbert fəzasında təsir edən operator üçün məxsusi qiymətlərə dair klassik məsələdən spektral parametmə nəzərən çoxhədli olan operator-funksiya üçün spektral məsələyə keçməyə imkan verir. Baxılan operatorların spektral xassələrini öyrənmək üçün operatorlar nəzəriyyəsinin və operator-funksiyaların spektral metodları, kompleks analizin, eləcə də diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin metodları istifadə edilmişdir.

Aşağıdakı kimi bir tərtibli inteqro-diferensial tənliklə bağlı spektral məsələnin H Hilbert fəzasında tədqiqinə baxaq.

$$A \frac{du}{dt} + Fu + \sum_{k=1}^m \int_0^t e^{-\gamma_k(t-s)} C_k u(s) ds = f(t), \quad u(0) = u^0, \quad (1)$$

Burada A öz-özünə qoşma müsbət operatorudur, $u(t)$ funksiyası qiymətləri $D(A^{-1/2}) \subset H$ Hilbert fəzasından olan axtarılan funksiyalardır, γ_k – lar müsbət sabitlərdir, $0 < \gamma_1 < \dots < \gamma_m < \infty$, $f(t)$ qiymətləri $D(A^{-1/2}) \subset H$ Hilbert fəzasından olan verilmiş funksiyalardır, F və C_k operatorları təyin oblastları $D(C_k)$, $k = \overline{1, m}$, $D(C_k) = D(F)$ olan öz-özünə qoşma qeyri-məhdud müsbət operatorlardır.

Teorem. Əgər $C_k = \alpha_k F$, $\alpha_k > 0$, $k = \overline{1, m}$ olarsa, (1) tənliyi ilə bağlı olan $L(\lambda)$ operator-funksiyası aşağıdakı kimi olar.

$$L(\lambda) := I - \lambda A^{1/2} F^{-1} A^{1/2} + \sum_{k=1}^m (\gamma_k - \lambda)^{-1} \alpha_k I$$

Onda $L(\lambda)$ operator dəstəsinin bütün məxsusi qiymətlərini aşağıdakı xarakteristik tənlikdən tapmaq olar.



$$\varphi(\lambda) := \sum_{k=1}^m \frac{\alpha_k}{\gamma_k - \lambda} + 1 = \lambda \cdot \lambda_n(A^{1/2}F^{-1}A^{1/2}), \quad n = 1, 2, \dots$$

Burada $\{\lambda_n(A^{1/2}F^{-1}A^{1/2})\}_{n=1}^\infty$ ədədləri $A^{1/2}F^{-1}A^{1/2}$ müsbət operatorunun məxsusi qiymətləridir. Bu halda $L(\lambda)$ operator-funksiyasının spektri $+\infty$ və m sonlu sayda $\varphi(\beta_k)$, $k = \overline{1, m}$, $0 < \gamma_1 < \beta_1 < \dots < \gamma_m < \beta_m < \infty$ nöqtələrini çıxmaqla, diskretdir.

Ədəbiyyat

1. Бирман М.Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. 2-ое изд. Санк-Петербург. Лань, 2010, 464 с.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. М., Наука, 1982, 304 с.

BİR QEYRİ-XƏTTİ MƏSƏLƏNİN BİRTƏRƏFLİ ASİMPTOTİK QLOBAL BİFURKASIYASI HAQQINDA

YAQUT NƏCƏF QIZI ƏLİYEVƏ

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
yaqutaliyeva12@gmail.com

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$(p(x)y'')'' - (q(x)y')' = \lambda r(x)y + f(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

$$y'(0) \cos \alpha - y''(0) \sin \alpha = 0, \quad (2a)$$

$$y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta = 0, \quad (2b)$$

$$y'(l) \cos \gamma + y''(l) \sin \gamma = 0, \quad (2c)$$

$$(a\lambda + b)y(l) - (c\lambda + d)Ty(l) = 0, \quad (2d)$$

burada $\lambda \in R$ – parametr, $Ty \equiv y''' - qy'$, $p \in C^2([0, l]; (0, +\infty))$, $q \in C^1([0, l]; [0, +\infty))$, $r \in C([0, l]; (0, +\infty))$, $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c, d$ – həqiqi sabitlərdir, belə ki, $\alpha, \beta, \gamma \in [0, \pi/2]$ və $\sigma = bc - ad > 0$. Bundan başqa, $f \in C([0, l] \times R^5; R)$ və aşağıdakı şərti ödəyir: elə müsbət M və χ sabitləri var ki,

$$\left| \frac{f(x, y, s, \vartheta, w, \lambda)}{y} \right| \leq M, \quad x \in [0, l], (y, s, \vartheta, w) \in R^4, \quad (3)$$

$$|y| + |s| + |\vartheta| + |w| \geq \chi, \quad \lambda \in R.$$

Məlumdur ki, $f \equiv 0$ olduqda (1)-(2) məsələsindən $f \equiv 0$ olduqda alınan xətti məsələnin məxsusi ədədləri həqiqi və sadədir və sonsuz artan $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ ardıcılığını əmələ gətirirlər, belə ki, $k \geq 3$ olduqda $\lambda_k > 0$ olur [1].

Qeyd. Sərhəd şərtlərinin əmsallarını elə seçək ki, ixtiyari $k \in N$ üçün $\lambda_k > 0$ olsun.

(1), (2) məsələsinin həllərinin sıfırdan global bifurkasiyası [2] işində araşdırılmış, həllər çoxluğunun bifurkasiya parçalarından budaqlanan əlaqəli komponentlərinin strukturu və özlərini necə aparmaları tədqiq olunmuşdur. Hazırki işdə (3) şərti ödənildikdə (1), (2) məsələsinin həlləri çoxluğunun sonsuzluqda bifurkasiya parçalarından budaqlanan alt çoxluqlarının strukturu və özlərinin necə aparmaları tədqiq olunur.

(2) sərhəd şərtlərini ödəyən funksiyalar sinifini $B.C.$ kimi işarə edək. Tutaq ki, $E = C^3[0, l] \cap B.C.$ – Banax fəzasında norma $\|u\|_3 = \sum_{k=0}^3 \|y^{(k)}\|_{\infty}$, $\|y\|_{\infty} = \max_{x \in [0, l]} |y(x)|$, kimi verilmişdir. Qeyd edək ki, [2] işində E -də yerləşən və (1), (2) məsələsindən $f \equiv 0$ olduqda alınan xətti məsələnin məxsusi funksiyalarının və onların törəmələrinin osilyasiya xassələrinə malik S_k^{ν} , $k \in N$, $\nu \in \{+, -\}$, sinifləri qurulmuşdur.

Lemma 1. (1)-(2) məsələsinin $R \times S_k^\nu$, $k \in \mathbb{N}$, $\nu \in \{+, -\}$, çoxluqları üzrə asimptotik bifurkasiya nöqtələri çoxluğu boş deyil.

Lemma 2. Əgər (λ, ∞) nöqtəsi (1)-(2) məsələsinin asimptotik bifurkasiya nöqtəsidirsə, onda $\lambda \in I_k$, burada

$$I_k = [\lambda_k - M/r_0, \lambda_k + M/r_0], r_0 = \min_{x \in [0,1]} r(x).$$

Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν ilə (1), (2) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun $I_k \times \{\infty\}$ -dakı bifurkasiya nöqtələrindən budaqlanan bütün əlaqəli komponentlərinin birləşməsini işarə edək.

İşin əsas nəticələri aşağıdakılardan ibarətdir.

Teorem 1. Hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν çoxluğu boş deyil və $I_k \times \{\infty\}$ -un $R \times E$ -də elə Q_k^ν ətrafı var ki, D_k^ν üçün aşağıdakı hökmlər doğrudur:

(i) $D_k^\nu \cap Q_k^\nu \subset R \times S_k^\nu$;

(ii) ya elə $(k', \nu') \neq (k, \nu)$ var ki, D_k^ν çoxluğu $I_{k'} \times \{\infty\}$ parçasını $R \times S_{k'}^{\nu'}$ çoxluğu üzrə kəsir, ya elə $(\lambda, 0)$ nöqtəsi var ki, D_k^ν çoxluğu $R \times \{0\}$ çoxluğunu $(\lambda, 0)$ nöqtəsində kəsir, ya da D_k^ν çoxluğunun $R \times \{0\}$ çoxluğuna proyeksiyası qeyri-məhduddur.

Teorem 2. Tutaq ki, (3) şərti ixtiyari $(y, s, \vartheta, w) \in R^4$ üçün ödənilir. Onda hər bir $k \in \mathbb{N}$ və hər bir $\nu \in \{+, -\}$ üçün D_k^ν çoxluğu $I_k \times S_k^\nu$ zolağında yerləşir və bu çoxluq üçün teorem 1-in (ii) hökmünü 3-cü alternativini doğrudur.

Ədəbiyyat

1. N.B. Kerimov, Z.S. Aliyev. On the basis property of the system of eigenfunctions of a spectral problem with spectral parameter in the boundary condition \\\ Diff. Equat. 2007. vol. 43, no. 7, p. 905-915.
2. Z.S. Aliyev, X.A. Asadov. Global bifurcation from zero in some fourth-order nonlinear eigenvalue problems \\\ Bull. Malays. Math. Sci. Soc. 2021. vol. 44, no. 2, p. 981–992.

P DƏRƏCƏDƏN İNTEQRALLANAN FUNKSIYALAR FƏZASINDA HİLBERT ÇEVİRMƏSİNİN APPROKSİMASİYALARI

LALƏ Ş. ƏLİZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti, Odlar Yurdu Universiteti
lala.alizada@bsu.edu.az

$L_p(R)$, $1 \leq p < \infty$ ilə R həqiqi ədədlər çoxluğunda ölçülən və sonlu $\|u\|_{L_p(R)} = \left(\int_R |u(\tau)|^p d\tau \right)^{1/p}$ normasına malik funksiyalar fəzasını işarə edək.
 $u \in L_p(R)$, $1 \leq p < \infty$ funksiyasının Hilbert çevirməsi

$$(Hu)(t) = \frac{1}{\pi} \int_R \frac{u(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad t \in R$$

funksiyasına deyilir, burada integral Koşinin baş qiymət mənasında başa düşülür.

Məlumdur ki (bax:[1]), $u \in L_p(R)$ funksiyasının Hilbert çevirməsi sanki hər bir $t \in R$ nöqtəsində sonludur. $1 < p < \infty$ halında Hilbert çevirməsi $L_p(R)$ fəzasında məhdud təsir göstərir və $H^2 = -I$ operator bərabərliyi ödənilir. $p = 1$ halında isə Hilbert çevirməsi $L_1(R)$ fəzasından zəif $L_1(R)$ fəzasına məhdud təsir edir.

Məhdud çoxluqlar halında singulyar integral operatorların approksimasiyasına çox sayda məqalələr həsr olunsa da, qeyri-məhdud çoxluqlar üçün singulyar integral operatorların approksimasiyasına həsr olunmuş işlər yox dərəcəsinədir.

[2] məqaləsində $\{z \in C : |Imz| < \alpha\}$ zolağında analitik olan və müəyyən əlavə şərtləri ödəyən u funksiyasının Hilbert çevirməsi $\frac{1}{\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t + k\delta)}{-k}$ operatorları ilə approksimasiyası verilir və göstərilir ki, $\delta \rightarrow 0$ olduqda bu ardıcılıq $(Hu)(t)$ funksiyasına müntəzəm yığılır. Qeyd edək ki, biz bu operatorları

$$(H_\delta u)(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t + (k + 1/2)\delta)}{-k - 1/2}, \quad \delta > 0$$

şəklində göstərə bilərik.

[3] məqaləsində $L_2(R)$ fəzasında Hilbert çevirməsinin H_δ operatorları vasitəsilə approksimasiyası verilmişdir. Biz isə $L_p(R)$, $1 < p < \infty$ fəzasında Hilbert çevirməsinin H_δ operatorları ilə approksimasiyasını veririk.

Teorem 1 [3]. İxtiyari $\delta > 0$ üçün H_δ operatorları $L_p(R)$, $1 < p < \infty$ fəzasında məhdud təsir göstərilir və bu fəzada

$$H_\delta^2 = -I$$



operator bərabərliyini ödəyirlər.

Teorem 2. İxtiyari $\delta > 0$ üçün $\{H_{\delta/n}\}$ operatorlar ardıcılığı $L_p(R)$, $1 < p < \infty$ fəzasında H operatoruna güclü yığılır, yəni ixtiyari $u \in L_p(R)$ funksiyası üçün

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|H_{\delta/n} u - Hu\|_{L_p(R)} = 0$$

bərabərliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Гарнетт Дж. Ограниченные аналитические функции. М.: Мир. 1984. 469 с.
2. Kress V.R., Martensen E. Anwendung der rechteckregel auf die reelle Hilbert transformation mit unendlichem interval // Z. Angew. Math. Mech. 1970. Vol.50.p.61-64.
3. Алиев Р.А., Гаджиева Ч.А. Об аппроксимации преобразования Гильберта // Труды ИММ УрО РАН. 2019. т. 25, №2. с. 30-41.



KOTOXUNAN LAYLANMA FƏZASINDA PARAKOMPLEKS STRUKTURLARA DAİR

HABİL DÖVLƏT OĞLU FƏTTAYEV, AYARXANIM HƏSƏN QIZI MAHMUDOVA

Bakı Dövlət Universitet
h-fattayev@mail.ru, ayar.mahmudova@gmail.com

Sanki parakompleks çoxobrazlı dedikdə elə sanki hasil $(M, \varphi), \varphi^2 = I$ çoxobrazlısı başa düşülür ki, φ strukturunun $+1$ və -1 məxsusi qiymətlərinə uyğun gələn $T^+(M)$ və $T^-(M)$ məxsusi laylanmaları eyni ranga malik olsunlar [1]. Sanki parakompleks çoxobrazlının ölçüsü cüt ədəddir: $n = 2k$.

M hamar çoxobrazlısının $T^*(M) = \bigcup_{x \in M} T_x^*(M)$ kotoxunan laylanmasına baxılır,

burada $T_x^*(M) - x \in M$ nöqtəsindəki kotoxunan fəzadır. Nəzərdə tutulur ki, M hamar çoxobrazlısı üzərində $\nabla = \{\Gamma_{ij}^k\}$ afin rabitəsi verilmişdir. $T^*(M)$ kotoxunan laylanmasında ∇ afin rabitəsinə adaptə olunmuş $\{\tilde{e}_{(\alpha)}\} = \{\tilde{e}_{(i)}, \tilde{e}_{(\bar{i})}\} = \{^H(\frac{\partial}{\partial x^i}), ^V(dx^i)\}$ reperi təyin edilir, burada $^H(\frac{\partial}{\partial x^i}) - T^*(M)$ kotoxunan laylanmasına $\frac{\partial}{\partial x^i}$ təbii bazis vektor meydanının horizontal, $^V(dx^i)$ isə dx^i təbii kovektor meydanının şaquli liftidir.[2]

Aşağıdakı şəkildə $T^*(M)$ kotoxunan laylanma fəzasında $(1,1)$ tipli F tenzor meydanı təyin edilir:

$$\begin{aligned} F(\tilde{e}_{(i)}) &= \tilde{e}_{(\bar{i})}, \\ F(\tilde{e}_{(\bar{i})}) &= \tilde{e}_{(i)}. \end{aligned} \quad (1)$$

(1) bərabərliklərindən görmək olur ki,

$$\begin{aligned} F^2(\tilde{e}_{(i)}) &= F(F(\tilde{e}_{(i)})) = F(\tilde{e}_{(\bar{i})}) = \tilde{e}_{(i)}, \\ F^2(\tilde{e}_{(\bar{i})}) &= F(F(\tilde{e}_{(\bar{i})})) = F(\tilde{e}_{(i)}) = \tilde{e}_{(\bar{i})}. \end{aligned}$$

Buradan aydın olur ki, hər iki halda F tenzor meydanı

$$F^2 = \tilde{I}$$

münasibətini ödəyir, burada $\tilde{I} - T^*(M)$ kotoxunan laylanma fəzasında vahid afinordur.

(1) bərabərliklərinin köməyi ilə F tenzor meydanının $\{\tilde{e}_{(\alpha)}\}$ adaptə olunmuş reperinə nəzərən komponentləri təyin olunur:

$$\begin{aligned} F(\tilde{e}_{(i)}) &= F_i^j \tilde{e}_{(j)} + F_i^{\bar{j}} \tilde{e}_{(\bar{j})} = \tilde{e}_{(\bar{i})}, \\ F(\tilde{e}_{(\bar{i})}) &= F_{\bar{i}}^j \tilde{e}_{(j)} + F_{\bar{i}}^{\bar{j}} \tilde{e}_{(\bar{j})} = \tilde{e}_{(i)}. \end{aligned} \quad (2)$$

(2) bərabərlikləri göstərir ki, F tenzor (afinor) meydanının $\{\tilde{e}_{(\alpha)}\}$ adaptə olunmuş reperinə nəzərən

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \delta_i^j \\ \delta_{\bar{i}}^{\bar{j}} & 0 \end{pmatrix}$$

komponentlər matrisi vardır. Aparılan mühakimələrdən və $T^*(M)$ kotoxunan laylanma fəzasının ölçüsünün $2n$ -ə bərabər olması faktından aşağıdakı teoremin doğruluğu alınar.

Teorem: $T^*(M)$ kotoxunan laylanması üzərində (1) bərabərlikləri ilə təyin edilən (1,1) tipli F tenzor meydanı parakompleks strukturdur.

Ədəbiyyat

1. Cruceanu V., Fortuny P., Gadea P.M.: A survey on paracomplex geometry, Rocky Mountain J. Math. 26 (1995), 83-115.
2. Yano K., Ishihara S.: Tangent and cotangent bundles, Marcel Dekker .Inc., New York. 1973.

TOXUNAN LAYLANMA FƏZASINDA SANKİ KVATERNİON STRUKTURLARIN LİFTLƏRİ

HABİL DÖVLƏT OĞLU FƏTTAYEV, NİGAR ŞAHMURAD QIZI SÜLEYMANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
h-fattayev@mail.ru

Fərz edək ki, M -üzərində $\nabla = (I^k_{ij})$ afin rabitəsinin verildiyi n -ölçülü, C^∞ sinifindən olan hamar çoxobrazlıdır. M hamar çoxobrazlısı üzərində sanki kvaternion struktur dedikdə aşağıdakı şərtləri ödəyən $(1,1)$ tipli $\{F, G, H\}$ tenzorlar çoxluğu (üçlüyü) başa düşülür [1]:

$$F^2 = -I, G^2 = -I, H^2 = -I,$$

$$F = GH = -HG, G = FH = -HF, H = FG = -GF,$$

burada $I - T_x(M), x \in M$, toxunan fəzasının eynilik çevrilməsidir.

M hamar çoxobrazlısının $T(M) = \bigcup_{x \in M} T_x(M)$ toxunan laylanmasına baxılır. Məlumdur ki, M hamar çoxobrazlısının üzərində verilən $(1,1)$ tipli $\varphi = \varphi_j^i v_i \otimes dx^j$ tenzor meydanının (afinor meydanının) $T(M)$ toxunan laylanmasına ${}^c\varphi$ tam liftinin və ${}^H\varphi$ horizontal liftinin, uyğun olaraq,

$${}^c\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_j^i & 0 \\ y^m v_m \varphi_j^i & \varphi_j^i \end{pmatrix} \quad (1)$$

və

$${}^H\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_j^i & 0 \\ -y^m \Gamma_{ms}^i \varphi_j^s + y^m \Gamma_{mj}^s \varphi_s^i & \varphi_j^i \end{pmatrix} \quad (2)$$

komponentləri vardır [2], [3].

Teorem 1. $\forall A, B \in \mathcal{T}_1^1(M)$ tenzor meydanları üçün.

$${}^c(A \cdot B) = {}^cA \cdot {}^cB \quad (3)$$

bərabərliyi doğrudur, burada cA və ${}^cB - A$ və B tenzor meydanlarının $T(M)$ toxunan laylanmasına tam liftləridir.

(1) və (3) bərabərsizliklərindən və teorem 1-dən $\{F, G, H\}$ sanki kvaternion strukturu üçün aşağıdakılar alınır:

$$\begin{aligned} {}^cF^2 &= \widetilde{-I}, \quad {}^cG^2 = \widetilde{-I}, \quad {}^cH^2 = \widetilde{-I}, \\ {}^cF &= {}^cG \quad {}^cH = - {}^cH \quad {}^cG, \quad {}^cG = {}^cH \quad {}^cF = - {}^cF \quad {}^cH, \\ {}^cH &= {}^cF \quad {}^cG = - {}^cG \quad {}^cF, \end{aligned} \quad (4)$$

burada $\widetilde{I} = {}^cI - T(M)$ toxunan laylanması üzərində vahid afinordur. (4) bərabərlikləri aşağıdakı teoremin isbat olunduğunu göstərir.

Teorem 2. $\{F, G, H\}$ sanki kvaternion strukturunun $T(M)$ toxunan laylanmasına $\{ {}^cF, {}^cG, {}^cH \}$ tam lifti yeni sanki kvaternion struktur əmələ gətirir.



Analoji qayda ilə aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem 3. $\{F, G, H\}$ sanki kvaternion strukturunun $T(M)$ toxunan laylanmasına $\{ {}^H F, {}^H G, {}^H H \}$ horizontal lifti yeni sanki kvaternion struktur əmələ gətirir.

Ədəbiyyat

1. Yano, K., Ako, M.: Almost quaternion structures of second kind and almost tangent structures, Kodai Math. Seminar Report. 25(1), 1973, 63-94
2. Yano, K. Kobayaski, S.: Prolongations of tensor fields and connections to tangent bundles, I. General theory, Y. Math. Soc. Japan 18(2), 1966, 194-210
3. Yano, K., Ishihara, S.: Tangent and cotangent bundles, Marcel Dekker, Inc, New York, 1973.



SİĞORTA TARİFLƏRİNİN HESABLANMASI

RƏNA CAVADXAN QIZI HACIYEVA, ANAR SƏYAVUŞ OĞLU ƏRƏBLİ

Qərbi Kaspi Universiteti
rena_gajieva@yahoo.com, anar.arabli@gmail.com

Açar sözlər: sığorta tarifi, statistik modelləşdirmə, aktuar hesablamalar, sığorta məhsulu, innovasiya.

Məqələdə istər həyat sığortasında, istərsə də ümumi sığortada sığorta tariflərində sığorta müqaviləsinin uzadılmış şərtlərinin nəzərə alınması üçün ümumiləşdirilmiş aktuar bazanın imkanları təhlil edilir. Ümumiləşdirilmiş aktuar bazadan və statistik modelləşdirmədən istifadə innovativ sığorta məhsullarını inkişaf etdirməyə və onlar üçün aktuar hesablamaların etibarlılığını təmin etməyə imkan verir.

Müasir şəraitdə müştərilərin ehtiyaclarını və spesifik sığorta risklərinin xüsusiyyətlərini çevik şəkildə nəzərə alan sığorta məhsullarına tələbat artır. Amma eyni zamanda sığorta tariflərinin hesablanması təsdiq edilmiş üsulları [8, 9] belə çevikliyi təmin etmir ki, bu da sığortanın inkişafına müəyyən dərəcədə mane olur. Hazırda istifadə olunan sığorta tariflərinin hesablanması üsulları həyat sığortası [9] və həyat sığortasından başqa sığorta (ümumi sığorta adlanan) [8] üçün əhəmiyyətli dərəcədə fərqlənir.

Eyni zamanda, həyat sığortası ilə ümumi sığortanın fərqli xarakter daşdığını [2] hesab etməyə heç bir əsas yoxdur ki, bu da sığorta tariflərinin hesablanmasında əsaslı fərqlərə səbəb olacaq. Təbii ki, həyat sığortasının uzunmüddətli olması ilə bağlı yaranan bu sahələr arasında fərqlər var ki, bunun nəticəsində sığorta hadisəsinin baş vermə ehtimalı və pulun dəyəri zamanla dəyişir. Lakin bu cür fərqlər fundamental xarakter daşmır və son illərdə getdikcə bulanıqlaşır: xüsusən, sığorta hadisəsinin baş vermə ehtimalının, sığorta məbləğinin və s. dəyişən dəyərləri ilə uzunmüddətli ümumi sığorta inkişaf etdirilir. Həyat sığortasında isə əksinə, qısamüddətli polisləri ayırd etmək olar: məsələn, turist səfəri zamanı ölüm halında həyat sığortası, hava səyahəti və s. Ona görə də sığortanın hər iki sahəsi üzrə sığorta tariflərinin hesablanmasının (və digər aktuar hesablamaların) unifikasiyası mümkün və məqsədəuyğun görünür.

Sığorta tariflərini ümumiləşdirilmiş aktuar əsasında hesablamaq üçün, ümumiyyətlə, analitik asılılıqlardan istifadə etmək olmaz. Bu halda statistik modelləşdirmə tariflərin hesablanması üçün universal vasitədir. Sığorta tariflərinin hesablanması alqoritmi yaradılmış [4], müvafiq proqram təminatı hazırlanmış və sınaqdan keçirilmişdir [5]. Müəyyən edilmişdir ki, sığorta tarifləri təsdiq edilmiş üsullarla hesablanan bilən klassik sığorta riskləri üçün təklif olunan alqoritm üzrə sığorta tarifləri təsdiq edilmiş metodlar üzrə tariflərə yaxındır və mövcud uyğunsuzluqlar ilə əlaqədardır [5].



Eyni zamanda, aktuar əsasın parametrlərinin həyat sığortası və ümumi sığorta üzrə ümumiləşdirilməsi sığorta tariflərinin hesablanması zamanı nəzərə alınan sığorta parametrlərinin siyahısını genişləndirməyə imkan verdi ki, bu da sığortanın daha çevik qiymətlərinin müəyyənləşdirilməsinə imkanlar açır.

Uzatma, əsasən, sığorta məhsulunun aşağıdakı şərtlərini əlavə olaraq nəzərə almaq mümkün olan hesablamalarda ümumi sığortaya təsir göstərir:

- portfeldə müxtəlif sığorta müqavilələri üzrə müxtəlif sığorta məbləğləri;
- sığorta müqaviləsinin qüvvədə olduğu müddət ərzində sığorta məbləğinin dəyişməsi, o cümlədən sığorta obyektinin və ya sığorta olunanın yaşının dəyişməsi (sığorta məbləğinin istənilən dinamikası müəyyən edilə bilər);
- sığorta müddəti ərzində bir neçə sığorta hadisəsinin baş verməsi;
- sığorta müddəti ərzində sığorta hadisələrinin baş vermə intensivliyinin dəyişməsi, o cümlədən sığorta obyektinin və ya sığorta olunanın yaşının dəyişməsi (intensivliyin istənilən dinamikası təyin edilə bilər);
- sığorta müddəti ərzində dəyişkən intensivliklə sığorta hadisəsi olmayan sığorta obyektinin ölümü kimi ləğvedici hadisənin (sığorta ödənişləri olmadan sığorta müqaviləsinə xitam verilməsi) olması;
- sığorta müqaviləsinin bağlandığı andan sığorta təminatının başlanmasına qədər gözləmə müddətinin olması;
- biznesin aparılması xərclərinin sığorta məbləğinə mütənasib olmayan daimi komponentinin olması;
- zamanla pulun dəyərinin dəyişməsi (faizlərin hesablanması);
- sığorta haqlarının ödənilməsinin təxirə salınması və ödənilməsi;
- Sığorta ödənişlərinin təxirə salınması və hissə-hissə ödənilməsi.

Bununla belə, ümumiləşdirilmiş aktuar baza həm də hazırda hesablamalarda nəzərə alınmayan aşağıdakı şərtləri nəzərə almaqla həyat sığortasını zənginləşdirməyə imkan verir:

- sığortanın kollektiv xarakteri;
- portfeldə müxtəlif həyat sığortası müqavilələri üzrə müxtəlif sığorta məbləğləri;
- sığorta müqaviləsinin qüvvədə olduğu müddət ərzində sığorta məbləğinin təkcə alınan investisiya gəlirindən asılı olmayaraq dəyişməsi (sığorta məbləğinin istənilən dinamikası təyin oluna bilər, nəinki arifmetik və ya həndəsi progressiya);
- sığorta müddəti ərzində bir neçə sığorta hadisəsinin baş verməsi;
- hansısa bölgü qanunu ilə təsvir edilən sığorta məbləğinin təsadüfi xarakteri;
- biznesin aparılması xərclərinin sığorta məbləğinə mütənasib olmayan daimi komponentinin olması.

Funksional asılılıqlardan statistik modelləşdirməyə keçid, ümumiyyətlə, sığorta tariflərinin hesablanmasına cəlb edilən ilkin məlumatların həcminə qoyulan məhdudiyyətləri aradan qaldırır və beləliklə, hesablamalara daxil edilən hal-hazırda naməlum sığorta şərtləri ilə əlaqədar aktuar bazanın daha da genişləndirilməsi üçün imkanlar açır. Yalnız bu şərtlərin sığorta tarifinə obyektiv təsir göstərməsi vacibdir və bu təsir statistik modeldə əsaslı şəkildə əks etdirilə bilər. Belə ki, sığorta parametrlərinin məzmunu ilə bağlı ideyaların genişlənməsi hesabına innovativ sığorta məhsullarının yaradılmasının əsası qoyulur.

Ümumiləşdirilmiş aktuar bazadan istifadə və onun əsasında statistik modelləşdirmədən istifadə sığorta məhsullarının hal-hazırda hesablamalarda nəzərə alınmayan əlavə şərtlərdən istifadə etməklə sığorta tariflərini hesablamağa imkan verir.

Statistik modelləşdirmədən istifadə ümumiləşdirilmiş aktuar əsasdan istifadə etməklə əldə edilən sığorta tariflərinin iqtisadi məqsədəuyğunluğunu sübuta yetirir. Bu, ənənəvi qiymətkəymə üsulları ilə saxlanılan innovativ sığorta məhsullarının dizaynı üçün imkanlar açır.

Müasir formada ümumiləşdirilmiş aktuar baza innovativ sığorta məhsullarının yaradılması üçün bilavasitə istifadə oluna bilən bir sıra əlavə parametrləri ehtiva edir. Eyni zamanda, ümumiləşdirilmiş aktuar baza sığorta şirkətlərinin və onların müştərilərinin ehtiyaclarına uyğun olaraq daha da genişlənmək imkanına malikdir.

Ədəbiyyat

1. Bowers, N., Gerber, H., Hickman, J., Jones, D and Nesbitt, C.: Actuarial Riyaziyyat, 2-ci nəşr, Schaumburg, Aktuarlar Cəmiyyəti, 1997.
2. Bühlmann, H.: Risk nəzəriyyəsində riyazi metodlar, 2-ci nəşr, yeni. York, Springer, 1996.
3. Centeno, M.: Teoria do Risco və Atividade Seguradora, Oeiras, Celta redaksiya, 2003.
4. Chung, K.: A Course in Probability Theory, 2-ci nəşr, Nyu-York, Akademik Mətbuat, 1974.
5. Dickson, D.: Insurance Risk and Ruin, Cambridge, Cambridge Universitet Nəşriyyatı, 2005.
6. Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J. və Denuit, R.: Müasir Aktuar Risk nəzəriyyəsi, 2-ci nəşr, Springer, 2009.
7. Karlin, S. və Taylor, H.: Stokastik proseslərdə ilk kurs. Akademik Mətbuat, 1975.
8. Klugman, S., Panjer, H. and Willmot, G.: Loss Models, 4th ed., Wiley, 2012.
9. Reis, A.: Teoria da Ruína, ISEG, Dezembro de 2001.
10. Şiryayev, A. N.: Probability, New York, Springer Verlag, 1984.
11. "Sığorta: prinsiplər və təcrübə" Tərtib edən David Bland. Per. ingilis dilindən. - M.: Maliyyə və statistika, 1998 - 416s. Per. red.: Sığorta: Prinsiplər və Təcrübə. David Bland tərəfindən tərtib edilmişdir Chartered Insurance Institute, Böyük Britaniya, 1993
12. Avtomobil nəqliyyatı və sığorta: qarşılıqlı təsir nəzəriyyəsi və praktikasının əsasları. Dərslik/Şabeka V. L., Daşkeviç G. B., - Minsk: "VUZ-UNIT", 2004. - 220s.
13. Avtomobil sığortasında bonus-malus sistemləri / [Jean Lemaire, redaktor], Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1995. - 316p.
14. Sığorta Riyaziyyatı: Dərslik / Ed. G. A. Medvedev, V. V. Seçko. - Minsk: BGU, 2003. - 267s

TENZOR HASİLİNİN TÖRƏMƏ FUNKTORU

TAMARA RAİZ QIZI HACIZADƏ, SƏDİ ƏNDAM OĞLU BAYRAMOV,
SƏBUHİ ELDAR OĞLU ABDULLAYEV,

Bakı Dövlət Universiteti
hacizadetamara24@gmail.com
baysadi@gmail.com, sebuhi-bdu@mail.ru

Tərif 1. (F, A) M üzərində, (G, B) N üzərində soft modullar olsun. $Tor((F, A), (G, B))$ funktoru $\forall(a, b) \in A \times B$ üçün $Tor(F(a), G(b))$ verək və $Tor((F, A), (G, B))$ funktoruna $(F \otimes G, A \times B)$ tenzor hasilinin törəmə fanktoru adını verək.

$(\tilde{F}, A) = \{(F_n, A), \partial_n, 1A\}: (F_n, A) \rightarrow (F_{n-1}, A)\} \{M_n\}$ modullar üzərində soft modulların zəncir kompleksi və (G, B) N üzərində soft modul olsun. Onda

$$\{(F_n \otimes G, A \times B), (\partial_n \otimes 1G, 1A \times B)\} \quad (1)$$

$\{M_n \otimes N\}$ modulları üzərində bir soft zəncir kompleksidir, burda $\forall(a, b) \in A \times B$ üçün $\{F_n(a) \otimes G(b), \partial_n \otimes 1G(b): F_n(a) \otimes G(b) \rightarrow F_{n-1}(a) \otimes G(b)\}$ (1) modulların zəncir kompleksidir. (1) kompleksinin homoloji modulunu $H_n(F(a):G(b))$ şəklində göstərək. Beləliklə $\forall(a, b) \in A \times B$ üçün $H_n(F(a):G(b))$ modulu vasitəsi ilə (1) soft modulların zəncir kompleksinin soft homoloji modulunu verə bilərik. Bu modulu $H_n(\tilde{F}, A); (G, B)$ ilə işarə edək və (F, A) kompleksinin (G, B) əmsallı homoloji modulu adı verək. $(\mu, 1A \times B): H_n(\tilde{F}, A) \otimes (G, B) \rightarrow H_n(\tilde{F}, A); (G, B)$ soft modulların homomorfizmasını $\forall(a, b) \in A \times B$ üçün $\mu(a, b): H_n(F(a)) \otimes (G(b)) \rightarrow H_n(F(a)), (G(b))$ $\mu(a, b) ([x], g) = [x \otimes g] \forall [x] \in H_n(F(a)), g \in G(b)$ kimi verək.

Teorem 1. $(\tilde{F}, A)$ zəncir kompleks $\{M_n\}$ modulları üzərində sərbəst soft modulların kompleksi və (G, B) N üzərində ixtiyari soft modul olsun. Onda aşağıdakı ardıcılıq dəqiqdir, funktorialdır və parçalanandır.

$$0 \rightarrow H_n(\tilde{F}, A) \otimes (G, B) \rightarrow H_n((\tilde{F}, A) \otimes (G, B)) \rightarrow Tor(H_{n-1}(\tilde{F}, A), (G, B)) \rightarrow 0$$

Teorem 2. Əgər $(F, A) * (G, B)$ zəncir kompleksi asiklikdirsə, onda $0 \rightarrow H_n(F, A) \otimes (G, B) \xrightarrow{\mu} H_n((F, A): (G, B)) \rightarrow H_n(F, A) * (G, B) \rightarrow 0$ qısa ardıcılığı dəqiqdir, funktorialdır və parçalanandır.

Tutaq ki, $\forall n \in \mathbb{Z}$ (F_n, A) M_n modulu üzrə qeyri-səlis soft moduldur və $(\partial_n, 1A): (F_n, A) \rightarrow (F_{n-1}, A)$ qeyri-səlis soft modullarının homomorfizmidir.

Tərif 2. Əgər hər bir $a \in A$ üçün $\{(M_n, F_n(a)), \partial_n: (M_n, F_n(a)) \rightarrow (M_{n-1}, F_{n-1}(a))\}$ qeyri-səlis modullarının zəncir kompleksləridirsə, onda aşağıdakı ardıcılıq qeyri-səlis soft modullarının zəncir kompleksi adlanır.

$$\{(F_n, A), (\partial_n, 1A): (F_n, A) \rightarrow (F_{n-1}, A)\}$$

Tərif 3. Tutaq ki, $(\{\varphi_n\}, g): (\{\psi_n\}, g): \{(F_n, A), \partial_n\} \rightarrow \{(G_n, B), \partial_n\}$ qeyri-səlis soft modullarının zəncir kompleksinin morfizmidir və fərz edək ki, $D = \{(D_n, g): (F_n, A) \rightarrow (G_{n+1}, B)\}$ qeyri-səlis soft modullarının homomorfizmlər ailəsinin bir üzvüdür. Əgər $\varphi_n - \psi_n = D_{n+1} \circ \partial_n + \partial_{n+1}' \circ D_n$ ifadəsi ödənilirsə, onda modullarının homomorfizmlərinin üzvü

$D = \{(D_n, g): M_n \rightarrow N_{n+1} \} n \in \mathbb{Z}$ -ə zəncir homotopiyası deyilir. $(\{\varphi_n\}, g)$, $(\{\psi_n\}, g)$ cütünə zəncir homotop morfizmləri deyilir və $(\{\varphi_n\}, g) \sim (\{\psi_n\}, g)$ kimi işarə olunur.

Teorem 3. Qeyri-səlis soft modullar kateqoriyasında zəncir homotopiya münasibəti ekvivalentlik münasibətidir və tərkibinə görə dəyişkən deyil.

Teorem 4. Əgər bu ardıcılıq $0 \rightarrow (F_n^-, A) \rightarrow (F_n, A) \rightarrow (F_n^{``}, A) \rightarrow 0$ qeyri səlis soft zəncir komplekslərinin qısa dəqiq ardıcılığı parçalanadırsa, onda qeyri-səlis soft homoloji modullarının aşağıdakı ardıcılığı

$$\dots \leftarrow H_{n-1}(F_n^-, A) \xleftarrow{\partial^*} H_n(F_n^{``}, A) \xleftarrow{\partial} H_n(F_n, A) \xleftarrow{\partial} H_n(F_n^-, A) \dots \quad (2)$$

dəqiqdir.

Teorem 5. Qeyri-səlis soft zəncir kompleksinin hər bir parçalanı qısa dəqiq ardıcılığı $0 \rightarrow (\mathcal{F}^-, A) \rightarrow (\mathcal{F}, A) \rightarrow (\mathcal{F}^{``}, A) \rightarrow 0$ və hər bir (G, B) qeyri səlis modulu üçün, qeyri səlis soft homoloji modulların ardıcılığı

$$\dots \leftarrow H_{n-1}((\mathcal{F}^-, A); (G, B)) \xleftarrow{\partial} H_n((\mathcal{F}^{``}, A); (G, B)) \xleftarrow{\partial} H_n((\mathcal{F}, A); (G, B)) \xleftarrow{\partial} H_n((F_n^-, C^-); (G, B)) \xleftarrow{\partial} \dots$$

dəqiq və funktorialdır.

Teorem 6. Əgər $(\mathcal{F}, A)$ sərbəst qeyri-səlis soft zəncir kompleksləridirsə və (G, B) qeyri-səlis soft moduludur, onda, burada funktorial qeyri-səlis qısa dəqiq ardıcılığı vardır

$$0 \rightarrow H_n((\mathcal{F}, A) \otimes (G, B)) \xrightarrow{\varphi_n} H_n((\mathcal{F}, A); (G, B)) \rightarrow FS - Tor(H_{n-1}((\mathcal{F}, A), (G, B))) \rightarrow 0$$

və bu parçalanı ardıcılıqdır.

Ədəbiyyat

1. Abdullayev S.E., Bayramov, S.A. The Universal coefficient theorem in category of fuzzy soft modules // Journal of Advances in Mathematics, -2018. V.14 №2 s.- (2347-1921 17.
2. Bayramov S., Gunduz, (Aras) C. The Universal coefficient theorems for fuzzy homology modules // Fuzzy Sets, Rough Sets and Multivalued Operations and Applications, 2011. №1, v .2, -p.41-50



BAŞ HİSSƏ BİHARMONİK OPERATOR OLAN YARIMXƏTTİ PARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİNİN VARLIĞI.

AYSEL RASİM QIZI HAŞİMOVA

Bakı Dövlət Universiteti
ahashimova14@gmail.com

Tutaq ki, $\Omega \subset R^n, n \geq 5$ məhdud oblastdır. $Q_T = \Omega \times (0, T)$ silindirində aşağıdakı məsələyə baxaq.

$$\begin{cases} u_t + \Delta^2 u = u^2, & (x, t) \in Q_T \\ u = 0, & (x, t) \in \Omega \times (0, T) \\ u = g, & (x, t) \in \Omega \times \{t = 0\} \end{cases} \quad (1)$$

burada $0 < T < \infty, \Delta^2 u = \Delta(\Delta u), g \not\equiv 0, g \geq 0$. Göstərəcəyik ki, kifayət qədər böyük $g(x)$ -lər üçün (1) məsələsinin müsbət həlli yoxdur. Məsələnin həlli klassik mənada başa düşülür. Öncə belə bir məxsusi ədəd məsələsinə baxaq:

$$\begin{cases} \Delta^2 \omega = \lambda \omega, x \in \Omega \\ u = 0, \frac{\partial u}{\partial V} = 0, x \in \partial\Omega \end{cases}$$

Burada V sərhəddə çəkilməmiş xarici normalın vahid vektorudur. Məlumdur ki, birinci λ_1 məxsusi ədədinə uyğun məxsusi funksiya işarəsini dəyişməyəndir (bax [1]). Tutaq ki, ω_1 λ_1 -ə uyğun elə məxsusi funksiya ki,

$$\int_{\Omega} \omega_1 dx = 1.$$

$$f(t) := \int_{\Omega} u(x, t) \omega_1(x) dx \text{ işarə edək.}$$

Aşağıdakı nəticə doğrudur.

Teorem. Tutaq ki, $n > 4, g \geq 0$ və $\eta(0) > \lambda_1$. Onda elə kritik $t^\infty \in (0, T)$ qiyməti var ki, $t \rightarrow t^\infty - 0, \eta(t) \rightarrow +\infty$.

Teoremin hökmündən görünür ki, t^∞ anında həll sonsuzluğa gedir. Belə olduqda deyirlər ki, “blow up” hadisəsi baş verir.

Ədəbiyyat

1. Patrick Oswald, On a priori estimates for positive solutions of a semilinear biharmonic equation in a ball, Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, Vol.26 (1985), No3, 565-577.

ÇOXÖLÇÜLÜ OBLASTIN SƏRHƏDİ VASİTƏSİLƏ OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ ÜÇÜN ZƏRURİ ŞƏRT

RUSLAN ALLAHVERƏN OĞLU HƏMİDOV

Lənkəran Dövlət Universiteti
rqamidov@mail.ru

İş elliptik tip tənliklər üçün çoxölçülü oblastın sərhədi vasitəsi ilə optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün zəruri şərtin tədqiqinə həsr olunmuşdur. Baxılan məsələ üçün keyfiyyət meyarının birinci variasiyasının ifadəsi və variasional bərabərsizliyi şəkilində zəruri şərt tapılmışdır [1,2].

Tutar ki, D n - ölçülü R^n Evklid fəzasında kifayət qədər hamar Γ sərhədinə malik məhdud oblastdır və D' $n-1$ ölçülü R^{n-1} fəzasında D - nin ortoqonal proyeksiyasıdır. Tutaq ki, $x = (x_1, \dots, x_{n-1}, y) \in D$, $x' = (x_1, \dots, x_{n-1})$, $x' \in D' \subset R^{n-1}$ və

$$Au \equiv - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j}) + \sum_{i=1}^n b_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x)u \quad \text{ikinci tərtib elliptik operator,}$$

$a_{ij}(x)$, $b_i(x)$, $i = \overline{1, n}$, $c(x)$ - ölçülən məhdud əmsallardır.

$$Au = f(x), \quad x \in D \quad (1)$$

tənliyi üçün 1-ci və 2-ci sərhəd şərtləri verilmişdir:

$$u|_{\Gamma} = g_1(x), \quad \frac{\partial u}{\partial N}|_{\Gamma} = g_2(x), \quad x \in \Gamma, \quad (2)$$

burada $f(x) \in L_2(D)$, $g_1(x) \in W_2^{1/2}(\Gamma)$, $g_2(x) \in L_2(\Gamma)$ - verilmiş funksiyalar, $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$

, $0 < \mu_2 \leq c(x) \leq \mu_3$, $\mu_0 \sum_{i=1}^n \zeta_i^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \zeta_i \zeta_j \leq \mu_1 \sum_{i=1}^n \zeta_i^2$, $\forall \zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_n) \in R^n$, $\forall i, j = \overline{1, n}$, μ_i -

$i = 0, 1, 2, 3$ - müsbət ədədlərdir. Sadəlik üçün (2) sərhəd şərtlərini bircins qəbul edək, yəni $g_1(x) = g_2(x) = 0$. Əgər bu funksiyalar sıfırdan fərqli olarsa, onda əvəzetmə ilə onları bircins şəkllə gətirmək olar [3]. Tənliyin birinci sərhəd şərtini ödəyən həllini $u_1(x)$, ikinci sərhəd şərtini ödəyən həllini isə $u_2(x)$ ilə işarə edək. (1), (2) sərhəd məsələlərinin həlli aşağıdakı integral bərabərliyi ödəyən funksiya başa düşülür:

$$\int_D \left\{ \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial u_k(x)}{\partial x_j} \frac{\partial \eta_k(x)}{\partial x_i} + \left[\sum_{i=1}^n b_i(x) \frac{\partial u_k(x)}{\partial x_i} + c(x)u_k(x) - f(x) \right] \eta_k(x) \right\} dx = 0, \quad (3)$$

burada $k = 1, 2$, $u_1(x)$ və $u_2(x)$ isə $\overset{\circ}{W}_2^1(D)$ və $W_2^1(D)$ fəzalarındandır, $\eta_1(x)$ və $\eta_2(x)$ isə, uyğun olaraq, bu fəzalar-lardan olan ixtiyari elementlərdir.

İndi isə oblastın sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsinə baxaq. Tutaq ki,

$V = \left\{ v : v = v(x') \in W_{\infty}^1(D'), 0 < v_0 \leq v(x') \leq v_1, |v_x(x')| \leq v_2, \forall x' \in D' \right\}$ mümkün idarəedicilər

çoxluğunda aşağıdakı funksionalın minimumunu tapmaq tələb olunur:

$$J_{\alpha}(v) = \|\omega(v)(u_1 - u_2)\|_{L_2(D)}^2 + \alpha \|v - \bar{v}\|_{L_2(D)}^2 \rightarrow \inf, \alpha \geq 0, \quad (4)$$

burada $\omega(v)$ funksiyası $[v_0, v_1]$ parçasında kəsilməz diferensiallanan funksiya, $\bar{v} \in L_2(D)$ fəzasında verilmiş element, $\alpha \geq 0$ ədədi parametrdir. (1) - (4) məsələsi D oblas-tının Γ sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsidir. D oblastının Γ sərhədi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün zəruri şərtin tədqiqi üçün əvvəlcə koordinat sisteminin çevirməsinə baxılır. Tutaq ki, $a_{ij}(x, v, v_x)$, $b_i(x, v, v_x)$, $(i, j = 1, 2, \dots, n)$, $c(x, v)$ əmsalları hər bir $v = v(x) \in V$ üçün müntəzəm elliptiklik şərtini ödəyir. Sadəlik üçün əvvəlki işarələr saxlanılır.

Fərz edək ki, $W_2^1(D)$ fəzasında $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ funksiyaları, uyğun olaraq, hər bir $v = v(x) \in V$ üçün $u_k \equiv u_k(x) \equiv u_k(x; v)$, $k = 1, 2$ əsas sərhəd məsələsinə uyğun aşağıdakı məsələnin ümümləşmiş həlləridir:

$$-\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x, v, v_x) \frac{\partial \psi_k(x)}{\partial x_j} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (b_i(x, v, v_x) \cdot \psi_k(x)) + c(x, v) \psi_k = 2v(x) \cdot (u_1(x) - u_2(x)), \quad (5)$$

$$\psi_1|_{\Gamma} = 0, \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial N} \Big|_{\Gamma} = 0. \quad (6)$$

Bu məsələ qoşma məsələ adlanır.

Teorem 1. Tutaq ki, yuxarıda qeyd olunan şərtlərlə yanaşı aşağıdakı şərtlər də ödənilir: 1) $a_{ij}(x, v, w)$, $b_i(x, v, w)$, $i, j = \overline{1, n}$ funksiyaları, v və w dəyişənlərinə görə birinci tərtib törəmə-lərlə birgə kəsilməzdirlər və $x \in D$, $(v, w) \in R^2$ olduqda bu dəyişənlərə görə Lipşis şərtini ödəyir; 2) $c(x, v)$ və $f(x, v)$ funksiyaları və onların v dəyişəninə görə birinci tərtib törəməsi kəsilməzdir və bu dəyişənlərə görə $x \in D$, $v \in V$ olduqda Lipşis şərtini ödəyir. Onda $J_{\alpha}(v)$ funksionalının V çoxluğunda birinci variasiyası var və aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned} \delta J_{\alpha}(v, \Delta v) = & - \int_D \left\{ \left(\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial a_{ij}(x, v, v_x)}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial a_{ij}(x, v, v_x)}{\partial w} \Delta v_x \right) \cdot \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_i} \frac{\partial \psi_1}{\partial x_j} - \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \frac{\partial \psi_2}{\partial x_j} \right) + \right. \\ & + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial b_i(x, v, v_x)}{\partial v} \cdot \Delta v + \frac{\partial b_i(x, v, v_x)}{\partial w} \cdot \Delta v_x \right) \cdot \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_i} \psi_1 - \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \psi_2 \right) + \\ & + \frac{\partial c(x, v)}{\partial v} (u_1 \psi_1 - u_2 \psi_2) \Delta v - \frac{\partial f(x, v)}{\partial v} (\psi_1 - \psi_2) \Delta v \Big\} dx + \\ & + \int_D (u_1 - u_2)^2 \cdot \Delta v(x) dx + 2\alpha \int_D (v - \bar{v}) \cdot \Delta v(x) dx, \end{aligned} \quad (6)$$

burada $\alpha > 0$, $\Delta v \in W_{\infty}^1(D)$ və $v + \Delta v \in V$.



Teorem 2. Tutaq ki, teorem 1-in şərtləri ödənilir. Onda $v^* \in V$ idarəedicinin optimallığı üçün aşağıdakı variasional bərabərsizliyinin ödənilməsi zəruridir.

$$- \delta J_{\alpha}(v, \Delta v) \geq 0,$$

burada $v = v^* \in V$, $\alpha > 0$, $\Delta v \in W_{\infty}^1(D)$ и $v + \Delta v \in V$.

Ədəbiyyat

1. Искендеров А.Д., “Об условной корректности задач с неизвестной границей области” – ДАН СССР, 1990, т.314, № 5, с.1061-1064
2. Искендеров А.Д., Гамидов Р.А., “Корректность задачи оптимального управления границей области для эллиптических уравнений” – ЛГУ, «Научные Вести», серия естественных наук, 2018, № 2, стр.220-229
3. Ладыженская О.А., Уралъцева Н.Н. “Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа” – М.: Наука, 1964, 664 с.



ALİ TƏHSİL MÜƏSSISƏLƏRİNDƏ RİYAZİYYATIN TƏDRİSİNDƏ DİSTANT TƏHSİL TEKNOLOGİYALARINDAN İSTİFADƏNİN PEDAQOJİ ŞƏRTLƏRİ

XALİDƏ SİDQƏLİ QIZI HƏSƏNOVA, MƏFTUN NİZAMİ QIZI HEYDƏROVA

Sumqayıt Dövlət Universiteti
hesenova_1975@list.ru

Cəmiyyətin əsas kapitalı kimi mütəxəssislərin ixtisaslı hazırlığına hazırkı bazar tələbləri kifayət qədər yüksəkdir. Təhsil sistemi qarşısında yaradıcı tefəkkürlü, tədqiqatçılıq vərdişlərinə və bacarığına malik, elmi informasiya axınında, müasir informasiya texnologiyalarından istifadə etməyi bacaran şəxsiyyət hazırlamaq vəzifəsi durur. Bu, müxtəlif fənlərin tədrisinin məzmununu, onun üsul və nəzarət formalarını müəyyən edir. XXI əsrdə ali təhsilin beynəlxalq təcrübəsində distant təhsilin rolu əsaslı şəkildə dəyişdirildi. Distant təhsil bütün dünyada istifadə edilən ən populyar və yüksək effektiv modellərdən birinə çevrildi. Ümumiyyətlə, distant təhsil, təhsil prosesinin koordinatoru olan müəllimin tam iştirakı olmadan, rəqəmsal medianın köməyi ilə informasiyanın fərdi müstəqil mənimsənilməsi prosesi kimi başa düşülür. Bugünkü sosial, iqtisadi və mədəni şəraitdə rəqabətə davamlı olmaq üçün ali təhsil müəssisələri ilk növbədə rəqəmsal texnologiyalara əsaslanan yenilikləri tədris prosesinə fəal şəkildə tətbiq etməlidirlər.

Bu ilkin şərtlər əsasında ali təhsil müəssisələrində riyaziyyatın tədrisinin mövcud şəraitə uyğunlaşdırılmış distant təhsil texnologiyasından istifadə üçün pedaqoji şərait hazırlanmalıdır. Ali təhsilin metodikasının təkmilləşdirilməsinin yüksək səmərəli üsullarından biri də tədris prosesində distant təhsildən istifadədir. Təhsilin distant formasında ən çox yayılmış üsul ənənəvi, yəni üz-üzə modeli innovativ distant təhsil yanaşmaları ilə birləşdirməkdir. Bu, tədris materialının çatdırılması, onun müstəqil öyrənilməsi, müəllim və tələbələr arasında dialoq mübadiləsinin təşkili üçün istifadə olunan ənənəvi və yeni informasiya texnologiyalarının, eləcə də onların texniki vasitələrinin geniş spektrinin istifadəsinə əsaslanır [1]. Beləliklə, distant təhsil üçün texnologiya və vasitələrin inkişafı riyaziyyat fənninin öyrənilməsində xüsusilə aktuallaşır.

Hazırda bu formanın həyata keçirilməsi xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Təhsilin informasiyalaşdırılması kontekstində biliklərin əldə edilməsinin fəal, müstəqil formalarına əsaslanan yeni tədris metodları getdikcə daha çox məlumatın kollektiv qavranılmasına yönəlmiş ənənəvi metodları əvəz edir, yəni biliklərin müəllimdən tələbəyə ötürülməsinin ənənəvi formaları daha az effektiv olur. Universiteti bitirən məzunlar təhsil aldıkları müddətdə çox bilik əldə etsələr də, çox vaxt öyrəndikləri biliklərdən vaxtında istifadə edə bilmirlər. Gənc mütəxəssislər müstəqil qərar qəbul etməkdə çətinlik çəkir və hətta öz işlərini yerinə yetirməkdə səriştəsiz və aciz olurlar. İnformasiya-kommunikasiya texnologiyalarının müasir inkişaf səviyyəsi distant təhsili tamamilə fərqli keyfiyyət səviyyəsinə çatdırır ki, bu da müəllimlə tələbə arasında birbaşa ünsiyyət effektivini təmin etməyə imkan verir. Bu, əyani təhsilin həmişə üstünlüyü və fərqləndirici xüsusiyyətidir.



Distant təhsilin inkişafının yeni mərhələsi əvvəllər mövcud olan əyani təhsil ilə müasir distant təhsil sistemlərini birləşdirən formanın yaradılması ilə bağlıdır. Son illərdə yeni texnoloji və təhsil imkanları distant təhsil sisteminin sürətli inkişafına şərait yaratdı.

Riyaziyyat bir çox bilik sahələri üçün tək-cə kəmiyyət hesablaması vasitəsi deyil, həm də dəqiq tədqiqat metodu, anlayış və problemlərin son dərəcə aydın formalaşdırılması vasitəsidir. İnkişaf etmiş məntiqi və hesablaması aparatına malik müasir riyaziyyat olmasaydı, insan fəaliyyətinin müxtəlif sahələrində irəliləyiş mümkün olmazdı [2]. Lakin universitetdə riyaziyyatın tədrisinin ənənəvi metodologiyası tələbələrin davamlı özünütəhsil bacarıqlarının, yaradıcı işləmək bacarığının formalaşmasını tam olaraq təmin etmir. Tələbələrə biliklərin mənimsədilməsi və yadda saxlanmasının təmin olunması üstünlük təşkil etsə də, bu bilikləri özləri sərbəst şəkildə mənimsəmək, təhlil etmək və müxtəlif vəziyyətlərdə tətbiq etmək kifayət qədər öyrədilmir. Beləliklə, riyaziyyatın tədrisi üçün pedaqoji şərait kifayət qədər inkişaf etdirilməmişdir qərarına gəlmək olar. Bəs universitetdə riyaziyyatın tədrisində distant təhsilin effektivliyi nədir? Bu problemi necə həll etmək olar? Məqalədə distant təhsil şəraitində riyaziyyatın tədrisinin xüsusiyyətləri tədqiq edilmiş və ali təhsil müəssisələrində riyaziyyatın tədrisində distant texnologiyalardan istifadə məsələlərinə baxılmışdır. Distant təhsilin formalarına müxtəlif vebinarlar, videokonfranslar, elektron təlimlər, video və audio materiallar, elektron kitabxanalar və internet resursları daxildir. Son illərdə universitetlər kifayət qədər böyük miqdarda elektron material toplamış, elektron təlimlər, video mühazirələr yaratmış, testlər və təlim proqramları hazırlamışlar. Bu toplanmış resurs sayəsində universitetlər heç olmasa ilkin mərhələdə, üzbəüz ünsiyyətdən uzaq şəraitdə heç kimin nə edəcəyini və necə işləməli olduğunu başa düşmədiyi halda, əyani təhsilin kəsirini qismən ödəyə bilmişlər.

Distant təhsilin əsas problemi tələbələrə heç bir nəzarətin olmamasıdır. Belə şəraitdə nəzarət tədbirlərini təşkil etmək kifayət qədər çətin, çünki kompüter monitorunun arxasında kimin ola biləcəyini bilmirik. Onların mühazirələrə qulaq asıb-dinləməmələri, ev tapşırıqlarını özləri yerinə yetirmələri çox böyük sual olaraq qalır. Ümumiyyətlə, üzbəüz ünsiyyətinin olmaması böyük çatışmazlıqdır.

Ədəbiyyat

1. А.А. Андреев. Дидактические основы дистанционного обучения в высших учебных заведениях: Дисс. д-ра пед.наук. — М., 1999.-289 с.
2. З.Г.Гончарова. Педагогические условия использования дистанционного обучения в преподавании математических дисциплин в высшей школе. Курск, 2004.



RIYAZIYYATDA RIYAZİ MODELLEŞDİRMƏNİN KONSEPTUAL ƏSASLARI

SƏRMAYƏ ASLAN QIZI HƏZİYEVA

Azərbaycan Dövlər Pedaqoji Universiteti

Riyazi məsələlərin komputer həllinin realizə olunmasının başlanğıc mərhələsi, riyazi məsələnin qoyuluşu, müvafiq ruyazi modelin işlənilib hazırlanması və onun həlli üsullarının seçilməsi ilə bağlıdır. Həmin məsələlərin qoyuluşu, ilk öncə konkret situasiya ilə bağlı empirik verilənlərin riyazi işlənməsini nəzərdə tutur. Sonrakı addım verilən situasiyanın riyazi modelinin qurulması ilə bağlıdır. Özü-özlüyündə riyazi model baxılan situasiyanın riyazi təsviri olub, müvafiq riyazi vasitələrlə və uyğun məntiqi metod və üsulların tətbiqi əsasında realizə olunur. Praktikada hər bir konkret halda, baxılan prosesin riyazi modelinin qurulması, məlum riyazi metod və vasitələrin seçilməsini nəzərdə tutur. Belə ki, qurulmuş riyazi modelin məlum riyazi modelleşdirmə sinfinə gətirilməsi, işlənilib-hazırlanmış mövcud həll üsulunun tətbiqi üçün əsas yaradır. Beləliklə riyazi məsələnin komputerdə həllinin başlanğıc mərhələsi realizə edilmiş olur. Bu qaydada qurulmuş riyazi modelin başlıca xüsusiyyəti, baxılan konkret hadisənin, prosesin modelini qurmaqla, bu prosesdəki qarşılıqlı əlaqə və münasibətlərin müəyyənləşdirilməsinin təmin edilməsidir. Tədqiq edilən prosesin riyazi təsvirinin-modelinin qurulması, özü-özlüyündə riyazi məsələnin komputer həlli əsasında tədqiq olunan prosesin əlaqə və münasibətlərinin müəyyənləşdirilməsinə zəmin yaradır. Ümumiyyətlə, riyazi modelleşdirmə prosesi dörd mərhələdə realizə olunur. Riyazi modelleşdirmədə, birinci mərhələdə modelin əsas elementləri arasında qarşılıqlı əlaqə yaradan qanunauyğunluqlar ifadə edilir. Bu mərhələdə öyrənilən hadisəyə dair məlumatlar, onlar arasındakı qarşılıqlı əlaqələr öyrənilir və riyazi terminlərlə ifadə olunur.

İkinci mərhələdə riyazi modelleşdirmə nəticəsində alınan riyazi məsələ araşdırılır. Bu mərhələdə alınan riyazi məsələnin araşdırılması adekvat riyazi aparatın yaradılmasını şərtləndirir .

Üçüncü mərhələdə qəbul edilmiş modelin empirik yoxlanması icra olunur. Burada müşahidələr əsasında alınan nəticələrin, modelin nəzəri nəticələrinə uyğunluğu araşdırılır. Nəzəri nəticələr eksperimentlər əsasında alınan nəticə-lərdən az xəta ilə fərqlənsə, qurulmuş model qəbul olunur.

Dördüncü mərhələdə, verilənlər əsasında model təhlil olunur və təkmilləşdirilir, qəbul edilmiş təxmini həll isə eksperimentlərin aparılması ilə daha da dəqiqləşdirilir.

Ədəbiyyat

1. Бурцева Е.Т. Педагогические условия развития инновационных процессов в профессиональном образовании. - М., 1999.- 220 с.
2. С.Д.Шапорев. Информатика. Теоретический курс и практические занятия: учеб.для студентов вузов. / СПб. БХВ-Петербург, 2008. 195 с.



V-IX SINIFLƏRİN RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ MƏLUMATLARIN STATİSTİK İŞLƏNMƏSİNDƏ İSTİFADƏ OLUNAN BƏZİ ƏSAS ANLAYIŞLAR

NAİLƏ RIZVAN QIZI İBRAHİMOVA

Gəncə Dövlət Universiteti

Statistika və etimal nəzəriyyəsinin tədrisində ölçmə anlayışı və onun məktəb riyaziyyat təlimində yeri və rolu çox əhəmiyyətlidir. Daha geniş anlamda “ölçmə” dedikdə cisimlərə, obyektlərə ədədlərin aid edilməsindən ibarət olan əməliyyatlar başa düşülür.

V-IX sinifin riyaziyyat təlimində “ölçmə” dedikdə hadisələrin kəmiyyət xarakteristikalarının müəyyən edilməsi nəzərdə tutulur. Əlbəttə, istər obyektlərə ədədlərin aid edilməsi, istərsə də həyatda baş verən hadisələrin kəmiyyət xarakteristikalarının müəyyən edilməsinə (yəni ölçməyə) xüsusi prosedur kimi də baxmaq olar. Hansı ki, onun köməyi ilə müəyyən qaydalar əsasında obyekt və hadisələrə hansısa ədədlər aid edilir. Həmin qaydalar ədədlərin və obyektlərin, hadisələrin bəzi xassələri arasında hansısa uyğunluq yaratmağa hesablanmış olur. Bu qaydalardan bir qismini gözləmək asan olmur. Ona görə də burada mühüm məsələ, obyektlərin xassələri ilə onlara aid edilən ədədlərin xassələri arasında eksperimentin qəti olaraq müəyyən etdiyi əlaqələri, eləcə də ölçmənin eksperimental şəraitləri ilə ədədlərin xassələri arasındakı əlaqələri başa düşməkdən ibarətdir. Belə ədədlərin başa düşülməsinin mümkünlüyü riyaziyyatda da ölçmənin zəruriliyini qaçılmaz edir. Burada çıxış nöqtəsi kimi belə bir fərziyyəyə istinad edilir ki, həyatda mövcud olan nə varsa hansısa şəkildə təzahür edir və ya təsir göstərir.

Lakin burada mühüm olan başqa bir məqam da vardır. Məhz hansı texnika sayəsində indiyə qədər eyni vaxtda eksperimentin müəyyən etdiyi xassələrlə riyazi xassələr, yəni obyekt və hadisələrin xassələri ilə ədədlərin xassələri arasında uyğunluq yaradılıb. Hansı ki, bunun sayəsində münasibətlər sisteminin ikiqat oxunması (həm riyazi, həm də ədədi) imkanı aşkara çıxarılıb. Bu artıq şkalalarla bağlı məsələdir ki, aşağıda onunla əlaqədar məlumat veriləcəkdir.

V-IX sinifin riyaziyyat dərsləklərində ölçmənin iki əsas istiqamətini ayırırlar: riyazi ölçmələr və müşahidələr. Riyazi ölçmələr obyektlərin yerləşdiyi yerlə, müxtəlif ölçüləri ilə və bunların bir-biri ilə əlaqələndirilməsi vasitəsilə xarakterizə olunur. Riyazi qanunauyğunluqlar bu qəbildən olan ölçmələrdən qaynaqlanır. Müşahidələr isə əsasən statistik diaqramların, qrafiklərin, piktoqramların, histoqramların tətbiqi ilə əlaqədardır. İnformasiyaların ədədi formada kodlaşdırılmış olması isə riyazi metodlardan istifadəyə imkan verməklə üzdə olmayan bəzi gizli məqamlara aydınlıq gətirilməsinə kömək etmiş olur.

Əlamətlərin paylanması, paylanma parametrləri. Statistikada əlamətlərin paylanması dedikdə, onun müxtəlif qiymətlərinin rast gəlinməsi qanunauyğunluqları nəzərdə tutulur. Belə ki, seçimdə əlamətin ölçmədən alınmış qiymətləri minimal və



maksimal kəmiyyətlərin hüdudunda dəyişir. Bu hüdud çərçivəsində qiymətlər interval siniflərinə ayrılır, hansı ki, konkret məlumatlardan asılı olaraq onlar kəmiyyətə bərabər və ya qeyri bərabər ola bilər.

Riyaziyyat təlimində paylanma materiallarına gəldikdə isə, qeyd etmək lazımdır ki, bu materiallar ədədi xarakteristikalarıdır. Hansı ki, onlar əlamətin qiymətlərinin “orta hesabla” harada yerləşdiyini, bu qiymətlərin nə qədər dəyişkən olduğunu və əlamətin müəyyən qiymətlərinin üstün təzahür etməsinin müşahidə olunub-olunmadığını göstərir. Daha doğrusu ümumi məcmu üçün hesablanmış bütün təsviri ölçülər statistika adlanır. Statistika seçimi təsvir etdiyi kimi, parametr də ümumi məzmunu təsvir edir. Məktəb riyaziyyat kursunda riyazi gözləmə, dispersiya və asimmetriyanın göstəricilərini qeyd etmək olar. Bir cəhəti də qeyd etmək lazımdır ki, V-IX siniflərin riyaziyyat təlimində “Statistika və ehtimal” məzmun xətti üzrə bilik, və bacarıqlara verilən əsas tələblər şagirdlərin əldə etdikləri məlumatların təxmini qiymətlərinə istinad edilir. Bu isə təsadüfi deyildir, çünki araşdırılan seçimlərin həcmi məhduddur.

Ədəbiyyat

1. Abdullayev T. “Ehtimal nəzəriyyəsinin əsasları” Bakı 1962.
2. Hüseynov.Ə.Ə., Qasımov.S.Y. Ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistika. Bakı, “Çaşoğlu” 2006. 420 s.
3. Məmmədov Ə.M.,Ehtimal nəzəriyyəsi.B.,1981. 48 s.
4. Крамер Г. Математические методы статистики. М.,1975. 87 с



HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN İKİ SƏPİLƏN DALĞA HALINDA YARIMOXDA SƏPİLMƏ OPERATORUNUN XASSƏLƏRİ

NİZAMƏDDİN ŞİRİN OĞLU İSGƏNDƏROV, ETİBAR MƏHƏMMƏD OĞLU ƏHMƏDOV

Bakı Dövlət Universiteti
nizaməddin_isgəndərov@mail.ru, aze_etibar@gmail.com

Yarımoxda birtərtibli

$$\xi_i \frac{\partial \psi_i(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial \psi_i(x, t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^n c_{ij}(x, t) \psi_j(x, t),$$

$$\xi_1 > \dots > \xi_{n-2} > 0 > \xi_{n-1} > \xi_n, \quad x \geq 0, \quad -\infty < t < +\infty \quad (1)$$

hiperbolik tənliklər sisteminə baxılır əmsallar ölçülən, kompleks qiymətli və

$$|c_{ij}(x, t)| \leq c \left[(1 + |x|)^{-1-\xi} (1 + |t|)^{-1-\xi} \right], \quad c, \xi = \text{const},$$

$$c_{ij}(x, t) = 0; \quad \overline{i, j} = \overline{1, n},$$

şərtlərini ödəyirlər.

$n-2$ məsələyə birlikdə baxılır. k – ci məsələ dedikdə (1) sisteminin elə həlli başa düşülür ki,

$$\psi_i^k(x, t) = a_i(t + \xi_i x) + o(1), \quad i = \overline{1, n-2}, \quad x \rightarrow +\infty,$$

$$\begin{cases} \psi_{n-1}^k(0, t) = \sum_{i \neq k} \psi_i^k(0, t), \quad i = \{1, \dots, n-2\} \\ \psi_n^k(0, t) = \psi_k^k(0, t), \quad k = 1, 2, \dots, n-2 \end{cases}$$

sərhəd şərtləri ödənilsin.

Burada göstərilir ki, baxılan səpilmə məsələsinin $L_\infty(E_2, E_n), E = (-\infty, \infty)$ fəzasında yeganə həlli var və

$$\psi_{n-1}^k(x, t) = b_{n-1}^k(t + \xi_{n-1} x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty,$$

$$\psi_n^k(x, t) = b_n^k(t + \xi_n x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty.$$

Onda L_∞ fəzasında $a(t) = \{a_1(t), \dots, a_{n-2}(t)\}^t$ vektor – funksiyanı $b(t) = \{b^1(t), \dots, b^{n-2}(t)\}^t$ vektor funksiyanı çevirən S operatorunu təyin etmək olar. Burada

$$b(t) = Sa(t),$$

$$b^k(t) = (b_{n-1}^k(t), b_n^k(t)), \quad k = 1, 2, \dots, n-2,$$

$$S = (S', \dots, S^{n-2}),$$

$$S^k = \begin{pmatrix} S_{n-1,1}^k \dots S_{n-1,n-2}^k \\ S_{n,1}^k \dots S_{n,n-2}^k \end{pmatrix}, \quad k = \overline{1, n-2}.$$

Göstərmək olur ki,

$$R^k : \{a_1(t), \dots, a_{n-1}(t)\}^t \rightarrow \{b_n^k(t), b_{n-1}^2(t), b_{n-1}^1(t),$$

$$b_{n-1}^3(t) - b_{n-1}^1(t), \dots, b_{n-1}^{n-2}(t) - b_{n-1}^1(t)\}$$

Matris-operatorunun və onun bütün baş minorlarının tərsi var. Həmçinin,

$$S_{n-1,n-2}^k - S_{n-1,n-2}^1 = I + Q_{k+}, \quad k = \overline{2, n-2},$$

$$S_{n-1,n-2}^k + (I + M)S_{n-1,1}^k = (I + Q_+^{n+1})(I + Q_-^{n+1}),$$

$$R_{11}^k = (1 + k_+)^{-1}(1 + N_-), \quad k = \overline{1, n-2}.$$

Burada

$$R^k = \|R_{ij}^k\|_{i,j=1}^{n-2},$$

$$I + M = (S_{n-1,k}^i - S_{n-1,k}^1)^{-1}(S_{n,k}^k - S_{n,k}^1), \quad i = \overline{2, n-1}, \quad k = \overline{1, n-2}.$$

X_+ və Y_- operatorları uyğun polyarlığa malik Volter operatorlarıdır.

BİR SİNİF DÖRDÜNCÜ TƏRTİB XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ TƏNLİK ÜÇÜN QOYULMUŞ QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİ

ARİF İBAT OĞLU İSMAYILOV, AYNURƏ ELMAR QIZI İSAMALİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
aynuraisamalieva@gmail.com

$D_t = \{(t, x): 0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq T\}$ oblastında aşağıdakı kimi birölçülü qarışıq məsələyə baxaq:

$$\begin{cases} U_t(t, x) - U_{txx}(t, x) + U_{xxxx}(t, x) - U_{xx}(t, x) + \alpha U(t, x) = f(t, x) \\ (0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq \pi) \end{cases} \quad (1)$$

$$U(0, x) = \varphi(x), \quad (0 \leq x \leq \pi) \quad (2)$$

$$U(t, 0) = U(t, \pi) = U_{xx}(t, 0) = U_{xx}(t, \pi) = 0, \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

burada $\alpha \geq 0$ sabitdir; $0 < T < +\infty$; $f(t, x), \varphi(x)$ verilmiş funksiyalardır, $U(t, x)$ isə axtarılan funksiyadır.

Tərif. (1)-(3) məsələsinin klassik həlli dedikdə aşağıdakı xassələri ödəyən $U(t, x)$ funksiyasını nəzərdə tutacağıq.

a) $U(t, x), U_x(t, x), U_t(t, x), U_{xx}(t, x), U_{txx}(t, x), U_{xxxx}(t, x) \in C([0, T] \times [0, \pi])$

b) (1)-(3) şərtlərinin hər biri adi mənada ödənilir.

Məsələnin klassik həllini

$$U(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin x, \quad (4)$$

şəklində axtaracağıq, burada

$$U_n(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} U(t, x) \sin nx dx \quad (n = 1, 2, \dots, t \in [0, T])$$

Daha sonra, (1)-(3) məsələsinə Furiye üsulunu tətbiq edərək verilənlər üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla klassik həllin varlığı və yeganəliyi isbat olunur.

Ədəbiyyat

1. Худавердиев К.И., Фархадова Г.М. Исследование погти всюду одной одномерной несамосопряженной смешанной задачи для одного класса полулинейных псевдопараболических уравнений четвертого порядка //Вестник Бакинского Госуд.Унив., серия физ.-мат. Наук, 2004, №3, с. 5-12.



DİSKRET MORRI FƏZALARINDA DAXİLOLMA MÜNASİBƏTLƏRİ

FİDAN MÜŞVİQ QIZI İSGƏNDƏRLİ

Bakı Dövlət Universitet
yagmurisgenderli@gmail.com

Fərz edək ki, $m \in \mathbb{Z}$ və $N \in \mathbb{Z}_+ \equiv \mathbb{N} \cup \{0\}$. Aşağıdakı işarələməni qəbul edək :

$$S_{m,N} \equiv \{m - N, \dots, m, \dots, m + N\}$$

$|S_{m,N}| = 2N + 1$ ilə $S_{m,N}$ çoxluğunun elementlərinin sayını işarə edək. Tutaq ki, K həqiqi və ya kompleks ədədlər çoxluğu və $1 \leq p \leq q < \infty$.

$$\|x\|_{l_q^p} \equiv \sup_{m \in \mathbb{Z}, N \in \mathbb{Z}_+} |S_{m,N}|^{\frac{1}{q} - \frac{1}{p}} \left(\sum_{k \in S_{m,N}} |x_k|^p \right)^{\frac{1}{p}} < \infty$$

normasına malik $x = \{x_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ ardıcılıqlar çoxluğunu $l_q^p = l_q^p(\mathbb{Z})$ ilə işarə edək. Aydındır ki, l_q^p vektor fəzadır. Bu fəza diskret Morri fəzası adlanır. Qeyd edək ki, $p = q$ halında $l_p^p = l^p$ olur.

Diskret Morri fəzaları H. Gunawan, E. Kikianty və C. Skwanke (bax: [1, 2]) tərəfindən daxil edilmişdir. Biz diskret Morri fəzalarında daxilolma münasibətləri haqqında teoremləri göstərəcəyik.

Teorem 1. Əgər $1 \leq p \leq q < \infty$ olarsa, onda $l_q^p \subset l^\infty$ və $l_\infty^p = l^\infty$ ödənilir. Həmçinin $l_q^p \subset l^\infty$ münasibəti ciddidir.

Teorem 2. Fərz edək ki, $1 \leq p_1 \leq q_1 < \infty$ və $1 \leq p_2 \leq q_2 < \infty$. Əgər $p_1 \leq p_2$ və $\frac{q_1}{p_2} \leq \frac{p_1}{p_2}$ olarsa, onda $l_{q_1}^{p_1} \subseteq l_{q_2}^{p_2}$ münasibəti ödənilir, burada $\|\cdot\|_{l_{q_2}^{p_2}} \leq \|\cdot\|_{l_{q_1}^{p_1}}$.

Teorem 3. Tutaq ki, $1 \leq p_1 \leq q < \infty$ və $1 \leq p_2 \leq q < \infty$. Əgər $l_q^{p_2} \subseteq l_q^{p_1}$ münasibəti ödənersə, onda $p_1 \leq p_2$ olur.

Teorem 4. Tutaq ki, $1 \leq p \leq q_1 < \infty$ və $1 \leq p \leq q_2 < \infty$. Onda $q_1 \leq q_2$ olması üçün zəruri və kafi şərt $l_{q_1}^p \subseteq l_{q_2}^p$ münasibətinin ödənməsidir, burada $\|\cdot\|_{l_{q_2}^p} \leq \|\cdot\|_{l_{q_1}^p}$. Bundan əlavə $1 \leq p \leq q_1 < q_2 < \infty$ olarsa, $l_{q_1}^p \subset l_{q_2}^p$ daxilolma münasibəti ödənilir.

Ədəbiyyat

1. H. Gunawan, E. Kikianty, C. Schwanke, Inclusion properties of generalized Morrey spaces, Math. Nachr. 290 (2017), no. 2-3, p. 332-340.
2. H. Gunawan, E. Kikianty, C. Schwanke, Discrete Morrey spaces and their inclusion properties, Math. Nachr. 291(2018) no. 8-9, p. 1283-1296.

GÜCLÜ QEYRİ-BİRCİNSLİK XASSƏLİ HALQALARLA MOHKƏMLƏNDİRİLMİŞ ORTOTROP SİLİNDRİK ÖRTÜYÜN MAYEDƏ MƏCBURİ RƏQSLƏRİ

İSMAİLOV X.K.

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti
xatai041@mail.ru

Təqdim olunan məqalədə qalınlığı boyu materialı güclü qeyri-bircinslik xassəsi daşıyan, halqalarla möhkəmləndirilmiş, maye ilə kontaktda olan və daxili təzyiqə məruz qalan silindrik örtüyün məcburi rəqsləri tədqiq edilmişdir. Qəbul edilmişdir ki, örtüyün nöqtələrinin yerdəyişmələrinin amplitudu koordinatların xətti funksiyasıdır. Hamilton-Ostrogradski variyasiya prinsipindən istifadə edərək, konstruksiyanın rəqs tezliklərini tapmaq üçün tezlik tənliyi qurulmuş, ədədi üsulla kökləri hesablanmış və xarakterik əyrilər qurulmuşdur.

Hamilton-Ostrogradski variyasiya prinsipindən istifadə etmək üçün tədqiq olunan konstruksiyanın tam enerjisini yazılır.

Maye tərəfindən silindrik qabığa təsir edən təzyiq qüvvəsinin və daxili təzyiqin qabığın nöqtələrinin yerdəyişməsində gördüyü iş formasında hesablanır.

Nəticədə qalınlığı boyu qeyri-bircins, ortotrop, halqalarla möhkəmləndirilmiş, qurultla dinamik təmasda olan silindrik qabığın tam enerjisi üçün alırıq:

$$J = \Pi_0 + \sum_{j=1}^{k_2} \Pi_j + A_0 \quad (1)$$

(1) tam enerjisinin ifadəsini almaq üçün ona daxil olan u, ϑ, w məchulları aşağıdakı şəkildə axtaraq:

$$\begin{aligned} u &= \left(u_0 + u_1 \frac{z}{h}\right) \cos kx \cos \frac{ny}{r} \sin \omega t \\ \vartheta &= \left(\vartheta_0 + \vartheta_1 \frac{z}{h}\right) \sin kx \sin \frac{ny}{r} \sin \omega t \\ w &= \left(w_0 + w_1 \frac{z}{h}\right) \sin kx \cos \frac{ny}{r} \sin \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

Burada $u_0, u_1, \vartheta_0, \vartheta_1, w_0, w_1$ -naməlum sabitlər, k, n - dalğa ədədləri, ω -naməlum tezlikdir.

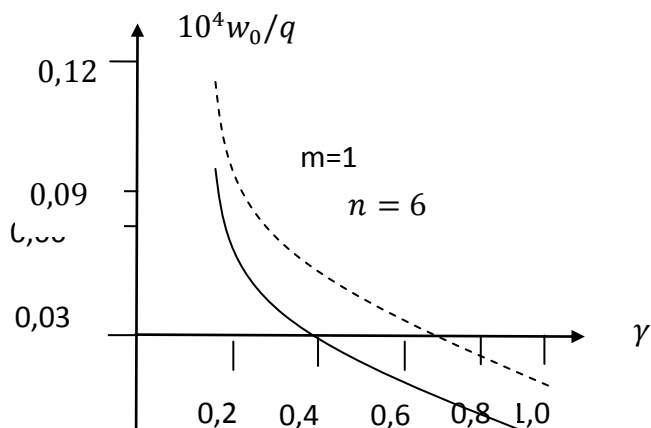
Bu ifadədən istifadə etməklə, maye tərəfindən silindrik qabığa təsir edən təzyiq qüvvəsinin və daxili təzyiqin örtüyün nöqtələrinin yerdəyişməsində gördüyü A_0 işi hesablamaq bilərik. (2) ifadələrini (1)-də yerinə yazıb, müəyyən əməliyyatlar aparsaq, $u_0, u_1, \vartheta_0, \vartheta_1, w_0, w_1$ sabitlərinə nəzərən funksiya alırıq. Bu funksiyanı asılı olmayan $u_0, u_1, \vartheta_0, \vartheta_1, w_0, w_1$ sabitlərinə nəzərən variasiyalasaq və asılı olmayan variyasiyaların əmsallarını sıfıra bərabər etsək, qeyri-bircins cəbri tənliklər sistemini alırıq. Alınan sistemdən w_0/q nisbəti tapılmışdır. Hesablamada mayeni, örtüyü və halqaları xarakterizə edən parametrlər üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür [3,4]:

$$\rho_m / \rho_0 = 0,105; \frac{J_{yi}}{2\pi R^3 h} = 0,8289 \cdot 10^{-6}; \frac{J_{zi}}{2\pi R^3 h} = 0,13 \cdot 10^{-6}; \frac{J_{kpi}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6}; R = 0,16m;$$

$$h = 0,00045m; \nu_2 = 0,19; \nu_1 = 0,11; L = 0,8m; h_i = 1,39mm, a_0 = 1350 m/san,$$

$$E_{10} = 18,3QPa, E_{20} = 25,2QPa, G_0 = 3,5 QPa.$$

Hesablamaların nəticələri şəkil 1-də w_0/q nisbətinin qeyri-bircinslik parametrindən asılılığı şəklində, müxtəlif xassəli ortotrop materialdan olan silindrik örtük üçün verilmişdir. Belə ki, bütöv xətlərə $\frac{E_{10}}{E_{20}} = 1,25$, qırıq xətlərə $\frac{E_{10}}{E_{20}} = 0,75$ nisbəti uyğundur. Şəkildən göründüyü kimi qeyri-bircinslik artdıqca örtüyün əyintisi azalır.



Şəkil.1. Örtüyün əyintisinin qeyri-bircinslik parametrindən asılılığı

Ədəbiyyat

1. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек. Киев, Наукова думка, 1980. – 367с.
2. Латифов Ф.С.. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку, Элм», 1999, 164с.

BİR SİNİF ÜÇÜNCÜ TƏRTİB XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ TƏNLİK ÜÇÜN QOYULMUŞ TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN KLASSİK HƏLLİ

ARİF İBAT OĞLU İSMAYILOV, LAMİYƏ HEYDƏR QIZI QƏHRƏMANLI

Bakı Dövlət Universiteti

Sonlu $D_T = \{(x, t); 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ oblastında

$$\begin{aligned} &U_{tt}(x, t) - U_{xx}(x, t) \\ &= a(t)b(x)U(x, t) + c(t)d(x, t) + f(x, t, a, c, U, U_t, U_x, U_{xt}), \end{aligned} \quad (1)$$

tənliyinin

$$\begin{aligned} U(x, 0) &= \varphi(x), \quad (0 \leq x \leq 1), \\ U_t(x, 0) &= \psi(x), \quad (0 \leq x \leq 1), \end{aligned} \quad (2)$$

başlangıç şərtlərini

$$U(0, t) = U(1, t) = 0, \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

sərhəd şərtlərini və

$$\begin{aligned} U_x(0, t) &= g_1(t), \quad (0 \leq t \leq T), \\ U_x(1, t) &= g_2(t), \quad (0 \leq t \leq T), \end{aligned} \quad (4)$$

əlavə şərtlərini ödəyən həllinin tapılması məsələsinə baxaq, burada $0 < T < +\infty, b(x), d(x, t), f(x, t, a, b, c, U_1, U_2, U_3, U_4), \varphi(x), \psi(x), g_1(t), g_2(t)$ verilmiş funksiyalar, $U(x, t), a(t)$ və $c(t)$ isə axtarılan funksiyalardır.

Məsələni tədqiq etmək üçün əvvəlcə naməlum $a(t)$ və $c(t)$ əmsallarına verilmiş funksiyalar kimi baxaraq, formal Furiye üsulunu tətbiq edirik. Daha sonra, (4) əlavə şərtlərindən istifadə edərək axtarılan $a(t)$ və $c(t)$ funksiyaları üçün də integral tənliklər alırıq. Beləliklə, tərs məsələnin həlli naməlum $U(x, t), a(t)$ və $c(t)$ funksiyalarına nəzərən üç qeyri – xətti integral differensial tənliklər sisteminə gətirilir və tərpənməz nöqtə haqqında sıxılmış inikas prinsipinin köməyi ilə klassik həllin varlığı və yeganəliyi haqqında teoremlər isbat edilir.

Ədəbiyyat

1. Худавердиев К.И., Велиев А.А. Исследование одномерной слеманной задачи для одново класса псевдогиперболических уравнений третьего порядка с нелинейной операторной правой часией. Баку: Чашыюглу, 2010, 168 с.



GRAND LEBEQ FƏZALARINDA RİSS TİPLİ TEOREM HAQQINDA

MİQDAD İMDAD OĞLU İSMAYILOV, NƏRGİZ QURBAN QIZI HƏSƏNOVA

Bakı Dövlət Universiteti,
migdad-ismailov@rambler.ru, nergizibrahimova05@gmail.com

İşdə grand Lebeq fəzalarında Riss teoreminin ([1]) analoqu ixtiyari ölçülən çoxluqlar üçün öyrənilir.

Tutaq ki, $U = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$, $\gamma = \partial U$ və $L_p(0, 2\pi)$, $p > 1$, grand Lebeq fəzasıdır. H_p , $p > 1$, ilə U -da analitik və

$$\int_0^{2\pi} |f(re^{it})|^{p-\varepsilon} dt \leq M < +\infty$$

şərtini ödəyən $f(z)$ funksiyalar sinfini işarə edək, burada $0 < \varepsilon < p-1$ və $0 < r < 1$. H_p xətti fəzası $f \in H_p$ funksiyanın

$$\|f\|_{H_p} = \sup_{0 < r < 1} \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left(\frac{\varepsilon}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(re^{it})|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}}$$

normasına görə Banax fəzasıdır ([2]).

Aşağıdakı teoremdə ixtiyari ölçülən çoxluqlar üçün Riss teoreminin analoqunun ([3]) grand Lebeq fəzalarında doğru olduğu göstərilir.

Teorem. Tutaq ki, $f(z) \in H_p$, $p > 1$ və $f^+(t)$ bu funksiyanın γ -da toxunan olmayan istiqamətlərdə sərhəd qiymətləri funksiyasıdır. Onda ixtiyari $E \subset [0, 2\pi]$ ölçülən çoxluq üçün aşağıdakı bərabərlik doğrudur

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left(\frac{\varepsilon}{|E|} \int_E |f(re^{it})|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left(\frac{\varepsilon}{|E|} \int_E |f^+(t)|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}}.$$

Ədəbiyyat

1. Данилюк И.И., Нерегулярные граничные значения на плоскости, М.: Наука, 1975.
2. Исмаилов М.И., О разрешимости задач Римана в классах гранд Харди, Математические заметки, 2020, т.108, №2, 55-69.
3. Билалов Б.Т., Некоторые вопросы аппроксимации, Баку: Элм, 2016.

SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN VƏ ONUN TÖRƏMƏLƏRİNİN QIYMƏTLƏNMƏLƏRİ

HƏYAT İNTİQAM QIZI İSRAYILOVA

Bakı Dövlət Universiteti
israyilova.hayat@adpk.edu.az

Aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq:

$$Ly \equiv y' + p(x)y' - q(x)y = f(x), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$L_j y \equiv \alpha_j y - (-1)^j \beta_j y' = \alpha_j, \quad x = j, \quad j = 0, 1, \quad (2)$$

burada $0 \leq \alpha_j \leq 1$, $\alpha_j + \beta_j = 1$, $\alpha_0 + \alpha_1 > 0$, $p(x), q(x) \geq 0$ ($0 \leq x \leq 1$), $f(x)$ -isə $[0, 1]$ parçasında verilmiş kəsilməz funksiyalardır, α_j verilmiş kəsilməz funksiyalardır, $f^{(m)}(x)$ $[0, 1]$ parçasında kəsilməz olarsa, onda deyəcəyik ki, $f \in C_m[0, 1]$

Lemma 1.1 Fərz edək ki, $y \in C_2[0, 1]$ (1), (2) məsələsinin həllidir, belə ki, $f(x) \leq 0$, $\alpha_j \geq 0$, $j = 0, 1$, onda $y(x) \geq 0$ ($0 \leq x \leq 1$).

İsbati. Tutaq ki, $\min_{0 \leq x \leq 1} y(x) = y(x_0) = -\varepsilon_0 < 0$, $0 \leq x_0 \leq 1$. Sərhəd şərtlərindən alırıq ki, əgər $\alpha_j > 0$ olarsa, onda $[0, 1]$ parçasının sonunda $x = j$ olduqda y özünün minimal mənfi qiymətini ala bilməz. Əgər $\alpha_j = 0$ olarsa, onda $y'(j) = 0$ zəruridir, belə ki, $y(j) = -\varepsilon_0$. Ona görə də $y'(x_0) = 0$ və deməli

$$y'(x) = r^{-1}(x) \int_{x_0}^x r(\eta) (f(\eta) + q(\eta) (\int_{x_0}^{\eta} y'(t) dt - \varepsilon_0)) d\eta, \quad (3)$$

burada $r(x) = \exp \left\{ \int_{x_0}^x p(t) dt \right\}$. Həm də $\alpha_0 + \alpha_1 > 0$ olduğundan,

yuxarıda deyilənlərə əsasən ziddiyət alırıq, yəni $y(x) \geq 0$, $0 \leq x \leq 1$.

Nəticə 1.1 Əgər $f(x) \equiv 0$, $\alpha_j = 0$, $j = 0, 1$ olarsa, onda (1), (2) məsələsinin $C_2[0, 1]$ -də yalnız trivial həlli var. Buradan alırıq ki, (bax: [2]) ixtiyari α_j , $j = 0, 1$, və $f \in C_0[0, 1]$ üçün (1), (2) məsələsi $C_2[0, 1]$ -də birqiymətli həll edilir.

Fərz edək ki, $p, q, f \in C_n[0, 1]$, $n \geq 0$, onda (1)-dən alırıq ki, (1), (2) məsələsinin həlli $y \in C_{n+2}[0, 1]$, belə ki,

$$y^{(\mu)}(x) = \alpha^{(\mu)}(x)y(x) + \beta^{(\mu)}(x)y'(x) + t^{(\mu)}(x), \quad 2 \leq \mu \leq n+2, \quad (4)$$

Lemma 1.1-ə əsasən:

$$Y^{(0)} \leq Z^{(0)} \quad (5)$$

burada z aşağıdakı sərhəd məsələsinin həllidir:

$$L^* z \equiv z'' + p(x)z' = -F, \quad 0 < x < 1, \quad l_j z = |a_j|, \quad j = 0, 1.$$

Alınan bərabərsizlikləri birləşdirərək və (5)-i nəzərə alaraq:

$$Y^{(0)} \leq Y^{*(0)} \quad (6)$$

qiymətlənməsinə gəlirik, burada

$$Y^{*(0)} = \begin{cases} \psi_0, & x_0 \geq 0, \\ \psi_1, & x_1 \geq 0, \quad x_0 < 0, \\ \min\{\phi_0, \phi_1\}, & \max\{x_0, x_1\} < 0. \end{cases} \quad (7)$$

İndi $Y^{(1)}$ -i qiymətləndirək. Məlumdur ki,

$$Y^{(1)} \leq 2Y^{(0)} / \tau + Y^{(2)} \tau / 2, \quad 0 < \tau \leq 1. \quad (8)$$

Əgər $\tau < 2/P$, $0 < \tau \leq 1$, olarsa, onda (1), (6), (8)-dən alarıq:

$$Y^{(1)} \leq (4Y^{*(0)} + \tau^2(QY^{*(0)} + F)) / (2 - P\tau)\tau. \quad (9)$$

(9)-un sağ tərəfini minimallaşdırsaq alarıq:

$$Y^{(1)} \leq Y^{*(1)}, \quad (10)$$

$$\text{burada } Y^{*(1)} = (4Y^{*(0)} + \tau_0^2(QY^{*(0)} + F)) / (2 - P\tau_0)\tau_0, \quad (11)$$

$$\tau_0 = \begin{cases} \min\{1, 2\tau^* / \Omega\}, & \Omega > 0, \\ \min\{1, 1/P\}, & \Omega = 0, \end{cases}$$

$$\tau^* = \sqrt{(PY^{*(0)})^2 + \Omega Y^{*(0)} - PY^{*(0)}}, \quad \Omega = QY^{*(0)} + F,$$

belə ki, $\tau_0 < 2/P$.

Əgər $p, q, f \in C_n[0, 1], n \geq 0$, onda (4), (6), (10)-dan aşağıdakı qiymətlənmələr alınar:

$$Y^{(\mu)} \leq Y^{*(\mu)}, \quad 2 \leq \mu \leq n+2, \quad (12)$$

burada

$$Y^{*(\mu)} \leq A^\mu Y^{*(0)} + B^\mu Y^{*(1)} + T^\mu, \quad (13)$$

$Y^{*(0)}, Y^{*(1)}$ isə (7), (11) kəmiyyətləridir.

Ədəbiyyat

1. Е.А. Волков . Разностный метод получения оценок погрешности численных решений краевых задач для обыкновенного дифференциального уравнения. — Докл. АН СССР, 1971, 197, № 4, 758—761.
2. Ф. Трикоми . Дифференциальные уравнения. ИЛ, 1962.

DİFERENSİAL METRİKALİ ÇOXOBRAZILAR

AKİF FİRUDİN OĞLU KÖÇƏRLİ, AYTƏR AZAD QIZI NURİYEVA

Bakı Dövlət Universiteti

ayter99@mail.ru

Tutaq ki, u, v dekart koordinatları ilə verilmiş, müstəvi üzərində D sadə oblastdır, xüsusi halda D bütün u, v müstəvisi ola bilər. D oblastında üç dəfə kəsilməz diferensiaslanan üç funksiya baxaq:

$$E(u, v), F(u, v), G(u, v)$$

Bu funksiyalar D oblastında müsbət müəyyən olunmuş kvadratik forma yaradır:

$$ds^2 = E(u, v)du^2 + 2F(u, v)dudv + G(u, v)dv^2$$

Əgər hər hansı

$$l: u = u(t), v = v(t), a \leq t \leq b$$

davamlı yolunun uzunluğu

$$s(l) = \int_a^b \sqrt{Edu'^2 + 2Fdu'dv' + Gdv'^2} dt$$

düsturu ilə müəyyən olunarsa, onda deyilir ki,

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$$

kvadratik forması diferensial metrikalı çoxobrazlı yaradır.

Aydındır ki, daxili həndəsə mənasında istənilən hamar səth diferensial metrikası olan çoxobrazlıdır.

Səthin daxili həndəsəsinə analogi olaraq, W çoxobrazlısında əyrilər arasındakı bucaq, səthin sahəsi, metrikanın Qauss əyriliyi, geodezik əyrilik və nəhayət, geodezik xətlər anlayışlarını vermək olar.

Bu anlayışların necə daxil edildiyinə nəzər salaq:

1. (u, v) koordinatları ilə verilən W çoxobrazlısının hər bir nöqtəsində istiqamət $(du:dv)$ nisbəti ilə təyin olunur. Əgər bu nöqtədən hamar l yolu keçirsə, onda bu nöqtədə istiqamət $(u'(t):v'(t)) = (du:dv)$ münasibəti ilə müəyyən olunur. Qeyd edək ki, istiqaməti təyin edərkən həmişə nəzərdə tutulur ki,

$$du^2 + dv^2 \neq 0.$$

Bu şərt istənilən $u = u(t), v = v(t)$ hamar yolu üçün ödənilir. Buna görə də çoxobrazlıda istiqamətlər arasındakı bucağı müəyyən etmək kifayətdir, bundan sonra əyrilər arasındakı bucaq asanlıqla müəyyən olunur.

(u, v) koordinatları ilə verilən nöqtədə $(du:dv)$ və $(\delta u:\delta v)$ istiqamətləri arasındakı $\varphi \in [0, \pi]$ bucağının kosinusunu aşağıdakı kimi tapılır:

$$\cos \varphi = \frac{Edu\delta u + 2F(du\delta v + dv\delta u) + Gdv\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2}\sqrt{E\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}}$$

2. Tutaq ki, $U \subset D$ hər hansı oblastdır. W çoxobrazlısında U oblastının sahəsi

$$\sigma(U) = \iint_U \sqrt{EG - F^2} dudv.$$

olan ədəddir.

3. W çoxobrazlığında Gauss əyriliyinin ifadəsi aşağıdakı kimidir:

$$K = \frac{1}{(EG - F^2)^2} \left\{ \begin{vmatrix} -\frac{1}{2}G_{uu} + F_{uv} - \frac{1}{2}E_{vv} & \frac{1}{2}E_u & F_u - \frac{E_v}{2} \\ F_u - \frac{1}{2}G_u & E & F \\ \frac{1}{2}G_v & F & G \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & \frac{E_v}{2} & \frac{G_u}{2} \\ \frac{E_v}{2} & E & F \\ \frac{G_u}{2} & F & G \end{vmatrix} \right\}$$

Aydınır ki, Gauss əyriliyi W çoxobrazlığının nöqtəsinin funksiyasıdır.

Ədəbiyyat

1. Рашевский П.К. : Курс дифференциальной геометрии, М., 1950.
2. Погорелов А.В. : Дифференциальная геометрия, М., 1974
3. Бакельман И.Я. : Высшая Геометрия, М., 1967



HEYDƏR ƏLİYEV İRSİNDƏN RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ İSTİFADƏ

VALEH MAHMUD OĞLU MƏMMƏDOV

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
allahverdi.ceferov@adpu.edu.az

Müasir müstəqil Azərbaycan dövlətinin memarı və qurucusu dünya şöhrətli siyasi xadim, xalqımızın ümumilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının ildönümüdür. Xalqımızı Azərbaycanı dünyaya tanıtmış, Azərbaycanın dahi oğlu Heydər Əliyevin irsindən müəllimlər dərslərində şagirdlərin milli ruhda tərbiyyə olunmasında bacarıqla istifadə edirlər.

Bakı-Tbilisi-Ceyhan boru kəməri, Azərbaycan neftinin Xəzər dənizindən Türkiyənin Ceyhan limanına, oradan Aralıq dənizi vasitəsilə Avropa bazarına nəqli kəməridir. Uzunluğu 1773 km-dir. Azərbaycanda (449 km), Gürcüstandan (235 km) və Türkiyədən (1089) keçir.

Pedaqoji təmayüllü ali məktəblərin əksəriyyətində tədris olunan “Riyaziyyatın təlimində məsələlərin rolu” mövzusunda məsələlərin rolu açılır. [3.с.тр.47]

1. Məsələ elə bir konkret didaktik materialdır ki, onların həlli vasitəsilə şagirdlərdə yeni biliklər formalaşır və əvvəlki biliklər praktikada tətbiq olunur, praktik fəaliyyət üçün zəruri olan bacarıq və vərdislər qazanırlar. Məsələ həlli-riyaziyyatın praktika ilə təlimin həyatla əlaqələndirilməsini təmin edir.
2. Məsələ həlli vasitəsilə şagirdlər həm də tərbiyə olunurlar. Məsələlərin həll edilməsi şagirdlərdə vətənpərvərlik hissini, milli iftixar hissini gücləndirir.

Ümummilli liderimiz Heydər Əliyev Azərbaycanın belinə qızıldan Bakı-Tbilisi-Ceyhan kəmərinə elə bağladı ki, bu kəmərlər Azərbaycanın inkişafında, təhlükəsizliyində, dünya şöhrəti qazanmasında, geosiyasi arenada, xüsusilə Qafqazda rolunu artırdı. Biz, Bakı-Tbilisi-Ceyhan kəmərinə aid müxtəlif məsələlər tərtib etməklə, riyaziyyat dərslərində şagirdlərimizə Heydər Əliyev irsindən necə bəhrələnməyi məsələlər tərtibində və həllində öyrədirik.

Nümunələrə baxaq:

1. Bakı-Tbilisi-Ceyhan neft kəmərinin uzunluğu 1773 km-dir, kəmərin 443 km-i Azərbaycan, 248 km-i Gürcüstan Respublikasının ərazisindən keçir. Kəmərin Türkiyə ərazisindən keçən uzunluğu nə qədərdir?
2. Bakı-Tbilisi-Ceyhan neft kəmərinin uzunluğu 443 km-i Azərbaycan, 248 km-i Gürcüstan, 1076 km-i Türkiyə ərazisində olarsa, neft kəmərinin uzunluğu nə qədərdir?

Riyaziyyat dərsləri həm interaktiv, həm də digər müasir təlim üsulları ilə aparılır. Bu zaman şagirdlərin qarşısında problemli suallar qoyulur ki, bundan da əsas məqsəd onlarda tədqiqatçılıq qabiliyyətini kəşf etməkdir. Şagirdlər bu problemli suallara cavab tapmaq üçün beyinlərini işə salır, məntiqi cəhətdən düşünür, cavablarını götür-qoy edir,



məntiqi ardıcılıq qururlar ki, bu da onlarda əqli məntiqi təfəkkürü inkişaf etdirir, riyaziyyat fənninə olan marağın artmasına şərait yaradır, intellektual və yaradıcı inkişafına, müstəqil təhlil aparmaq, əqli nəticə çıxarmaq vərdislərinin formalaşmasına impuls verir.

Dövlət strategiyasından əsas məqsədimiz savadlı, hərtərəfli inkişaf etmiş şəxsiyyətlər yetişdirib cəmiyyətə təhvil verməkdir. Bu müqəddəs vəzifələri dövlətimiz biz müəllimlərə həvalə edib. Bizim də ümdə vəzifəmiz bu müqəddəs missiyanı yerinə yetirməkdir.

Orta məktəbdə ulu öndərimiz Heydər Əliyevin irsinin şagirdlərə daha dərinləndən öyrədilməsi çox böyük təqdirəlayiq işdir. Heydər Əliyevin hər zaman xüsusi önəm verdiyi təhsil sahəsi bu gün cənab Prezidentimiz İlham Əliyev tərəfindən inkişaf etdirilir.

Ədəbiyyat

1. Riyaziyyat fənn kurikulumu. Bakı, 2008.
2. Г.И.Саранцев.Методика обучения математике в средней школе.М.2002
3. А.В.Белошистая.Обучение решению задач по математике.М.2019.

KƏSİLMƏ ŞƏRTİ OLAN ŞREDİNGER TƏNLIYININ YOST HƏLLİ

A.R.MAQSUDOVA

Bakı Dövlət Universiteti
amagsudova@bk.ru

Xülasə: Təqdim olunan işdə kəsilmə şərti olan Şredinger tənliyinə baxılır. Bu tənliyin sonsuzluqda və daxili nöqtədə şərt ödəyən həlli qurulur.

Açar sözlər: Şredinger tənliyi, Yost həlli, kəsilmə şərti olan məsələ.

$$-y'' + q(x)y = \lambda^2 y, \quad 0 < x < +\infty, \quad (1)$$

diferensial tənliyi və müəyyən $a \in (0, \infty)$ nöqtəsində

$$\begin{aligned} y(a-0) &= \alpha y(a+0), \\ y'(a-0) &= \alpha^{-1} y'(a+0), \end{aligned} \quad (2)$$

kəsilmə şərtlərinin doğrduğu məsələyə baxaq, burada $\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$, λ kompleks parametr, $q(x)$ isə həqiqi qiymətli funksiya olub

$$\int_0^{+\infty} x|q(x)|dx < +\infty \quad (3)$$

şərtini ödəyir. Asanlıqla yoxlamaq olar ki, $q(x) = 0$ olduqda (1), (2) məsələsinin həlli

$$e_0^+(x, \lambda) = \begin{cases} e^{i\lambda x}, & x > a, \\ Ae^{i\lambda x} + Be^{i\lambda(2a-x)}, & 0 < x < a \end{cases}$$

şəklində olur, burada

$$A = \frac{1}{2}(\alpha + a^{-1}), \quad B = \frac{1}{2}(\alpha - a^{-1})e^{-2ia}.$$

(1) tənliyini, (2) və $\lim_{x \rightarrow +\infty} ye^{-i\lambda x} = 1$ şərtlərini ödəyən həlli $e(x, \lambda)$ ilə işarə edək. Bu həllə

(1), (2) məsələsinin Yost həlli deyilir.

Teorem 1. Tutaq ki, həqiqi qiymətli $q(x)$ (3) şərtini ödəyir. Onda λ parametrinin qapalı yuxarı yarımmüstəvidən götürülmüş hər bir qiyməti (1), (2) məsələsinin yeganə $e(x, \lambda)$ Yost həlli var və bu həll

$$e(x, \lambda) = e_0(x, \lambda) + \int_x^{+\infty} K(x, t)e^{i\lambda t} dt,$$

şəklində göstərilə bilər, belə ki, $K(x, t)$ nüvəsi aşağıdakı bərabərsizlikləri ödəyir



$$|K(x,t)| \leq \frac{C}{2} \sigma\left(\frac{x+t}{2}\right) e^{C\sigma_1(x)}, \quad 0 < |x-a| < (t-a),$$

$$|K(x,t)| \leq \left\{ \frac{C}{2} \sigma\left(\frac{x+t}{2}\right) + \frac{|B|}{2} \sigma\left(\frac{2a+x-t}{2}\right) \right\} e^{C\sigma_1(x)}, \quad |t-a| < (a-x),$$

burada

$$C = A + |B|, \quad \sigma(x) = \int_x^{+\infty} |q(s)| ds, \quad \sigma_1(x) = \int_x^{+\infty} \sigma(s) ds.$$

Bundan başqa $K(x,t)$ funksiyası $t \neq 2a - x$, $x \neq a$ olduqda kəsilməzdir və aşağıdakı münasibətlər doğrudur:

$$K(x,x) = \frac{A}{2} \int_x^{+\infty} q(t) dt, \quad x < a,$$

$$K(x,x) = \frac{1}{2} \int_x^{+\infty} q(t) dt, \quad x > a,$$

$$K(x, 2a - x + 0) - K(x, 2a - x - 0) = \frac{B}{2} \left(\int_a^{\infty} q(t) dt - \int_x^a q(t) dt \right), \quad x < a.$$

Ədəbiyyat

1. Гусейнов И.М., Джашидипур А.Г. Обратная задача рассеяния для уравнения Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в условии разрыва // Дифференциальные уравнения, 2013, т.49, № , с.147-156.
2. Шабат А. Б. Обратная спектральная задача для дельтообразных потенциалов, Письма в ЖЭТФ, 2015, том 102, выпуск 9, 705–708.



BAŞ KONQRUENSLƏRİN SUBTRANSFERABELLİYİ HAQQINDA

OQTAY MÜBARƏK OĞLU MƏMMƏDOV, ŞAHNAZ KAZIM QIZI SARIYEVA

Bakı Dövlət Universiteti
okmamedov@gmail.com, sariyevashnaz@gmail.com

Tutaq ki, $\mathbb{B}\mathbb{A}$ -nın altcəbridir. Əgər $\forall a, b \in A$ üçün $\exists c \in B, \exists d \in A$ varsa ki, $Cg^{\mathbb{A}}(a, b) = Cg^{\mathbb{A}}(c, d)$, onda deyilir ki, $\mathbb{A}$ -nın *başkonqruensləri subtransferabellidir*. Əgər $\mathcal{M}$ müxtəlifliyinin bütün cəbrləri bu xassəyə malikdirsə, onda deyilir ki, $\mathcal{M}$ -də baş konqruenslər subtransferabellidir; qısaca, $\mathcal{M}$ bkst-dir. İşdə bu xassənin Maltsev və Çakan növ meyarları tapılmışdır.

Teorem 1. İxtiyari $\mathcal{M}$ müxtəlifliyi yalnız və yalnız o zaman bkst-dir ki, $\mathcal{M}$ -də elə unar u , ternar p və kvaternar $q_1, \dots, q_m$ termləri olsun ki, $\mathcal{M}$ -də aşağıdakı eyniliklər ödənilsin:

$$\begin{aligned} p(x, x, z) &= u(z), \\ q_1(u(z), p(x, y, z), x, y, z) &= x, \quad q_m(p(x, y, z), u(z), x, y, z) = y, \\ q_{i-1}(p(x, y, z), u(z), x, y, z) &= q_i(u(z), p(x, y, z), x, y, z), \quad i = \overline{2, m}. \end{aligned}$$

Teorem 2. İxtiyari $\mathcal{M}$ müxtəlifliyi yalnız və yalnız o zaman bkst-dir ki, $\mathcal{M}$ -də elə unar u və ternar p termləri olsun ki, $\mathcal{M}$ -də aşağıdakı ekvivalentlik ixtiyari x, y, z üçün ödənilsin:

$$p(x, y, z) = u(z) \Leftrightarrow x = y.$$

Xatırladaq ki, əgər $\mathbb{A}$ cəbrinin ixtiyari $\theta \in \text{Con}\mathbb{A}$ konqruensi yeganə olaraq özünün bütün $[b]_{\theta}$ yanaşı sinifləri ilə birmənalı təyin olunursa (burada b elementi $\mathbb{A}$ -nın ixtiyari altcəbrinin elementidir), onda deyilir ki, $\mathbb{A}$ -nın konqruensləri *altrequlardır*. Uyğun olaraq, əgər $\mathcal{M}$ müxtəlifliyinin bütün cəbrləri bu xassəyə malikdirsə, onda o, *konqruens-altreqular* müxtəliflik adlanır. Aşağıdakı nəticə göstərir ki, subtransferabellik altreqularlığın xüsusi halıdır.

Nəticə. Əgər $\mathcal{M}$ müxtəlifliyi bkst-dirsə, onda o, konqruens-altrequlardır.

Əgər müxtəliflik konqruens-dəyişkənlidirsə (yəni $\forall \theta, \rho$ üçün $\theta \circ \rho = \rho \circ \theta$), onda bkst xassəsi üçün güclü Maltsev şərti alınır.

Teorem 3. İxtiyari $\mathcal{M}$ müxtəlifliyi üçün aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:

- (1) $\mathcal{M}$ müxtəlifliyi bkst-dir və konqruens-dəyişkənlidir;
- (2) $\mathcal{M}$ -də elə unar u , ternar p və kvaternar q termləri var ki, $\mathcal{M}$ -də aşağıdakı eyniliklər doğrudur:

$$\begin{aligned} p(x, x, z) &= u(z), \\ q(u(z), x, y, z) &= x, \quad q(p(x, y, z), x, y, z) = y. \end{aligned}$$

Qeyd. Bkst xassəsi $\forall^2 \exists^2$ kvantor önlüyü ilə təyin edilibsə də, onu, faktiki olaraq, $\forall^3 \exists^1$ kvantor önlüyü ilə də təyin etmək mümkündür.

Burada təyin olunmayan bütün anlayışları [1] kitabında tapmaq olar.

Ədəbiyyat

1. O.M.Məmmədov, V.F.Qasımov. Cəbrin əlavə fəsiləri: universal cəbr. Dərs vəsaiti, Bakı: Füyuzat nəşriyyatı, 2021, 99 səhifə.

MÜXTƏLİFLİKLƏRİN ULTRAHASİLLƏRİNİN TƏTBİQLƏRİ HAQQINDA

OQTAY MÜBARƏK OĞLU MƏMMƏDOV, AYSEL SAMİR QIZI NİFTƏLİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
okmamedov@gmail.com, ayselniftaliyeva906@gmail.com

Buradakı bütün zəruri anlayışlar [2] kitabından tapmaq olar. Heterogen cəbrlər keçən əsrin 70-ci illərindən məlumdur. Onlardan, müxtəlifliklərdən heterogen klonlara keçid zamanı istifadə edilir. Heterogen tip elə $\tau = (\alpha, T, r)$ üçlüyünə deyilir ki, α və T çoxluqlardır, r isə ixtiyari $r: T \rightarrow \bigcup \{\alpha^n: n = 1, 2, \dots\}$ funksiyasıdır. τ tipli heterogen cəbr elə $\mathbb{A} = (A_i; F_t)_{i \in \alpha, t \in T}$ cəbrinə deyilir ki, burada bütün $A_i \neq \emptyset$ və F_t elə $F_t: A_{i_1} \times A_{i_2} \times \dots \times A_{i_s} \rightarrow A_{i_{s+1}}$ funksiyasıdır ki, $r(t) = (i_1, i_2, \dots, i_s, i_{s+1})$. Əgər $s = 0$ olarsa, yəni $r(t) = (i)$ olarsa, onda F_t sadəcə A_i -də hər hansı bir konstantdır. F_t funksiyaları $\mathbb{A}$ -nın heterogen əməliyyatlarıdır. Eyni tipli heterogen cəbrlər üçün altcəbr, homomorfizm, hasil və ümumiyyətlə, aksiomatik siniflər standart təyin olunur. Eləcə də, alt-düz ayrılış haqqında məlum Birkhoff teoremi də doğrudur; onu xatırladaq.

Birkhoff teoremi. İxtiyari heterogen $\mathbb{A}$ cəbri üçün hər hansı bir alt-düz $\mu: \mathbb{A} \rightarrow \prod \{\mathbb{A}_i: i \in I\}$ ayrılışı var və burada bütün $\mathbb{A}_i$ -lər alt-düz ayrıl-mayandır.

Xüsusi növ heterogen cəbrlər müxtəlifliyinə baxaq. Onun tipi $\tau_0 = (\alpha, T, r)$ bu şəkildədir: $\alpha = \{1, 2, \dots\}$ (hesabidir);

$$T = \{(0, m, n): m, n \in \alpha\} \cup \{(1, i, n): 1 \leq i \leq n \in \alpha\};$$

$$r(0, m, n) = (n, m, m, \dots, m) \in \alpha^{n+2}; \text{ və } r(1, i, n) = (n), n \in \alpha.$$

$F_{(0, m, n)}$ funksional simvolunu C_m^n kimi (kompozit), $F_{(1, i, n)}$ funksional simvolunu isə e_i^n kimi (proyeksiya) işarə edək. Aşağıdakı eyniliklərlə təyin olunan τ_0 tipli heterogen cəbrlər müxtəlifliyi K_0 -a baxaq:

$$\begin{aligned} C_m^p(z, C_m^n(y_1, x_1, \dots, x_n), \dots, C_m^n(y_p, x_1, \dots, x_n)) &= \\ = C_m^n(C_m^p(z, y_1, \dots, y_p), x_1, \dots, x_n), \quad m, n, p = 1, 2, \dots, \\ C_m^n(e_i^n, x_1, \dots, x_n) &= x_i, \quad m = 1, 2, \dots, 1 \leq i \leq n < \omega; \\ C_n^n(y, e_1^n, \dots, e_n^n) &= y, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Teylor (1973) göstərmişdir ki, K_0 -dakı qeyri-izomorf heterogen cəbrlərlə qeyri-ekvivalent (adi cəbrlər) müxtəliflikləri arasında elə $C\ell(M) \leftrightarrow M$ biyeksiyası var ki, bu iki şərt ödənilir: (1) $M \simeq M' \Leftrightarrow C\ell(M) \cong C\ell(M')$ və (2) əgər MM' -in altmüxtəlifliyidirsə, onda süryektiv $C\ell(M') \rightarrow C\ell(M)$ homomorfizmi var. Burada

$C\ell(M) = \langle A_n = F_n(M); C_m^n, e_i^n \rangle_{n \in \alpha, (0, m, n) \in T, (1, i, n) \in T}$, $F_n(M)M$ -də n sayda sərbəst doğurarı olan sərbəst cəbrin daşıyıcısıdır, $e_i^n = x_i$ və $C_m^n(\sigma, \sigma_1, \dots, \sigma_n) = \sigma(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$. Teylorun göstərmiş olduğu biyeksiyadan istifadə edərək bir çox halda müxtəlifliklərin aksiomlanan sinifləri üçün uyğun teoremləri almaq olar. Tutaq ki, $\mathcal{FI}$ çoxluğu üzərində hər hansı bir filtrdir. Heterogen klonların $\mathcal{F}$ -ə nəzərən filtrlənmiş hasil $\prod_i C\ell(M_i) / \mathcal{F}$ yenə K_0 -da olacaq. Ona görə də $M = \times \{M_i: i \in I\}$ müxtəlifliyinin elə $M_{I, \mathcal{F}}$ altmüxtəlifliyi var ki,

$C\ell(M_{I,\mathcal{F}}) \cong \prod_i C\ell(M_i)/\mathcal{F}$. Bu $M_{I,\mathcal{F}}$ müxtəlifliyinə $\{M_i\}_{i \in I}$ ailəsinin $\mathcal{F}$ -ə nəzərən filtrlənmiş hasili deyilir. Onda təbii olaraq ultrahasillər və ultradərəcələr təyin olunur. Müxtəlifliklərin ultra-hasillərini Maltsev siniflərinin alternativ təsvirində istifadə etmək olar; məsələn, güclü Maltsev sinifində (S -sinifində), xüsusi Maltsev sinifində (S_δ -sinifində), ümumiləşmiş Maltsev sinifində (S_σ -sinifində) və $S_{\delta\Sigma}$ -sinifində.

Teorem 1. Müxtəlifliklər sinifi K yalnız və yalnız o zaman ümumi-ləşmiş Maltsev sinifidir (yəni, S_σ -sinifidir) ki, K aşağıdakı şərtləri ödəsin:

- (a) K filtrlənmiş dərəcələrə nəzərən qapalı olsun,
- (b) K altmüxtəlifliklərə nəzərən qapalı olsun,
- (c) K genişlənmələrə nəzərən qapalı olsun, və
- (d) K ultrahasillərə nəzərən qapalı olsun.

Teorem 2. Müxtəlifliklər sinifi K yalnız və yalnız o zaman $S_{\delta\Sigma}$ -sinifi-dir ki, K aşağıdakı şərtləri ödəsin:

- (a) K filtrlənmiş dərəcələrə nəzərən qapalı olsun,
- (b) K altmüxtəlifliklərə nəzərən qapalı olsun,
- (c) K genişlənmələrə nəzərən qapalı olsun, və
- (d) $\overline{K}$ ultradərəcələrə nəzərən qapalı olsun.

Qeyd 1. Burada $\overline{K}$ sinifi K -nın bütün müxtəlifliklər sinifində tamam-layıcısıdır.

Qeyd 2. K genişlənmələrə nəzərən qapalıdır şərti o deməkdir ki, ixti-yari $M \in K$ üçün əgər M hər hansı bir M' müxtəlifliyinin M -ə qədər reduktu ilə dogurulursa, onda $M' \in K$.

Nəticə 1. Müxtəlifliklər sinifi K yalnız və yalnız o zaman S -sinifidir ki, $KS_{\delta\Sigma}$ -sinifi olsun, K filtrlənmiş hasillərə nəzərən qapalı olsun və $\overline{K}$ ultrahasillərə nəzərən qapalı olsun.

Nəticə 2. Müxtəlifliklər sinifi K yalnız və yalnız o zaman S -sinifidir ki, K eyni zamanda həm S_δ -sinifi, həm də S_σ -sinifi olsun.

Nəticə 2 tamamilə fərqli texnika vasitəsilə Bolduin və Bermam [1] tərəfindən isbat edilmişdir.

Ədəbiyyat

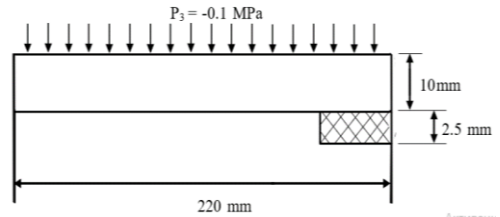
1. J.Baldwin and J.Berman. A model theoretic approach to Malcev conditions. The Journal of Symbolic Logic, v.42, №2, 1977, 277-288.
2. C.Bergman. Universal Algebra. London, CRC Press, 2012, 308 pp.

RADIUS BOYU DİSKRET YERLƏŞƏN HALQAŞƏKİLLİ ELASTİKİ ÖZÜLLƏRLƏ TƏMASDA OLAN DAİRƏVİ LÖVHƏLƏRİN GƏRGİNLİK-DEFORMASIYA VƏZİYYƏTİ

XALİD BİNNƏT OĞLU MƏMMƏDOV, SONA SAMİR QIZI FƏRƏCOVA

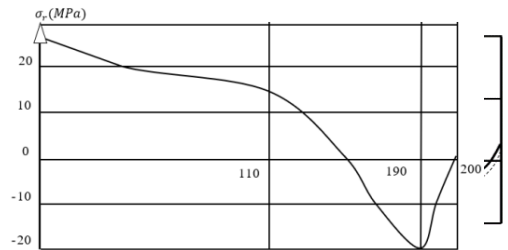
Bakı Dövlət Universiteti
mamedovxalid55@gmail.com , sonaferecova97@gmail.com

Elastiki özüllərlə təmasda olan dairəvi lövhələr bir çox hallarda sənişin təyyarələrinin, digər uçan aparatların germetikləşdirici hissəsi kimi istifadə edilir. Həmin hissələr konstruksiyaların güc sxeminə aid olmasa belə, konstruksiyaların normal işinin təmin olunmasında mühim rol oynayırlar. Buna görə də təklif olunan modelə müvafiq olaraq iki cür dairəvi lövhənin əyilməsinə baxılmışdır[1,2].



- 1) müntəzəm paylanmış normal yükün təsiri altında diskret elastiki özüllərlə təmasda olan dairəvi lövhənin əyilməsi məsələsi;
- 2) halqavari dairəvi lövhənin radius boyu diskret yerləşmiş elastiki dayaqla təması halında əyilməsi.

Məsələ 1. İntensivliyi $P_3 = -0.1 \text{ MPa}$ olan müntəzəm paylanmış yükün təsirindən tərpənməz sərt dayaqla elastiki aralıq qatla bərkidilmiş sabit qalınlıqlı və sonlu en ölçüləri olan dairəvi lövhənin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqi.



Baxılan lövhənin qalınlığı $h = 1.0 \text{ sm}$, radiusu $R = 22.0 \text{ sm}$, lövhənin materialının elastiklik modulu $E = 3090.0 \text{ MPa}$, materialın Puasson əmsalı $\nu = 0.38$. Elastiki özüllərin uyğun xarakteristikaları üçün aşağıdakı qiymətlər götürülmüşdür. $h_2 = 0.25 \text{ sm}$, $E_2 = 3.0 \text{ MPa}$ (xüsusi germetikləşdirici material), $\nu_2 = 0.485$, özülün radius boyu eni $l = 3.0$.

Şəkilə radikal istiqamətdə σ_r gərginliyinin lövhənin radiusu boyu lövhənin aşağı üz səthində hesablanmış qiymətləri qrafiki əyri şəklində verilmişdir. Şəkilə $\tau = 0$ nöqtəsində üçbucaqla σ_r gərginliyinin təcrübi alınmış qiyməti göstərilmişdir[3]. Qrafikdən göründüyü kimi işlənmiş metod əsasında alınmış nəticə eksperimental nəticə ilə yaxşı uzlaşır.

İkinci misal kimi $r = 185 \text{ mm}$ radiuslu daxili deşiyi olan, xarici radiusu $R = 760 \text{ mm}$ olan dairəvi lövhənin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqi aparılmışdır. Lövhənin materialı izotrop qəbul olunmuş $E = 9.28 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, Puasson

əmsalı $\nu = 0.26$, $P_3 = -0.0063 \text{ MPa}$. Özül rolun oynayan dayaqqlar üçün $h_i = 0.2 \text{ sm}$,

$$l_i = 2.01 \text{ m } \nu_2^i = 0.259 (i = 1, n), \quad E_2^1 = 9729.0 \text{ MPa}, \quad E_2^2 = 12730.0 \text{ MPa},$$

$$E_2^3 = 13730.0 \text{ MPa}, \quad E_2^4 = 9729.0 \text{ MPa}.$$

Şəkilə əyilmənin qrafiki müzakirə olunan metodla və digər üsulla [4] göstərilmişdir. Ştrix punktirlə [4] işinin nəticəsi göstərilmişdir. Göründüyü kimi [4] üsulunun vasitəsilə alınan nəticə dəqiqləşdirilir.

Ədəbiyyat

1. Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Мамедов Х.Б. К проблеме контактного взаимодействия оболочек с упругими основаниями // Исследования по теории оболочек. Тр. семинара. Казанский физико-технический институт КФ АН СССР. – Казань. -1984. -Вып.17, ч. II. -с. 52-61.
2. Məmmədov X.B., Fərəcova S.S. Deformasiyalanan əsaslarla qarşılıqlı təsirdə olan ortotrop örtüklərin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqi. Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin Anadan olmasının 98-ci ildönümünə Həsr olunmuş «riyaziyyat, mexanika və onların tətbiqləri» adlı respublika elmi konfrans. Bakı, -2021, - səh.61-62
3. Плетникова Е.Д., Горлов К.В. Статическая прочность иллюминаторов пассажирских самолетов. //Труды ЦАГИ имени Н.Е. Жуковского, выпуск 920, м., - 1964. -32с.
4. Кузнецов С.П., Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Осесимметричная деформация оболочек вращения, взаимодействующих на лицевых поверхностях с упругими основаниями // Вопросы прочности и долговечности элементов авиационных конструкций. -Куйбышев. -1983. -с.37-43.



İDARƏETMƏ ORQANLARINDA KOMPÜTER ŞƏBƏKƏLƏRİNİN TƏHLÜKƏSİZLİK PROBLEMLƏRİNİN ARAŞDIRILMASI

GÜLŞƏN NAZİM QIZI MƏMMƏDOVA

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti Yanında Dövlət İdarəçilik Akademiyası
glsnmmmdv@gmail.com

Məlumatların sürətli artımı müxtəlif sənayelər üçün ciddi problemlər yaradır və həmçinin qiymətli imkanlar gətirir. Şəbəkə böyük verilənləri (Network big data) kiberməkanda “insanların, maşınların və obyektlərin” qarışması nəticəsində yaranan və İnternetdə mövcud olan böyük verilənlərə aiddir [1]. Şəbəkə böyük verilənləri, miqyasından və mürəkkəbliyindən asılı olmayaraq, mövcud kompüterlərin işlənməsini çətinləşdirir. Şəbəkə böyük verilənləri ilə bağlı araşdırmalar böyük əhəmiyyət kəsb edir. Hazırda əlaqəli tədqiqatlar əsasən üç aspektə, yeni şəbəkə böyük məlumatlarının təmizlənməsi, saxlanması və təhlilə yönəlib. Şəbəkə böyük verilənləri tez-tez əlaqələrin monitorinqi, nümunə və açar söz axtarışı, məlumat mühəndisliyi və s. sahələrdə istifadə olunur. Yaxın gələcəkdə bu texnologiya müxtəlif sənayelərdə inqilab edəcək, insanların daha səmərəli emal və tətbiqi üçün dəyərli məlumat əldə etməsini asanlaşdıracaq [2].

İnformasiyalашdırma prosesinin davamlı dərinləşməsi və sürətlə inkişaf edən şəbəkə texnologiyası ilə şəbəkə təhlükəsizliyi sahəsinin konnotasiyası getdikcə genişlənir və tədricən çoxqatlı üçölçülü şəbəkə arxitekturasının təhlükəsizliyinə dərinləşir. Kompüter şəbəkəsinin təhlükəsizliyinin əsas xüsusiyyətləri əlçatanlıq, tamlıq, məxfilik, idarə oluna bilənlik və etibarlılıqdır [3]. Təhlükəsizliyin qorunması nöqtəyindən kompüter şəbəkəsinin təhlükəsizliyi konsepsiyası üç hissədən ibarətdir: şəbəkə platformasının əməliyyat təhlükəsizliyi, fiziki təhlükəsizlik və təhlükəsizliyin idarə edilməsi. Fiziki təhlükəsizlik təməldir və şəbəkə platformasının əməliyyat təhlükəsizliyinə və təhlükəsizliyin idarə olunmasına zəmanət verilir. Birlikdə onlar nisbətən tam şəbəkə təhlükəsizlik mühafizə sistemini təşkil edirlər. Şəbəkəyə müdaxilə mücərrəd bir anlayışdır. Şəbəkəyə müdaxilə şəbəkə resurslarına müəyyən ziyan vura bilər. Bu zərərlər əsasən üç aspektdə əks olunur: biri şəbəkə resurslarının bütövlüyünü pozmaq, digəri şəbəkə resurslarının əlçatanlığını pozmaq, üçüncüsü isə şəbəkəni resursların məxfiliyini məhv etmək və bu təxribatlar şəbəkə təhlükəsizliyi problemlərinə səbəb ola bilər. Şəbəkəyə müdaxilə nöqtəyindən şəbəkə müdaxiləsi maskalanma hücumları, xidmətin rədd edilməsi hücumları, təhlükəsizlik səviyyəsinin yüksəldilməsi hücumları və müdaxiləyə cəhd edilən hücumlara bölünə bilər.

Aşkarlama şəbəkədə görünə bilən və ya artıq görünən şəbəkə müdaxiləsi davranışını aşkar etmək və beləliklə, müdaxilə davranışına cavab vermək üçün istifadə olunur. Şəbəkə müdafiə üsulları baxımından müdaxilənin aşkarlanması aktiv müdafiə texnologiyasıdır. Şəbəkədəki kommunikasiyaları, hostları, jurnalları və s.-nin təhlili və

aşkarlanması ilə şəbəkə məlumatları və davranışı müdaxilə davranışlarını aşkar etmək və müdaxilə davranışlarına cavab vermək üçün təhlil edilir, şəbəkə resursları məhv edilir, şəbəkə hücumlarının qarşısını effektiv şəkildə alır. Müdaxilənin aşkarlanması təkcə şəbəkədən kənar davranışları hədəfə almır, həm də şəbəkə daxilindəki şəbəkə davranışlarını aşkarlayır. Müdaxilənin aşkarlanmasının əsas prinsipi şəbəkə müdaxiləsi davranışının şəbəkə sistemindəki normal şəbəkə davranışından fərqli olduğunu güman etməkdir, beləliklə, müdaxilənin aşkarlanması sistemi, şəbəkə qeydlərini və audit qeydlərini təhlil etməklə həyata keçirilə bilər. Hücumun aşkarlanması sistemi aşağıdakı funksiyaları təmin etməlidir: Birincisi, müdaxilənin aşkarlanması sistemi sistem administratoruna şəbəkə sistemindəki müxtəlif aparat və proqram təminatı dəyişikliklərini, əməliyyat prosedurlarını, rabitə dəyişikliklərini və s. anlamaqda kömək edə bilər. Hücumun aşkarlanması sistemi, həmçinin, sistem intruziyasının aşkarlanması sistemini də inkişaf etdirməlidir. İkincisi, şəbəkə müdaxiləsinin aşkarlanması sistemi sadə və istifadəsi asan idarəetmə üsulu ilə şəbəkəni izləyir və idarə edir. Şəbəkə administratoru şəbəkə sisteminin təhlükəsizliyini artırmaq üçün müdaxilənin aşkarlanması sistemi vasitəsilə şəbəkə təhlükəsizliyinin müxtəlif konfigurasiyalarını həyata keçirə bilər. Üçüncü müdaxilə aşkarlama sistemi sürətli cavab səviyyəsinə malik olmalıdır. Müdaxilə aşkar edildikdə, o, sistem jurnalında zərərli davranış vaxtında qeyd edə və müvafiq şəbəkə bağlantısını silmək və administratora həyəcan signalı vermək kimi zərərli davranışa müsbət cavab verə bilər[4]. Şəbəkəyə müdaxilənin aşkarlanması hostlar arasında şəbəkə xəttində ötürülən məlumatları təhlil etməklə işləyir. Şəbəkə vasitəsilə real vaxt rejimində məlumat axınına nəzarət etmək və təhlil etmək üçün adətən "Promiscuous Mode" rejimində işləyən şəbəkə kartından istifadə edir. Onun təhlil modulu adətən hücum davranışlarını müəyyən etmək üçün nümunə uyğunluğu və statistik təhlil kimi üsullardan istifadə edir. Şəbəkə şirkətləri, hökumət və digər aidiyyətli idarələr üçün onlar kompüter şəbəkəsinin monitorinqi texnologiyasını davamlı olaraq təkmilləşdirməli və şəbəkə monitorinqinin bu intellektual texnologiyası vasitəsilə şəbəkəni hərtərəfli idarə etməlidirlər. Kompüter şəbəkələri üçün bəzi sahələr insan monitorinqi ilə tam əhatə oluna bilməz, bu zaman siz intellektual texnologiyanın dəqiq monitorinq xüsusiyyətlərindən istifadə edə bilərsiniz. Virus müdaxiləsi verilənlər bazası qurulması, monitorinq modelinin qurulması və anormal monitorinq texnologiyaları şəbəkə monitorinq texnologiyalarıdır. Mümkün qədər qeyri-qanuni müdaxilənin qarşısını almaq üçün sistem proqramlarının hazırlanması, istismarı və tətbiqi zamanı monitorinq texnologiyasından istifadə oluna bilər. Bundan əlavə, məlumat ötürülməzdən əvvəl məlumatı yenidən kodlayın ki, ələ keçirən məlumatın həqiqi məzmununu ala bilməsin. Məlumat şifrələmə texnologiyası məlumatların təhlükəsiz ötürülməsinə zəmanət verən kompüter şəbəkələrində əsas təhlükəsizlik texnologiyasıdır. Hal-hazırda, asimmetrik açar şifrələməsi ən çox istifadə edilən şifrələmə üsuludur və onun təhlükəsizliyi simmetrik şifrələmədən daha yüksəkdir. O, bir-biri ilə əlaqəli bir cüt açardan istifadə edir, onlardan biri ictimai, digəri isə özəldir. Hazırda nisbətən təhlükəsiz asimmetrik şifrələmə alqoritmlərinə əsasən RSA, DSA, PKCS və PGP daxildir [5]. Bəzi şəbəkə nümunəsi təhlilinin köməyi ilə istifadəçilər kompüter şəbəkələrinin təhlükəsizlik müdafiəsini həyata keçirməyə və onları qeyri-qanuni müdaxilələrin zərərliliyi və şəbəkə təhlükəsizliyi tədbirlərinin vacibliyi barədə xəbərdar olmağa təşviq edilir. İstifadəçi adları və təhlükəsizlik parollarını təyin edərkən istifadəçilərə daha yüksək təhlükəsizlik



səviyyələrinin birləşməsindən istifadə etməyə icazə verilir. Məsələn, krekinq çətinliyini artırmaq üçün simvollar, hərflər və rəqəmlər qarışdırıla bilər. Fərqli saytlar üçün eyni paroldan istifadə etməmək lazımdır. Eyni zamanda, onun təhlükəsizliyini artırmaq üçün müntəzəm parol dəyişikliyi etmək lazımdır. Digər tərəfdən, hər bir istifadəçi öz giriş hüquqlarına malik olmaq üçün onların şəbəkə marşrutlaşdırıcıları mümkün qədər öz giriş hüquqları ilə məhdudlaşdırılmalıdır. İstifadəçilər şəxsi məxfi məlumatları ehtiva edən bəzi proqram təminatı və veb saytlara daxil olmaq üçün ictimai WiFi tətbiq etməməlidirlər.

Ədəbiyyat

1. Yang, J.W. (2019) A brief analysis of computer network security precautions in the era of big data. *Science and Technology Communication*, no.2, pp.108-109.
2. Long, Z.H. (2019) Computer network information security and protection strategy in the era of big data. *Management Informationization in China*, no.3, pp.161-162.
3. Deng, Q.F. (2019) Computer network information security technology and its development trend. *Electronic Technology and Software Engineering*, no.24, pp.194-195.
4. Liu, W. (2018) Research on Optimizing Network Security Strategy Based on Big Data. *Software*, vol.39, no.9, pp.205-208.
5. Zhao, L. (2019) Research on computer network security protection strategy under the background of big data. *Journal of Heihe University*, vol.10, no.1, pp.217-218.
6. Wang, Q., Pan, C. (2017) Analysis of Network Complete Vulnerabilities and Preventive Measures in the Era of Big Data. *Network Security Technology and Application*, no.2, pp.77 - 79.
7. Bao, L.J. (2019) Application of Big Data-based Network Security Situation Awareness Platform in Private Network Field. *Information Security Research*, vol.5, no.2, pp.168-175.
8. Wang, B. (2019) Network security fuzzy risk assessment based on computer network technology. *Foreign Electronic Measurement Technology*, vol.38, no.5, pp.11-16.
9. Liu, Q., Cai, Z.P., Yin, J.P., et al. (2017) Research on the framework and methods of network security detection. *Computer Engineering and Science*, vol.39, no.12, pp.2224-2229



AVTOMATLAŞDIRILMIŞ İDARƏETMƏ SİSTEMLƏRİ

KƏMALƏ MƏMMƏDOVA PƏRVAZ

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti Yanında Dövlət İdarəçilik Akademiyası
kemale98memmedova@gmail.com

Avtomatlaşdırma İdarəetmə Sistemi (AİS) insan iştirakı olmadan proseslərin tənzimlənməsi üçün idarəetmə nəzəriyyələrinin tətbiqidir. Müasir dövrdə müxtəlif sahələrdə rəqiblərin önünə keçmək, inkişafı təmin etmək və xərclərimin imumsəviyyəyə endirmək üçün avtomatlaşdırılmış idarəetmə sistemlərindən istifadə olunur. Müxtəlif sahələrdə rəqiblərin önünə keçmək, inkişafı təmin etmək və xərcləri minimum səviyyəyə endirmək üçün avtomatlaşdırılmış idarəetmə sistemlərindən istifadə olunur. [1].

Əksər müəssisələrin əsasını avtomatlaşdırılmış idarəetmə sistemləri təşkil edir. İdarəetmə sistemləri avtomatlaşdırılmış sistemə keçməmişdən öncə manual idarə olunurdu. Bu halda kompüter yerinə qeydlər kağıza, jurnallara və s. materiallara yazılırdı. Manual informasiya sisteminin üstünlüyü xərclərin effektiv olması, sistem istifadəsinin çox asan və ixtisaslı işçiyə ehtiyac olmamasıdır. Lakin manual informasiya sistemlərinin bir sıra mənfi cəhətləri var. Bunlar aşağıdakılardır: Vaxt hesabı-Bütün məlumatların təqdim edilmədən öncə yoxlanılması insanlar tərəfindən yerinə yetirildiyi üçün çox vaxt aparan bir prosesdir.

Xətaya meyillilik-İnsanlar tərəfindən məlumatların dəqiqliyinin yoxlanması və doğrulanması, kompüter sistemlərində edilən yoxlama və doğrulama ilə müqayisədə daha azdır.

Təhlükəsizliyin olmaması - Manual sistemlərin təhlükəsizliyi fayl otağına əl yetənliliyin məhdudlaşdırılması ilə həyata keçirilir. İnsanlar icazə olmadan asanlıqla fayl otağına giriş əldə edə bilərlər.

Verilənlərin uyğunsuzluğu-Verilənlərin bir faylda məlumatları yenilədikdə digər nüsxələrin də yenilənməsi problemi çox tez-tez yaranır. Bu da məlumatların uyğunsuzluğuna gətirib çıxarır.

Manual idarə olunan sistemdən avtomatlaşdırılmış sistemə keçid mərhələləri tədqiq edildikdə rahatlıqla görmək olar ki, avtomatlaşdırılmış idarəetmə sistemləri rəqabət qabiliyyətli şirkətlərə biznes sistemlərini sadələşdirməyə kömək edir. Bu cür sistemlər həmçinin biznesin səmərəliliyini artırmağa, işçilərin hesabatlı olmasına, müştəri xidmətlərinin artırılmasına və biznesə daha çox dəyər gətirməsinə kömək edə bilər [2].

Günümüzdə, bütün sahələrdə AİS-lərdən istifadə olunur. Bunlardan biri mənzillərin idarə olunmasının avtomatlaşdırılmasıdır. Bu sistem vasitəsi ilə havalandırma cihazları, daxili və xarici mühiti aydınlatmaq, proqramla işləyən pərdə, televizorun idarəsi, kart sistemə keçid, yanğını başa düşmə və s. təhlükəsizlik sistemləri ilə inteqrasiya edilərək bir mərkəzdən bütün mənzilin minimum kadr və maksimum səmərəlilik nəzarətində mümkündür.



Qeydlərin Avtomatlaşdırılmış İdarəetmə Sistemi (QAİS)-nin istifadə olunmasının başlıca məqsədi müəssisələri kağızsız birmühitə çevirməkdir. QAİS ilə əldə olunan qeydlər bazarda ən son texnologiyalardan istifadə edilərək rəqəmsal formatlara çevriləcək konkret formalarda ola bilər.

İdarəetmədə Hesablama Sistemi müəssisədəki idarəetmə səviyyələrinin maddi vəziyyətləri və fəaliyyətləri barədə hesabat verən bazadır. Rəhbərlik müəssisənin indiki maliyyə vəziyyətini və fəaliyyətlərini müəssisə üçün öncədən müəyyən edilən hədəflərlə qarşılaşdırmaqdan ötrü sistem tərəfindən yaradılan verilənləri istifadə edir [3].

İnsan resursları verilənlərin idarəetmə sistemi, işçilərin günlük iş yükünün idarəsi, işə alınmalarını dəstəkləyir. İşə götürmə funksiyası, potensial işəgötürəni müəyyən etmək üçün analizlərin toplanması və təhlili ilə insan resursları idarəetmə sistemini avtomatlaşdırır.

Elektron ödəniş sistemləri demək olar ki əksər sahələrdə həyatın rahat olmasını təmin edir. Ödəniş sistemlərinin elektron formaya keçməsi ilə ödəniş müddəti olduqca azalmış, çoxlu vaxt, kağız sərfi və mümkün səhvlərin edilməsinin də qarşısını alınmışdır. Elektron ticarətdə ödəmə üsulları bunlardır; elektron kredit kartı, elektron teleferik maşınları, elektron pul köçürmələri üçün satış nöqtələri, elektron pul, elektron çek, smart kart, rəqəmsal pul kisəsi, mobil ödəniş və s. ödəniş üsulları vardır [4].

Azərbaycanda bir sıra elektron ödəmə portalı mövcuddur. Elektron ödəmə portalını müştərilərin ödəmələrini qiymətləndirən və işləyən üçüncü tərəf bir sistem kimi izah edə bilərik. Bu sistemlərin istifadə dairəsi getdikcə artmaqdadır. Əhalinin rahatlığından ötrü ölkənin demək olar bütün ərazilərində bu portalların terminalları quraşdırılmışdır.

Ədəbiyyat

1. https://studbooks.net/2206213/informatika/etapy_proektirovaniya_avtomatizirovaniy_informatsionnyh_sistem
2. Kərimov S.Q. Avtomatlaşdırılmış informasiya sistemləri. – Bakı: Elm, 1989. - 252s.
3. Kenneth C. Laudon -Management Information Systems
4. <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/other/paymentsystem201009en.pdf>

ÇOXFAZALI MAYENİN BORUDA QƏRARLAŞMIŞ HƏRƏKƏTİ ZAMANI SÜRƏT PROFİLİ

NAZİRƏ MÖHÜBBƏT QIZI MƏMMƏDZADƏ

Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası, Mexanika-Riyaziyyat İnstitutu.
nazire.m@mail.ru

Bu işdə biz çoxfazlı mayenin şaquli vertikal boruda qərarlaşmış hərəkəti zamanı mayenin hərəkət sürətinin borunun en kəsiyinin radiusundan aslı olaraq necə dəyişdiyini araşdırırıq. Bunun üçün hidravlikadan bizə məlum olan mayenin qərarlaşmış axın tənliklərindən istifadə edirik (bax. [1]):

$$\begin{cases} v_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\mu_1}{\rho_1 r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_1}{\partial r} \right) - g, & 0 < r < R_1 \\ v_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\mu_2}{\rho_2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_2}{\partial r} \right) - g, & R_1 < r < R_2 \end{cases}$$

Müvafiq hesablamalar aparmaqla $v_1(r)$ və $v_2(r)$ üçün aşağıdakı ifadələri almış olarıq:

$$\begin{aligned} v_1(r) &= v_1(R_1) - \frac{\lambda_1 r^2}{4} + \frac{\lambda_1 R_1^2}{4}, & 0 < r < R_1 \\ v_2(r) &= \frac{\lambda_2 R_2^2}{4} - \frac{\lambda_2 r^2}{4} - R_1 \ln \frac{R_2}{r} \frac{\partial v_2}{\partial R_1} - \frac{\lambda_2}{2} R_1^2 \ln \frac{R_2}{r}, & R_1 < r < R_2 \end{aligned}$$

Burada λ_1 və $\lambda_2 - \rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2$ dəyişənlərindən aslı hər hansı ədədlərdir.

Bundan əlavə, tədqiqatlar zamanı təzyiqin də dərinlik boyu necə dəyişdiyini təyin edən aşağıdakı düsturlar müyyən edilir:

$$\begin{cases} P(x) = P(0) - \rho_1 g x + \lambda_1 \int_x^0 \mu_1(s) ds \\ P(x) = P(0) - \rho_2 g x + \lambda_2 \int_x^0 \mu_2(s) ds \end{cases}$$

Hesablamalar göstərir ki, hərəkət zamanı borunun divarına yaxın hissədə sürət özünün maksimum qiymətini alır. Sürətin digər pik qiymətinə isə borunun mərkəzində rast gəlinir ki, bu da təcrübədə qaz konsentrasiyası çox olan qarışıqlar üçün xarakterikdir (bax. [2]).



Ədəbiyyat

1. F. Mammadov, N. Mammadzade, Poisseuille law in conditions of viscosity fluctuation and non-Newtonian fluid flow in the wells, Azerbaijan Oil Industry Journal, (2019), September ISSN 1560-4055, 47-50 .
2. N. Mammadzade, A Variational View on Dupuit's formula, Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics V. 7, No 2 (2019), December ISSN 1560-4055, 611-624.

İDARƏEDİCİ FUNKSIYADA GECİKMƏ OLAN MƏSƏLƏLƏRDƏ OPTİMALLIQ ÜÇÜN BİRİNCİ TƏRTİB ZƏRURİ ŞƏRTLƏR

MİSİR CUMAYIL OĞLU MƏRDANOV, DİLARƏ İKRAM QIZI QULİYEVA

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Bakı Dövlət Universiteti
misirmardanov@yahoo.com , dilare.quliyeva39@gmail.com

İşdə aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$S(u(\cdot)) = \varphi(x(t_1)) \rightarrow \min_u, \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), u(t-h), t), t \in I := [t_0, t_1], x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

$$u(t) \in U(t) \subset R^r, t \in I_h := [t_0 - h, t_1]. \quad (3)$$

Burada R^r - r ölçülü Evklid fəzası və $R^1 := R := (-\infty, +\infty)$; $x \in R^n$ faza dəyişəni, $u \in R^r$ idarəedici vektordur; $x_0 \in R^n, t_0, t_1, h \in R$ və $h > 0$ qeyd olunmuş ədədlərdir, belə ki, $t_0 + h < t_1$; $\varphi(x): R^n \rightarrow R$ və $f(x, u, v, t): Q \rightarrow R^n$ və $Q := R^n \times R^r \times R^r \times I$ verilmiş

funksiyalardır; $U(t) = \begin{cases} V, t \in I \\ W, t \in [t_0 - h, t_0) \end{cases}$, burada, V və W

R^r -in verilmiş alt çoxluqlarıdır.

$u(\cdot) \in \tilde{C}^+(I_h, R^r)$ çoxluğunun (3) şərtini ödəyən hər bir $u(\cdot)$ elementi mümkün idarəedici adlanır. (2) sisteminin $u(\cdot)$ mümkün idarəediciyinə uyğun olan $x(\cdot)$ həlli *mümkün trayektoriya*, $(u(\cdot), x(\cdot))$ cütü isə *mümkün proses* adlanır.

Əgər $u^0(\cdot)$ mümkün idarəediciyi (1)-(3) məsələsinin həllidirsə, onda $u^0(\cdot)$ *optimal idarəedici*, $u^0(\cdot)$ -a uyğun $x^0(t), t \in I$ *optimal trayektoriya*, $(u^0(\cdot), x^0(\cdot))$ cütü isə *optimal proses* adlanır.

Məsələnin verilənləri üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla, xüsusi variasiyanın köməyi ilə aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

Teorem. (Pontryagin maksimum prinsipinin analoqu) Fərz edək ki, $\varphi(\cdot)$ funksionalı R^n -də kəsilməz diferensiallanandır, $f(\cdot)$ vektor funksiyası və onun $f_x(\cdot)$, xüsusi törəməsi Q çoxluğunda kəsilməzdir. Onda $(u^0(\cdot), x^0(\cdot))$ mümkün prosesinin optimal proses olması üçün aşağıdakı bərabərsizliyin doğruluğu zəruridir

$$\chi(\theta)\Delta_{(\tilde{u},u^0(\theta-h))}H(\theta)+\chi(\theta+h)\Delta_{(u^0(\theta+h),\tilde{u})}H(\theta+h)\leq 0. \quad (4)$$

Burada $\chi(\cdot)$ funksiyası $[t_0, t_1]$ çoxluğunun xarakteristik funksiyasıdır,

$H(\psi, x, u, v, t) := \psi^T f(x, u, v, t)$ isə Hamilton-Pontryagin funksiyasıdır;

$$\Delta_{(\tilde{u},u^0(\theta-h))}H(\theta) = \psi^{0^T}(\theta) \left[f(x^0(\theta), \tilde{u}, u^0(\theta-h), \theta) - f(x^0(\theta), u^0(\theta), u^0(\theta-h), \theta) \right],$$

$\Delta_{(u^0(\theta+h),\tilde{u})}H(\theta+h)$ ifadəsi analogi olaraq təyin olunur;

$$\dot{\psi}^0(t) = -H_x(\psi^0(t), x^0(t), u^0(t), u^0(t-h), t), t \in I,$$

$$\psi^0(t_1) = -\varphi_x(x^0(t_1)).$$

Ədəbiyyat

1. Kharatashvili G.L, Tadumadze T.A.. Nonlinear optimal control systems with variable constructions // Matem. Sb., 1978, v.107(149), No 4(12), pp.613-633.
2. Matveev A.S.. Optimal control problems with general form delays and phase constraints // Izv. AN SSSR. ser. matem., 1988, v.52 No 6, pp.1200-1229.

İDARƏEDİCİ FUNKSIYADA GECİKMƏ OLAN MƏSƏLƏLƏRDƏ OPTİMALLIQ ÜÇÜN İKİNCİ TƏRTİB ZƏRURİ ŞƏRTLƏR

MİSİR CUMAYIL OĞLU MƏRDANOV, DİLƏRƏ İKRAM QIZI QULİYEVA

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Bakı Dövlət Universiteti
misirmardanov@yahoo.com , dilare.quliyeva39@gmail.com

İşdə aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$S(u(\cdot)) = \varphi(x(t_1)) \rightarrow \min_u, \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), u(t-h), t), t \in I := [t_0, t_1], x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

$$u(t) \in U(t) \subset R^r, t \in I_h := [t_0 - h, t_1]. \quad (3)$$

Burada R^r - r ölçülü Evklid fəzası və $R^1 := R := (-\infty, +\infty)$; $x \in R^n$ faza dəyişəni, $u \in R^r$ idarəedici vektordur; $x_0 \in R^n, t_0, t_1, h \in R$ və $h > 0$ qeyd olunmuş ədədlərdir, belə ki, $t_0 + h < t_1$; $\varphi(x): R^n \rightarrow R$ və $f(x, u, v, t): Q \rightarrow R^n$ və $Q := R^n \times R^r \times R^r \times I$ verilmiş

funksiyalardır; $U(t) = \begin{cases} V, t \in I \\ W, t \in [t_0 - h, t_0) \end{cases}$, burada, V və W

R^r -in verilmiş alt çoxluqlarıdır.

$u(\cdot) \in \tilde{C}^+(I_h, R^r)$ çoxluğunun (3) şərtini ödəyən hər bir $u(\cdot)$ elementi mümkün idarəedici adlanır. (2) sisteminin $u(\cdot)$ mümkün idarəedicisinə uyğun olan $x(\cdot)$ həlli mümkün trayektoriya, $(u(\cdot), x(\cdot))$ cütü isə mümkün proses adlanır.

Əgər $u^0(\cdot)$ mümkün idarəedicisi (1)-(3) məsələsinin həllidirsə, onda $u^0(\cdot)$ optimal idarəedici, $u^0(\cdot)$ -a uyğun $x^0(t), t \in I$ optimal trayektoriya, $(u^0(\cdot), x^0(\cdot))$ cütü isə optimal proses adlanır.

Məsələnin verilənləri üzərinə müəyyən şərtlər qoymaqla, xüsusi variasiyanın köməyi ilə aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

Teorem. Tutaq ki, $\varphi(\cdot)$ funksionalı R^n -də ikinci tərtib kəsilməz diferensiaslanandır, $f(\cdot)$ vektor funksiyası və onun $f_x(\cdot), f_{xx}(\cdot)$ xüsusi törəmələri Q çoxluğunda kəsilməzdirlər; bundan əlavə, $u^0(t), t \in I_h$ idarəedicisi $U_0(\theta^*)$ çoxluğu və $\theta^* \in [t_0 - h, t_1]$ nöqtəsində məxsusudur. Onda elə $\beta^* > 0$ vardır ki, bütün $\theta \in [\theta^*, \theta^* + \beta^*) \in I_h$ və $\tilde{u} \in U_0(\theta^*)$ üçün

$$\begin{aligned} & \chi(\theta)M^0[p(\theta), p(\theta)](\theta, \theta, \tilde{u}) + 2\chi(\theta)\chi(\theta+h)M^0[p(\theta), q(\theta+h)](\theta, \theta+h, \tilde{u}) + \\ & \chi(\theta+h)M^0[q(\theta+h), q(\theta+h)](\theta+h, \theta+h, \tilde{u}) \leq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

bərabərsizliyi doğrudur. Burada $M^0[\cdot, \cdot](\cdot)$ (5) və (6)-nın vasitəsilə təyin olunur.

$$M^0[p(\xi), q(\eta)](\xi, \eta, \tilde{u}) := \begin{cases} \Delta_{p(\xi)} f^T(\xi) \psi^0(\xi, \eta) \Delta_{q(\eta)} f(\eta) \\ + \Delta_{p(\xi)} f^T(\xi) \lambda^T(\xi, \eta) \Delta_{q(\eta)} H_x(\eta), (\xi, \eta) \in D \\ 0, (\xi, \eta) \notin D \end{cases} \quad (5)$$

Burada $D := \{(s, \tau) : t_0 \leq s \leq \tau \leq t_1\}$.

$$p(\xi) := (\tilde{u}, v^0(\xi)), v^0(\xi) := u^0(\xi - h), q(\eta) := (u^0(\eta), \tilde{u}), \quad (6)$$

Ədəbiyyat

1. Akhmedov K.T., Melikov T.K., Gasanov K.K. Optimality conditions of singular controls in systems with lagging // Dokl. AN Akad. Nauk Az SSR, 1975, v.31, No 7, pp.7-10.
2. Gabasov R. To theory of necessary conditions of optimality for singular controls // DAN SSSR, 1968, v.83, No 2, pp.300-302.



MƏXSUSİ İDARƏEDİCİNİN OPTİMALLIĞI ÜÇÜN Q.KELLİ ŞƏRTİ

MİSİR CUMAYIL OĞLU MƏRDANOV, FİRƏNGİZ ALLAHVERDİ QIZI NƏZƏROVA

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Bakı Dövlət Universiteti
misirmardanov@yahoo.com

Təqdim edilən işdə aşağıdakı kimi məsələyə baxılır:

$$\dot{x} = f_0(x) + u f_1(x), \quad x(0) = x_0, \quad t \in T = [0, t_1] \quad (1)$$

$$J(u) = \varphi(x(t_1)) \rightarrow \min \quad (2)$$

Burada $u(t)$, $|u(t)| \leq 1$, şərtini ödəyən idarəedici funksiya, f_0 , f_1 , $\varphi(x)$ funksiyaları isə birinci və ikinci tərtib törəmələrə nəzərən kəsilməz olan funksiyalardır.

Tutaq ki, $u(t)$ $t \in T$, (1)-(2) məsələsi üçün məxsusi idarəedicidir:

$$H_u(x(t), \psi(t), u(t)) = 0, \quad t \in T \quad (3)$$

Burada $H(x, \psi, u) = \psi' f_0(x) + u \psi' f_1(x)$, $x(t)$ və $\psi(t)$ isə aşağıdakı tənliklərin həllidir:

$$\dot{x} = H_x(t), \quad x(0) = x_0, \quad \dot{\psi} = -H_\psi(t), \quad \psi(t_1) = -\varphi_x(x(t_1)).$$

İşdə Kelli variyasiyasından

$$\delta u(t) = \begin{cases} v, & t \in [\theta, \theta + \varepsilon] \\ -v, & t \in [\theta + \varepsilon, \theta + 2\varepsilon] \\ 0, & t \in [\theta, \theta + 2\varepsilon] \end{cases} \quad (4)$$

istifadə edərək (2) funksionalının artımı aşağıdakı şəkllə gətirilir:

$$\delta^2 J(x) = \delta x'(t_1) \varphi_{xx}(x(t_1)) \delta x(t_1) - \int_0^{t_1} [\delta x'(t) H_{xx} \delta x(t) + 2 \delta x'(t) U_{xu} \delta u(t)] dt \quad (5)$$

(4) variyasiyasından istifadə edərək göstərilir ki,

$$\delta^2 J = \frac{2}{3} L(\theta) v^2 \varepsilon^3 + o(\varepsilon^3)$$

$$L(\theta) = -f_1' \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} f_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \frac{\partial f}{\partial x} f_1 - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \frac{d}{dt} f_1 + f_1' \frac{d}{dt} \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \quad (7)$$

Buradan isə bütün $\theta \in T$ üçün $L(\theta) \geq 0$ (7) alınır.

Sonralar A. Brayson göstərmişdir ki, (7) şərtini aşağıdakı kimi sadə və yadda qalan formada yazmaq olar:

$$\frac{\partial}{\partial u} \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial H}{\partial u} \geq 0 \quad (8)$$

Ədəbiyyat

1. Р.Габасов, Ф.М.Кириллова "Особые оптимальные управления", Изд. "Наука", 1973г. – 256 стр.

OPERATOR ƏMSALLI ÜÇ TƏRTİBLİ TƏNLİK ÜÇÜN BİR SİNİF SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ HAQQINDA

SABİR SULTANAĞA OĞLU MİRZƏYEV, AYDAN TƏRLAN QIZI QAZİLOVA

Bakı Dövlət Universiteti
mirzoyevsabit@mail.ru, aydan-9393@list.ru

H - seperabel Hilbert fəzasında belə bir sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\left(\frac{d}{dt} + A\right)\left(\frac{d}{dt} - A\right)^2 u(t) + A_1 u''(t) + A_2 u'(t) + A_3 u(t) = f(t) \quad t \in (0; \infty) \quad (1)$$

$$u''(0) = 0 \quad (2)$$

Burada operator əmsallar aşağıdakı şərtlər ödəyir.

1) A - öz-özünə qoşma müsbət-müəyyən operatorudur.

2) $A_1 A^{-1}, A_2 A^{-2}, A_3 A^{-3}$ operatorları H -da məhduddur.

$L_2(0; \infty)$ ilə $(0; \infty)$ -da sanki hər yerdə təyin olmuş qiymətləri H - da olan Kvadratı ilə integrallanan vektor funksiyaların Hilbert fəzasını işarə edək, belə ki

$$\|f\|_{L_2(0, \infty; H)} = \int_0^\infty \|f\|^2 dt < \infty.$$

$W_2^3(0, \infty; H)$ ilə aşağıdakı Hilbert fəzasını təyin edək.

$$W_2^3(0, \infty; H) = \{u(t), A^3 u(t) \in L_2(0, \infty; H), u'''(t) \in L_2(0, \infty; H)\},$$

burada norma

$$\|u\|_{W_2^3(0, \infty; H)} = \left(\|A^3 u\|_{L_2(0, \infty)}^2 + \|u'''\|_{L_2(0, \infty)}^2\right)^{1/2}.$$

Aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem. Tutaq ki, 1) və 2) şərtləri ödəyir və

$$\left(\frac{1}{2 + 2\sqrt{5}}\right)^{1/2} (\|A_1 A^{-1}\| + \|A_2 A^{-2}\|) + \|A_3 A^{-3}\| < 1$$

bərabərsizliyi doğrudur. Onda istənilən $f(t) \in L_2(0, \infty; H)$ elə yeganə $u(t) \in W_2^3(0, \infty; H)$ var ki, o (1) tənliyini və (2) sərhəd şərtini ödəyir və

$$\|u(t)\|_{W_2^3(0, \infty; H)} \leq \text{const} \|f(t)\|_{L_2(0, \infty; H)}.$$

bərabərsizliyi doğrudur.



BİR SİNİF DIFFERENSİAL OPERATORUN MƏXSUSİ ƏDƏDLƏRİ HAQQINDA

SABİR SULTANAĞA OĞLU MİRZƏYEV, PƏRİ SƏMƏD QIZI XƏLİLÖVA

Bakı Dövlət Universiteti

mirzoyevsabit@mail.ru, peri.khalil@mail.ru

$L_2(0, \infty)$ fəzasında

$$l_\lambda(y) = -y'' + q(x) - \lambda^2 y$$

differential ifadəsi və $y(0) = 0$ sərhəd şərti ilə törədilmiş L_λ operatorunu təyin edək, belə ki, L_λ operatorunun təyin oblastı $D(L)$ aşağıdakı kimi təyin olunur.

$D(L) = \{y(x), y(x) \in L_2(0, \infty), y'(x) \text{ törməsi var və istənilən } c > 0 \text{ üçün } [0, c) \text{ parçasında mütləq kəsilməzdir,}$

$$L_\lambda(y) \in L_2(0, \infty), \forall \lambda \in C \text{ olduqda, } y(0) = 0\}$$

Biz gələcəkdə hesab edəcəyik ki, $q(x) \neq \bar{q}(x)$ və $q(x) \in L_1(0, \infty)$.

Tərif. $y(x) \in D_\lambda$ $y(x) \neq 0$ və $L_\lambda(y) = 0$ olarsa onda $y(x)$ funksiyasına L_λ operatorunun məxsusi ədədi deyilir.

Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 1. L_λ operatorunun $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ çoxluğunda məxsusi ədədi yoxdur.

Teorem 2. Əgər hər hansı bir $\gamma > 0$ üçün

$$\int_0^\infty \xi^{1+\gamma} |q(\xi)| d\xi < \infty$$

isə onda bütün həqiqi oxda L_λ operatorunun məxsusi ədədi yoxdur.

Teorem 3. Teorem 2-nin şərtləri daxilində L_λ -nin spektrləri ya sonlu, ya da hesabi sayda olub kompleks (həqiqi olmayan) ədədlərdir. Onlar hesabi sayda isə onların limit nöqtəsi həqiqi oxda yerləşir.



BİR SİNİF İKİ TƏRTİBLİ OPERATORUN SPEKTRİ HAQQINDA

SABİR SULTANAĞA OĞLU MİRZƏYEV, KÖNÜL QASIM QIZI MANAFLI

Bakı Dövlət Universiteti
mirzoyevsabir@mail.ru, konulmnfl20@gmail.com

$L_2(0, \infty)$ fəzasında, a_1, a_2 sabit ədədlər olduqda

$$l(y) = -y'' + a_1 y' + a_2 y + y, y = y(x), x \in (0, \infty)$$

diferensial ifadəsi və

$$y(0) = \varepsilon y(1), \varepsilon \neq e$$

iki nöqtəli sərhəd şərtləri vasitəsilə, təyin oblastı

$$D(L) = \{y \mid y \in L_2(0, \infty), y' \text{ mütləq kəsilməzdir}, y'' \in L_2(0, \infty), y(0) = \varepsilon y(1)\}$$

olan

$$Ly = l(y) = -y'' + a_1 y' + a_2 y + y$$

operatoruna baxaq.

Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem1. Tutaq ki, a_1, a_2 əmsalları aşağıdakı şərti ödəyir:

$$c_1(\varepsilon)|a_1| + c_2(\varepsilon)|a_2| < 1$$

Burada ,

$$c_1(\varepsilon) = \frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}(1 - \varepsilon \cdot e^{-1})^{-1}, c_2(\varepsilon) = 1 + \varepsilon(1 - \varepsilon \cdot e^{-1})^{-1}$$

kimi təyin olunur. Onda C -kompleks müstəvinin $(-\infty, 0]$ şüası L operatorunun requlyar nöqtələr çoxluğuna daxildir və bu şüa üzərində

$$\|(L - \lambda E)^{-1}\| \leq \frac{\text{const}}{1 + |\lambda|}, \lambda \in (-\infty, 0)$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Teorem2. Tutaq ki, teorem 1.-in bütün şərtləri ödənilir. Onda sol yarım müstəvidə yerləşən və tən böləni $(-\infty, 0]$ şüası olan elə K bucağı var ki, L operatorunun spektri C/K çoxluğunda yerləşir.

Ədəbiyyat

1. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы, 1969, 553с.

ABSTRAKT KOŞI MƏSƏLƏSİNDƏ OPERATOR ƏMSALININ C_0 YARIMQRUPLUĞU XASSƏSİ

HÜMBƏT KAZIM OĞLU MUSAYEV , AYŞƏN NÜSRƏT QIZI ŞƏMSƏDDİNOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gkm55@.com, ashemseddinova@std.beu.edu.az

Riyazi fizikanın bir çox təkamül məsələlərinin həlli zamanı xüsusilə istilikkeçirmə tənliyinin , dalğa tənliyinin və bir çox mürəkkəb hidrodinamik sistemlərin öyrənilməsi zamanı yarımqruplar nəzəriyyəsi xüsusi əhəmiyyət kəsb edir.

Tutaq ki, E Banax fəzası $L(E)$ isə E -də təsir edən xətti məhdud operatorlar çoxluğudur. Qiymətləri $C(E)$ -dən olan $\{U(t): t \in R_+\}$ operator funksiyalar çoxluğu aşağıdakı şərtlər ödəndikdə güclü kəsilməz birparametrlı yarımqrup adlanır. (və ya C_0 yarımqrupu)

1. $U(t)U(s)=U(t+s)$ $t, s \in R$
2. $U(0)=I$
3. $U(t) u^0 \in C(R_+, E)$ $u^0 \in E$

Əgər bütün $U(t)$ operatorları sıxılmış olarsa, yəni $\|U(t)\| \leq 1$ ($\forall t \in R_+$), onda E -də olan C_0 yarımqrupları $\{U(t)\}$ operatorlarının sıxılmış C_0 yarımqrupu adlanır. Koşu məsələsinin həlli zamanı A operatoruna görə $\{U(t)\}$ yarımqruplarını qurmaq olur. Eyni zamanda $\{U(t)\}$ yarımqruplarına görə A operatorunu da ifadə etmək olar. Bu zaman A operatoru $\{U(t)\}$ yarımqrupları üçün generator adlanır.

H Hilbert fəzasında təyin olunan və təyin oblastı $D(A)$ H -da sıx olan xətti A operatoru üçün $\operatorname{Re}(Au, u) \leq 0, \forall u \in D(A)$ onda A operatoru dissipativ operator adlanır.

Birtərtibli operator diferensial tənlik üçün Koşu məsələsi aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$\frac{du}{dt} = Au, \quad u(0) = u_0 \quad (1)$$

Burada A operatoru E fəzasında təyin olunub və təyin oblastı $D(A) \subset E$ və $u_0 \in E$.

Praktikada bəzən operator əmsalı əvəzinə $A+B$ operatoru olur. Burada A C_0 yarımqruplarının generatoru B isə A operatoruna tabe operatorudur. Əsas məsələ $A+B$ operatorunun C_0 yarımqrupu olmasıdır.

İsbat olunur ki, A operatoru qapalı, qeyri-məhdud, xətti operator olduqda və təyin oblastı $D(A)$ E -də sıx olduqda və B operatorunun $D(A) \subset D(B)$ olmaqla qapayıcısı olduqda aşağıdakı bərabərsizlik doğrudur:

$$\|Bu\| \leq C(\|u\| + \|Au\|) = C\|u\|_A, \forall u \in D(A)$$

Burada $\|u\|_A$ operatorun qrafik norması adlanır və $\|u\|_A = \|u\| + \|Au\|$, $\forall u \in D(A) = E_A$ kimi ifadə olunur.

Qeyd edək ki, B operatorunun A operatoruna tabe olması $\|Bu\| \leq C\|Au\| \forall u \in D(A)$ bərabərsizliyi ilə və ya $\|Bu\| \leq a\|Au\| + b\|u\|$, $a > 0, b \geq 0 \forall u \in D(A)$ bərabərsizliyi ilə

ifadə olunur. E Banax fəzası Hilbert fəzası olduqda yəni, $E=H$ olduqda aşağıdakı teorem doğrudur:

Tutaq ki, A operatoru H Hilbert fəzasında C_0 sıxılmış yarımqrupu əmələ gətirir. B operatoru isə $D(A) \subset D(B)$ olmaqla dissipativdir və həmçinin elə $0 \leq a \leq 1$ və $b \geq 0$ sabitləri var ki, $\|Bu\| \leq a\|Au\| + b\|u\| \forall u \in D(A)$. Onda $A+B$ operatoru təyin oblastı $D(A)$ olan sıxılmış C_0 yarımqrupu əmələ gətirir.

Birtərtibli Koşi məsələsi üçün H Hilbert fəzasında aşağıdakı teoremi isbat etmək olar:

Teorem: (1) tənliyində A operatoru H Hilbert fəzasında $U(T)=\exp(tA)$ C_0 yarımqrupu əmələ gətirirsə, onda $A+B$ operatoru da C_0 yarımqrupu əmələ gətirir.

Ədəbiyyat

1. С.Г.Крейн. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве.- М.: Наука, 1967. -464с
2. Дж. Голдстейн. Полугруппы линейных операторов и их приложения.-К.: Выща школа, 1989-347 с.
3. Musaev, H.K., Shakhmurov V.B., B-Coercive convolution equations in weighted function spaces and applications., // Ukr. Math. Journ. V.,69, N.10, 2017. –p. 1385-1405.



OPERATORLAR YARIMQRUPU VƏ DISSIPATİVLİK XASSƏSİ

HÜMMƏT KAZIM OĞLU MUSAYEV, AİŞƏ FUAD QIZI FƏRMANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gkm55@mail.ru,fermanova.aise@gmail.com

Tutaq ki, E Banax fəzası $L(E)$ isə E -də təsir edən xətti məhdud operatorlar çoxluğudur. Qiymətləri $L(E)$ -də olan $\{U(t): t \in R_+\}$ operator funksiyalar çoxluğu aşağıdakı şərtlər ödəndikdə güclü kəsilməz birparametrlı operatorlar yarımqrupu adlanır. (və ya C_0 yarımqrupu)

1. $U(t)U(s) = U((t+s))$ bütün $t, s \in R_+$ -lər üçün
2. $U(0) = I$
3. $U(t)u_0 \in C(R_+, E) \forall u_0 \in E$

Əgər bütün $U(t)$ operatorları sıxılmış olarsa, yəni $\|U(t)\| \leq 1 \forall t \in R_+$ olarsa, E -də olan C_0 yarımqrupları $\{U(t)\}$ operatorlarının sıxılmış C_0 yarımqrupu adlanır. Koşıl məsələsinin həlli zamanı A operatoruna görə $\{U(t)\}$ yarımqruplarını qurmaq olur. Eyni zamanda $\{U(t)\}$ yarımqruplarına görə A operatorunu da ifadə etmək olar. Bu zaman A operatoru $\{U(t)\}$ yarımqrupları üçün generator adlanır.

Hille-İosid teoreminin köməyi ilə isbat olunur ki, A operatorunun C_0 sıxılmış yarımqrupunun generatoru olması üçün aşağıdakı şərtlərin ödənməsi zəruri və kifayətdir.

- a) A qapalıdır, yəni $A = \bar{A}$
- b) A sıx təyin olunmuşdur, $\overline{D(A)} = E$
- c) $\rho(A) -$ dan olan $\forall \lambda > 0$ üçün $\|\lambda(A - \lambda I)^{-1}\| \leq 1$.

E fəzası H Hilbert fəzası olduqda yəni $E=H$ olduqda Hille-İosid teoremi sıxılmış operatorlar yarımqrupu üçün skalyar hasilin köməyi ilə təyin olunur. Bu halda uyğun yarımqrupların generatoru dissipativlik xassəsinə malik olur.

H Hilbert fəzasında təyin olunan və təyin oblastı $D(A)$ H -da sıx olan xətti A operatoru üçün $\operatorname{Re}(Au, u), \forall u \in D(A)$ olarsa onda A operatoru dissipativ operator adlanır. Əgər A operatorunun trivial olmayan dissipativ genişlənmələri yoxdursa, onda maksimal dissipativ operator adlanır. Trivial genişlənmə operatorun qapayıcısıdır. Asanlıqla isbat olunur ki, dissipativ operatorun həmişə qapayıcısı var və o da dissipativ operatorudur. Doğrudan da tutaq ki, $u_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$), $u_n \in D(A)$, $Au_n \in v \in H$. Göstərək ki, $v=0$, yəni A operatorunun qapanması var. $\forall u \in D(A) \forall x \in C$ (C kompleks ədədlər çoxluğu) olduqda alırıq ki, $\operatorname{Re}(A(u + \alpha u_n), u + \alpha n) \leq 0$. $n \rightarrow \infty$ olduqda limitə keçsək alırıq ki,



$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(A(u + \alpha v), u) &= \operatorname{Re}(Au + \alpha Au_n, u) = \operatorname{Re}(Au + \alpha v, u) = \\ &= \operatorname{Re}(Au, u) + \operatorname{Re}(\alpha(vu)) \leq 0 \end{aligned}$$

Alınan sonuncu bərabərsizlik $\forall \alpha$ kompleks ədədi üçün ödəndiyindən alırıq ki, $(v, u) = 0$.

$D(A)$ H -da $\forall u \in D(A)$ üçün sıx olduğundan $v = 0$, yəni A -nın qapayıcısı var. İndi göstərək ki, A operatorunun qapayıcısı dissipativdir.

$\operatorname{Re}(Au_n, u) \leq 0, u_n \in D(A), Au_n \rightarrow Au, u_n \rightarrow u$ alırıq ki,

$\operatorname{Re}(\overline{Au}, u) \leq 0$.

A operatorunun maksimal dissipativliyi üçün aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem. H Hilbert fəzasında təsir edən A operatorunun $\{U(t)\}$ sıxılmış C_0 yarımqruplarının generatoru olması üçün zəruri və kafi şərt maksimal dissipativ olmasıdır.

Ədəbiyyat

1. С.Г.Крейн. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве.- М.: Наука, 1967. -464с
2. Э.Хилле, Р.Филлис. Функциональный анализ и полугруппы. М.:ИЛ,1962.-830С.
3. Musaev H.K., Boundary value problems for convolution differential operator equations on the half line., //Proceedings Book, Operators in general Morrey-Type spaces and applications, Turkey .-2019.p.57-60

OPERATORLAR YARIMQRUPUNUN GENERATORUNUN MAKSİMAL DİSSIPATİVLİYİ

HÜMMƏT KAZIM OĞLU MUSAYEV, AİŞƏ FUAD QIZI FƏRMANOVA

Bakı Dövlət Universiteti

gkm55@mail.ru, fermanova.aise@gmail.com

Müasir riyazi fizikada operatorlar yarımqrupu nəzəriyyəsi mühüm rol oynayır. Bu təkamül sistemi nəzəriyyəsində əsas riyazi aparatdır. Korrekt- Koşi məsələsinin həlli də operatorlar yarımqrupunun köməyi ilə ifadə olunur.

Tutaq ki, E Banax fəzası, $L(E)$ isə E -də təsir edən xətti operatorlar çoxluğudur. Həmçinin qiymətləri $L(E)$ -dən olan $\{U(t) : t \in R_+\}$ operatorlar funksiyalar çoxluğu E -də C_0 yarımqrupudur. Onda

$$Av := \lim_{t \rightarrow 0} \frac{u(t)v - v}{t} = \frac{d}{dt}(u(t)v) \big|_{t=0}$$

operator yarımqrupunun generatorunu müəyyən edir. Əgər $A \in L(E)$ -sə, onda

$$\left\{ U(t) = \exp(tA) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(tA)^n}{n!} : t \in R_+ \right\}$$

operatorlar ailəsi C_0 yarımqrupu adlanır və A operatoruna $\{U(t)\}$ yarımqrupunun generatoru deyilir. Asanlıqla isbat etmək olar ki, əgər $\{U(t)\}$ operatorlar ailəsi C_0 yarımqrupudursa və $\|U(t) - I\|_{L(E)} \rightarrow 0$ ($t \rightarrow 0$) şərtini ödəyirsə, onda A generatoru

$A \in L(E), U(t) = \exp(tA)$. Hille-İosid teoreminin köməyi ilə isbat olunur ki, A operatorunun sıxılmış C_0 yarımqrupunun generatoru olması üçün A operatorunun qapalı olması, sıx təyin olunması və $\rho(A)$ -dan olan $\forall \lambda > 0$ üçün $\|\lambda(A - \lambda I)^{-1}\| \leq 1$ şərtlərinin ödənməsi zəruri və kifidir. E fəzası H Hilbert fəzası olduqda yəni $E=H$ olduqda Hille-İosid teoremi sıxılmış operatorlar yarımqrupu üçün skalyar hasilin köməyi ilə təyin olunur. Bu halda uyğun yarımqrupların generatoru dissipativlik xassəsinə malik olur.

H Hilbert fəzasında təyin olunan və təyin oblastı $D(A)$ H -da sıx olan xətti A operatoru üçün $\operatorname{Re}(Au, u), \forall u \in D(A)$ olarsa onda A operatoru dissipativ operator adlanır. Əgər A operatorunun trivial olmayan dissipativ genişlənmələri yoxdursa, onda maksimal dissipativ operator adlanır.

A operatorunun maksimal dissipativliyi üçün onun $\{U(t)\}$ sıxılmış C_0 yarımqruplarının generatoru olması zəruri və kifidir. Buradan alınan nəticənin köməyi ilə asanlıqla isbat olunur ki, A operatorunun maksimal dissipativliyi üçün $\operatorname{Re} \lambda > 0$ yarımmüstəvisi $\rho(A)$ rezolvent çoxluğuna aid olmalıdır. A operatorunun maksimal dissipativliyi üçün aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem. Dissipativ A operatorunun maksimal dissipativ olması üçün zəruri və kafi şərt onun məhdud olması və aşağıdakı şərtlərin ödənməsidir:

$$\operatorname{Re}(Au, u) \leq 0 \quad (u \in D(A)), \quad \operatorname{Re}(A^*v, v) \leq 0 \quad (v \in D(A^*)).$$



Burada A^* operatoru A operatorunun qoşma operatorudur.

Ədəbiyyat

1. С.Г.Крейн. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве.- М.: Наука, 1967. -464с
2. Э.Хилле, Р.Филлипс. Функциональный анализ и полугруппы. М.:ИЛ,1962.-830С.
3. H.O.Fattorini. Second Order Linear Differential Equation in Banach Spaces. Amsterdam: North-Holland,1985.-314p.
4. Musaev,H.K.,Shakhmurov V.B.,B-Coercive convolution equations in weighted function spaces and applications., // Ukr. Math. Journ. V.69, N.10, 2017. -p.1385-1405.



MÜASİR CƏMİYYƏTDƏ İNFORMATİKA ELMİNİN ZƏRURİLİYİ

VƏFA HƏSƏN QIZI MUSTAFA

Bakı Dövlət Universitetinin Qazax Filiali
mustafavefa5@gmail.com

Bəşəriyyət tarixində bir neçə dəfə informasiya sahəsində elə inqilabi dəyişikliklər baş verdi ki, onları informasiya inqilabı adlandırmaq olar.

İlk informasiya inqilabı sivilizasiyanın inkişafında nəhəng bir sıçrayışa səbəb olan yazı ixtirası ilə əlaqədardır. Bunun əsasında bilik toplamaq və sonrakı nəsillərə ötürmək mümkün oldu. İnformatika baxımından bu, məlumat toplama vasitələrinin və metodlarının ortaya çıxması kimi qiymətləndirilə bilər.

İnsan cəmiyyəti inkişaf etdikcə maddənin, sonra enerjinin və nəhayət informasiyanın mənimsənilməsi mərhələlərini keçdi. Bəşər tarixinin başlanğıcından məlumatların ötürülməsi və saxlanması zərurəti yarandı.

Məlumat ötürmək üçün əvvəlcə işarə dilindən, sonra insan nitqindən istifadə edildi. Məlumat saxlamaq üçün qayaüstü rəsmlərdən istifadə olunmağa başladı və eramızdan əvvəl IV minillikdə yazı və ilk məlumat daşıyıcıları (Şumer gil lövhələri və Misir papirləri) meydana çıxdı.

Rəqəmsal məlumatların işlənməsi üçün qurğuların yaranma tarixi də qədimdən - abak lövhəsi ilə başlayır.

Cəmiyyətin inkişafı, elmi - texniki tərəqqi ilə bəşəriyyət, məlumat toplamaq, saxlamaq, ötürmək üçün getdikcə daha çox yeni vasitə və üsullar yaratdı. Ancaq informasiya proseslərində ən vacib zərurət - məlumatların işlənməsi və məqsədyönlü çevrilməsi yaxın vaxtlara qədər yalnız insanlar tərəfindən həyata keçirildi.

19 -cu əsrin sonu, hər hansı bir məsafədə məlumatı tez bir zamanda ötürməyə imkan verən informasiya kommunikasiya vasitələri ortaya çıxdı.

XX əsrin 70 -ci illərində məlumatların saxlanmasını və alınmasını kökündən dəyişdirən kompüter telekommunikasiyaları yarandı.

XX əsrin ortalarından bəri, *elektron cihazlar* məlumatların işlənməsi və saxlanması ilə *sənaye* cəmiyyətindən *informasiya cəmiyyətinə keçid etdi*.

Informasiya cəmiyyəti, xüsusən də ən yüksək forması olan biliklərin istehsalı, saxlanması, emalı və satışı ilə məşğul olduğu bir cəmiyyətdir.

Informasiya- texnologiyanın və ümumiyyətlə resursların inkişafını təyin edən əsas həlledici amillərdən biridir. İnformasiya sənayesinin inkişafı ilə kompüterləşmə arasındakı əlaqəni başa düşmək çox vacibdir. İnformasiya texnologiyaları informasiyalaşdırma prosesi ilə, həm də informasiyalaşdırma prosesinin insanın idarəetmə və intellektual fəaliyyət sahəsinə təsir səviyyəsini və dərəcəsini müəyyən edir.



XX əsrin sonunda informasiya cəmiyyəti və informasiyalaşdırma terminləri təkcə informasiya sahəsindəki mütəxəssislərin lüğətində deyil, həm də siyasətçilərin, iqtisadçıların, müəllimlərin və elm adamlarının leksikonunda əsas yer tutmuşdur. Əksər hallarda, bu konsepsiya, vətəndaş cəmiyyəti platformasında yeni bir təkamül sıçrayışı etməyə və onsuz da 21 -ci əsrə layiqincə daxil olmağa imkan verən informasiya texnologiyaları və telekommunikasiyaların inkişafı ilə əlaqəli idi.

Müasir dövrümüzdə informasiya cəmiyyətində ən yeni “kompüter - informasiya” texnologiyalarının yüksək inkişafı, telekommunikasiya və rəqəmsal texnologiyaya keçilməsi nəticəsində, insan fəaliyyətinin bütün sahələrində çox böyük uğurlar əldə edilmişdir.

Bu gün bütün dünyanı bürüyən qloballaşma prosesinin - bu ümumbəşəri integrasiya prosesinin təsiri nəticəsində, XXI əsrin 3-cü onilliyi ərəfəsində bəşər övladı elmi-texniki inqilabın və ən son kompyutor texnologiyalarının inkişafı sayəsində tarixdə ilk dəfə olaraq, planetin yüksək tezlikli global sinxron informasiya fəzasını yaratmaq ərəfəsindədir.

Azərbaycanda “informasiya cəmiyyəti” qurulması istiqamətində görülən işlərin təməli isə Heydər Əliyevin 2003-cü il 17 fevral tarixli Sərəncamı ilə təsdiq edilmiş “Azərbaycan Respublikasının inkişafı naminə informasiya və kommunikasiya texnologiyaları üzrə Milli Strategiya” ilə qoyulmuşdur və bu Strategiyanın əsas məqsədi “informasiya və kommunikasiya texnologiyalarından geniş istifadə etməklə ölkənin demokratik inkişafına kömək etmək və informasiya cəmiyyətinə keçidi təmin etməkdir.”

Dünyanın inkişaf etmiş ölkələrində olduğu kimi, Azərbaycanda da XXI əsrin əvvəllərində müasir informasiya texnologiyaları artıq cəmiyyətin inkişafının ictimai-siyasi, sosial-iqtisadi və mədəni sahələrini əhatə edərək, bütövlükdə cəmiyyətin inkişafına güclü təsir göstərən əsas amillərdən birinə çevrilmişdir.

Müasir dünyada mövcud olan müxtəlif çeşidli informasiya bazası bütün dünyada çox baha qiymətə satılan, mübadilə edilən və milli sərvət kimi kifayət qədər etibarlı vasitələrlə qorunan bir məhsuldur və bu məhsulu bütün dünyada mövcud olan digər resurslardan fərqləndirən əsas cəhət, onun sərvətin elə növünə aid olmasıdır ki, informasiya heç zaman, heç bir şəraitdə tükənmir, əksinə zaman keçdikcə daha da zənginləşir, işləndikcə isə nəinki köhnəlmir, hətta ondan yeni informasiyanın yaradılmasında geniş surətdə istifadə edilir.

İnformasiya-kommunikasiya vasitələrinin və ilk növbədə internetin inkişafı nəticəsində müasir dövrdə informasiyanın yaradılması və dünyanın istənilən bir nöqtəsinə qısa zaman kəsiyində ötürülməsi və qəbul edilməsi artıq günümüzün reallığıdır və bu müasir operativliyin yüksək bir nöqtəsi hesab edilir.

“Koronavirus (COVID-19) pandemiyası dövründə cəmiyyətin bütün sahələrində olduğu kimi eyni zamanda təhsil sahəsində də informasiya-kommunikasiya vasitələrindən istifadə öz təsdiqini tapmışdır.

Bütün dünyada informasiyanın əhəmiyyəti durmadan artır və hazırda bu sektor bütövlükdə iqtisadiyyatın digər sahələrindən daha sürətlə inkişaf edir. Bu sahənin inkişafı Azərbaycanda da sürətlə gedir və heç də təsadüfi deyil ki, Azərbaycanda sənayenin neft-qaz sektorundan sonra inkişaf sürətinə və yatırılan sərmayələrin həcminə görə informasiya – kommunikasiya texnologiyaları sahəsi ikinci yer tutur.



İnformatika – informasiyanın çevrilməsi haqqında elm olub, hesablama texnikasının istifadəsinə əsaslanır, informasiya sistemlərinin yaradılması və fəaliyyəti haqqında biliklər verir.

İnformatikada məzmun, təşkilati, texniki, alqoritmik və proqram sahələri nisbi müstəqil istiqamətlər kimi fərqləndirilir.

İnformatika bir elm sahəsi kimi, informasiyanın quruluşu, ümumi xassələri, yaradılması, saxlanması, axtarışı, çevrilməsi, ötürülməsi və istifadəsinin-insan fəaliyyətinin müxtəlif sahələrindəki qanunauyğunluq və üsullarını tədqiq edir.

Hal-hazırda informatikanın inkişafında perspektivli istiqamət informasiya texnologiyasının inkişafı sayılır ki, burada da məqsəd EHM-in süni intellektinə əsaslanan texnologiyanın əldə olunmasıdır.

İnsanın inkişafında ən mühüm amil elm, təhsil və müasir biliklərdir. İnformasiya-kommunikasiya texnologiyaları da daxil olmaqla, müasir texnologiyalardan bilik və informasiyanın ötürülməsi üçün istifadə olunması global səviyyədə də inkişafın əsas şərtlərindən sayılır. Hazırda bütün ölkələrdə iqtisadi potensialın insan kapitalına çevrilməsi yolunda ardıcıl və sistemli tədbirlər həyata keçirilir.

XX əsrin son və XXI əsrin ilk onilliyində informasiya və kommunikasiya texnologiyaları cəmiyyətin inkişafına təsir göstərən əsas amillərdən birinə çevrilmişdir. Onların təsir dairəsi dövlət strukturlarını və vətəndaş cəmiyyəti institutlarını, iqtisadi və sosial sahələri, elm və təhsili, mədəniyyəti və bütövlükdə insanların həyat tərzini əhatə etmişdir. Bir çox inkişaf etmiş və inkişaf etməkdə olan ölkələr informasiya və kommunikasiya texnologiyalarının verdiyi üstünlüklərdən faydalanır. Hazırda informasiya cəmiyyətinə yönəlmiş yolun bəşəriyyətin gələcəyinə gedən yol olduğu artıq heç kimdə şübhə doğurmur.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan Respublikasında informasiya cəmiyyətinin inkişafına dair 2014 - 2020-ci illər üçün Milli Strategiya. Azərbaycan Respublikası Prezidentinin 2014-cü il 2 aprel tarixli Sərəncamı ilə təsdiq edilmişdir.
2. Azərbaycan Respublikasında informasiya cəmiyyətinin inkişafına dair Milli Strategiyanın həyata keçirilməsi üzrə 2016-2020-ci illər üçün Dövlət Proqramı. Azərbaycan Respublikası Prezidentinin 2016-cü il 20 sentyabr tarixli Sərəncamı ilə təsdiq edilmişdir.
3. Aslanov Aslan, Cəmiyyətin həyatında informasiyanın və informasiya mübadiləsinin əhəmiyyəti. - "Fəlsəfə və sosial-siyasi elmlər", elmi-nəz. jurnal, №-2(30), Bakı, 2010.
4. Əliyev Heydər, Müstəqilliyimiz əbədidir. Bakı, Azərneşr, 2009.
5. Əliyev İlham. İnkişaf məqsədimizdir. İkinci kitab. Bakı, Azərneşr, 2009.
6. Əzizli B., Gələcəyin yüksəliş və uğur yolu - <http://www.azerbaijan-news.az/index.php?mod=3&id=32900>.
7. İnternetin inkişafı strategiyası müzakirə edilib.- Qərbinfo.az. 16.06.2017.
8. Qloballaşan dünyada informasiya hamı üçün. Bakı, Şərq-Qərb, 2009.



BİLİK, BACARIQ VƏ VƏRDİŞLƏRİN FORMALAŞDIRIMASI PROSESİNİN İDARƏ OLUNMASININ ƏNƏNƏVİ VASİTƏLƏRİ

FAİQ MİRZƏLİ OĞLU NAMAZOV, ŞƏLALƏ ABDUL ƏHƏD QIZI HƏMİDOVA,
AYŞƏN ORUC QIZI MƏMMƏDLİ

Bakı Dövlət Universiteti
neikoos@yahoo.com

Təhsil fəlsəfə, psixologiya, pedaqogika və praktikada geniş istifadə olunan tərifi verilməyən anlayışlardan biridir. Onun mahiyyətinin istənilən formada dəqiqləşdirilməsi onun bir çox aspektlərinin itirilməsi ilə nəticələnər.

Müasir təhsilin məqsədləri aşağıdakılar hesab oluna bilər:

- 1) şəxsiyyətə və cəmiyyətə lazım olan şəxsi bacarıqların inkişafına tam nail olmaq;
- 2) Şəxsiyyəti sosial dəyərli fəallığa cəld etmək.

Riyaziyyatın inkişaf tarixinin indiki dövrü bütün elm sahələrinin "riyaziləşməsi" dövrü kimi xarakterizə etmək olar. Bu dövrdə riyazi təhsilin ümumi təhsil sistemindəki rolunu aşağıdakı göstəricilər əsasında müəyyən etmək olar:

- 1) bəşəriyyətin inkişafında riyazi biliklərin aparıcı vasitə olması;
- 2) riyazi biliklərin gündəlik həyatda geniş tətbiq olunması;
- 3) insanın şəxsiyyət kimi formalaşmasında riyaziyyatın əhəmiyyətli vasitə olması;
- 4) digər fənlərin öyrənilməsi prosesində riyazi biliklərin zəruri olması.

Müasir dövrdə riyazi təhsilin əsas məqsədləri kimi aşağıdakıları qeyd etmək olar:

- 1) riyazi vasitələrin köməyi ilə şəxsiyyəti inkişaf etdirmək;
- 2) şagirdlərə riyaziyyat elmi, riyazi tədqiqat metodları, riyazi faktların doğruluğunu göstərmək üsulları, təbiət və cəmiyyətdəki hadisələrin öyrənilməsində riyaziyyatın tətbiqləri haqqında doğru təsəvvürləri formalaşdıraraq riyazi bilik, bacarıq və vərdişlər sistemini mənimsətmək.

Təlim prosesinin idarə olunması aşağıdakıları nəzərdə tutur [2]:

- 1) təlimin məqsədlərinin müəyyən edilməsini;
- 2) qoyulmuş məqsədlərə nail olmaq üçün təlim prosesinin iştirakçıları arasında qarşılıqlı fəaliyyət üsulunun seçilməsi;
- 3) təlim prosesinin hər bir mərhələsində alınan nəticələr haqqında informasiyanın toplanılmasını;
- 4) pedaqoji prosesin korreksiyasını;
- 5) təlimin nəticələrinin qiymətləndirilməsini.

Keyfiyyətə təminat verən təlim prosesinin idarə olunmasında əsas vəzifə təlim prosesini optimallaşdırmaq, bilik, bacarıq və vərdişlərin mənimsənilməsinin səmərəliliyini yüksəltmək, şagirdlərin zehni bacarıqlarını inkişaf etdirməkdir.

Diagnostika təlim prosesinin ən mühüm komponentidir və təlim məqsədlərinə nail olmanı müəyyən etmə vasitəsidir. Təlim prosesini diaqnostikasız idarə etmək mümkün



deyildir. Diaqnostika təlim prosesinin nəticələrini dəqiq təyin etməyə imkan yaradır. Bilik və bacarıqların diaqnostikasına və qiymətləndirilməsinə aşağıdakı tələblər qoyulur:

- 1) obyektivlik (şagirdlərin real nəticələrini və çatışmazlıqlarını obyektiv qiymətləndirmək və qərəzçiliyə yol verməmək);
- 2) şagirdlərin real imkanlarını, sağlamlığını nəzərə almaq, diaqnostika prosesinin gedişi zamanı həvəsləndirici qiymətləndirmədən istifadə etmək;
- 3) qiymətləndirməni şəffaflıq şəraitində aparmaq və yalnız əsaslandırılmış qiymət qoymaq;
- 4) hər bir şagirdə gələcəkdə necə işləmək haqqında və nəticələrini necə yüksəltmək haqqında tövsiyələr vermək və s.

Təlim prosesini təşkil etmək və idarə etmək müxtəlif səviyyələrdə aparıla bilər:

- 1) qanunvericilik səviyyəsində;
- 2) məktəb səviyyəsində;
- 3) sinif-dərs səviyyəsində.

Bilik, bacarıq və vərdişlərin formalaşdırılması prosesinin idarə olunmasında ənənəvi və müasir qiymətləndirmə vasitələrindən istifadə oluna bilər.

Ənənəvi qiymətləndirmə vasitələri aşağıdakılar hesab olunur:

- şifahi sorğu;
- yoxlama yazı işi;
- ev tapşırığı;
- şifahi imtahan;
- yazılı imtahan.

Şifahi sorğu şagirdin biliyinin yoxlama üsullarından biridir. Fərdi və frontal formada aparıla bilər. Fərdi sorğu zamanı müəllim əvvəlcə sualı bütün sinif kollektivinə ünvanlayır və vikirləşməyə vaxt verir. Sonra müəllim cavab verəcək şagirdin adını elan edir. Sorğunun sualı dəqiq və artıq sözsüz olmalıdır. Sualda yalnız bir tapşırıq olmalıdır.

Ev tapşırığı nəzarətin xüsusi formasıdır. Onun nəticələrinin müzakirəsi sinif kollektivinin öyrənmək marağının formalaşmasına güclü təsir göstərə bilər.

Yekun yoxlamalar zamanı şifahi və yazılı imtahanlardan istifadə oluna bilər.

“İmtahan” sözü latın dilində qiymət və sınaq mənası verən sözdən yaranmışdır. Pedaqogikada imtahan bu və ya digər fənn üzrə mənimsənilmiş bilik, bacarıq və vərdişlərin yoxlanılması prosesidir.

İmtahan şagirdə məsuliyyətlik hissi formalaşdırır. İmtahan şagirdin böyük enerji və güc sərf etməyi tələb edən, həyacan və rahatsızlıqla zəngin olan prosesdir. Belə proseslər şagirdləri həyata hazırlamağa xidmət etmək məqsədi ilə təşkil olunur.

İmtahan şagirdlərdən müəyyən olunmuş yerdə və müəyyən olunmuş zaman intervalında işləməyi tələb edir. İmtahan onu verən iş qabiliyyətinin ən yüksək zirvəsinə çatmağa imkan verən iş şəraiti ilə təmin etməlidir.

İmtahanlar şifahi və yazılı formada aparıla bilər.

Ənənəvi yoxlama və qiymətləndirmə vasitələrini hazırlamaq müəllimlər üçün çətinlik yaratmır. Bu ənənəvi vasitələrin müsbət cəhətidir. Lakin ənənəvi vasitələrin həyata dairəsi geniş olur və bu vasitələrdən istifadə etməklə aparılan diaqnostikanın sürəti çox zəif olur. Ənənəvi qiymətləndirmə sistemi əsasən iki vəzifəni yerinə yetirir [1]:

- 1) şagirdlərin təlim nəticələrini qəbul olunmuş etalona uyğun qeydə almaq;
- 2) şagirdi sonrakı təlim fəaliyyətinə həvəsləndirmək.



Birinci vəzifəyə görə qiymətləndirmə konkret şagirdin təlim nəticələrinin səviyyəsinin göstəricisidir. Bu zaman müqayisə etalonu kimi təhsil standartlarının tələbləri götürülür. Qiymətləndirmə forması isə qiymət olur. Qiymət üçün aşağıdakılar xarakterdir:

- 1) təlim nəticəsinin real səviyyəsini qeydə almaq;
- 2) Şagirdin təlim fəaliyyətini idarə etməyə imkan yaratmaq;
- 3) Şagirdin sonrakı təlim fəaliyyətinin istiqamətini müəyyən etmək və s.

Qiymət bir qayda olaraq təlim prosesinin müəyyən mərhələsinin sonunda qoyulur. Şagirdlər nəticələrinin yaxşı qiymətləndirilməsində maraqlı olur. Şagirdlərin təlim fəaliyyətini idarə etmək və onları öyrənməyə həvəsləndirmək üçün qiymətləndirmə aşağıdakı tələbləri ödəməlidir:

- 1) məktəbin imkanlarına uyğun olmaq;
- 2) invariant olmaq, yəni zamandan, yerdən imtahan götürənin şəxsiyyətindən asılı olmaq.

Bilik, bacarıq və vərdişlərin formalaşdırılması prosesinin idarə olunmasına ənənəvi yanaşma üçün aşağıdakılar xarakterikdir:

- 1) qeyri-operativlik;
- 2) obyektivlik;
- 3) Təlim nəticələrinin qiymətləndirilməsində vahid standartların olmaması və s.

Ədəbiyyat

1. Далингер В.А. Личностно-ориентированное обучение и процесс целеполагания в школьном математическом образовании // Математика и информатика: Межвузовский сборник научных трудов, Омск, ОМГПУ, 2001, с.82-87.
2. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М.: Сентябрь, 2000, 112 с.



PARAMETRLƏRDƏN ASILI MƏSƏLƏLƏRİN QRAFİK ÜSULLA HƏLLİ

FAİQ MİRZƏLİ OĞLU NAMAZOV, GÜLNARƏ MAHİR QIZI TAHİROVA,
RUXSARƏ BABA QIZI BUDAQLI

Bakı Dövlət Universiteti
neikoos@yahoo.com

Parametrdən asılı məsələlərin həlli şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişaf etdirilməsində əvəzolunmaz vasitədir. Onların həlli zamanı ən çətin mərhələ bütün mümkün halları nəzərə alan həll planının qurulmasıdır.

Məktəb riyaziyyat kursunda öyrənilən parametrdən asılı məsələləri aşağıdakılara bölmək olar [1]:

- 1) parametrin verilmiş çoxluqdan olan hər bir qiyməti üçün tənliyi, bərabərsizliyi və ya onların müxtəlif konstruksiyalarını həll etməyi tələb edən məsələlər;
- 2) parametrin verilmiş qiymətləri üçün tənliyin, bərabərsizliyin və ya onların müxtəlif konstruksiyalarının həlləri sayını tapmağı tələb edən məsələlər;
- 3) tənlik, bərabərsizlik və ya onların müxtəlif konstruksiyalarının verilmiş sayda həllinin olması üçün parametrin ala biləcəyi qiymətləri tapmağı tələb edən məsələlər;
- 4) tənlik, bərabərsizlik və ya onların müxtəlif konstruksiyalarının həlləri çoxluğunun verilmiş şərtləri ödəməsi üçün parametrin ala biləcəyi qiymətləri tapmağı tələb edən məsələlər və s.

Parametrdən asılı məsələlər, əsasən, analitik və qrafik üsulla həll olunur.

Parametrdən asılı tənlik və bərabərsizliyin qrafik təsvirinin bir sıra üstünlükləri vardır:

- 1) Tələb olunan qrafiki (və ya qrafikləri)qurduqdan sonra parametrin qoyulmuş məsələnin həllə təsirini görmək olur;
- 2) Bəzi hallarda qrafik təsvir qoyulmuş məsələnin həlli üçün zəruri və kafi olan şərtləri analitik ifadə etmək imkanı yaradır.
- 3) Bəzi teoremlər qrafik informasiya əsasında tənliyin (bərabərsizliyin) həlli haqqında kafi qədər ciddi olan hökmlər çıxarmağa imkan yaradır.

Məsələ və misalların qrafik üsulla həlli zamanı təbii olaraq həllin ciddiliyi sualı meydana çıxır. Nəzərə almaq lazımdır ki,qrafik üsulla həllin nəticəsi şübhə doğurarsa, onda alınan nəticəni analitik metodla əsaslandırmaq lazımdır.

İstifadə olunan analitik aparata aşağıdakı teorem və təklifləri şamil etmək olar [2]:

- I. Koşi teoremi: Əgər $[a;b]$ parçasında kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası bu parçada müxtəlif A və B qiymətləri alırsa , onda $f(x)$ funksiyası A və B arasında olan istənilən C qiymətini alır.
- II. Koşi teoreminin nəticəsi: a) $[a;b]$ parçasında kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası bu parçada özünün ən kiçik və ən böyük qiymətləri arasından olan istənilən qiyməti alır.

b) Əgər $[a; b]$ parçasında kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası bu parçanın iki nöqtəsində əks işarəli qiymətlər alırsa, onda $f(x)$ funksiyası bu nöqtələr arasında olan heç olmasa bir nöqtədə sıfıra bərabər olan qiymət alır.

III. Əgər $[a; b]$ parçasında təyin olunmuş kəsilməz olan $f(x)$ funksiyası artan, bu parçada təyin olunmuş kəsilməz olan $g(x)$ funksiyası isə azalan olarsa və bu funksiyaların qrafikləri $x_0 \in [a; b]$ nöqtəsində kəsişərsə ($f(x_0) = g(x_0)$) onda belə nöqtə yeganə olar.

IV. Əgər $[a; b]$ parçasında $f(x)$ funksiyası kəsilməz və artan $g(x)$ funksiyası isə kəsilməz və azalan, $f(a) < g(a)$, $f(b) > g(b)$ olarsa, onda bu funksiyaların qrafiklərinin yeganə ortaq nöqtəsi olur.

Əvvəlcə sadə parametrdən asılı məsələ və misallara baxaq.

a) $f(x) > a$ ($<$; $\leq$; $\geq$) şəklində olan bərabərsizlik və tənlikləri həll etmək üçün $y = f(x)$ və $y = a$ qrafiklərini OXY

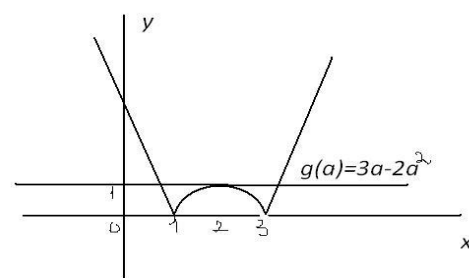
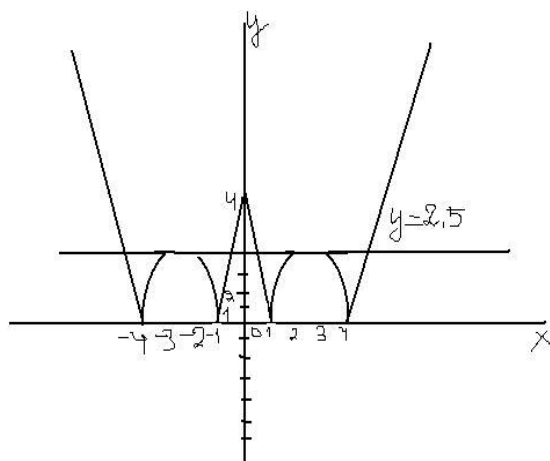
müstəvisində qurmaq lazımdır. Bu zaman $f(x) = a$ tənliyinin kökləri qrafiklərin kəsişmə nöqtələrinin absisləri olar. $f(x) > a$ ($f(x) < a$) bərabərsizliyinin həlləri $f(x)$ qrafikinə $y = a$ düz xəttindən yuxarıda (aşağıda) yerləşən nöqtələrinin absisləri çoxluğu olur.

Misal. $f(x) = |x^2 - 5x + 4| = a$ tənliyini həll etməli

$$\text{Həlli. } f(x) = \begin{cases} |x^2 - 5x + 4|, & x \geq 0 \\ |x^2 + 5x + 4|, & x < 0 \end{cases}$$

$y = f(x)$ funksiyasını

$$y = \begin{cases} (x - 2,5)^2 - 2,25, & x \geq 0 \\ (x + 2,5)^2 - 2,25, & x < 0 \end{cases}$$



Elementar çevirmələrdən istifadə etməklə funksiyanın qrafikini quraq.

Qrafikdən görünür ki, $0 < a < 2,5$ olduqda $f(x) = a$ tənliyinin 8 kökü $a = 2,5$ olduqda 6 kökü, $2,5 < a < 4$ olduqda tənliyin 4 kökü, $a = 0$ olduqda 4 kökü, $a > 4$ olduqda isə 2 kökü olur.

Misal. $|x^2 - 4x + 3| = 3a - 2a^2$ tənliyinin köklərinin sayını tapmalı.

Həlli. $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$ və $g(a) = 3a - 2a^2$ qrafiklərinin qarşılıqlı vəziyyətlərinə

baxaq:

Qrafikdən görüldüyü kimi



$g(a) = 3a^2 - 3a^2 = A < 0$ olduqda f və g funksiyalarının qrafikləri kəsişmir. $A = 0$ və $A > 1$ olduqda qrafiklərin 2 ortaq nöqtəsi olur.

$0 < A < 1$ olduqda qrafiklərin 4 ortaq nöqtəsi, $A = 1$ olduqda isə, 3 nöqtəsi olur.

Qrafiklərin qarşılıqlı vəziyyətini araşdırmaqla aşağıdakıları alırıq:

- 1) $3a - 2a^2 < 0$ ($a \in (-\infty; 0) \cup (1, 5; +\infty)$) olduqda tənliyin
- 2) $3a - 2a^2 = 0$ və ya $3a - 2a^2 > 1$ ($a \in (1, 5; 1) \cup \{0; 1, 5\}$) olduqda tənliyin 2 kökü var;
- 3) $3a - 2a^2 = 1$ ($a \in \{0, 5; 1\}$) olduqda tənliyin 3 kökü olur;
- 4) $0 < 3a - 2a^2 > 1$ ($a \in (0; 0, 5) \cup (1; 1, 5)$) olduqda tənliyin 4 kökü var.

$f(x) > g(x) + a$ ($< ; \geq ; \leq$) şəklində olan məsələlərin qrafikin OY oxu istiqqa-metində paralel köçürməklə həll etmək olar.

Belə məsələlərin həlli zamanı $g_a(x)$ funksiyasının qrafikini OY oxuna paralel köçürmək lazım gəlir.

Ədəbiyyat

1. Крамор В.С. Задачи с параметрами и методы их решения. М.: Мир и образование, 2007, 416 с.
2. Натяганов В.Л., Лукина Л.М. Методы решения задач с параметрами. М.: МГУ, 2003, 368 с.



DÖVLƏT İDARƏÇİLİYİNDƏ İNTELLEKTUAL SİSTEMLƏRİN TƏHLÜKƏSİZLİYİNDƏ NEYRON ŞƏBƏKƏLƏRİN TƏTBİQİ

NİCAT İLQAR OĞLU NƏSİROV

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti Yanında Dövlət İdarəçilik Akademiyası
nicatnasirov17@gmail.com

Bildiyimiz kimi, müasir dövrdə intellektual sistemlər hər gün dayanmadan sürətli bir şəkildə inkişaf edir. Bu sistemlər artıq ağıllı ev alətlərindən tutmuş, ixtisaslaşmış robotlara, üz tanınma sistemlərinə qədər hər bir formada ola bilər. Dünya ölkələrində, eləcə də ölkəmizdə dövlət idarəçiliyinin diqqət mərkəzində olan ən əsas məsələlərdən biri də intellektual sistemlərin təhlükəsizliyinin düzgün qurulmasıdır. Neyron şəbəkələrin də bu sahədəki məqsədlərindən biri də məhz insanın müəyyən təsvirlərindən – barmaq izi, səs, sifət, göz bəbəyi və s. istifadə edərək ağıllı sistemlərdə təhlükəsizliyi 2 faktorlu identifikasiya və autentifikasiya forması ilə daha gücləndirməkdir. Bu sistemlərdə saxlanılan informasiyanın ölçüsü və keyfiyyəti çox önəmlidir. Verilənlər bazasının ölçüsü də burada mühüm rol oynayır. Bazaya əlavə edilmiş informasiyanın beynəlxalq standartlara cavab verməsi digər vacib şərtlərdəndir. Üz tanınma sistemi insanın üzündən istifadə edərək onun şəxsiyyətini müəyyən edə bilən və ya tanıyan süni intellekt əsasında qurulmuş intellektual sistemdir. Bu sistem istər verilmiş hər hansı şəkil ilə və yaxud da kamera vasitəsilə real vaxtda işləyə bilər. Üz aşkarlama və tanınma sistemi keyfiyyətli və səmərəli olduğundan dövlət idarəçiliyində, həmçinin bank, məktəb, universitet, hərbi, təhlükəsizlik, veb proqramlar, oyun və s. kimi sektorlarda da geniş istifadə olunur.[1] Məsələn, məktəblərdə və universitetlərdə davamiyyətin yoxlanılmasında istifadə oluna bilər. İnsanların təhlükəsizliyində və ölkədə geniş tətbiq olunur. Dövlət idarəçiliyində seçicilərin siyahısını yoxlamaq, siyahıyaalma, immiqrasiya prosesini aşkarlamaq, itkin düşənləri tapmaq kimi bir çox işləri yerinə yetirə bilər. Həmçinin, dövlət daxilində və xaricində cinayətkarların, oğruların tapılmasında əhəmiyyətli bir sistemdir. Təbii ki, hər bir sistemin mənfi cəhətləri olduğu kimi, üz tanınma sisteminin də müəyyən mənfi cəhətləri vardır. Bunlara yüksək qiymət, keyfiyyətli çəkilişə malik kameralar, böyük həcmli yaddaş aiddir. İntellektual sistemdə üz tanınma əməliyyatını həyata keçirmək üçün insanların biometrik məlumatları – üz quruluşu, fotosu, göz bəbəyi və s. öncədən hər hansı bir serverdə saxlanılır. Bu verilənlərin toplanması, yoxlanması və bazaya daxil edilməsi xüsusi işçi qrup və stansiyalar tərəfindən yerinə yetirilir və serverə göndərilir. Sonda isə sistemə daxil olmağa çalışan istənilən şəxsin biometrik məlumatlarını verilənlər bazasındakı məlumatlarla qarşılaşdıraraq onun kim olduğunu, hansı səlahiyyətlərə və rola sahib olduğunu təyin edir. Dövlət təhlükəsizlik orqanlarında, hüquq-mühafizə orqanlarında üz tanınma sistemindən istifadə edərkən məlumatların olduğu çoxlu sayda verilənlər bazası yaradılır. Oğruların, cinayətkarların üzləri bu bazalarda olan məlumatlarla

müqayisə edilərək kimlikləri tapılır. Son illərdə bu alqoritmlərdən geniş istifadə olunur. Biometrik məlumat sayılan uzun təsviri ilə identifikasiya olunan zaman kamera şəxsin üzünü aşkar edir, onu kodlaşdırır və bazayla əlaqə yaradıb üz tanınmanı həyata keçirir. Verilənlər bazasında uzun təsvirlərindən başqa həmin şəxs haqqında məlumat saxlanılır. 3 ölçülü modellər üz tanınmada mühüm rol oynayır və keyfiyyəti artırır.[4] Üz tanınma sisteminin əsasını neyron şəbəkələr təşkil edir. Neyron şəbəkələr bir-birilə əlaqəli olan neyronlardan ibarətdir. Bundan başqa süni neyron şəbəkələri (ANN) giriş qatı, bir və ya bir neçə gizli qatından və çıxış qatını göstərən qovşaqlardan ibarətdir. Hər bir neyron digəri ilə əlaqəlidir və əlaqəli çəki və həddə malikdir. Hər hansı qovşağın çıxışı müəyyən həddən artıq olarsa, həmin qovşaq aktivləşdirilir və məlumatı şəbəkənin növbəti qatına ötürür. Əks halda, heç bir məlumat şəbəkənin növbəti qatına ötürülmür. Neyronlar arasında əlaqə nöqtələri sinapslar adlanır. Siqnalların ötürülməsi elektrik yolu ilə və yaxud mediator vasitəsilə ionların bir qəfəsdən başqa qəfəsə keçməsi ilə baş verir. Neyronun emal elementi bir çox siqnal alır (həm digər neyronlardan, həm də xarici dünyadan giriş siqnalları kimi). Siqnallar bəzən qəbuledici sinapsda dəyişdirilir və ağırlıqlı girişlər emal elementində cəmlənir. Əgər o, həddi keçərsə, digər neyronlara giriş kimi (və ya xarici dünyaya çıxış kimi) gedir və proses təkrarlanır. Adətən çəkilər neyronlar arasında qarşılıqlı əlaqə gücünü təmsil edir. Aktivləşdirmə funksiyası nəzərdə tutulmuş problem üçün istənilən nəticəni əldə etmək üçün istifadə edilən ötürmə funksiyasıdır. Siqmoid funksiyası aktivləşdirmə funksiyası kimi istifadə edilə bilər. Bir neçə aktivləşdirmə funksiyaları var: xətti reqressiya, logistik reqressiya, şəxsiyyət funksiyası, bipolyar, ikili sigmoid, bipolyar sigmoid, hiperbolik tangens, sigmoidal hiperbolik və ReLU. Neyron şəbəkənin sinaptik əlaqələrinin çəkili öyrənmə prosesi ilə uyğunlaşır. Süni neyron şəbəkələri çox güclü hesablama tələb edir və bioloji neyron şəbəkələri ilə müqayisədə böyük miqdarda istilik buraxır. Neyron şəbəkələrdən artıq hər yerdə istifadə etmək mümkündür. Son vaxtlarda, terrorizmin artması ilə əlaqədar olaraq bir sıra yerlərdə - ictimai yerlərdə, ticarət mərkəzlərində, nəqliyyatda təhlükəsizlik təmin olunur.[2] Bunun üçün yüksək keyfiyyətli texnologiyalardan istifadə olunur. Yeni texnologiyalardan hətta insanın əl ilə yerinə yetirilməsi təhlükəli, riskli olan və ya mümkün olmayan işlərdə də istifadə olunur. Bu texnologiyalara şəxslərin üz tanınma sistemlərini, barmaq izi identifikatorlarını, göz skanerlərini, smart kartları və s. nümunə göstərmək olar. Üz tanınma sistemləri bir sıra şirkətlərdə də istifadə olunur. Şirkətdə işçilərə girişə icazə vermək üçün kamera və yaxud barmaq izi oxuma cihazı yerləşdirilir. İşçi məlumatları öncədən sistemə yazılır. Daha sonra hər daxil olma zamanı məlumatlar verilənlərlə yoxlanılır. Bu da icazəsiz daxil olmanın qarşısını alır və təhlükəsizliyi təmin edir. Başqa bir nümunəyə baxaq. Banklarda hər gün minlərlə kredit kartı əməliyyatı həyata keçirilir və saxta əməliyyatları müəyyən etmək üçün avtomatlaşdırılmış metod lazımdır. Neyron şəbəkə hər hansı şübhəli əməliyyatı dərhal qeyd edər, həmçinin müştəriləri, işçiləri xəbərdar edə və yaxud həmin bank kartını dərhal dondurmaq kimi tədbirləri görə bilər. Neyron şəbəkədən istifadə edilməsi müxtəlif hallarda istənilməyən hadisələrin (terrorçuluq, cinayətlərin və s.) qarşısının alınmasına və təhlükəsizliyin tam təmin olunmasına xidmət göstərəcək.[3] Neyron şəbəkələr insan beynini tam şəkildə əvəz edə bilməsələr də, bir çox məntiqi prosesləri yarada bilir və bir çox sənayelərə böyük imkanlar təqdim edir.

Ədəbiyyat

1. Yang, J.W. (2019) A brief analysis of computer network security precautions in the era of big data. Science and Technology Communication, no.2, pp.108-109.
2. Long, Z.H. (2019) Computer network information security and protection strategy in the era of big data. Management Informationization in China, no.3, pp.161-162.
3. Deng, Q.F. (2019) Computer network information security technology and its development trend. Electronic Technology and Software Engineering, no.24, pp.194-195.
4. Liu, W. (2018) Research on Optimizing Network Security Strategy Based on Big Data. Software, vol.39, no.9, pp.205-208.
5. Zhao, L. (2019) Research on computer network security protection strategy under the background of big data. Journal of Heihe University, vol.10, no.1, pp.217-218.
6. Wang, Q., Pan, C. (2017) Analysis of Network Complete Vulnerabilities and Preventive Measures in the Era of Big Data. Network Security Technology and Application, no.2, pp.77 + 79.
7. Bao, L.J. (2019) Application of Big Data-based Network Security Situation Awareness Platform in Private Network Field. Information Security Research, vol.5, no.2, pp.168-175.
8. Wang, B. (2019) Network security fuzzy risk assessment based on computer network technology. Foreign Electronic Measurement Technology, vol.38, no.5, pp.11-16.
9. Liu, Q., Cai, Z.P., Yin, J.P., et al. (2017) Research on the framework and methods of network security detection. Computer Engineering and Science, vol.39, no.12, pp.2224-2229



TƏRS TRIQONOMETRİK FUNKSİYALAR ARASINDA ƏLAQƏ

ELNARƏ M.OSMANOVA

elnare.osmanova.96@gmail.com

Funksiya verildikdə onun tərsi olan funksiyasını (əgər varsa) tapmaq mümkündür. Tərs triqonometrik funksiyaların tapılmasının da böyük əhəmiyyəti var. Onları qısaca arksinüs funksiyalar adlandırırlar.

Triqonometrik funksiyalara bütün ədəd oxu üzərində deyil, monoton olduqları hər hansı parçada baxıldıqda onların tərs funksiyalarının birqiymətli olmasını söyləmək olar.

Teorem. Hər hansı intervalda birqiymətli monoton funksiyanın tərsi var və tərs funksiya birqiymətli və monotondur.

$y = \sin x$ ($|y| \leq 1$) bərabərliyində (x – bucaq və ya qövsdür) x bucağı $-\frac{\pi}{2}$ -dən $+\frac{\pi}{2}$ -yə qədər dəyişərsə, həmin bərabərlik hər bir y üçün ancaq bir x bucağını müəyyən edir. Bu bucağa y ədədinin arksinusu demək və $y = \arcsin x$ şəklində yazmaq qəbul edilmişdir.

$y = \arcsin x$ funksiyası $y = \text{Arcsin } x$ funksiyasının baş qiyməti adlanır. Bunun kimi də, $\arccos x$, $\arctg x$, $\text{arccotg } x$ funksiyaları uyğun olaraq, $\text{Arc cos } x$, $\text{Arctg } x$, $\text{Arcctg } x$ funksiyalarının baş qiymətləridir.

Yuxarıda verdiyimiz tərifdən alınır ki, $y = \arcsin x$ bərabərliyi aşağıdakı yazılışlarla eynigüclüdür:

$$1) -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}; \quad (|x| \leq 1), \quad 2) \sin y = x.$$

$0 \leq x \leq 1$ olduqda $y = \arcsin x$ bərabərliyi

$$2) 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}; \quad 2) \sin y = x \text{ yazılışı ilə,}$$

$-1 \leq x \leq 0$ olduqda $y = \arcsin x$ bərabərliyi

$$3) -\frac{\pi}{2} \leq y \leq 0; \quad 2) \sin y = x \text{ yazılışı ilə eynigüclüdür.}$$

Eləcə də $y = \arccos x$ və $y = \arctg x$ bərabərlikləri uyğun olaraq,

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq \pi \\ \cos y = x \end{cases} (|x| \leq 1) \text{ və } \begin{cases} 0 \leq y < \frac{\pi}{2}, \\ \text{tg } y = x \end{cases} (x \geq 0) \quad \begin{cases} -\frac{\pi}{2} < y \leq 0, \\ \text{tg } y = x \end{cases} (x \leq 0)$$

yazılışları ilə eynigüclüdür.

Əgər $y = f(x)$ və $y = \varphi(x)$ funksiyaları qarşılıqlı tərs funksiyalardırsa, onda



$$f[\varphi(y)] = y \text{ və } \varphi[f(x)] = x.$$

Buna görə də aşağıdakıları yazmaq olar:

$$\sin(\arcsin x) = x, \cos(\arccos x) = x, \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x, \operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x. \quad (2)$$

Burada (1) bərabərlikləri $|x| \leq 1$ olduqda, (2) bərabərlikləri isə x -in istənilən həqiqi qiymətlərində ödənilir.

Arkfunksiyalar üzərində triqonometrik əməllər. Tutaq ki, F , hər hansı triqonometrik funksiyanın xarakteristikasıdır. Yuxarıdakı (1) və (2) bərabərliklərindən istifadə edərək.

$F(\arcsin x)$, $F(\arccos x)$, $F(\operatorname{arctg} x)$, $F(\operatorname{arcctg} x)$ şəklində ifadələri hesablayaq.

1. $\cos(\arcsin x)$. Məlumdur ki, $\cos y = \pm \sqrt{1 - \sin^2 y}$. Bu bərabərlikdə $y = \arcsin x$ qəbul edərək,

$$\cos(\arcsin x) = \pm \sqrt{1 - [\sin(\arcsin x)]^2} = \pm \sqrt{1 - x^2}.$$

Burada, $y = \arcsin x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ olduğunu və həmin parçada $\cos y \geq 0$ olmasını nəzərə alsaq:

$$\cos(\arcsin x) = \pm \sqrt{1 - x^2} \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

2. Yuxarıdakı bərabərliklərdən istifadə etsək:

$$\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{\sin(\arcsin x)}{\cos(\arcsin x)} = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

3. (2) bərabərliyindən istifadə etsək:

$$\operatorname{ctg}(\arcsin x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\arcsin x)} = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}.$$

Eyni qayda ilə aşağıdakı bərabərlikləri də isbat etmək olar:

$$\sin(\arccos x) = \sqrt{1 - x^2}, \sin(\operatorname{arcctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}},$$

$$\operatorname{tg}(\arccos x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}, \cos(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}},$$

$$\operatorname{ctg}(\arccos x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}, \cos(\operatorname{arcctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}},$$

$$\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}, \operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} x) = \frac{1}{x}.$$

Bu düsturların isbatını oxuculara həvalə edirik.

Tamamlayıcı bucaqların triqonometrik funksiyaları arasındakı əlaqədən istifadə edərək, aşağıdakı teoremi isbat etmək olar.

Teorem. x -in $[-1, 1]$ parçasındakı bütün qiymətlərində

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2} \text{ münasibəti doğrudur.}$$

İsbatı. Teoremin şərtini ödəyən hər bir x üçün



$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$ olduğundan $\frac{\pi}{2} - \arcsin x$ ədədi $[0, \pi]$ parçasında yerləşir:

$$0 \leq \frac{\pi}{2} - \arcsin x \leq \pi.$$

Onda $\cos\left[\frac{\pi}{2} - \arcsin x\right] = \sin(\arcsin x) = x.$

Ədəbiyyat

1. Abdullayeva C. N. Tərs triqonometrik funksiyalar. Dərs vəsaiti. Bakı-2021, 181 s.
2. Quliyev A, Abdullayeva C.N. və b. Triqonometriya. Bakı-2017, 352 s.
3. Kolmoqorov A.N., Abramov A.N. və b. Cəbr və analizin başlanğıcı. Ümumtəhsil məktəblərinin 10-cu sinif dərslisi, 341 s.
4. Məmmədov R., Xəlilov və b. Riyaziyyat. I hissə. Abituriyentlər və hazırlıq şöbəsinin dinləyiciləri üçün. Maarif-1993, 425 s.
5. Фалин Г.И., Фалин А.И. Обратные тригонометрические функции. 10.М.: Экзамен, 2012. 221с.



ŞTURM-LİUVİLL OPERATORUNUN TƏYİN EDİLMƏSİ HAQQINDA

ETİBAR SƏDİ OĞLU PƏNAHOV, TÜRKAN AQİL QIZI ƏLİZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti
epenahov@hotmail.com, aqilqizi@gmail.com

Tutaq ki, $\{\lambda_n\}_0^\infty$ və $\{\mu_n\}$ ardıcılıqları aşağıdakı Şturm-Liuvill məsələsini müəyyən edir :

$$-y'' + \{\lambda - q(x)\}y = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi \quad (1)$$

$$y(0) = 0, y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \quad (2)$$

və əlavə olaraq, $\{\tilde{\lambda}_n\}_0^\infty = \{\lambda_n\}_0^\infty$ və $\{\tilde{\mu}_n\}_0^\infty$ götürək, burada $n > N > 0$ üçün $\tilde{\mu}_n = \mu_n$.

İkinci Şturm-Liuvill məsələsini müəyyən edək:

$$-y'' + \{\lambda - \tilde{q}(x)\}y = 0 \quad (3)$$

$$y(0) = 0, y'(\pi) + \tilde{H}y(\pi) = 0 \quad (4)$$

Biz burada göstərdik ki,

$$\tilde{\varphi}(x, \lambda) = \varphi(x, \lambda) + \int_0^x K(x, s) \varphi(s, \lambda) ds \quad (5)$$

ifadəsində $K(x, s)$ nüvəsi

$$K(x, s) = \sum_{n=0}^N \tilde{\varphi}(x, \tilde{\mu}_n) \varphi(s, \tilde{\mu}_n)$$

həmçinin

$$\tilde{q}(x) - q(x) = \sum (\tilde{\varphi}_n \varphi_n)'$$

Burada $\varphi(x, \lambda)$ və $\tilde{\varphi}(x, \lambda)$ uyğun olaraq (1) (2) və (3) (4) məsələlərinin həlləridir.

Ədəbiyyat

1. B.M.Levitan , 1978 , On the determination of the Sturm-Liouville operator from one and two spectra Math. USSR Izvestija Nol.12 , No 1 , 179-193.
2. H.Hochstadt , 1973 , The inverse Sturm-Liouville problem , Comm. Pure Appl. Math , 26 , 715-729.

HİPERBOLİK TİP KVAZİXƏTTİ TƏNLİKLƏRİN DÖVRÜ HƏLLƏRİ HAQQINDA

MƏZAHİR QULAM OĞLU PƏNAHOV, NİGAR ELÇİN QIZI HÜSEYNZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti
nigar-huseynzade@mail.ru

$S^1 = \{(t, x) : -\infty < t < \infty, 0 \leq x \leq l\}$ zolağında

$$LU = U_{tx} + a(t, x)U_t + b(t, x)U_x = f(t, x, u) \quad (1)$$

$$U(t, 0) = \varphi(t) \quad (2)$$

məsələsinə baxaq; burada $a(t, x), b(t, x) S^1$ -də, $\varphi(t) R = (-\infty, \infty)$ -də, $f(t, x, u) S^1 \times R$ -də təyin olunmuş, t -yə nəzərən T dövrü funksiyalar olduqda, (1)-(2) məsələsinin t -yə nəzərən T dövrü həllinin varlığı məsələsini araşdıraraq. $D = [0, T] \times [0, l]$ işarə etsək, baxılan məsələ D -də təyin olunmuş elə $U(t, x)$ funksiyasının tapılmasına gətirir ki, bu funksiya (1) tənliyini və

$$U(t, 0) = \varphi(t), U(0, x) = U(T, x), U_t(0, x) = U_t(T, x) \quad (3)$$

münasibətlərini ödəsin. Fərz edək ki,

1) $f(t, x, u), f_u(t, x, u), f_{uu}(t, x, u)$, funksiyaları $S \times R$ -də kəsilməz olmaqla bu oblastda müntəzəm məhdud və t -yə nəzərən T dövrüdür;

2) $a(t, x), a_t(t, x), b(t, x), S^1$ -də kəsilməzdilər, $a(t, x)$ və $b(t, x)$ t -yə nəzərən T dövrüdür;

3) $\varphi(t)$ və $\varphi'(t)$ R -də kəsilməz olmaqla, $\varphi(t)$ T dövrüdür;

4) $b(t, x)$ funksiyasını S^1 -də öz işarəsini dəyişmir (məsələn, $b(t, x) > 0$ hesab edək).

Bu şərtlər daxilində (1), (3) məsələsi

$$U(t, x) = \varphi(t) \exp\left(-\int_0^x a(t, \eta) d\eta\right) + \int_0^T \int_0^x P(\xi, \tau; t, x) \gamma(\xi, \tau, U) d\xi d\tau + \int_0^t \int_0^x q(\xi, \tau; t, x) \gamma(\xi, \tau, U) d\xi d\tau \quad (4)$$

integral tənliyinə gətirilir, burada

$$q(\xi, \tau; t, x) = \exp\left(-\int_{\eta}^x a(t, \tau) dy - \int_{\xi}^t b(t, \tau) d\tau\right),$$

$$p(\xi, \tau; t, x) = \left[\exp\left(\int_0^T b(t, \tau) d\tau\right) - 1 \right],$$

$$\gamma(t, x, u) = [a_t(t, x) + a(t, x)b(t, x)] \cdot U + f(t, x, u).$$

$$M = \max_{(t, x) \in D} \left\{ |\varphi(t)| \exp\left(-\int_0^x a(t, \eta) d\eta\right) \right\}, \quad Q = \max_{(t, x, u) \in D \times R} |f(t, x, u)|$$

$$m = \max_{(\xi, \tau), (t, x) \in D} \{p(\xi, \tau; t, x), q(\xi, \tau; t, x)\}, \quad \|U\| = \max_{(t, x) \in D} |U(t, x)|,$$

$$A(x) = \int_0^T |a_t(t, x) + a(t, x)b(t, x)| dt,$$

$$N = \max_{(t, x, u) \in D \times \mathbb{R}} \{\gamma(t, x, u), \gamma_u(t, x, u), \gamma_{uu}(t, x, u)\},$$

$$C = (M + 2lmQ) \exp\left(2 \int_0^t A(x) dx\right), \quad \omega = 2lmT \text{ işarə edək və aşağıdakı xətti integral}$$

tənliklərin köməyi ilə qurulan $\{u_n(t, x)\}$ ardıcılığına baxaq:

$$\begin{aligned} u_{n+1}(t, x) = & \int_0^x \int_0^T p(\xi, \tau; t, x) [\gamma(\xi, \tau, u_n)] d\xi d\tau + \\ & + (u_{n+1} - u_n) \gamma_n(\xi, \tau, u_n) d\xi d\tau + \\ & + \int_0^x \int_0^t q(\xi, \tau; t, x) [\gamma(\xi, \tau, u_n)] d\xi d\tau - \\ & - (u_{n+1} - u_n) \gamma_n(\xi, \tau, u_n) d\xi d\tau + u_0(t, x) \\ u_0 = & \varphi(t) \exp\left(-\int_0^x a(t, \tau) d\tau\right), n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Teorem. $2\omega < 1$ və (1)-(4) şərtləri ödəndikdə (5) münasibəti ilə təyin olunan $\{u_n(t, x)\}$ ardıcılığı D oblastında məhdud olub, (1), (3) məsələsinin yeganə $u(t, x)$ həllinə müntəzəm və kvadratik yığılır.

Varlığı bu teoremlə təsbit olunan $u(t, x)$ funksiyasını dövrüliyə görə bütün S oblastına davam etdirməklə (1)-(2) məsələsinin S oblastında t -yə nəzərən T dövrü həllinin isbat etmiş olarıq.

Ədəbiyyat

1. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризации и нелинейные краевые задачи, Мир, 1968
2. Aziz A., Meyers A. Periodic Solution of hyperbolic partial differential equation in a strip Trans. Amer. Math. Soc. 146 (1969)



MÜNTƏZƏM SANKİ DÖVRÜ FUNKSIYALARIN MÜXTƏLİF TƏRİFLƏRİ, ƏSAS XASSƏLƏRİ, DİFERENSİAL VƏ İNTEQRAL TƏNLİKLƏRİN SANKİ DÖVRÜ HƏLLƏRİNİN TAPILMASI

MƏZAHİR QULAM OĞLU PƏNAHOV, SEVƏR QƏZƏNFƏR QIZI TAĞIZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti
mazahirpanahov@mail.ru, severtagizade99@gmail.com

$$\frac{dx}{dt} = \gamma x + \varphi(t) \quad (1)$$

skalyar tənliyinə baxaq. Burada, $\gamma = \alpha + i\beta$ sabit, $\varphi(t)$ sonlu t -lər üçün məhdud funksiyadır, yəni $|\varphi(t)| \leq B$, B -sabitdir. (1) tənliyinin ümumi həlli,

$$x(t) = (\exp \gamma t)(x(0) + \int_0^t \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau) \quad (2)$$

şəklindədir. Müsbət $\alpha > 0$ üçün $\int_0^\infty \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau$ var və $x(0) = -\int_0^\infty \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau$

götürsək (1) tənliyinin xüsusi həllini $x(t) = (\exp \gamma t) \int_{-\infty}^t \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau$ şəklində alırıq.

Asanlıqla görmək olar ki, bu xüsusi həll t -nin bütün sonlu qiymətlərində məhduddur. (2)

tənliyinin qalan həlləri məhdud olmayacaq. $\alpha < 0$, üçün $\int_{-\infty}^0 \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau$ inteqralı varsa, $x(0)$ -ı bu inteqralın qiymətinə bərabər götürməklə onu (2)-də yerinə yazmaqla (1)

tənliyinin yeganə məhdud həllini $x(t) = (\exp \gamma t) \int_{-\infty}^t \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau$ alırıq.

Əgər $\alpha = 0$ və $\int_{-\infty}^t \varphi(\tau) \exp(-\gamma \tau) d\tau$ inteqralı məhdud olsaydı (1)-in bütün həlləri məhdud olardı.

Teorem. Fərz edək ki, (1) tənliyində $\varphi(t)$ funksiyası sanki dövürdür. Onda (1) tənliyinin yuxarıda tapılan məhdud həlləri sanki dövürdür.

Ədəbiyyat

- 1.В.Х. Хачасахал, Почти периодические решения дифференциальных уравнений. Из-во Nayka, Алма-Ата, 1970.



HİPERBOLİK TƏNLİKDƏ FƏZA DƏYİŞƏNİNDƏN ASILI NAMƏLUM SAĞ TƏRƏFİN TAPILMASI HAQQINDA TƏRS MƏSƏLƏ

NAHİD CƏLİL OĞLU PAŞAYEV

Lənkəran Dövlət Universiteti
umud-96@mail.ru

Təqdim olunan işdə hiperbolik tip tənlikdə fəza dəyişənindən asılı sağ tərəfin tapılması haqqında tərs məsələnin korrektiliyi araşdırılır. Dirixle sərhəd şərti məsələdə naməlum funksiyanın tapılması üçün verilən əlavə şərt qeyri-lokal-integral şəklindədir.

Baxılan məsələnin həllinin yeganəliyi və “şərti” dayanıqlığı haqqında teorem isbat olunmuşdur.

Aşağıdakı münasibətlərdən $\{f(x), u(x, y)\}$ funksiyalar cütünün tapılması haqqında tərs məsələyə baxılır:

$$u_{tt} - u_{xx} = f(x)g(t), \quad (x, t) \in D = (0, 1) \times (0, T], \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi_0(x), \quad u_t(x, 0) = \varphi_1(x), \quad x \in [0, 1], \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

$$\int_0^T u(x, t) dx = h(x), \quad x \in [0, 1], \quad (4)$$

burada $T = \text{const} > 0$, verilmiş funksiyalar aşağıdakı şərtləri ödəyir 1^0 . $g(t) \in C[0, T]$,

$$\int_0^T g(t) dt \neq 0;$$

2^0 . $\varphi_0(x) \in C^2[0, 1]$, $\varphi_1(x) \in C^1[0, 1]$; 3^0 . $h(x) \in C^2[0, 1]$.

Tərif 1. (1)-(4) məsələsinin klasik həlli dedikdə elə $\{f(x), u(x, t)\}$ cütləri nəzərdə tutulur ki;

$$1) \quad f(x) \in C([0, T]);$$

$$2) \quad u(x, t) \in C^{2,2}(D) \cap C^{0,1}(\overline{D});$$

$$3) \quad (1)-(4) \text{ münasibətləri adi qaydada ödənilir.}$$

İsbat olunur ki, $\{f(x), u(x, t)\}$ cütlərinin tapılması haqqında (1),(2),(3),(4) məsələsi ilə (1),(2),(3) və

$$f(x) = [u_t(x, T) - \varphi_1(x) - h''(x)] / \int_0^T g(t) dt, \quad x \in [0, 1], \quad (5)$$

məsələsi ekvivalent məsələdir.

Fərz edək ki, $\{f_1(x), u_1(x, t)\}$ funksiyalar cütü (1),(2),(3),(5) məsələsinin $g_1(t), \varphi_{01}(x), \varphi_{11}(x), h_1(x)$ verilənlərinə (məsələ I. 1), $\{f_2(x), u_2(x, t)\}$ isə (1),(2),(3),(5)

məsələsinin $g_2(t), \varphi_{02}(x), \varphi_{12}(x), h_2(x)$ verilməsinə nəzərən (məsələ I. 2), tərtif 1 mənada həllidir.

Teorem 1. Fərz edək ki: 1) $g_i(\cdot), \varphi_{0i}(\cdot), \varphi_{1i}(\cdot), h_i(\cdot)$ $i=1,2$ funksiyaları 1^0-4^0 şərtlərini ödəyir; 2) I.1, və I.2 məsələlərinin $K = \{(f, u) \mid f(x) \in C[0,1], |f(x)| \leq m_1, x \in [0,1], u(x, t) \in C^{2,2}(\bar{D}), \|u\|_{u_x}, \|u_{xx}\| \leq m_2, (x, t) \in (\bar{D}), m_1, m_2 > 0$ verilmiş sabit ədədlərdir} çoxluğuna daxil olan tərtif 1 mənada $\{f_1(x), u_1(x, t)\}, \{f_2(x), u_2(x, t)\}$ həlləri vardır.

Onda (1)-(4) məsələsinin yeganə həlli vardır və aşağıdakı “şerti” dayanaqlıq qiymətləndirilməsi doğrudur:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 [u_{1t}(x, t) - u_{2t}(x, t)]^2 dx + \int_0^1 [u_{1x}(x, t) - u_{2x}(x, t)]^2 dx \\ & + m_3 \max_{[0,1]} |f_1(x) - f_2(x)|^2 \leq \\ & \leq m_4 \left\{ \int_0^T [g_1(t) - g_2(t)]^2 dt + \int_0^1 [\varphi'_{01}(x) - \varphi'_{02}(x)]^2 dx \right. \\ & \left. + \int_0^1 [\varphi_{11}(x) - \varphi_{12}(x)]^2 dx + \sup_{[0,1]} |h_1''(x) - h_2''(x)|^2 \right\}. \end{aligned}$$



ŞTURM-LIUUVİLL OPERATORU ÜÇÜN TƏRS MƏSƏLƏ

ETİBAR SƏDİ OĞLU PƏNAHOV, SƏMA AZƏR QIZI İSMAYILLI

Bakı Dövlət Universiteti
epenahov@hotmail.com, ismaili.sema@gmail.com

Bu işdə requlyar Şturm-Liuvill operatoru üçün iki spektrə görə tərs məsələnin həllini araşdırırıq. Xüsusilə, potensialların fərqlinin strukturu ilə bağlı teorem əldə edirik. Bu işin əsas nəticəsini ifadə etməzdən əvvəl qeyd etməliyik ki, [1] məqaləsində analoji tərs məsələlər araşdırılmışdır.

$$L_i y = -y'' + q_i(x)y = \lambda y, \quad i = 1, 2; \quad (0 \leq x \leq \pi) \quad (1)$$

(1) təniliyi aşağıdakı sərhəd şərtləri ilə verilmişdir.

$$y'(\pi, \lambda) - h_i y(\pi, \lambda) = 0, \quad y'(\pi, \lambda) + H_i y(\pi, \lambda) = 0 \quad (2)$$

Burada $q_i(x)$ kəsilməz və həqiqi qiymətli funksiyadır. $\{\lambda_n, \alpha_n\}$ (2) şərtləri ilə verilən L_1 -in spektral xarakteristikaları olsun.

Yeni bir operator götürək

$$L_2 y = -y'' + q_2(x) = \mu y \quad (3)$$

$\{\mu_n, \beta_n\}$ (2) şərtləri ilə verilən L_2 -in spektral xarakteristikaları olsun. Fərziyyəyə əsasən, alınır ki,

$$\max |q_1(x) - q_2(x)| \leq C \cdot A$$

Burada $A = \sum_n |\alpha_n \mu_n - \beta_n \lambda_n|$ və C sabitdir.

Ədəbiyyat

1. A.Mizutani, 1984, On the inverse Sturm-Liouville problem, Jour.of the Fac.of.Sci.Univ.of Tokyo, 319-350.
2. H. Hochstadt, 1977, On the wellposedness of the inverse Sturm-Liouville problems, Jour. Differential Equations, 23, 402-413.

QEYRİ-XƏTTİ ÖZLÜ ELASTİK ÇUBUĞUN QRUNTDA PARAMETRİK RƏQSLƏRİNİN PASTERNAK MODELİNƏ ƏSASƏN TƏDQIQATI

İLHAM TEYMUR OĞLU PİRMƏMMƏDOV, FƏRHAD VÜQAR OĞLU QULİYEV

Bakı Dövlət Universiteti

pirmamedov@yahoo.com, ferhadquliyev22081999@gmail.com

Bu işdə fiziki və həndəsi qeyri-xəttiliyi nəzərə alaraq qrunta basdırılmış düzxətli, qeyri-bərabər qalınlıqlı çubuğun parametrik rəqsləri araşdırılır. Məsələ variasiya üsulunun tətbiqi ilə həll edilir. Xarici mühitin təsirini nəzərə alaraq bu cür strukturların yüklənmə qabiliyyətini tam təsvir etmək üçün möhkəmliyin hesablanması tələb olunur. Pasternak modeli əsasında qrunnt effekti nəzərə alınır.

$$\bar{q}_z = \left(\bar{q} + \bar{q}_0 \frac{d^2}{dx^2} \right) W = kW$$

burada $k = \bar{q} + \bar{q}_0 \frac{d^2}{dx^2}$, W - çubuğun əyintisidir.

Bu tip məsələnin həlli riyazi çətinlik yaradır, bina və tikililərin inşası məsələlərində, zəlzələlərdən mühafizə problemlərində dinamiki təsirlərin nəzərə alınması ilə bu çətinlik daha da kəskinləşir. Bu vəziyyətdə variasiya prinsiplərindən istifadə etmək daha məqsədəuyğun görünür. Variasiya üsulunun tətbiqi yalnız ədədi hesablamaların əlverişliliyi ilə deyil, həm də nazik divarlı konstruksiyalar nəzəriyyəsini əldə etmək imkanı ilə diktə edilir.

Tutaq ki, bizə qalınlığı $2h$ və uzunluğu l olan düzxətli çubuq verilmişdir. Bu halda çubuğun ucuna bərabər paylanmış yük təsir edir:

$$p = p_0 + p_1 \sin \omega_1 t$$

burada p_0 -orta və ya əsas yük, ω_1 -onun dəyişmə tezliyidir. Çubuğun parametrik rəqslərini öyrənmək üçün variasiya prinsipindən istifadə edəcəyik. Baxılan məsələyə gəldikdə isə müvafiq funksional aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\begin{aligned} J = \int_{t_1}^{t_2} & \left\{ -2h\dot{p} \frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial x} + \dot{M} \frac{\partial^2 \dot{W}}{\partial x^2} + hp \left(\frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{8h^2} \left(\frac{4hp^2}{E_0} + \right. \right. \\ & + \frac{12\dot{p}}{E_1 h} \dot{M} + \frac{9}{h^4} \frac{1}{E^2} \dot{M}^2 \left. \right) + \frac{1}{2h} \dot{p}^2 \left[\int_0^t [K_0(t-\tau)(-2ph) + \right. \\ & + \frac{3}{h^2} K_1(t-\tau)M] d\tau \left. \right] - \frac{3}{h^4} \dot{M} \left[\int_0^t [K_1(t-\tau)(-2ph) + \right. \\ & + \frac{3}{h^2} K_2(t-\tau)M] d\tau \left. \right] - \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\partial \dot{W}}{\partial x} \right)^2 \left. \right\} dx dt + \end{aligned}$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} \int_0^l k \frac{W^2}{2} dt dx \quad (1)$$

(1) funksionalında $\dot{M}$, $\dot{W}$ -dəyişən kəmiyyətlərdir. Ritç metodundan istifadə edərək dəyişənlər üçün ifadəni aşağıdakı kimi qəbul edirik:

$$W = \sin \frac{\pi x}{l} (W_0 \cos \omega t + W_1 \sin \omega t)$$

$$M = \sin \frac{\pi x}{l} (M_0 \cos \omega t + M_1 \sin \omega t)$$

Sonuncu ifadələr üçün sərhəd şərtləri aşağıdakı kimi olur:

$$x = 0, l \text{ də } W = 0 \text{ və } M = 0$$

Deməli (1) funksionalının stasionar qiymətinin tapılması aşağıdakı sistemdən müəyyən olunur:

$$\frac{\partial J}{\partial \dot{W}_0} = 0, \frac{\partial J}{\partial \dot{W}_1} = 0, \frac{\partial J}{\partial \dot{M}_0} = 0, \frac{\partial J}{\partial \dot{M}_1} = 0 \quad (2)$$

Variasiya prinsipi əsasında alınan sistemin həlli üçün başlanğıc şərtlər olaraq yük olmadıqda gərginliyin və əyilmənin olmaması halında sistemin həllinə baxaq. Sürüncəklik nüvəsini aşağıdakı kimi götürək:

$$K(z, t) = \frac{a}{E(z)} e^{-\beta t}$$

Ədədi hesablamaların asan olması üçün aşağıdakı ölçüsüz parametrlər daxil edilmişdir:

$$\omega = \omega_0 \beta; p_i = \tau_i E_x h^3; \frac{1}{E_i} = h^{i+1} \frac{1}{E_x} \cdot \frac{1}{l}, \beta_0 = \frac{a}{\beta}$$

Məsələnin parametrlərinin qiymətləri üçün ədədi hesablama aparılmışdır:

$$\alpha = -0,5, \beta_0 = 1, k = 2,4 \frac{N}{m^3}, \tau_0 = 0,03$$

$$E_x = 2 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^3}, h = 10 \text{ mm}, l = 3 \text{ m}$$

Ədəbiyyat

1. Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. Москва, Стройиздат, 1954, 56с.
2. Ализаде А.Н., Амензаде Р.Ю. Вариационный принцип нелинейно – вязкоупругости с учетом геометрической нелинейности. ДАН СССР, т.230, №6, 1976, с.1303-1305.

İNFORMATİKA MÜƏLLİMLİYİ HAZIRLIĞINDA ŞƏBƏKƏ TEXNOLOGİYALARININ VİRTUAL SİMULYATORLAR İLƏ TƏDRİSİ

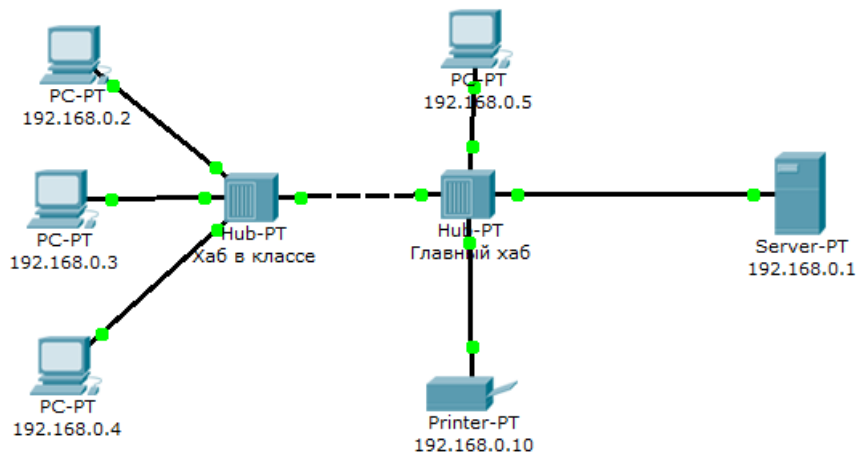
ANAR ARİF OĞLU QAFAROV

Gəncə Dövlət Universiteti
akafarov@inbox.ru

İnformatika müəllimliyində hazırlığında şəbəkə texnologiyalarının tədrisini aşağıdakı sıra ilə verilmiş ardıcılıq üzrə aparmaq lazımdır:

1. İnternet və ondan istifadə imkanları.
2. Lokal şəbəkələr və informasiyanın ötürülməsi protokolları.
3. Şəbəkədə protokollaşdırma. İP və MAC ünvanlar.
4. Şəbəkə avadanlıqlarının parametrlərinin tənzimlənməsi.
5. Marşrutlaşdırmalar.
6. İnternet provayderlərin göstərdiyi xidmətlər.

Bu mövzuları gələcək informatika müəllimlərinə aydın çatdırmaq üçün Cisco Packet Tracer proqramının möhtəşəm interfeysindən istifadə etmək məqsədəuyğundur. Məsələn, tutaq ki, 2-ci bənddə qeyd edilmiş Lokal şəbəkələr və informasiyanın ötürülməsi protokolları müvzusunun izah etmək lazımdır. Bunun üçün lokal şibikıdı kompüterlərin birləşməsi sxemləri olan topologiyalar haqda məlumat verilməlidir. Daha sonra şinvari, halqavari və ulduzvari topologiyalarının Cisco Packet Tracer proqramında konkret nümunələrlə izah etmək lazımdır:



Beləliklə, *işin elmi yeniliyi* informatika müəllimliyində hazırlığında şəbəkə texnologiyalarının tədrisi prosesində simulyator proqramı olan Cisco Packet Tracer proqramından istifadə etməkdir [3].

İşin tətbiqi əhəmiyyəti və səmərəliliyi aşağıdakılardan ibarətdir:

- 1) informatika müəllimliyində hazırlığında şəbəkə texnologiyaları sahəsində yüksək səviyyədə bilik, bacarıq və vərdişlər sistemində yiyələnmək;



2) gələcək informatika müəllimlərində şəbəkə avadanlıqlarını şəbəkədə əlaqələndirmək və onların ünvanlarını düzgün təyin etmək;

3) şəbəkədə qovşaqlar arasında informasiya paketlərinin ötürülməsi qaydalarını aydın təsəvvür etmək.

Ədəbiyyat

1. Насибуллин А.И., Старостин В.А. Cisco Packet Tracer, как компонент изучения вычислительных систем, сетей и телекоммуникаций // Российская наука в современном мире. Сборник статей XI международной научно-практической конференции. Научно-издательский центр «Актуальность.РФ». 2017. С. 51-52.
2. Сиротский А.А., Смакаев Б.Б. Моделирование локальной вычислительной сети в программной среде Cisco Packet Tracer // Современные проблемы информационной безопасности и программной инженерии. Сборник избранных статей научного семинара №1(5) кафедры информационной безопасности и программной инженерии 30 апреля 2013 г.. Российский государственный социальный университет, кафедра информационной безопасности и программной инженерии. Москва, 2013. С. 21-30.
3. Тормозова Ю.А. Применение симулятора Cisco Packet Tracer в качестве образовательного инструмента при подготовке IT-специалистов // Актуальные проблемы информатизации науки и производства. Материалы XIII Международной научно-практической конференции: в 5 томах. Ответственный редактор Федосеева О.Ю., 2016. С. 137-140.



KVAZİPERİODİK ÇOXOBRAZLILARIN QRAF VƏ MODULLARLA ƏLAQƏSİ HAQQINDA

VAQİF ƏLİ-MUXTAR OĞLU QASIMOV, AFAQ ƏZİZ QIZI HÜSEYNOVA,
SUAT CƏBRİL QIZI ƏHMƏDOVA

Bakı Dövlət Universiteti
Kavagif@mail.ru, suatahmedova1999@gmail.com

Tutaq ki, A hər hansı vahidi olan C^* cəbridir. Məlumdur ki, A üzərində $GL^*(H)$ tam xətti qrupu homotopik trivialdır [1]. Burada H modulu C^* cəbri A üzərində verilən hilbert moduludur. Tutaq ki, G qrupu H modulunda asimptotik təsir edir. Asimptotik təsirlər öz növbəsində gruppoid və qraf strukturudadır. Ölçüyəgəlməz periodları olan Mors diferensial formaları ilə verilən Mors funksiyalarının səviyyə səthlərinin öyrənilməsi zamanı kvaziperiodik açıq çoxobrazlı strukturu yaranır. Bu kvaziperiodik açıq çoxobrazlı strukturuna da sonlu birölçülü istiqamətlənmiş qraf kimi baxmaq olar. Hesab edək ki, $GL^*(H)$ qrupunun asimptotik təsirinə baxırıq.

Tutaq ki, W_∞ açıq çoxobrazlı kvaziperiodik strukturla təmin olunmuşdur, yəni o, $-\infty < k < \infty$ hesabı sayda W_k çoxobrazlılarının birləşməsi şəklində verilmişdir, belə ki, W_k çoxobrazlılarının sərhədləri öz komponentlərinin əlaqəsiz cəmi şəklindədir.

$\partial W_k = M_k^+ \sqcup M_k^-$, burada

$$W_k \cap W_{k+1} = M_k^+ = M_{k+1}^- \quad (1)$$

şərtinin ödənməsi tələb olunur. Əlavə olaraq, sonlu indekslər çoxluğu J və φ_k homeomorfizmlərinin varlığı tələb olunur ki, burada $\alpha \in J$ üçün $\alpha = \alpha(k)$ və

$$\varphi_k: W_k \rightarrow V_\alpha. \quad (2)$$

Qeyd edək ki, $\alpha(k)$ funksiyaları heç bir $(-\infty, k]$ və $[k, \infty)$ aralıqlarında sabit deyillər. (1) bölgüsünün və (2) homeomorfizmləri $\Gamma = \Gamma(W_k, \varphi_k)$ istiqamətlənmiş qrafını təyin edir. (2) homeomorfizmləri V_α çoxobrazlılarında orientasiya doğurur. Ümumiliyi pozmadan hesab edə bilərik ki, bu orientasiya yalnız α -dan asılıdır. Hər bir V_α çoxobrazlılarının kənarı iki orientasiyalı çoxobrazlıya parçalanır:

$$V_\alpha = N_\alpha^+ \sqcup N_\alpha^-.$$

$\Gamma = \Gamma(W_k, \varphi_k)$ istiqamətlənmiş qrafının təpələri N_α^+ -lardır, tilləri isə V_α çoxobrazlılarının özləridir. $\Gamma = \Gamma(W_k, \varphi_k)$ istiqamətlənmiş qrafının köməyi ilə W_Γ

çoxobrazlısı təyin edilir. W_Γ çoxobrazlısının $C^\infty(W_\Gamma)$ -bütün hamar funksiyalarının

$X: C^\infty(W_\Gamma) \rightarrow (W_\Gamma)$ xətti operatoru

$$X(f, g) = X(f)g + fX(g) \quad (3)$$

Nyuton-Leybnits şərtini ödəyərsə ona vektor meydanı deyirlər.

Hamar vektorlar meydanının (3) difrensial operatorlarının kommutasiyası kimi qəbul etsək $\mathcal{D}(W_\Gamma)$ cəbrini alırıq. $C^\infty(W_\Gamma)$ - cəbri Li cəbridir.

Teorem. a) Hamar vektorlar meydanlarının $\mathcal{D}(W_\Gamma)$ cəbri Li cəbri əmələ gətirir;

b) $C^\infty(W_\Gamma)$ hamar funksiyalar cəbri üzərində $\mathcal{D}(W_\Gamma)$ moduludur.



Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı

Ədəbiyyat

1. Касимов В.А., Гомотопические свойства общей линейной группы гильбертового модуля $l_2(A)$. мат.сб. 119.(161) № 3.(11)



OM-Lİ CƏBRLƏRİ HAQQINDA

VAQİF ƏLİ MUXTAR OĞLU QASIMOV, LYUDMİLA MƏHƏD QIZI NƏSİBOVA,
NÜŞABƏ İLQAR QIZI ƏLİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
eliyeva.nusabe.1999@gmail.com, kavaqif@mail.ru

Bu işdə yeni növ Li cəbri anlayışı daxil edilir və ona aid verilən bir nümunə araşdırılır. Hom –Li cəbri anlayışını vermək üçün müəyyən xətti fəza $-g$, kommutator rolunda bixətti inikas $[\cdot, \cdot]$ və xətti homomorfizm α götürülür. Onların üzərinə aşağıdakı şərtlər qoyulur:

- a) $[\cdot, \cdot]: g \times g \rightarrow g$ bixətti inikası üçün $[X, Y] = -[Y, X]$;
b) $\alpha: g \rightarrow g$ xətti homomorfizmi və hər bir $X, Y, Z \in g$ üçlüyü üçün

$$\mathfrak{U}_{X,Y,Z} [\alpha(X), [Y, Z]] = 0,$$

burada $\mathfrak{U}_{X,Y,Z} [\alpha(X), [Y, Z]] = [\alpha(X), [Y, Z]] + [\alpha(Y), [Z, X]] + [\alpha(Z), [X, Y]]$.

Onda b) şərtini belə də yazmaq olar:

$$[\alpha(X), [Y, Z]] + [\alpha(Y), [Z, X]] + [\alpha(Z), [X, Y]] = 0 .$$

Yuxarıda qeyd olunan şərtlər ödəndikdə $(g, [\cdot, \cdot], \alpha)$, üçlüyü Hom-Li cəbri adlanır. Aşağıdakı misala baxaq. Tutaq ki, $(g, [\cdot, \cdot])$ hər hansı Li cəbridir. $\varphi: g \rightarrow g$ isə xətti inikasdır. Bu xətti inikası köməyi ilə $[\cdot, \cdot]_{\varphi}: g \times g \rightarrow g$ bixətti inikasını aşağıdakı qaydada təyin edək:

$$[X, Y]_{\varphi} = [\varphi(X), \varphi(Y)]. \quad (*)$$

[1] işində hökm edilir ki, baxılan üçlük Hom-Li cəbridir. Qeyd etmək lazımdır ki, bu üçlük üçün a) cəp simmetriklik şərti ödənsə də, b) şərti ödənmir.

İşdə göstərilmişdir ki, b) şərtinin də ödənməsi üçün $\varphi: g \rightarrow g$ homomorfizminin üzərinə xəttilik şərti də qoyulmalıdır.

Ədəbiyyat

1. S. Merati, M.R.Farhangdoost, Hom-Lie group and hom-lie algebra from Lie group and Lie algebra perspective, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics Vol. 18, No. 5(2001)



XOXŞILD KOHOMOLOGİYALARI VƏ ASİMPOTOTİK TƏSİRLƏR

VAQIF ƏLİ-MUXTAR OĞLU QASIMOV, HÜSAMƏDDİN MƏHƏMMƏD OĞLU QASIMOV,
MEHMAN ZAUR OĞLU MAHMUDOV

Bakı Dövlət Universiteti

Kavaqif@mail.ru, husameddingasimov@gmail.com, mehmanmahmudov40@gmail.com

V.G. Drinfeldin və K. Kasselın kvant qruplarına həsr olunan ilk işlərində kvant qruplarının Li cəbrləri, modullar, kateqoriyalar və təsvirlər nəzəriyyəsi ilə əlaqəsi ortaya çıxdı. Natural ədədlər çoxluğu da öz növbəsində asimptotik təsir və sonsuz dərəcəli əvəzləmələrlə əlaqədardır. Bu işdə asimptotik təsirlər, kateqoriyalar və modullar arasında bəzi əlaqələr araşdırılır.

İndi isə, asimptotik təsir anlayışını daxil edək [1].

G qrupu, M hilbert fəzası və $\varphi = \{\varphi_n: G \times M \rightarrow M\}_{n \in \mathbb{N}}$ inikaslar ailəsi verilmişdir.

Aşağıdakı şərtlər ödənərsə φ ailəsi G qrupunun M fəzasına asimptotik təsiri adlanır:

hər bir $n \in \mathbb{N}$, $g, g_1, g_2 \in G$ və $m \in M$ üçün

1. $\varphi_n(g, \cdot): M \rightarrow M$ xətti operatorudur;
2. φ_n -dəyişənlərin küllüsünə görə kəsilməzdir;
3. $\varphi_n(1, m) = m$;
4. $\|\varphi_n(g_1 \cdot g_2, m) - \varphi_n(g_1, \varphi_n(g_2, m))\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$.

Qeyd edək ki, bir çox hallarda 1 şərtində $\varphi_n(g, \cdot)$ operatorunun unitarlıq şərti və ya məhdudluq şərti də əlavə edilir. Hesab edək ki,

5. $\|\varphi_n(g)\| < 1$ şərti ödənilir.

Tutaq ki, M hilbert fəzasında G qrupunun $\varphi = \{\varphi_n: G \times M \rightarrow M\}_{n \in \mathbb{N}}$ asimptotik təsiri verilmişdir. Onda (M, φ) cütünə asimptotik G fəza (*a. G fəza*) deyəcəyik.

M hilbert fəzası hər hansı $A C^*$ cəbri üzərində verilmiş M hilbert modulu ilə əvəz olunarsa analogi şərtlərlə asimptotik G modul anlayışı daxil edilir.

E.Q.Skalyarenko [2] işində daşıyıcılar ailəsinin tərifini aşağıdakı şəkildə vermişdir:

X fəzasının qapalı alt çoxluqlarının istənilən Φ ailəsi aşağıdakı şərtləri ödəyərsə

- a) $F_1, F_2 \in \Phi \Rightarrow F_1 \cup F_2 \in \Phi$;
- b) $F \in \Phi$ və $F_1 \subset F \Rightarrow F_1 \in \Phi$.

ona daşıyıcılar ailəsi deyirlər. Tərifdən aydın olur ki, Φ ailəsi X fəzəsində kofiltrdir. G -qrupunun təsiri ilə assosiasiyalı gruppoid $\mathcal{G}$ -elə kiçik kateqoriyaya deyilir ki, onun obyektlər çoxluğu $Obj(\mathcal{G}) = G$, $Mor(a, b)$ morfizmlər çoxluğu isə elə $g \in G$ elementlərindən ibarətdir ki, $b = gag^{-1}$ şərti ödənilsin.

Təsnifedici fəza $B\mathcal{G}$ elə simplisial kompleksdir ki, onun σ_n simpleksi $\sigma_n = (a_0 \xrightarrow{g_1} a_1 \xrightarrow{g_2} \dots \xrightarrow{g_n} a_n)$ şəklində olsun.

Onda Φ_n ailəsi elə $F \in \Phi_n$ çoxluqlarından ibarətdir ki,

$$\#\{a_0: (a_0 \xrightarrow{g_1} a_1 \xrightarrow{g_2} \dots \xrightarrow{g_n} a_n) \in F\} < +\infty$$



Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı

Ədəbiyyat

1. V.Ə.Qasımov, Topologiya və onun bəzi tətbiqləri, Bakı 2006. "R.N.Novruz 94" nəşriyyatı, 315 səh.
2. Скляренко Е.Г. Гомологии и когомологии общих пространств, Итоги науки и техн. Сер. Современ, пробл. Мат. Фундам. направления, 1989, том 50, 129-266



BƏZİ FUNKSIONAL-TRANSENDENT TƏNLİKLƏRİN HƏLLİ METODİKASI

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV, CƏMİLƏ QIZI ALLAHVERDİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
gasymov-elmagha@rambler.ru

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

tənliyinə baxaq. Bu tənliyin təyin olunma oblastını, yəni $y = f(x)$ funksiyasının təyin olunma oblastını Ω ilə işarə edək. Fərz edək ki, Ω oblastı birrəbitəli qapalı oblastdır.

1⁰. Tutaq ki, $f(x) \in C^2(\Omega)$. Onda $\forall x \in \Omega$ və $c \in \Omega$ üçün

$$f(x) - f(c) = f'(c)(x - c) + \frac{f''(\xi)}{2}(x - c)^2, \quad (2)$$

eyniliyi doğrudur; $\xi = \xi(x, c)$, $\xi \in (x, c)$ müəyyən nöqtədir.

2⁰. Fərz edək ki, $f''(x) \neq 0$, $\forall x \in \Omega$.

Əgər $x = c$ ədədi (1) tənliyinin kökü olsa, yəni $f(c) = 0$ olsa, onda (2)-dən

$$\frac{f''(\xi)}{2}(x - c)^2 + f'(c)(x - c) - f(x) = 0, \quad \forall x \in \Omega \quad (3)$$

bərabərliyini alırıq. (3) bərabərliyinə $(x - c)$ -yə nəzərən kvadrat tənlik kimi baxsaq

$$c = x - \frac{-f'(c) \pm \sqrt{(f'(c))^2 + 2f''(\xi) \cdot f(x)}}{f''(\xi)}, \quad \forall x \in \Omega. \quad (4)$$

Teorem 1. 1⁰ və 2⁰ məhdudiyyətləri daxilində əgər $x = c$ ədədi (1) tənliyinin köküdürsə, onda $\forall x \in \Omega$ üçün (3) və yaxud (4) eynilikləri doğrudur.

(4) eyniliyinin əsasında (1) tənliyinin kökünü tapmaq üçün aşağıdakı rekurent münasibəti yazmaq olar

$$x_{n+1} = x_n - \frac{-f'(x_n) \pm \sqrt{(f'(x_n))^2 + 2f''(x_n) \cdot f(x_n)}}{f''(x_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

$\pm$ işarəsi onu göstərir ki, əgər $f'(x_n) \geq 0$ olduqda “+” işarəsini, $f'(x_n) < 0$ olduqda “-” işarəsi götürülür, $x_0 \in \Omega$, və müəyyən mənada x_0 - “ixtiyarı” götürülür.

3⁰. Fərz edək ki, $\forall x_n \in \Omega$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) və $\{x_n\}$ ədədlər ardıcılığı yığılandır, yəni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a, \quad a \in \Omega.$$

Teorem 2. 1⁰-3⁰ şərti daxilində $x = a$ ədədi (1) tənliyinin köküdür.

İsbatı. (5) rekurent düsturunda $n \rightarrow \infty$ limitə keçsək, alırıq



$$a = a - \frac{-f'(a) \pm \sqrt{(f'(a))^2 + 2f''(a) \cdot f(a)}}{f''(a)}.$$

$\pm$ işarəsi onu göstərir ki, kökaltı ifadə mənfi olmadıqda “ + ” işarəsini, kökaltı ifadə mənfi olduqda isə “ – ” işarəsi götürülür.

Buradan

$$-f'(a) \pm \sqrt{(f'(a))^2 + 2f''(a) \cdot f(a)} = 0,$$

olduğunu alırıq. Axırncı bərabərliyin doğru olması üçün zəruri və kafi şərt

$$2f''(a)f(a) = 0$$

bərabərliyinin doğru olmasıdır.

2^0 şərtindən çıxır ki, $f''(x) \neq 0$ -dir. Deməli, axırncı bərabərlikdən $f(a) = 0$ olduğunu alırıq. Bu isə onu göstərir ki, $x = a$ ədədi (1) tənliyinin köküdür.

Teorem isbat olundu.



ASİMPTOTİK METODLARIN TƏTBİQİ İLƏ BİR TRANSENDENT TƏNLIYIN HƏLLİ

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV, GÜNAY ƏLİQULU QIZI RƏŞİDOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gasyimov-elmagha@rambler.ru

Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qeyri-requlyar sərhəd şərtli qarışıq məsələlərin həlli zamanı aşağıdakı növ transendent tənliklə rastlaşılır

$$e^{\sqrt{-1}\lambda} = a\lambda + b, \quad (1)$$

burada a ($a > 0$), b - həqiqi ədədlər, λ - kompleks ədədlər. Bu işdə aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem. (1) transendent tənliyin sonsuz sayda λ_k həlləri var. k -nın böyük qiymətlərində λ_k üçün aşağıdakı asimptotik düstur doğrudur

$$\lambda_k = \left(2\pi k + O\left(\frac{\ln k}{k}\right) \right) + \sqrt{-1} \left(-\ln(2\pi a k) + O\left(\frac{\ln k}{k^2}\right) \right), \quad k \gg k_0, \quad (2)$$

k_0 - müəyyən natural ədəddir.

İsbatı. (1) tənliyində $\lambda = x + \sqrt{-1}y$ yazsaq

$$e^{-y+\sqrt{-1}x} = a(x + \sqrt{-1}y) + b$$

olar. Buradan

$$e^{-y}(\cos x + \sqrt{-1}\sin x) = ax + b + \sqrt{-1}ay.$$

Kompleks ədədlərin bərabərliyi şərtlərindən aşağıdakı transendent tənliklər sistemi alınır:

$$\left. \begin{aligned} e^{-y} \cos x &= ax + b, \\ e^{-y} \sin x &= ay. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3) sisteminin ikinci tənliyindən alırıq

$$\sin x = aye^y. \quad (4)$$

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} (aye^y) = +\infty \quad \text{və} \quad \lim_{y \rightarrow -\infty} (aye^y) = 0$$

olduğu üçün (4) tənliyinin $y < -y_0$ (y_0 - müəyyən müsbət ədəddir) olduqda həlli var və bu həll $x = (-1)^m \arcsin(aye^y) + \pi m$, $m \in \mathbb{Z}$ (tam ədədlər çoxluğu) (5) düsturu ilə tapılır. $m = 2k$ olduqda (5)-dən alırıq

$$\begin{aligned} x &= \arcsin(aye^y) + 2\pi k; \\ \cos x &= \cos(\arcsin(aye^y)). \end{aligned} \quad (6)$$

(3) sisteminin birinci tənliyindən



$$e^{-y} = \frac{ax+b}{\cos x} = \frac{2\pi ka+b+a \cdot \arcsin(aye^y)}{\cos(\arcsin(aye^y))} \quad (7)$$

alırıq. φ -nin kiçik qiymətində aşağıdakı asimptotik formulalar doğrudur [1]:

$$\arcsin \varphi \sim \varphi; \quad \cos(\arcsin \varphi) \sim 1 + \frac{\varphi^2}{2}; \quad \frac{1}{1-\varphi} \sim 1 + \varphi.$$

Bu asimptotik düsturlardan istifadə edərək alırıq

$$x = 2\pi k + O\left(\frac{\ln k}{k}\right), \quad y = -\ln(2\pi ka) + O\left(\frac{\ln k}{k^2}\right),$$

$k \gg k_0$ (k_0 - müəyyən natural ədəddir). Axırındı bərabərlikləri

$$\lambda = x + \sqrt{-1}y$$

bərabərliyində nəzərə alsaq (2) düsturunun doğruluğunu alırıq.

Teorem isbat olundu.

Ədəbiyyat

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.1, 1969.



MÜRƏKKƏB FUNKSIYANIN QRAFİKİNİN QURULMASI METODİKASI

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV, SƏMA RÜZGAR QIZI AĞAMURADOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gasyimov-elmagha@rambler.ru

Riyaziyyatda “mürəkkəb” funksiya dedikdə funksiyanın asılı funksiya başa düşülür $y = f_2(f_1(x))$. “Mürəkkəb” funksiya n -qat (n -mərhələli ola bilər):

$$y = f_n(\dots(f_2(f_1(x)))\dots) = F(x). \quad (1)$$

Məsələn, $y = (\ln \cos x)^{1/3}$ “mürəkkəb” funksiyanı $f_1(x) = \cos x$, $f_2(x) = \ln x$, $f_3(x) = \sqrt[3]{x}$ elementar funksiylərinin superpozisiyası şəklində yazmaq olar,

$$y = F(x) = (\ln \cos x)^{1/3} = f_3(f_2(f_1(x))).$$

“Mürəkkəb” funksiya anlayışı bu funksiyanın qrafikinin qurulmasının mürəkkəbliyi və yaxud tədqiq olunmasının mürəkkəbliyi demək deyil, bu anlayış sadəcə olaraq funksional asılılığının “qurulmasının” (“konstruksiyasının”) şəklini (formasını) göstərir.

Teorem 1. 1) $y = f_1(x)$ cüt funksiya olduqda $y = F(x)$ funksiya da cütdür;

2) $y = f_1(x)$ periodik funksiya olduqda $y = F(x)$ funksiya da periodikdir;

3) $y = f_1(x)$, ..., $y = f_n(x)$ funksiyləri hamısı eyni zamanda monoton artan (azalan) olduqda $y = F(x)$ funksiya da monoton artan (azalan) funksiya da;

4) $y = f_1(x)$ sabit funksiya olarsa, onda $y = F(x)$ funksiya da sabit funksiya da.

Qeyd. $y = F(x)$ mürəkkəb funksiya da periodik olduqda $y = f_1(x)$ funksiya da periodik olmayada bilər, məsələn $f_2(x) = C$ (C – sabit ədəddir) olduqda istənilən $y = f_1(x)$ funksiya da üçün (periodik olub olmamasından asılı olmayaraq) $y = f_2(f_1(x)) = F(x)$ funksiya da periodikdir.

Teorem 2. Parçada kəsilməz funksiyanın tərsinin olması üçün zəruri və kafi şərt bu funksiyanın həmin parçada ciddi monoton artan (və yaxud azalan) olmasıdır:

parçada kəsilməz funksiya üçün: ciddi monoton artan (və yaxud) $\Leftrightarrow$ funksiyanın tərsi var azalandır

$y = F(x)$ mürəkkəb funksiyanın qrafikini qurmaq üçün

I mərhələ: $y = F(x)$ mürəkkəb funksiya da (1) şəklində göstərilir. Bu zaman mümkün qədər çalışmaq lazımdır ki, $y = f_i(x)$, $i = \overline{1, n}$ funksiyləri sadə (elementar) olsun.

II mərhələ: Absis və ordinat oxları üzrə 1 (vahid) uzunluqlu miqyas bərabər olan XOY dekart koordinat sistemi qurulur.

III mərhələ: XOY dekart koordinat sistemində $y = f_1(x)$, $x \in D(f_1)$; $y = f_2(x)$, $x \in D(f_2)$; ..., $y = f_n(x)$, $x \in D(f_n)$ funksiylərinin qrafikləri qurulur.

IV mərhələ: $x_0 \in D(F)$ - $y = F(x)$ funksiyasının təyin olunma oblası)

1) verilmiş $x = x_0$ ədədi üçün funksiyasının qrafikinə əsasən $y_1 = f_1(x_0)$ ədədi tapılır; 2) absis oxu üzərində $x = y_1$ nöqtəsi qurulur; 3) $y = f_2(x)$ funksiyasının qrafikinə əsasən $y_2 = f_2(y_1)$ ədədi tapılır; ...; $n+1$) $y = f_n(x)$ funksiyasının qrafikinə əsasən $y_n = f_n(y_{n-1})$ ədədi tapılır. Tapılmış $y_0 \equiv y_n$ ədədi $y_0 = F(x_0)$ ədədi bərabərliyini ödəyəcək.

Bu qayda ilə tapılmış (x_0, y_0) nöqtələrinin XOY dekar koordinat sistemində həndəsi yeri $y = F(x)$ mürəkkəb funksiyasının qrafiki olacaq.

Misal 1.

$y = \sin^2 x + 2\sin x + 2$ funksiyasının qrafikini qurun.

Həlli.

$$f_1(x) = \sin x; f_2(x) = x^2 + 2x + 2$$

götürsək, $y = f_2(f_1(x)) = \sin^2 x + 2\sin x + 2$ olacaq.

Yuxarıda söylənən qaydadan istifadə etməklə $y = f_1(x) = \sin x$ və $y = f_2(x) = x^2 + 2x + 2$ elementar funksiyalarının qrafiklərinin köməyi ilə $y = \sin^2 x + 2\sin x + 2$ funksiyasının qrafiki qurulur (şəkil 1).

Misal 2.

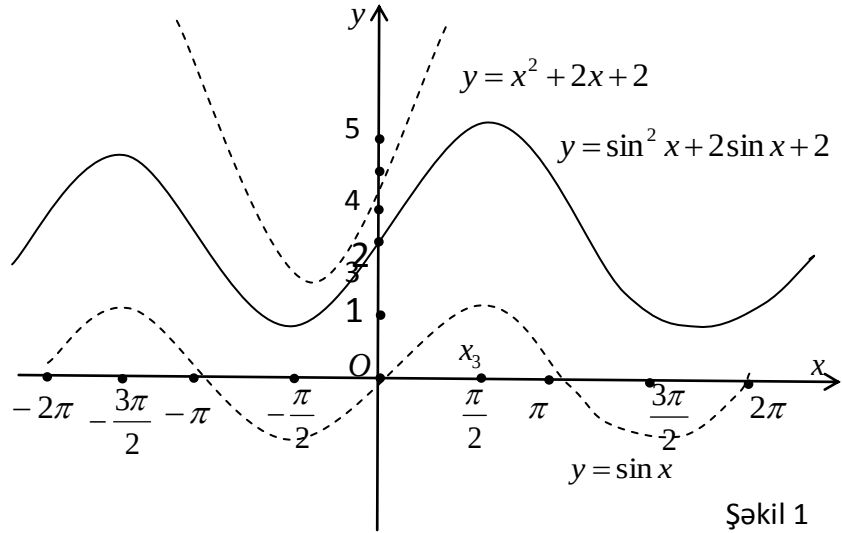
$y = \sin(\sin x)$ funksiyasının qrafikini qurun.

Həlli.

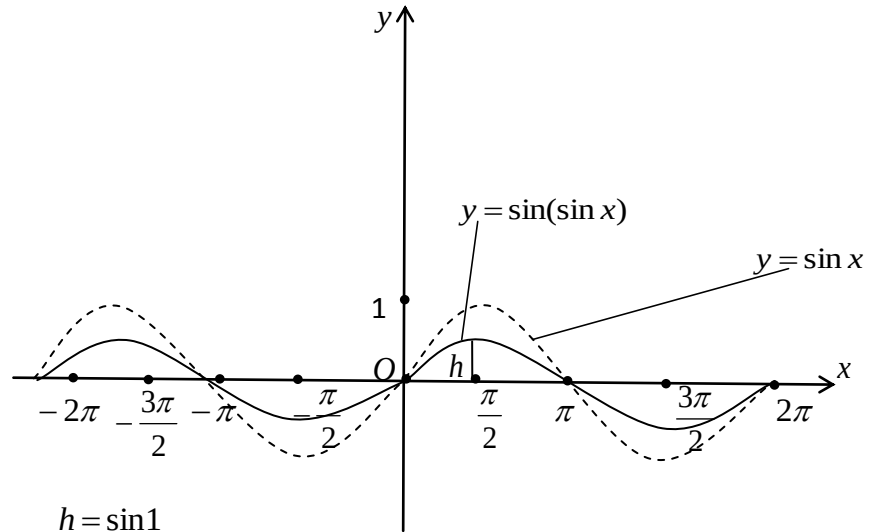
$$f_1(x) = \sin x; f_2(x) = \sin x$$

götürsək, $y = f_2(f_1(x)) = \sin(\sin x)$ olacaq.

Yuxarıda şərh edilən qaydadan istifadə etməklə $y = f_1(x) = \sin x$ elementar funksiyasının qrafikinə köməyi ilə $y = \sin(\sin x)$ mürəkkəb funksiyasının qrafiki qurulur (şəkil 2).



Şəkil 1



Şəkil 2



ƏNƏNƏVİ OLMAYAN ÜSULLARIN TƏTBİQİ İLƏ TƏNLIYIN HƏLLİ

ELMAĞA AĞAQASIM OĞLU QASIMOV, SAHİBƏ ŞAHMURAD QIZI NAMAZOVA

Bakı Dövlət Universiteti
gasyimov-elmagha@rambler.ru

Məqalədə ənənəvi olmayan üsulla

$$f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_k(x) = 0$$

tənliyinin həlli tapılır.

Fərz edək ki,

1⁰. $f_s(x) \in C([A, B])$, $s=1, \dots, k$, (k - natural ədəddir);

2⁰. $\{a_n\}$ - ədədlər ardıcılığı yığılandır və $A \leq a_n \leq B$, $\forall n \geq n_0$; (n_0 - natural ədəddir);

3⁰. $\varphi_s(n) \in N$, $\forall n \geq n_0$, $s=1, 2, \dots, k$, (N - natural ədədlər çoxluğu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_s(n) = \infty, \quad s=1, 2, \dots, k;$$

4⁰. $f_1(a_{\varphi_1(n)}) + f_2(a_{\varphi_2(n)}) + \dots + f_k(a_{\varphi_k(n)}) = \delta_n$, $\forall n \geq n_0$;

5⁰. $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 0$.

Teorem 1. 1⁰-5⁰ şərtləri daxilində

$$f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_k(x) = 0$$

tənliyinin $[A, B]$ parçasında heç olmasa bir kökü var.

İsbatı. $\{a_n\}$ ədədlər ardıcılığının limitini a ilə işarə edək, onda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$$

olacaq.

Aşağıdakı teoremi yada salaq:

Teorem 2. Yığılan ədədi ardıcılığın istənilən sonsuz alt ardıcılığında yığılandır və hər iki ardıcılığın limiti eynidir.

$\{a_{\varphi_s(n)}\}$, ($s=1, 2, \dots, k$) - ardıcılıqları $\{a_n\}$ ardıcılığının sonsuz alt ardıcılıqlarıdır və teorem 2-yə görə $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{\varphi_s(n)} = a$, ($s=1, 2, \dots, k$) olacaq.

$f_s(x)$ funksiyası $[A, B]$ parçasında kəsilməz olduğu üçün

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_s(a_{\varphi_s(n)}) = f_s\left(\lim_{n \rightarrow \infty} a_{\varphi_s(n)}\right) = f_s(a), \quad (s=1, 2, \dots, k)$$

olur.

4⁰ bərabərliklərində limitə keçsək

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{f_1(a_{\varphi_1(n)}) + f_2(a_{\varphi_2(n)}) + \dots + f_k(a_{\varphi_k(n)})\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n.$$

Cəmin limiti limitlərin cəminə bərabər olduğu üçün



$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_1(a_{\varphi_1(n)}) + \lim_{n \rightarrow \infty} f_2(a_{\varphi_2(n)}) + \dots + \lim_{n \rightarrow \infty} f_k(a_{\varphi_k(n)}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n.$$

Buradan

$$f_1(a) + f_2(a) + \dots + f_k(a) = 0$$

alırıq. Deməli, baxılan tənliyin $[A, B]$ parçasında heç olmasa bir $x = a$ kökü var.

Teorem isbat olundu.



KLASSİK OLMAYAN SƏRHƏD ŞƏRTLİ SİMİN RƏQS TƏNLİYİ ÜÇÜN ÜMUMİLƏŞMİŞ HƏLLİN VARLIĞI VƏ YEGANƏLİYİ

TELMAN MEHDİ OĞLU QASIMOV, AYNUR MURAD QIZI MƏMMƏDOVA

Bakı Dövlət Universiteti

qasimov.telman83@mail.ru, ms.mmmmdova@gmail.com

Tutaq ki, $D_T = [(x, t) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T]$ oblastında aşağıdakı kimi məsələ verilmişdir:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, (x, t) \in D_T \quad (1)$$

$$z(0, t) = 0, z_x(1, t) - z_x(0, t) = 0, 0 \leq t \leq T, \quad (2)$$

$$z(x, 0) = \varphi(x), z_t(x, 0) = \psi(x), 0 \leq x \leq 1, \quad (3)$$

burada $\varphi(x), \psi(x)$ – məlum funksiyalar, $z = z(x, t)$ axtarılan funksiyadır.

(1) – (3) məsələsinin ümumiləşmiş həlli elə $z(x, t) \in W_2^1(D_T)$ funksiyasına deyilir ki, bu funksiya birinci başlanğıc şərti adi mənada ödəsin və ixtiyari $\phi(x, t) \in W_2^1(D_T)$, $\phi(x, T) = 0$, $\phi(1, t) = \phi(0, t)$ funksiyası üçün

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_0^1 (z_t(x, \tau) \phi_\tau(x, \tau) - z_x(x, \tau) \phi_x(x, \tau)) dx d\tau + \\ & + \int_0^1 \psi(x) \phi(x, 0) dx = 0, \end{aligned}$$

integral eyniliyi ödənilsin.

Təqdim olunan tezisdə aşağıdakı kimi teorem isbat olunur:

Teorem: Tutaq ki, $\varphi(x) \in W_2^1(0, 1)$, $\varphi(0) = 0$, $\psi(x) \in L_2(0, 1)$. Onda (1) – (3) məsələsinin yeganə ümumiləşmiş həlli var.

Ədəbiyyat

1. Н.И. Ионкин. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием. Дифференц. уравнения, 1977, том 13, № 2, стр. 294–304.
2. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973 г. 408 с.

İNDEFİNİT ÇƏKİ FUNKSIYALI BİR KƏSİLƏN ŞTURM-LİUVİLL OPERATORUNUN SPEKTRAL XASSƏLƏRİ

TELMAN BENSER OĞLU QASIMOV,
ULKƏR GÜLAĞA QIZI HAŞİMOVA, NÜBAR CAMALƏDDİN QIZI QURBANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
hashimovaulkar.uh@gmail.com, qurbanova.nubar.29@gmail.com

İşdə ikinci tərtib

$$-y'' + p(x)y = \lambda r(x)y, \quad (1)$$

Şturm-Liuvill tənliyi,

$$\begin{cases} a_1 y'(0) + a_2 y(0) = 0, \\ b_1 y'(1) + b_2 y(1) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

sərhəd şərtləri və

$$\begin{cases} y(x_s + 0) - a_{1s} y(x_s - 0) = 0, \\ y'(x_s + 0) - b_{1s} y'(x_s - 0) - c_s y(x_s - 0) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

kəsilmə şərtləri ilə verilən spektral məsələyə baxılır; burada $s = \overline{1, l-1}$, $p(x) \in L_1(0,1)$ kompleks qiymətli funksiyadır, $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_l = 1$, $I_1 = [0, x_1]$, $I_s = (x_{s-1}, x_s]$, $s = \overline{2, l}$, $x \in I_s$ üçün $r(x) = r_s$, $r_s \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $a_i, b_i, a_{1s}, b_{1s}, c_s \in \mathbb{C}$.

(1)-(3) sərhəd məsələsi $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında kompakt rezolventə malik qapalı, hər yerdə sıx təyin olunmuş L operatoru doğurur. L operatorunun rezolventi üçün spektral parametmə nəzərən qiymətləndirmə alınmışdır. Aşağıdakı kimi $R^\pm$ ədədlərini daxil edək:

$$R^+ = \sum_{r_s > 0} |x_s| \sqrt{r_s}, \quad R^- = \sum_{r_s < 0} |x_s| \sqrt{|r_s|}$$

İşin əsas nəticəsi aşağıdakı teoremdir.

Teorem. (1)-(3) məsələsinin doğurduğu L operatorunun iki seriya $\{\lambda_n^\pm\}_{n \in \mathbb{N}}$ məxsusi ədədləri var onlar aşağıdakı kimi asimptotikaya malikdirlər:

$$\lambda_n^\pm = \pm \left(\frac{\pi n}{R^\pm} \right)^2 \left(1 + O\left(\frac{1}{n}\right) \right), \quad n \in \mathbb{N}.$$

L operatorunun bu məxsusi ədədlərə uyğun məxsusi və qoşulmuş funksiyalar sistemi $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında tam və minimal sistem təşkil edir.

Qeyd edək ki, Şturm-Liuvill operatoru üçün ikinöqtəli sərhəd şərtləri halında oxşar nəticələr [1] işində alınmış, [2] işində isə bu nəticələr ixtiyari n tərtibli operatorlar üçün ümumiləşdirilmişdir.

Ədəbiyyat

1. A.B.Mingarelli, Asymptotic distribution of the eigenvalues of non-definite Sturm-Liouville problems, in "Ordinary Differential Equations and Operators", W.Eweritt and R.T.Lewis (eds), Lecture Notes in Math. 1032, Springer, Berlin (1983) 375-383.
2. W.Eberhard, G.Freiling, A.Schneider, On the distribution of the eigenvalues of a class of indefinite eigenvalue problems, Differential Integral Equations 3 (6) (1990) 1167-1179.

KƏSİLƏN HƏLLƏ MALİK İKİTƏRTİBLİ HİPERBOLİK TƏNLIYIN BAŞ ƏMSALININ TAPILMASI MƏSƏLƏSİ

HAMLET FƏRMAN OĞLU QULİYEV, İDRAK MİRZƏBABA OĞLU ƏSGƏROV

Bakı Dövlət Universiteti, Lənkəran Dövlət Universiteti
hamletquliyev51@gmail.com, idrakasgerov@gmail.com

Tutaq ki, $Q = \Omega \times (0, T)$ oblastında idarə olunan proses

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(v(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) - u^3 = f(x, t), \quad (x, t) \in Q \quad (1)$$

hiperbolik tənliyi,

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial x}(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega, \quad (2)$$

$$u|_{\Sigma} = 0 \quad (3)$$

başlanğıc və sərhəd şərtləri ilə təsvir olunur.

Burada Ω hamar Γ sərhəddinə malik R^n -də ($n \leq 3$) məhdud oblastdır, $T > 0$ verilmiş müsbət ədəddir, $Q = \Omega \times (0, T)$ oblastı R^{n+1} -də silindir, $\Sigma = \Gamma \times (0, T)$ - Q silindirin yan səthi, $f(x, t) \in L_2(Q)$, $u_0(x) \in W_2^1(\Omega)$, $u_1(x) \in L_2(\Omega)$ isə məlum funksiyalardır.

Tutaq ki,

$$V = \left\{ v(x) : v(x) \in W_2^1(\Omega), \quad v_0 \leq v(x) \leq \mu_0, \quad \left| \frac{\partial v(x)}{\partial x_i} \right| \leq \mu_i, \quad i = \overline{1, n} \right\}, \quad (4)$$

$v_0, \mu_0, \mu_i, i = \overline{1, n}$ -verilmiş müsbət ədədlərdir.

Əgər $v \in V$, $u \in L_6(Q)$ isə onda (1)-(3)-dən alınır ki, bu məsələnin

$$u \in U = \left\{ u : u \in L_\infty(0, T; W_2^1(\Omega)), \quad \frac{\partial u}{\partial t} \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)) \right\}$$

həlli $u(x, 0) = u_0(x)$ şərtini və $\forall \eta(x, t) \in C^1(\overline{Q})$, $\eta(x, T) = 0$ üçün

$$\int_Q \left[-\frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{i=1}^n v(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right] dx dt - \int_Q u^3 \eta dx dt = \int_Q f \eta dx dt + \int_\Omega u_1(x) \eta(x, 0) dx$$

integral eyniliyini ödəyir [bax 1]. Belə $\{v, u\}$ cütünə mümkün cüt deyilir. Fərz edək ki, mümkün cütlər çoxluğu boş deyil, yəni $\{v, u\} \neq \emptyset$. Mümkün cütlər çoxluğunda aşağıdakı funksionalın minimallaşdırılması məsələsinə baxaq:

$$J(v, u) = \frac{1}{6} \|u - u_d\|_{L_6(Q)}^6 + \frac{N}{2} \|v\|_{W_2^1(\Omega)}^2. \quad (5)$$

Burada $u_d \in L_6(Q)$ - verilmiş funksiya və $N > 0$ verilmiş müsbət ədəddir.

İşdə baxılan məsələdə optimal cütün varlıq teoremi isbat edilmişdir.

Teorem 1. Fərz edək ki, (1)-(5) məsələsinin verilənləri üzərinə qoyulmuş yuxarıdakı şərtlər ödənilir. Onda bu məsələdə $\{\tilde{v}, \tilde{u}\}$ optimal cüt var. Yəni

$$J(\tilde{v}, \tilde{u}) = \inf J(v, u), \quad (6)$$

burada $\{v, u\}$ -mümkün cütlərdir.

Teorem 1-dən istifadə edərək adaptə olunmuş cərimə üsulunun yığılmasının göstərilməsi üçün aşağıdakı teorem isbat edilmişdir.

Teorem 2. Tutaq ki, $\{\tilde{v}_\varepsilon, \tilde{u}_\varepsilon\}$ -cütü $J_\varepsilon^a(\tilde{v}_\varepsilon, \tilde{u}_\varepsilon) = \inf J_\varepsilon^a(v, u)$ məsələsinin həllidir. Onda $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda

$$\tilde{v}_\varepsilon \rightarrow \tilde{v} \quad L_2(\Omega) \text{-da}, \quad (7)$$

$$\tilde{u}_\varepsilon \rightarrow \tilde{u} \quad L_6(Q) \text{-də}, \quad (8)$$

burada $\{\tilde{v}, \tilde{u}\}$ -seçilmiş optimal cütdür. Burada [bax 2]

$$J_\varepsilon^a(v, u) = \frac{1}{6} \|u - u_d\|_{L_6(Q)}^6 + \frac{N}{2} \|v\|_{W_2^1(\Omega)}^2 + \frac{1}{2\varepsilon} \left\| \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(v(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) - u^3 - f \right\|_{W_2^1(Q)}^2 + \frac{1}{2} \|u - \tilde{u}\|_{L_2(Q)}^2 + \frac{1}{2} \|v - \tilde{v}\|_{W_2^1(\Omega)}^2 \quad (10)$$

Sonda optimallıq üçün variasional bərabərsizlik şəklində aşağıdakı zəruri şərt çıxarılmışdır.

Teorem 3. Tutaq ki, $\{\tilde{v}, \tilde{u}\}$ -optimal cütdür. Onda

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\tilde{v}(x) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x_i} \right) - \tilde{u}^3 = f(x, t), \quad (x, t) \in Q,$$

$$\tilde{u}(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), \quad \tilde{u}|_\Sigma = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\tilde{v}(x) \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right) - 3\tilde{u}^2 \psi = (\tilde{u} - u_d)^5,$$

$$\psi(x, T) = \frac{\partial \psi}{\partial t}(x, T) = 0 \quad \Omega \text{-da}, \quad \psi|_\Sigma = 0,$$

$$\tilde{u} \in L_\infty(0, T; W_2^1(\Omega)), \quad \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)),$$

$$\psi \in L_\infty(0, T; L_2(\Omega)), \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} \in L_\infty(0, T; W_2^{-1}(\Omega)),$$

şərtlərini və

$$\int_Q \left(N\tilde{v} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x_i} \right) (v - \tilde{v}) dx dt \geq 0, \quad \forall v \in V$$

integral bərabərsizliyini ödəyən $\{\tilde{v}, \tilde{u}, \psi\}$ üçlüyü var.

Ədəbiyyat

1. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973, 407 с.
2. Лионс Ж.П. Управление сингулярными распределенными системами, М., Мир, 1987, 367 с.



RİMAN GENİŞLƏNMƏSİNİN SANKİ KOMPLEKS STRUKTURA NƏZƏRƏN TƏMİZ OLMASI HAQQINDA

NƏRMINƏ ELŞƏN QIZI QURBANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
qurbanova.nermine.97@mail.ru

Fərz edək ki, M_n burulmasız ∇ rabitəsi ilə birlikdə C^∞ sinifindən olan Riman çoxobrazlısı, ${}^cT(M_n)$ onun kotoxunan laylanması, $\pi: {}^cT(M_n) \rightarrow M_n$ isə təbii proyeksiyadır. M_n üzərində (U, x^i) , $i=1, \dots, n$ lokal koordinat sistemində uyğun ${}^cT(M_n)$ üzərində $(\pi^{-1}(U), x^i, x^{\bar{i}} = p_i)$, $\bar{i} = n+i = n+1, \dots, 2n$ lokal koordinat sistemi təyin olunur, burada $x^{\bar{i}} = p_i$ hər bir ${}^cT_x(M_n)$, $x \in U$ kotoxunan fəzasının $\{dx^i\}$ təbii koreperinə nəzərən p kovektorlarının komponentləridir.

$\mathfrak{F}_s^r(M_n)(\mathfrak{F}_s^r({}^cT(M_n)))$ ilə $F(M_n)(F({}^cT(M_n)))$ üzərində C^∞ sinifindən olan (r, s) tipli tenzor meydanlarının modulunu işarə edək, burada $F(M_n)(F({}^cT(M_n)))$ C^∞ sinifindən olan $M_n({}^cT(M_n))$ üzərində həqiqi qiymətli funksiyaların halqasıdır.

Fərz edək ki, $X = X^i \partial_i U \subset M_n$ üzərində $X \in \mathfrak{F}_0^1(M_n)$ vektor meydanının lokal ifadəsidir. $X \in \mathfrak{F}_0^1(M_n)$ -in ${}^cX \in \mathfrak{F}_0^1(M_n)$ tam lifti

$${}^cX = X^i \partial_i - \sum_i p_h \partial_i X^h \partial_{\bar{i}},$$

ifadələrinə malikdir, burada Γ_{ij}^h , M_n üzərində burulmasız ∇ rabitəsinin komponentləridir.

${}^cT(M_n)$ üzərində yeni (psevdo) Riman $\nabla g \in \mathfrak{F}_2^0({}^cT(M_n))$ metrikası $\forall X, Y \in \mathfrak{F}_0^1(M_n)$ üçün aşağıdakı kimi (bax. [1]) təyin olunur:

$$\nabla g({}^cX, {}^cY) = -\gamma(\nabla_X Y + \nabla_Y X)$$

Burada $\gamma(\nabla_X Y + \nabla_Y X)$ funksiyası $\gamma(\nabla_X Y + \nabla_Y X) = p_h (X^i \nabla_i Y^h + Y^i \nabla_i X^h)$ lokal ifadəsinə malik olub, $\pi^{-1}(U) \subset {}^cT(M_n)$ üzərində təyin olunur. Biz ∇g metrikasını ∇ simmetrik rabitəsi vasitəsilə ${}^cT(M_n)$ -ə Riman genişlənməsi adlandıracağıq. ∇g Riman genişlənməsi aşağıdakı komponentlərə malikdir:

$$\nabla g = ({}^\nabla g_{IJ}) = \begin{pmatrix} -2p_m \Gamma_{ij}^m & \delta_i^j \\ \delta_j^i & 0 \end{pmatrix}$$

Xüsusi halda $z = x^2 - y^2$ səthinə nəzərən Riman genişlənməsi aşağıdakı komponentlərə malikdir:

$$\nabla g = (\nabla g_{IJ}) = \begin{pmatrix} 8p_m(yg^{m2} - xg^{m1}) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 8p_m(xg^{m1} - yg^{m2}) & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$z = x^2 - y^2$ hiperbolik paraboloid səthi üzərində Riman genişlənməsi

$$\varphi = (\varphi_j^i) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

sanki kompleks strukturuna nəzərən təmizlik (Nordenlik) şərtini (bax. [2]) ödəyir:

$$\nabla g(\varphi X, Y) = \nabla g(X, \varphi Y) \Leftrightarrow \nabla g_{mj} \varphi_i^m = \nabla g_{im} \varphi_j^m.$$

Ədəbiyyat

1. Salimov A., Cakan R., On deformed Riemannian extensions associated with twin Norden metrics, Chinese Annals of Mathematics Series B. 36, (2015), 345-354.
2. Salimov A.A., Iscan M. Some properties of Norden-Walker metrics, Kodai Math. J. 33(2010), no.2, 283-293.



ARALIQLAR (İNTERVALLAR) METODUNDAN İSTİFADƏ EDƏRƏK MÜTLƏQ QIYMƏT İŞARƏSİ DAXİL OLAN ÇALIŞMALARIN HƏLLİ

MUSA TAPDIQ OĞLU RZAYEV

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Univrsiteti

Hal-hazırda orta ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyat təlimi yeni fənn kurikulumu əsasında tədris olunur. Fənn kurikulumları əsasında tərtib edilmiş riyaziyyat dərslikləri dolğun və əsaslandırılmışdır. Riyaziyyat dərsliklərində digər mövzularla yanaşı mütləq qiymət daxil olan çalışmaların həllinə də yer verilmişdir. Lakin bu çalışmalar şagirdlərin hərtərəfli inkişafını təmin etmir. Modul daxil olan çalışmalarını həll edərkən bir sıra çətinliklərlə rastlaşırlar. Ona görə də bu məqalədə modullu çalışmalarını həll etmək üçün aralıqlar (intervallar) metodundan istifadə qaydası haqqında söhbət açacağıq. Bunlar aşağıdakılardan ibarətdir:

- 1) Modul işarəsi daxilində olan ifadə sıfıra bərabər edilir;
- 2) Alınmış ədədi kəmiyyətlərin qiymətləri ilə verilmiş ifadənin təyin oblastı aralıqlara ayrılır;
- 3) Alınmış aralıqların hər birində cəbri ifadə araşdırılır.

Ümumi şəkildə məchulu mütləq qiymət işarəsi daxilində olan tənliklərin aralıqlar (intervallar) üsulu ilə həllini verək.

Tutaq ki, $|x - 1| + |x + 1| = 2$ tənliyini həll etmək tələb olunur. Bu tənlikdə iki mütləq qiymət işarəsi vardır. Bunlardan biri $x=1$, o biri isə $x=-1$ olduqda sıfıra çevrilir. Ədəd oxu üzərində koordinatı -1 olan nöqtəni M , koordinatı $+1$ olan nöqtəni N ilə işarə etsək, interval alınır. Birinci (sonsuz) intervala M -dən solda olan bütün nöqtələr, ikinci (sonlu) intervala M və N nöqtələri və onların arasında yerləşən bütün nöqtələr, üçüncü (sonsuz) intervala isə N -dən sağda yerləşən bütün nöqtələr daxildir. Bu üç intervalın hər birində $|x - 1|$ və $|x + 1|$ ifadələrini mütləq qiymət işarəsindən istifadə etməyərək asan yazmaq olar. Belə ki,

$$|x - 1| = \begin{cases} -x + 1 & \text{birinci intervalda} \\ 1 - x & \text{ikinci intervalda} \\ x - 1 & \text{üçüncü intervalda} \end{cases}$$

$$\text{Bunun kimi də } |x + 1| = \begin{cases} -x + 1 & \text{birinci intervalda} \\ 1 - x & \text{ikinci intervalda} \\ x - 1 & \text{üçüncü intervalda} \end{cases}$$

Ona görə də verilmiş tənliyin sol tərəfi

Birinci intervalda $(-x + 1) + (-x - 1) = -2x$

İkinci intervalda $(1 - x) + (x + 1) = 2$

Üçüncü intervalda $(x - 1) + (x + 1) = 2x$ kimi olar.

Deməli, birinci intervalda tənliyin həlli $-2x = 2$ yəni $x = -1$, ikinci intervalda $2=2$ yəni həmin intervaldakı bütün x -lər, üçüncü intervalda isə $2x = 2$ yəni $x = 1$ olur.

Deməli, $-1 \leq x \leq 1$ şərtini ödəyən bütün x -lər çoxluğu həmin tənliyin köküdür. Aşağıdakı misallar üzərində fikrimizi daha da dəqiqləşdirək.

Misal 1. $\sqrt{4t^2 - 24t + 36} - 2|t|$ ifadəsini sadələşdirin.

Həlli. Əvvəlcə ifadəni çevirək:

$$\sqrt{4t^2 - 24t + 36} - 2|t| = 2\sqrt{(t-3)^2} - 2|t| = 2(|t-3| - |t|)$$

İndi isə aralıqlar metodundan istifadə edək: $\begin{cases} |t| = 0 \\ |t-3| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 3 \end{cases}$ olar. Verilmiş ifadəni $t < 0$; $0 \leq t < 3$; $t \geq 3$ aralıqlarında: a) $t < 0$ olduqda, $|t| = -t$, $|t-3| = 3-t$ olar. Onda $2(3-t+t) = 2 \cdot 3 = 6$; b) $t \geq 3$ olduqda, $|t| = t$, $|t-3| = 3-t$ olar. Onda

$$2(3-t+t) = 2 \cdot (-3) = -6. \text{ Deməli, } \begin{cases} 6, t < 0 \\ 6-4t, 0 \leq t < 3 \text{ olar.} \\ -6, t \geq 3 \end{cases}$$

Misal 2. Tənliyi həll edin: $|3-2|x|| = |2-x| - 3$

Həlli. Buradan $\begin{cases} |x| = 0 \\ 3-2|x| = 0 \\ |2-x| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ |x| = 1,5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1,5 \\ x = 2 \end{cases}$

Bu tənliyə $x \leq -1,5$; $-1,5 < x \leq 0$; $0 < x \leq 1,5$; $1,5 < x \leq 2$; $x > 2$ aralıqlarında baxaq.

1) $x \leq -1,5$ olduqda, $|x| = -x$, $|3-2|x|| = |3+2x| = -(3+2x)$, $|2-x| = 2-x$ olar və $-(3+2x) = 2-x-3 \Leftrightarrow x = -2$.

2) $-1,5 < x \leq 0$ olduqda, $|x| = -x$, $|3-2|x|| = |3+2x| = 3+2x$, $|2-x| = 2-x$ olar və $3+2x = 2-x-3 \Leftrightarrow 3x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$.

3) $0 < x \leq 1,5$ olduqda, $|x| = x$, $|3-2|x|| = |3-2x| = 3-2x$, $|2-x| = 2-x$ olar və $3-2x = 2-x-3 \Leftrightarrow x = 4$.

4) $1,5 < x \leq 2$ olduqda, $|x| = x$, $|3-2|x|| = |3-2x| = -(3-2x)$, $|2-x| = 2-x$ olar və $-(3-2x) = 2-x-3 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$. $x = \frac{2}{3}$ kənar kökdür, çünki $1,5 < x \leq 2$ şərtini ödəmir.

5) $x > 2$ olduqda, $|x| = x$, $|3-2|x|| = |3-2x| = -(3-2x)$, $|2-x| = -(2-x)$ olar və $-(3-2x) = -(2-x)-3 \Leftrightarrow x = -2$ kənar kökdür, çünki $x > 2$ şərtini ödəmir.

Tənliyin həlli: $x \in \left\{-2; -\frac{4}{3}\right\}$. Deməli, verilən bərabərsizliyin ümumi həlli:

$$x \in]-\infty; -\sqrt{6}[\cup]0; \sqrt{2}[\cup]2(1+\sqrt{2}); +\infty[$$

Beləliklə, şagirdlər bu tipli tənliklərin həllindən istifadə edərək digər tənliklərin həllində qarşıya çıxan çətinlikləri aradan qaldıra bilər.

Ədəbiyyat

1. A.S.Adıgözəlov və b. Elementar cəbr. Bakı, 2012
2. Gülməmmədov V.Y. Riyaziyyatdan çalışmaları həlli metodları. Bakı, "Maarif", 1990
3. Yaqubov M.H., İsmayılov T.X. Riyaziyyat. Məsələ və misallar. Dars vasaiti. Bakı, "Çaşıoğlu", 2009.
4. Гусев А.А., Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике. Геометрия. Москва, 1992



QABARIQ MINİMALLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİNDƏ STABİL MƏSƏLƏ

MİSRƏDDİN ALLAHVERDİ OĞLU SADİQOV, AHUNƏ MANOLİS QIZI NƏBİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
a.manoliszade@gmail.com

1. Stabil məsələ. Tutaq ki, V və Y banax fəzalarıdır və V^* fəzası V banax fəzasına qoşma fəza, Y^* fəzası Y banax fəzasına qoşma fəzadır. V fəzasının elementləri $u, v, \dots$, V^* fəzasının elementləri $u^*, v^*, \dots$ şəklində işarə olunur. $F: V \rightarrow \bar{R} = R \cup \{\pm\infty\}$ hər hansı funksiyadır.

Aşağıdakı minimallaşdırma məsələsinə baxaq:

$$\inf_{u \in V} F(u). \quad (P)$$

(P) məsələsi əsas məsələ adlanır. Bu məsələnin aşağı dəqiq sərhəddini $\inf P$ ilə işarə etsək, $F(u) = \inf P$ bərabərliyini ödəyən hər bir $u \in V$ elementi (P) məsələsinin həlli adlanır.

Tutaq ki, (P) məsələsi trivial olmayan məsələdir. $\Phi(u, 0) = F(u)$ şərtini ödəyən $\Phi: V \times Y \rightarrow \bar{R}$ funksiyasını götürək və ixtiyari $p \in Y$ üçün aşağıdakı minimallaşdırma məsələsinə baxaq:

$$\inf_{u \in V} \Phi(u, p) \quad (P_p)$$

Aydındır ki, $p = 0$ olduqda (P_p) məsələsi (P) məsələsinə çevrilir. (P_p) ümümləşmiş məsələlər toplusu, (P) məsələsi həyacanlanmış məsələ adlanır.

$p \in Y$ olduqda $h(p) = \inf_{u \in V} P_p = \inf_{u \in V} \Phi(u, p)$ işarə edək. Əgər Φ qabarıq olarsa, onda $h: Y \rightarrow \bar{R}$ funksiyası qabarıqdır (bax [1]). Əgər Φ məxsusi qabarıq aşağıdan yarımkəsilməz funksiya olarsa, ümumiyyətlə h məxsusi qabarıq aşağıdan yarımkəsilməz funksiya olmur.

Əgər $p^* \in Y^*$ olarsa, $h^*(p^*) = \sup\{\langle p^*, p \rangle - h(p)\}$ işarə etsək, $h^*(p^*) = \Phi^*(0, p^*)$ olduğunu alırıq.

$$\sup_{p^* \in Y^*} \{-\Phi^*(0, p^*)\} \quad (P^*)$$

məsələsi ikili məsələ adlanır.

Asanlıqla yoxlamaq olar ki, $\sup P^* \leq \inf P$ ödənilir. Əgər h sıfırda sonlu və aşağıdan yarımkəsilməzdirsə, onda (P) məsələsi normal məsələ adlanır. Əgər $h(0)$ sonlu və h sıfırda subdiferensiallanan olarsa, (P) məsələsi stabil məsələ adlanır.

Teorem 1. Fərz edək ki, $\inf P$ sonludur, $\Phi(u, p)$ qabarıq funksiyadır, Y fəzasında sıfırın ələ $\gamma(0)$ ətrafı, ələ $M > 0$ ədədi və hər bir $p \in \gamma(0)$ üçün ələ u_p var ki,

$\Phi(u_p, p) \leq M < +\infty$ bərabərsizliyi ödənilir. Onda h sıfırda subdiferensiallananandır, yəni (P) məsələsi stabil məsələdir.

Teorem 2. Əgər teorem 1-in şərtləri ödənərsə, $\Phi: V \times Y \rightarrow \bar{R}$ məxsusi qabarıq aşağıdan yarımkəsilməz funksiya olarsa və (P) məsələsinin həlli varsa, onda (P^*) məsələsinin həlli var və

$$\inf P = \sup P^* \quad (1)$$

bərabərliyi ödənilir. Bundan əlavə P məsələsinin hər bir $\bar{u}$ və P^* məsələsinin hər bir $\bar{p}^*$ həlləri aşağıdakı ekstremal münasibətlərlə bağlıdır:

$$\Phi(\bar{u}, 0) + \Phi^*(0, \bar{p}^*) = 0 \quad \text{və ya} \quad (0, \bar{p}^*) \in \partial\Phi(\bar{u}, 0). \quad (2)$$

Əksinə, əgər $\bar{u} \in V$, $\bar{p}^* \in Y^*$ (1) ekstremal münasibətini ödəyərsə, onda $\bar{u}$ P məsələsinin, $\bar{p}^*$ isə P^* məsələsinin həllidir və (2) ödənilir.

2. Mühüm xüsusi hallar. Fərz edək ki, V -dən Y -ə təsir edən kəsilməz xətti Λ operatoru verilib və Λ^* operatoru Λ -ə qoşma olan operatorudur, yəni $\Lambda \in L(V, Y)$ və $\Lambda^* \in L(Y^*, V^*)$ (bax [1]).

Fərz edək ki, minimallaşdırılan funksiya $F(u) = J(u, \Lambda u)$ şəklindədir, burada J funksiyası $V \times Y$ -dən R -ə təsir edir. Bu halda (P) məsələsi

$$\inf_{u \in V} J(u, \Lambda u) \quad (3)$$

şəklindədir, Φ funksiyasını isə $\Phi(u, p) = J(u, \Lambda u - p)$ şəkilində götürmək olar. Onda ikili məsələni asanlıqla təyin etmək olar. Tutaq ki, $J^* \in \Gamma(V^* \times Y^*)$ funksiyası J -yə qoşma funksiyadır (bax [1]). Onda

$$\begin{aligned} \Phi^*(0, p^*) &= \sup_{u \in V, p \in Y} [\langle p^*, p \rangle - J(u, \Lambda u - p)] = \\ &= \sup_{u \in V, p \in Y} [\langle \Lambda^* p^*, u \rangle - \langle p^*, p \rangle - J(u, p)] = J^*(\Lambda^* p^*, -p^*) \end{aligned}$$

alınır. Beləliklə, (P^*) məsələsini $\sup_{p^* \in Y^*} [-J^*(\Lambda^* p^*, -p^*)]$ şəklində yazmaq olar.

Teorem 3. Tutaq ki, $\inf P$ sonludur, $(u, v) \rightarrow J(u, v)$ qabarıqdır, Y fəzasında sıfırın elə $\gamma(0)$ ətrafı və elə $M > 0$ ədədi, hər bir $p \in \gamma(0)$ üçün elə $u_p \in V$ var ki, $J(u_p, \Lambda u_p - p) \leq M$ bərabərsizliyi ödənilir. Onda (3) məsələsi stabildir, $\inf P = \sup P^*$ və (P^*) məsələsinin ən azı bir $\bar{p}^*$ həlli var.

Əgər $F: V \rightarrow R$ və $G: Y \rightarrow R$ olarsa, $J(u, \Lambda u) = F(u) + G(\Lambda u)$ işarə edək. Bu halda (P) məsələsini $\inf_{u \in V} [F(u) + G(\Lambda u)]$ şəklində yazmaq olar. Asanlıqla yoxlamaq olar ki, $J^*(u^*, p^*) = F^*(u^*) + G^*(p^*)$, burada $F^* \in \Gamma(V^*)$ və $G^* \in \Gamma(Y^*)$ uyğun olaraq F və G -yə qoşma funksiyalardır. Bu halda (P^*) məsələsi $\sup_{p^* \in Y^*} [-F^*(\Lambda^* p^*) - G^*(-p^*)]$ şəklində olar.

Teorem 4. Fərz edək ki, $\inf P$ sonludur, F və G qabarıq funksiyalardır, Y fəzasında sıfırın elə $\gamma(0)$ ətrafı, elə $M > 0$ ədədi və hər bir $p \in \gamma(0)$ üçün elə $u_p \in V$ var ki, $F(u_p) + G(\Lambda u_p - p) \leq M$ bərabərsizliyi ödənilir, onda (P) məsələsi stabildir, $\inf P = \sup P^*$ və (P^*) məsələsinin ən azı bir həlli var.

Ədəbiyyat



1. Экланд И., Темам Р. Выпуклый анализ и вариационные проблемы. М.: Мир, 1979, 400 с.

QARIŞIQ MƏHDUDİYYƏTLİ OPTİMAL İDARƏTMƏ MƏSƏLƏSİ

MİSRƏDDİN ALLAHVERDİ OĞLU SADİQOV, ASUDƏ ƏKRƏM QIZI KƏRİMOVA

Bakı Dövlət Universiteti
asudekerimova313@gmail.com

Tutaq $F:[t_0, t_k] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}$, $f:[t_0, t_k] \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^n$ funk-siyaları verilmişdir, hər bir $(x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r$ üçün $F(t, x, y)$ və $f(t, x, y)$ funksiyaları t -yə nəzərən ölçüləndir, sanki bütün $t \in [t_0, t_k]$ olduqda $F(t, x, y)$ və $f(t, x, y)$ funksiyaları (x, y) -ə nəzərən kəsilməz diferensiallandı; $\varphi_i: \mathbb{R}^{(k+1)n} \rightarrow \mathbb{R}$, $K: \mathbb{R}^{(k+1)n} \rightarrow \mathbb{R}^d$, φ_i və K funksiyaları kəsilməz diferensiallandı, $\mathbb{R}^r$ fəzasına daxil olan C çoxluğu qabarıqdır və $\text{int} C \neq \emptyset$ şərti ödənilir, burada $n, d, r \in \mathbb{N}$, $i = 0, 1, \dots, m$, $X = W_{1,1}^n[t_0, t_k] \times L_\infty^r[t_0, t_k]$, $Y = L_1^n[t_0, t_k] \times \mathbb{R}^d$ işarə edək. İşdə ölçülən funksiyaların bərabərliyi və bərabərsizliyi sanki hər yerdə mənada başa düşülür.

Aşağıdakı

$$J(x, u) = \phi_0(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) + \int_{t_0}^{t_k} F(t, x(t), u(t)) dt \quad (1)$$

funksionalın

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad t \in [t_0, t_k] \quad (2)$$

$$\phi_i(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$K(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) = 0 \quad (3)$$

$$u(t) \in C \text{ p} \text{ t} \in [t_0, t_k], \quad (x, u) \in X \quad (4)$$

şərtləri daxilində minimallaşdırılması məsələsinə baxaq.

$h: X \rightarrow Y$ və $h_i: X \rightarrow \mathbb{R}$ inikaslarına baxaq:

$$h(x, u)(t) = (\dot{x}(t) - f(t, x(t), u(t)), K(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k))),$$

$$h_i(x, u)(t) = \phi_i(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)), \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Tutaq ki, $(x_0, u_0) \in X$. Əgər elə $\varepsilon > 0$ və $\rho(\cdot) \in L_1[0, t_k]$ varsa ki, $|x - x_0(t)| + |y - u_0(t)| < \varepsilon$, $\psi = F$ və ya $\psi = f$ olduqda $|\nabla \psi(t, x, y)| \leq \rho(t)$ olsun. Onda qeyd olunan şərtlər daxilində $J(x, y)$, $h_i(x, y)$, $i = 1, \dots, m$, və $h(x, y)$ inikasları $(x_0(\cdot), u_0(\cdot))$ nöqtəsində diferensiallandı və

$$J'(x_0, u_0)(x, u) = \phi'_0(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k))(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) + \int_{t_0}^{t_k} [F_x(t, x_0(t), u_0(t))x(t) + F_u(t, x_0(t), u_0(t))u(t)] dt,$$

$$h'(x_0, u_0)(x, u) = (\dot{x}(t) - (\hat{f}_x(t)x(t) + \hat{f}_u(t)u(t)),$$

$$K'(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k))(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)),$$

$$h'_i(x_0, u_0)(x, u) = \phi'_i(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k))(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)).$$

Tutaq ki, $f(t, x_0(t), u_0(t))$, $F(t, x_0(t), u_0(t))$ funksiyaları integrallandı.

Fərz olunur ki, əgər vektor matrisə və ya vektora vurularsa, onda vektor sətir vektordur, əgər matris vektora vurularsa, onda vektor sütun vektordur.

Əgər $a \in \mathbb{R}^d, \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m \in \mathbb{R}, \mu = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_m, a)$ olarsa,

$$\gamma(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k), \mu) = \sum_{i=0}^m \alpha_i \phi_i(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) + \langle a, K(x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_k)) \rangle$$

və $t \in [t_0, t_k]$ olduqda

$$H(t, x, u, \alpha_0, \lambda(\cdot)) = \alpha_0 F(t, x, u) - \lambda(t) f(t, x, u)$$

işarə edək.

Aşağıdakı məsələyə baxaq :

$$\dot{\lambda}(t) = H_x(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), t \in [t_0, t_k], \quad (5)$$

$$\lambda(t_0) = \frac{\partial \gamma(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k), \mu)}{\partial x(t_0)}, \quad (6)$$

$$\lambda(t_j + 0) - \lambda(t_j - 0) = \frac{\partial \gamma(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k), \mu)}{\partial x(t_j)}, j = 1, \dots, k - 1, \quad (7)$$

$$\lambda(t_k) = - \frac{\partial \gamma(x_0(t_0), x_0(t_1), \dots, x_0(t_k), \mu)}{\partial x(t_k)}. \quad (8)$$

Teorem 1. Əgər $(x_0, u_0) \in X$ (1)-(4) məsələsinin minimum

nöqtəsi olarsa, elə $\varepsilon > 0$ ədədi və $\rho(\cdot) \in L_1[t_0, t_k]$ funksiyası varsa ki, $\psi = F$ və ya $\psi = f$, $|x - x_0(t)| + |y - u_0(t)| < \varepsilon$ olduqda $|\nabla \psi(t, x, y)| \leq \rho(t)$ olsun, $h'(x_0, u_0)(x, u)$ inikası suryektiv və $i = 1, \dots, m$ olduqda $h_i(x_0, u_0) = 0$ olsun, C çoxluğu $\mathbb{R}^r$ fəzasında qabarıq çoxluq və $\text{int } C \neq \emptyset$ olsun, onda eyni zamanda sıfır olmayan elə $a \in \mathbb{R}^d$ vektoru, $\alpha_0 \geq 0, \alpha_1 \geq 0, \dots, \alpha_m \geq 0$ ədədləri və (5)-(8) məsələsinin $\lambda(t)$ həlli var ki, $u \in C$ olduqda $\langle H_u(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), u - u_0(t) \rangle \geq 0$ bərabərsizliyi ödənilir.

Əgər $T_C(u_0(t)) = \text{cl} \bigcup_{\lambda > 0} \frac{1}{\lambda} (C - u_0(t))$ işarə etsək, $u \in C$ olduqda $\langle H_u(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), u - u_0(t) \rangle \geq 0$ bərabərsizliyinin ödənməsindən $u \in T_C(u_0(t))$ olduqda $\langle H_u(t, x_0(t), u_0(t), \lambda(t)), u \rangle \geq 0$ bərabərsizliyinin ödənməsi alınır.

Əgər $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1, \dots, x(t_k) = x_k$,

$h(x_0, u_0)(x, u) = (\dot{x}(t) - Ax(t) - Bu(t), x(t_0) - x_0, x(t_1) - x_1, \dots, x(t_k) - x_k)$

və $\text{rank}[B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n$ olarsa, onda $h'(x_0, u_0)(x, u)$ inikası suryektivdir.

Ədəbiyyat

1. Садыгов М.А. Необходимые условия в задачах оптимального управления. International scientific review of the problems and prospects of modern science and education, Boston USA, 2020, 3(16), с.17-30.

HAMAR OLMAYAN FUNKSIYANIN SUBDİFERENSİAL HAQQINDA

MİSRƏDDİN ALLAHVERDİ OĞLU SADİQOV, ELTAC VÜQAR OĞLU QASIMLI

Bakı Dövlət Universiteti
eltacqasimli2@gmail.com

İşdə funksiyanın nöqtədə istiqamətə görə törəməsinə baxılır, onun köməyi ilə subdiferensial tərif olunur və onun xassələri öyrənilir.

Tutaq ki, X banax fəzasıdır, $\bar{R} = R \cup \{\pm\infty\}$, $R_{+\infty} = R \cup \{+\infty\}$, $f : X \rightarrow \bar{R}$, $\text{dom } f = \{x \in X : |f(x)| < +\infty\}$, $x_0 \in \text{dom } f$. Aşağıdakı işarələmələri edək:

$$f^+(x_0; x) = \limsup_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0 + tx) - f(x_0)}{t}, \quad -f^+(x_0; -x) = \liminf_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - tx)}{t},$$

$$f^\uparrow(x_0; x) = \max\{f^+(x_0; x), -f^+(x_0; -x)\}.$$

$\partial^\uparrow f(x_0) = \{x^* \in X^* : \langle x^*, x \rangle \leq f^\uparrow(x_0; x), x \in X\}$ çoxluğu f funksiyanın x_0 nöqtəsində subdiferensialı adlanır (bax [1]).

$$E(f) = \{(x, \alpha) \in X \times R : f(x) \leq \alpha\}, \quad H(f) = \{(x, \alpha) \in X \times R : f(x) \geq \alpha\},$$

$$M(f, x_0) = (E(f) - (x_0, f(x_0))) \cap \{-(H(f) - (x_0, f(x_0)))\}, \quad g(x) = f(x_0 + x) - f(x_0) \text{ işarə edək.}$$

Tutaq ki, $C \subset X$ və $x_0 \in C$. Əgər elə $\alpha_0 > 0$ ədədi varsa ki, $\alpha \in (0, \alpha_0)$ olduqda $x_0 + \alpha x \in C$ olsun, x vektoru C çoxluğuna x_0 nöqtəsində mümkün istiqamət adlanır. C çoxluğuna x_0 nöqtəsində mümkün istiqamətlər çoxluğu $\gamma(x_0; C)$ ilə işarə olunur. Bundan sonra sadəlik üçün $\gamma((0, 0); M(f, x_0))$ çoxluğu $\gamma(M(f, x_0))$ şəklində işarə olunur.

$$f'(x_0; x) = \lim_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0 + tx) - f(x_0)}{t}, \quad f^-(x_0; x) = \liminf_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0 + tx) - f(x_0)}{t}$$

işarə edək.

Lemma 1. $\gamma(M(f, x_0)) \subset E(f^\uparrow(x_0; \cdot))$ daxil olması doğrudur. Əgər $x \in X$ olduqda $f'(x_0; x)$ istiqamətə görə törəmə varsa, onda $\text{int } E(f^\uparrow(x_0; \cdot)) = \text{int } \gamma(M(f, x_0))$ münasibəti ödənilir.

Lemma 2. Əgər f qabarıq (çökük) funksiya və $f(0) = 0$ olarsa, onda $M(f, 0) = E(f)$ ($M(f, 0) = -H(f)$) olur.

Lemma 3. Əgər f məxsusi qabarıq funksiya və $x_0 \in \text{dom } f$ olarsa, onda $x \in X$ olduqda $f^\uparrow(x_0; x) = f'(x_0; x)$ olur.

$\partial f(x_0) = \{x^* \in X^* : f'(x_0; x) \geq \langle x^*, x \rangle, x \in X\}$ işarə edək. Əgər f məxsusi qabarıq funksiya və $x_0 \in \text{dom } f$ olarsa, onda lemma 3 –dən $\partial^\uparrow f(x_0) = \partial f(x_0)$ olduğu alınır.

Lemma 4. Əgər $f : X \rightarrow R \cup \{-\infty\}$ çökük funksiya və $x_0 \in \text{dom } f$ olarsa, onda $x \in X$ olduqda $f^\uparrow(x_0; x) = -f'(x_0; -x)$ olur.

Əgər $C \subset X$ olarsa, $d_C(x) = \inf \{\|y - x\| : y \in C\}$ işarə edək. Asanlıqla yoxlamaq olar ki, $d_C^\uparrow(x_0, x) = d_C^+(x_0, x)$ bərabərliyi ödəyir.

$N_1(M(f, x_0)) = \{(x^*, \beta) \in X^* \times \mathbb{R} : \langle x^*, x \rangle + \alpha\beta \leq 0, (x, \alpha) \in \gamma(M(f, x_0))\}$, işarə edək.

Teorem 1. $\partial^\uparrow f(x_0) \subset \{x^* : (x^*, -1) \in N_1(M(f, x_0))\}$ daxil olması ödəyir. Əgər $f'(x_0; x)$ varsa və $d \int E(f^\uparrow(x_0; \cdot)) \supset E(f^\uparrow(x_0; \cdot))$ olarsa, onda $\partial^\uparrow f(x_0) = \{x^* : (x^*, -1) \in N_1(M(f, x_0))\}$.

Teorem 2. Əgər $f'(x_0; x)$ varsa, onda $\partial^\uparrow(-f)(x_0) = -\partial^\uparrow f(x_0)$. f funksiyasının x_0 nöqtəsində Klark mənadı (bax [2]) subdiferensialını $\partial_c f(x_0)$ ilə və

$$f^\circ(x_0; x) = \lim_{\substack{y \rightarrow x_0 \\ \lambda \downarrow 0}} \frac{f(y + \lambda x) - f(y)}{\lambda},$$

$\partial_c f(x_0) = \{x^* \in X^* : f^\circ(x_0; x) \geq \langle x^*, x \rangle, x \in X\}$ işarə edək.

Teorem 3. Əgər f funksiyası x_0 nöqtəsinin ətrafında Lipşis şərtini ödəyərsə, onda $\partial^\uparrow f(x_0) \subset \partial_c f(x_0)$.

Əgər f funksiyası x_0 nöqtəsində Qato mənadı diferensiallanandırırsa, onda $f'(x_0; x) = f^+(x_0; x) = f^-(x_0; x) = \langle f'_\Gamma(x_0), x \rangle$ olur. Ona görə də $f^\uparrow(x_0; x) = \langle f'_\Gamma(x_0), x \rangle$ olur. Buradan $\partial^\uparrow f(x_0) = \{f'_\Gamma(x_0)\}$ bərabərliyi alınır.

Qeyd edək ki, yuxarıdakı verilən subdiferensial Klark mənadı subdiferensiala daxildir. Əgər f funksiyası x_0 nöqtəsində ciddi diferensiallanandırırsa, onda $\partial^\uparrow f(x_0) = \partial_c f(x_0) = \{D_s f(x_0)\}$ olur.

Əgər f ixtiyari funksiyadırsa, onda $\partial_D f(x_0) = \{x^* \in X^* : (x^*, -1) \in \bigcup_{\lambda \geq 0} \lambda \partial^\uparrow d_{M(f, x_0)}(0, 0)\}$ çoxluğu f funksiyasının subdiferensialı adlanır.

Ədəbiyyat

1. Садыгов М.А. Субдифференциал высшего порядка и оптимизация. Deutschland, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014, 359 p.
2. Clarke F. Functional Analysis, Calculus of Variations and Optimal Control. London: Springer-Verlag, 2013. 591 p.



İZOTROP NAZİK DİVARLI ELASTİKİ DAİRƏVİ SİLİNDRİK BORUDA ÖZLÜ MAYENİN PULSASIYALI AXINI

GÜLNAR MUSA QIZI SALMANOVA , ALI BAKİR OĞLU ƏLİYEV,
TƏHMİNƏ MAHMUSAĞA QIZI MAHMUDZADƏ

Bakı Dövlət Universiteti
alialiev.b@gmail.com, tehminemahmudzade1996@gmail.com

Çoxfazlı sistem dinamikasının tədqiqi elm, texnika, canlı orqanizmlər və başqa fundamental məsələləri əhatə edir. Ona görə də elastiki borularda hərəkət edən mayelərdə dalğaların yayılma proseslərinin daha ümumi qanunauyğunluqlarının öyrənilməsi nəzəri cəhətdən maraqlı, praktiki cəhətdən isə aktualdır.

Hidroelastiklik məsələlərinin xüsusiyyətləri ondan ibarətdir ki, qarşılıqlı əlaqəli iki məsələni həll etmək lazım gəlir. Digər tərəfdən, maye və örtük sərhədində klassik hidrodinamik kontakt şərtləri əvəzinə sürət komponentlərinin kəsilməzlik şərti ödənilməlidir.

Sonsuz uzun elastik, dairəvi silindrik nazikdivarlı izotrop qalınlığı h olan, R radiuslu örtükdə hərəkət edən özlü qabarcıqlı mayenin pulsasiyalı axınına baxılır. Özlü qabarcıqlı mayenin hərəkətini xarakterizə edən xəttləşdirilmiş Navye-Stoks tənliyini, örtüyün hərəkətinin təsviri üçün tənlikləri Timoşenko modeli əsasında yazılaraq araşdırılır.

Nazik divarlı izotrop elastiki sonsuz uzun dairəvi silindirik boru daxilində özlü qabarcıqlı mayenin pulsasiyalı axını məsələsinə baxaq. Hesab edək ki, axın oxa simmetrikdir.

Boruda qabarcıqlı özlü mayenin hərəkətini təsvir etmək üçün xəttləşdirilmiş Navye-Stoks tənliyini yazırıq və kütlə qüvvələrini də nəzərdən atsaq, aşağıdakı ifadəni alırıq [1,2,3]

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_f} \text{grad } p + \frac{1}{3} \nu \text{grad div } \vec{v} + \nu \nabla^2 \vec{v}$$

buraya maye-qaz mühitin kəsilməzlik və

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \frac{\partial \rho_f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{a_f^2} \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Hal tənliyini də əlavə etsək, riyazi çevrilmələrdən sonra maye mühitin hərəkətinin diferensial tənliyi aşağıdakı şəkildə düşər;

$$\rho_f \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \text{grad } p + \frac{1}{3\rho_f a_f^2} \text{grad} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + \mu \nabla^2 \vec{v}$$

Burada a_f^2 - ikifazlı mühidə səs dalğalarının yayılma sürətinin kvadratıdır.

$$a_f^2 = \frac{1}{\alpha_{20}(1-\alpha_{20})} \left(\frac{\rho_{10}}{\rho_{10}-\rho_{20}} \right)^2 \frac{p'}{\rho_{10}}; \quad \rho_f = (1-\alpha_{20})\rho_{10} + \alpha_{20}\rho_{20}.$$

p' -lə mayenin hidrostatik təzyiqi işarə edilmişdir. ρ_{10} və ρ_{20} uyğun olaraq, daşıyıcı fazanın və qazın sıxlığı (sıfır indeksi) parametrlərin müvazinət haldakı mənasını

göstərir. Sadəlik üçün qazın sıxlığının maye fazanın sıxlığının çox kiçik olduğunu nəzərə alsaq : $\rho_{20} \ll \rho_{10}$;

$$a_f^2 = \frac{1}{\alpha_{20}(1-\alpha_{20})} \frac{p'}{\rho_{10}}; \quad \rho_f = (1-a_{20})\rho_{10}$$

Deyilənləri nəzərə alsaq, bəzi riyazi çevrilmələrdən sonra özlü qabarcıqlı maye üçün dalğa tənliyini aşağıdakı şəkildə yazı bilərik :

$$\frac{1}{a_f^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 \left(p + \frac{4\mu}{3\rho_f a_f^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right)$$

Özlüyün hərəkət tənlikləri : Nazik divarlı düz , qalınlığı h , radiusu R olan dairəvi silindirik örtüyün daxilində özlü mayenin hərəkəti zamanı örtüyün daxili səthinə normal qüvvə ilə yanaşı , toxunan qüvvədə təsir edir. Örtüyün hərəkətini təsvir edən tənlikləri Timoshenko modeli əsasında yazırıq.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\mu}{R} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1-\mu^2}{Eh} q_t - \rho_* \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right) + \frac{\mu}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R^2} + \frac{1-\mu^2}{Eh} q - \rho_* \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - 6 \frac{1-\mu}{h^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \right) - \rho_* \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

Beləliklə, örtük və mayenin hərəkətini təsvir edən tənliklər sistemin birqiymətli həllini təyin etmək üçün onlara uyğun sərhəd və kontakt şərtlər qoşulmalıdır.

Bu şərtlərə əsasən, ikifazlı qarışıqın normal σ_{rr} və toxunan σ_{rx} gərginliklərinin təsiri örtüyün daxili səthində xarici qüvvənin q_t və toxunan q toplananları ilə müvazinətləşdirilməlidir.

$$q_t = \sigma_{rr} \Big|_{r=R-h/2}; \quad q = -\sigma_{rx} \Big|_{r=R-h/2}$$

Həmçinin hesab etsək ki, borunun $x=0$ kəsiyinə yerləşdirilmiş mənbə hesabına həyəcanlanma baş verir:

$$\nu_r \Big|_{x=0} = 0; \quad (u=w)_{x=0} = 0;$$

Borunun daxili səthində :

$$\nu_x \Big|_{r=R-h/2} = \frac{\partial u}{\partial t}; \quad \nu_r \Big|_{r=R-h/2} = \frac{\partial w}{\partial t}.$$

Beləliklə, yazılmış tənliklər sisteminə kontakt şərtləridə əlavə olunaraq, məsələnin qoyuluşu tamamlanır.

Ədəbiyyat

1. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости/ М.Наука, 1979, стр.320
2. Точное решение задач о пульсирующем течении жидкости в деформируемой трубке / SCIENCE AND WORLD. International scientific journal. №12 (52), 2017, Vol.1, Volgograd, стр. s.12-13
3. Özlü elastiki boruda özlü mayenin hərəkəti / BDU Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları 2019-cu il, s. 48-51.



FUNKSIONAL MƏHDUDİYYƏTLƏR OLAN BİR OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

MAMMƏD HAQVERDİ OĞLU YAQUBOV, AYSEL EMİN QIZI SÜLEYMANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
suleymanova.aysel.e@gmail.com

Tutaq ki, proses

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 z}{\partial x_n^2} = f(x, z, z_x) + \sum_{j=1}^r a_j(x) u_j(x), x \in B(x^0, r) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial \nu} + \beta(x)z = \alpha(x), x \in S \end{cases} \quad (2)$$

məsələsi ilə təsvir olunur, burada $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $z_x=(\frac{\partial z}{\partial x_1}, \frac{\partial z}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial z}{\partial x_n})$, $B(x^0, r)$ -mərkəzi x^0 nöqtəsində, radiusu r olan kürədir, S -onun sərhədidir, ν - S -ə çəkilən xarici normal, $\alpha(x)$, $\beta(x)$, $f(x, z, p)$, $a_j(x)$, $j = 1, 2, \dots, n$ verilmiş funksiyalardır, $u(x)=(u_1(x), u_2(x), \dots, u_r(x))$ -idarəedici funksiyadır, belə ki, mümkün idarəedici funksiyalar olaraq mərkəzi x^0 nöqtəsində, radiusu r olan $B(x^0, r)$ kürəsində ölçülən, məhdud və qiymətləri R^r fəzasının U çoxluğundan olan funksiyalar götürülür.

Elə mümkün idarəedici tapmaq tələb olunur ki, (1), (2) məsələsinin ona uyğun olan $z=z(x)$ həlli ilə birlikdə

$$J_i(u) = \int_B F_i(x, z(x), z_x(x), u(x)) dx = c_i, i = -1, 1, \dots, m \quad (3)$$

bərabərliklərini ödəsin və

$$J_0(u) = \int_B F_0(x, z(x), z_x(x), u(x)) dx \quad (4)$$

funksionalı ən kiçik qiymət alsın.

Bu funksionallar əsasında U -nu R^{m+2} -yə inikas etdirən

$$J(u) = (J_{-1}(u), J_0(u), J_1(u), \dots, J_m(u))$$

inikasını təyin edək və bütün mümkün idarələrə uyğun olan qiymətlər çoxluğunu v ilə işarə edək.

Tutaq ki, $u^0(x)$ verilmiş mümkün idarə, $z^0(x)$ isə (1),(2) məsələsinin ona uyğun həllidir, $u^1, u^2, \dots, u^l$ isə U -dan, $x^1=(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1), \dots, x^l=(x_1^l, x_2^l, \dots, x_n^l)$ nöqtələri $B(x^0, r)$ -dən ixtiyari nöqtələrdir və $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_l$ müsbət ədədləri o qədər kiçikdirlər ki, $B(x^0, r)$ -də yerləşən $B_j(x^j, \varepsilon_j^{\frac{1}{n}})$, $j = 1, 2, \dots, l$ kürələri kəsişmirlər.

$$u^\varepsilon(x) = \begin{cases} u^j, x \in B_j, & j = 1, 2, \dots, l & \text{olduqda} \\ u^0(x), & x \notin \bigcup_{j=1}^l B_j & \text{olduqda} \end{cases}$$

mümkün idarəedicisi təyin edək.

$$\begin{aligned} H_0(x, z, z_x, \Psi, u) &= F_0(x, z, z_x, u) + \Psi_0 f(x, z, z_x, u), \\ H_i(x, z, z_x, \Psi, u) &= F_0(x, z, z_x, u) + \Psi_i f(x, z, z_x, u), \\ i &= -1, 1, \dots, m \end{aligned}$$

işarə edək, belə ki, $\Psi_0(x), \Psi_i(x), i = -1, 1, \dots, m$ funksiyaları götürülmüş $(z^0(x), u^0(x))$ cütü üçün,

$$\begin{cases} \Delta \Psi_0 = \frac{\partial H_0}{\partial z} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial H_0}{\partial z_{x_k}} \right), & x \in B(x^0, r), \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial v} + \beta \Psi_0 + \sum_{k=1}^n \frac{\partial H_0}{\partial z_{x_k}} \cos(v, x_k) = 0, & x \in S \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \Delta \Psi_i = \frac{\partial H_i}{\partial z} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial H_i}{\partial z_{x_k}} \right), & x \in B(x^0, r) \\ \frac{\partial \Psi_i}{\partial v} + \beta \Psi_i + \sum_{k=1}^n \frac{\partial H_i}{\partial z_{x_k}} \cos(v, x_k) = 0, & x \in S \end{cases} \quad (6_i)$$

məsələlərinin həlli kimi təyin olunur. $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}$ və burada H_0, H_i funksiyaları $(z^0(x), u^0(x))$ cütü üçün hesablanır.

Sonra $z^0(x), u^0(x)$ cütü və $\Psi_0(x), \Psi_i(x), i = -1, 1, \dots, m$ üçün $J_i(u^\varepsilon) - J_i(u^0)$ artımları

$$J_i(u^\varepsilon) - J_i(u^0) = \sum_{j=1}^l \mathcal{E}_j \{ \Psi_i(x^j) \sum_{p=1}^r a_j(x^j) (u_p^j - u_p^0(x^j)) + F_i(x^j, z^0(x^j), z_x^0(x^j), u^j) - F_i(x^j, z^0(x^j), z_x^0(x^j), u^0(x^j)) \} + \sum_{j=1}^l 0(\mathcal{E}_j)$$

şəklinə gətirilir, hər bir $\bar{u} \in U$ və $u^0(x)$ -in hər bir x requlyar nöqtəsi üçün $K = \{k: k = (k^{-1}(x, \bar{u}), k^0(x, \bar{u}), \dots, k^m(x, \bar{u}))\}$ çoxluğu təyin edilir; burada

$$k^i(x, \bar{u}) = \Psi_i(x) \sum_{j=1}^r a_j(x) (\bar{u}_j - u_j^0) + F_i(x, z^0(x), z_x^0(x), \bar{u}) - F_i(x, z^0(x), z_x^0(x), u^0(x))$$

K çoxluğuna, [1]-ə əsasən, törəmə çoxluq deyərək göstərilir ki, hamısı birdən sıfır olmayan $\lambda_{-1}, \lambda_0, \dots, \lambda_m$ ədədləri var ki,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{\hat{J}(u^\varepsilon) - \hat{J}(u^0)}{\varepsilon} \leq 0, \text{ burada } \mathcal{E} = (\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_l),$$

$$\hat{J}(u) = \lambda_{-1} J_{-1}(u) + \lambda_0 J_0(u) + \sum_{i=1}^m \lambda_i J_i(u).$$

Bu bərabərsizlik isbat olunduqdan sonra, götürülmüş $(z^0(x), u^0(x))$ cütünün köməyi ilə $\Psi^0(x)$ funksiyası

$$\begin{cases} \Delta \Psi = \sum_{i=-1}^m \lambda_i \frac{\partial F_i}{\partial z} + \Psi \frac{\partial f}{\partial z} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\sum_{i=-1}^m \lambda_i \frac{\partial F_i}{\partial z_{x_k}} + \Psi \frac{\partial f}{\partial z_{x_k}} \right), & x \in B(x^0, r) \\ \frac{\partial \Psi}{\partial v} + \beta \Psi + \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=-1}^m \lambda_i \frac{\partial F_i}{\partial z_{x_k}} + \Psi \frac{\partial f}{\partial z_{x_k}} \right) \cos(v, x_k) = 0, & x \in S \end{cases} \quad (7)$$

məsələsinin həlli kimi təyin olunur; burada $\lambda_{-1}, \lambda_0, \dots, \lambda_m$ sabitlərdir və aşağıdakı teorem isbat olunub:

Teorem(Maksimum prinsipi): Tutaq ki, $(z^0(x), u^0(x))$ optimal cütdür. Onda hamısı birdən sıfır olmayan $\lambda_{-1}^0, \lambda_0^0, \lambda_1^0, \dots, \lambda_m^0, \lambda_i^0 \leq 0, 0 \leq i \leq m$ ədədləri var ki,

$$\Psi^0(x) \sum_{j=1}^r a_j(x) u + \sum_{i=-1}^m \lambda_i^0 F_i(x, z^0(x), z_x^0(x), u)$$

funksiyası $u = (u_1, u_2, \dots, u_r)$ idarəedicisinin funksiyası kimi sanki bütün $x \in B(x^0, r)$ üçün

$$\max_{u \in U} \left[\Psi^0(x) \sum_{j=1}^r a_j(x) u + \sum_{i=-1}^m \lambda_i^0 F_i(x, z^0(x), z_x^0(x), u) \right]$$



$$=\Psi^0(x) \sum_{j=1}^r a_j(x) u^0(x) + \sum_{i=-1}^m \lambda_i^0 F_i(x, z^0(x), z_x^0(x), u^0(x))$$

maksimum şərtini ödəyir, burada $\Psi^0(x)$ funksiyası (7) məsələsinin $z^0(x), u^0(x), \lambda_{-1}^0, \lambda_0^0, \lambda_1^0, \dots, \lambda_m^0$ –a uyğun həllidir.

Ədəbiyyat

1. Hestenes M.R. Calculus of variations and optimal control theory-N.Y.Waley, 1966, 402pp
2. Вишик М.И. Квазилинейные сильно эллиптические системы дифференциальных уравнений, имеющие дивергентную форму. Труды Московского математического общества, 1963, Т.12, с. 125-184.



ALİ TƏHSİL İSLAHATINDA TƏLİM TEXNOLOGİYALARI VƏ ONLARIN ROLU

SƏKİNƏ İ. SƏFİYEVƏ

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

Məlum olduğu kimi, ali təhsil sisteminin əsas məqsədi təhsilin funksionalılığıdır: şəxsiyyətin inkişaf və peşəkarlıq səviyyəsinə malik mütəxəssislərin hazırlanmasıdır. Bu gün biz, faktiki olaraq, müxtəlif mülkiyyət formalı (dövlət, özəl, ictimai, qarışıq, dini), müxtəlif tipli (universitet, akademiya, institut, kollec), müxtəlif müddətli və səviyyəli tədris proqramı ilə fəaliyyət göstərən (natamam ali, əsas ali (bakalavr), tam ali (magistr) və doktorantura (qabaqcıl təlim, rezidensiya, doktorluq) tədris müəssisələri olan yeni ali təhsil sistemini görürük. Bütün dünyada, ali təhsil müəssisələri, əsas funksiyalarının yerinə yetirilməsinə çəkilən xərclərin artması ilə əlaqədar narahatlıq keçirilir. Əlbəttə ki, bu, yaşayış xərcləri, inflyasiya, qiymət artımı ilə bağlıdır. Eyni zamanda təhsil məqsədləri üçün ayrılan vəsait nisbətən azaldılmasına baxmayaraq, ümumilikdə onlar da artır. Bu fikri təsdiqləmək üçün Fransanın Dijon Universitetində Təhsil İqtisadiyyatı İnstitutu tərəfindən 1992-ci ildə edilən - əksər ölkələrdə təhsil maliyyə böhranı yaşayır [1] – açıqlamanı yekunlaşdırıcı məqam kimi göstərə bilərik. Bu böhran, makrostatistikanın əks etdirdiyindən daha dərinləşir və tezliklə keçməyəcək. Eyni zamanda, təhsil məzmununda baş verən böhran haqqında danışmamaq mümkün deyil [2]. Bu gün yeni texniki və pedaqoji imkanlar və vasitələr ortaya çıxmışdır ki, bu da yeni tədris texnologiyaları və təhsil prosesinin yeni məzmununu həyata keçirmək üçün imkanlar yaradır. Həll edilməsi lazım olan əsas məsələlər - bu prinsipləri yerinə yetirmək üçün nə qədər xərc və nə qədər zaman tələb olunacağını aydınlaşdırmaqdır. Məhz bu vəziyyət ali təhsilin bütün əsas funksiyalarını əlaqələndirən və ali təhsil sistemində əsas fəaliyyətlərin təkmilləşdirilməsi yollarını təklif edən təlim texnologiyalarının problemi ilə məşğul olmaq zərurətinə səbəb olmuşdur [3]. İnnovativ proseslər-təlimin yeni üsul metodlarının işlənməsi və inkişafı, elmi tədqiqatlara əsaslanan tədris prosesinin təşkilinin yeni formalarının yaradılması, prinsipial yeni tədris vasitələrinin tətbiqi fragmentar xarakter daşısa da, dəqiq informasiya verir və ali məktəb müəllimlərinin yeni təlim texnologiyalarını yaratmağa sövq edir [4]. Universitetlərarası və bir beynəlxalq proqram təhsilin informasilaşdırılması vasitələrinin yaradılması probleminin həll məsələlərinə baxmışdı. Eyni zamanda, tədqiqatların parçalanması, ayrı-ayrı fənlər, müxtəlif metodlar və üsullar, müxtəlif təlim vasitələrinin hazırlanması məqsədli təlim texnologiyaları yaradılmadan ali məktəblərdə təhsil prosesinin radikal bir şəkildə yenidən qurulması üçün lazımi şərait yaranmır. Bu, universitet rəhbərlərinin və müxtəlif layihələrin diqqətini eyni istiqamətə yönəltmək və mümkün olduğu təqdirdə, bu sahələrdə söylər və maliyyə resurslarını cəmləşdirmək üçün perspektivli iş sahələrini müəyyən etmək, zəruri olanları cəlb etmək məqsədilə tədqiqatların təhlili və qiymətləndirilməsini vacib edir. Burada əsas müasir tədris anlayışı olan "təlim



texnologiyası" termininə baxmaq lazımdır. "Texnologiya"-texnika elmi, "texnika"-sənət, bilik, bacarıq, üsul, iş və onlara tətbiq anlamı verir. "Texnologiya" anlayışı və daha dəqiq desək "təlim texnologiyası" hələ də ənənəvi pedaqogikada qəbul edilmir, lakin bununla belə bu anlayışlar tədris prosesi ilə bağlı yeni bir şey hesab edilə bilməz. Ənənəvi tədris prosesi üçün hər zaman tədris prosesinin təşkilində və keçirilməsində müəllimin istifadə etdiyi metod və vasitələrə xarakterik olan ənənəvi təlim texnologiyası mövcud olmuşdur və indi də mövcuddur. Təlim texnologiyası, bir tərəfdən, təhsil məlumatlarının emal, təqdim edilməsi, ölçülməsi və çatdırılması üsulları və vasitələri kimi qəbul edilir, digər tərəfdən isə təlim texnologiyası müəllimin tələbəyə lazımi texniki və ya informasiya vasitələrindən istifadə edərək tədris prosesində necə təsir göstərdiyi bir elmdir. Müasir elmi ədəbiyyatda "təhsil texnologiyası" termini ilə bağlı çox sayda müxtəlif təriflər mövcuddur. YUNESKO-nun sənədlərində təhsil texnologiyası tədris formasının optimallaşdırılmasına yönəlmiş, təlim prosesinin yaradılmasının, tətbiq edilməsinin və müəyyən edilməsinin və texniki və insan resursları və onların qarşılıqlı əlaqəsi nəzərə alınmaqla biliklərin mənimsənilməsinin sistemli metodu hesab olunur.

Ədəbiyyat

1. Governors support online learning// The Heller Report Internet Strategies for Education Markets.- 1998.- V4.- №1,-p.109-119
2. Андреев А.А., Пилипонский А.Г. Некоторые проблемы применения Интернет в учебном процессе: Материалы VLLJ Международной конференции «Новые технологии в образовании». - Троицк, 1997.
3. Johnson D., Johnson R. Learning Together and Alone. Englewood Cliffs: Prentice-HallInc.- 1976
4. Mitina L.M. Development of teachers pupils communication*XIV ISPA Colloquium. Braga, Portugal. 1991
5. Ахметзянов А. Информационные ресурсы и образование//Высшее образование в России. - 1996. - № 3. - С.34-37.

QEYRİ-XƏTTİ ADI DİFERENSİAL TƏNLİK ÜÇÜN QOYULAN QEYRİ-KLASSİK SƏRHƏD ŞƏRTLİ MƏSƏLƏNİN HƏLLİNİN ARAŞDIRILMASI

JALƏ NAHİD QIZI SƏMƏDOVA

Bakı Dövlət Universiteti
jalesamed94@gmail.com

Aşağıdakı qeyri-xətti diferensial tənlik üçün qeyri-lokal sərhəd məsələsinə baxaq:

$$-\frac{d}{dx}\left(\mu\left(x, \frac{du}{dx}\right)\frac{du}{dx}\right) + g(x, u) = f(x) \quad (1)$$

$$u(0) = \mu, \quad (2)$$

$$u(1) = cu(a) + d, \quad 0 \leq a \leq 1. \quad (3)$$

Tutaq ki, x, u və u' üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\frac{\partial g}{\partial u} \geq 0, \quad \frac{\partial \mu(p)p}{\partial p} \geq c_1 > 0 \quad (4)$$

Bu məsələyə ekvivalent olan aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$-\frac{d}{dx}\left(\mu\left(x, \frac{du}{dx}\right)\frac{du}{dx}\right) + g(x, u) = f(x) \quad (4)$$

$$u(0) = \mu, \quad (5)$$

$$u(1) = \lambda. \quad (6)$$

$\bar{u}(x) = u(x, \lambda_1) - u(x, \lambda_2)$ işarələməsini daxil edək. Burada $u(x, \lambda_i) (i = \overline{1, 2})$ (4)-(6) məsələsinin $x = \lambda_i$ halında həllidir. $\bar{u}(x)$ funksiyası üçün aşağıdakı sərhəd məsələsini alırıq:

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{d\bar{u}}{dx}\right) + q(x)\bar{u} = 0 \quad (7)$$

$$\bar{u}(0) = 0, \quad \bar{u}(1) = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (8)$$

burada

$$p(x) = \int_0^1 \frac{\partial \bar{k}}{\partial p} dt; \quad q(x) = \int_0^1 \frac{\partial \bar{g}}{\partial u} dt \quad (9)$$

$$k = k(x, p) = \mu(x, p)p, \quad \bar{k} = k\left(x, \frac{du_\theta}{dx}\right),$$

$$\bar{g} = g(x, u_\theta), \quad u_\theta = \theta u_1 + (1 - \theta)u_2, \quad 0 \leq \theta \leq 1.$$

(4)-ə əsasən alırıq: $p(x) \geq p_0 > 0, \quad q(x) \geq 0.$

İsbat edirik ki, (4)-(6) məsələsi üçün aşağıdakı teorem ödənilir:

Teorem. (4)-(6) məsələsinin ixtiyari $f(x)$ və μ qiymətləri üçün birqiymətli həllinin olması üçün zəruri və kafi şərt

$$cw(a) \neq 1 \quad (10)$$

şərtinin ödənməsidir, burada $w(x)$ aşağıdakı məsələnin həllidir:

$$-\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{dw}{dx}\right) + q(x)w = 0 \quad (11)$$

$$w(0) = 0, \quad w(1) = 1, \quad (12)$$

burada $p(x)$ və $q(x)$ funksiyaları (9) ilə təyin edilir.

BOYUNA SİXILMIŞ DƏYİŞƏN SƏRTLİKLİ ÇUBUĞUN SÜRÜNCƏKLİK DEFORMASIYASI PROSESİNDƏ QABARMASI

YUSİF MƏMMƏDƏLİ OĞLU SEVDİMALİYEV, XANIM DƏRGAH QIZI ŞİXƏLİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti
yusifsev@mail.ru, shixaliyevaxanim26@gmail.com

Baxılan işin məqsədi $v_0 = v_0(x)$ ilkin qüsurları, çubuqların uclardan bağlanma üsullarını və materialın qeyri-bircinsliyini nəzərə almaqla, dəyişən sərtliyə malik çubuqların uclardan bağlanma halları üçün məsələnin nəzəri cəhətdən öyrənməsidir.

Dayanıqlığın itirilməsinin Eylər forması ilə kritik qüvvə əyri oxun diferensial tənliyindən müəyyən edilir ki, bu da çubuğun istənilən hissəsində uzununa qüvvə dəyişmədikdə olur.

Dəyişən sərtliyə malik çubuq üçün bu tənlik aşağıdakı formaya malikdir:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left\{ EI(x) \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right\} + F \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = 0, \quad (1)$$

burada $v(x)$ - çubuğun əyintisi; $EI(x)$ - çubuğun dəyişən sərtliyi; F - sıxıcı qüvvədir.

Dəyişən en kəsikli çubuğunu hesablayarkən (1) tənliyi dəyişən əmsallı dördüncü tərtibli bircins diferensial tənlik olur.

Bu tip tənliklər dəyişən əmsalların mürəkkəbliyinə görə nadir hallarda analitik həll olunur və əksər hallarda Ritç-Timoşenko energetik metodu da daxil olmaqla təqribi hesablama metodlarından istifadə olunur. Energetik meyarlar dayanıqlıq məsələsinin həlli üçün effektiv təqribi üsulların əsasını təşkil edir.

Əyilmənin elastik deformasiyasının enerjisi aşağıdakı düsturla hesablanır

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI(x)} dx = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx.$$

Xarici F qüvvəsinin işi

$$\Delta l = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx$$

yerdəyişməsində hesablanır. Beləliklə ümumi enerji:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) \left[\frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right]^2 dx - \frac{1}{2} F \int_0^l \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2 dx. \quad (2)$$

Müvazinətin düzxətli formasının dayanıqlı olması üçün

$$F \leq \frac{\int_0^l EI(x) \left[\frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right]^2 dx}{\int_0^l \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2 dx}$$

olmalıdır. Kritik yük funksionalın minimumluq şərtindən təyin edilir, həmin şərti təyin edən funksiya sərhəd şərtlərini ödəyən iki dəfə diferensiallanan funksiyalar sinfində axtarılmalıdır.

$$F_{kr} = \min \frac{\int_0^l EI(x) \left[\frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right]^2 dx}{\int_0^l \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2 dx}. \quad (3)$$

Ümumi halda, tətbiq olunan üsula görə ilkin olaraq çubuğun təxmin edilən əyilməsinin forması a_i ($i=1,2,\dots,n$) məchul sabit əmsallı funksiyaların cəmi şəklində verilir:

$$v(x) = \sum_{i=1}^n a_i f_i(x). \quad (4)$$

Burada $f_i(x)$, x arqumentinin məsələnin həndəsi sərhəd şərtlərini ödəyən funksiyaları kimi başa düşülür, yəni a_i -dən asılı olmayaraq əyilmələrə və dönmə bucaqlarına aid funksiyalardır.

$v(x)$ əyintisi (3) düsturunda yerinə yazıldıqda sabit əmsal dəqiqliyi ilə təyin oluna bildiyi üçün funksionalın minimumu iki dəfə diferensiallanan funksiyalar sinfində

$$\int_0^l \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2 dx = 1 \quad (5)$$

əlavə şərtini ödəyən funksiyalar kimi götürülmüşdür.

Ədəbiyyat

1. А.С.Вольмир., Устойчивость деформируемых систем. М., 1967 г., 984 стр.
2. Кузнецов А.П., Устойчивость сжатых стержней из дуралюмина в условиях ползучести, ПМТФ, №6, 1969.



HƏNDƏSİ MƏZMUNLU PRAKTİK MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ TEXNOLOGİYASI

HƏMİDƏ ELÇİN QIZI ŞIXIYEVA

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti
hamide.shixiyeva@adpu.edu.az

Riyaziyyat fənn kurikulumunun (tədris proqramının) əsas xüsusiyyətlərindən birində qeyd olunur ki, “riyazi məsələlərin həlli prosesində əldə olunan təcrübə həm səmərəli düşünmə vərişlərinin və fikrini ifadə üsullarından istifadə bacarıqlarının (yığcamlıq, dəqiqlik, tamlıq, aydınlıq), həm də intuisiyanın (nəticəni öncədən görə bilmək və həll yolunu tapmaq) inkişafına şərait yaradır”. [1.səh.3]

Bu şəraitin yaradılması həndəsi məzmunlu praktik məsələlərin həllində daha qabarıq görünür. Müəllim, işində “riyaziyyat zehni inkişafın əvəzedilməz vasitəsidir” olduğunun əsas tutaraq, dərslərində şagirdlərin məntiqi təfəkkürün formalaşdırılmasında, mühakimə və dərk etmə qabiliyyətlərinin yüksədilməsində riyaziyyatın müstəsna rol oynadığını daimi nəzərdə tutur. Çünki riyaziyyat dərslərində şagirdlərin məntiqi mühakimə yürüdə bilmək bacarığı, fəza təsəvvürləri də inkişaf edir.

Riyaziyyatın təlimində induksiya və deduksiya, ümumiləşdirmə və konkretləşdirmə, analiz və sintez, təsnifatmə və sistemləşdirmə, mücərrədləşdirmə, analogiya kimi əqli mühakimə üsullarından istifadə olunur. bunlar da öz növbəsində şagirdlərin məntiqi təfəkkürünün inkişafını sürətləndirməklə yanaşı, diqqətin, hafizənin və nitqin inkişafına kömək edir.

Riyazi məsələlərin həlli prosesində əldə olunan həm səmərəli düşünmə vərişlərinin və fikri ifadə üsullarından istifadə bacarıqlarının inkişafına şərait yaratmaqla, kömək də edir.

Riyaziyyatın orta məktəbdə təliminin əsas məqsədlərindən biridə-praktik bacarıqların verilməsidir. Şagirdlərin şəxsi keyfiyyətlərinin formalaşmasında riyaziyyatın müsbət təsir göstərmişdir. Şagirdlər, riyaziyyatı öyrənməklə intellektual dürüstlüyün, obyektivliyin, inadkarlığın və əməksevərliyin inkişafına da nail olurlar. Şagirdlər, məsələnin həllini sona çatdırmağa can atır, inadkarlıq göstərir, həlli yarımçıq saxlamır, iradəli olmaqla, bir neçə dəfə həllin doğruluğunu yoxlamaqla, fikrini (nəticəni) əsaslandırır bilir.

Mövzu ilə bağlı VI sinfin dərslərini araşdırmışıq. Hənsəi məzmunlu praktik məsələləri müəyyən etmişik. Bu məsələlərdən eləsi var ki, onu “praktik iş” tapşırmaqla, şagirdlərə həll etdirməklə olur. Təcrübədə göstərir ki, VI sinifdə bu işi, dərsin vaxtına qənaət etməklə, şagirdlərə öyrədə bilirik. İndi onu qısa şərh edək.

Dərslərdə [2.səh.147] “Praktik iş: a) sinif otağının; b) evdəki otağınızın döşəməsinin enini və uzunluğunu ölçün. Döşəmənin perimetrini hesablayın” verilmişdir. İşin icrası üçün şagirdlərin “Ölçmələr, sahə” mövzusunda aid biliklərini yada salıram, sistemləşdirirəm. Şagirdlər evdə ölçmə işini aparır və növbəti dərslə yoxlayıram.



Nəticədə məlum olar ki, şagirdlər ölçmələri düzgün aparıb, hesablamalar da yerindədir. Onlar həm də fiqurun (müstəvi) perimetrini, sahəsini hesablaya bilirlər.

Bu tapşırığın icrasından əvvəl, şagirdlərlə kifayət qədər praktik məzmunlu məsələlərin həll olunması, tapşırığın yerinə yetirilməsinə stimül yaratmışdır.

Həndəsə məzmunlu praktik məsələlərin öyrədilməsi aşağıdakı nəticələrin alınmasını labud edir:

1. Dərslərdə verilən məsələlərin ardıcılığı gözlənilmir, nəzəri materialın möhkəmləndirilməsinə xidmət edir.
2. Həndəsə məzmunlu praktik məsələlərin həlli nümunələri metodik vəsaitdə qısa şərh olunur.
3. Bu növ məsələlərin həlli şagirdlərin həndəsə materiallarının öyrənilməsinə meyl və maraqlarını artırır.
4. Həndəsə materialın öyrənilməsi hesaba, cəbrə aid biliklərin tətbiqinə şərait yaradır və inteqrasiya öz tətbiqini tapır.

Ədəbiyyat

1. Riyaziyyat fənn kurikulumu. Bakı, 2008.
2. "Riyaziyyat 6" dərslik, Bakı, 2020
3. "Riyaziyyat 6" müəllimlər üçün vəsait,
4. Bakı, 2013
5. Г.И.Саранцев.Методика обучения математике в средней школе.М.2002



HƏNDƏSİ SILSİLƏNİN CƏM DÜSTURLARININ BƏZİ TƏTBİQLƏRİ

ALI HEYDƏR OĞLU SOFUYEV

Bakı Dövlət Universiteti, Qazax filialı
almammadova.57@gmail.com

Orta məktəb riyaziyyat kursunda həndəsi silsilə mövzusu xüsusi önəm daşıyır. Orta məktəb riyaziyyat kursunda (bax "Riyaziyyat 9") həndəsi silsilələrə aid kifayət qədər çalışmalar verilmişdir. Bu çalışmalar dərslikdə verilən düsturlara əsasən həll edilir. Lakin dərslikdə verilən bəzi çalışmalar vardır ki, onların həllini bu düsturlarla həll etmək çətin olur, hesablamalar çox uzun çəkir.

Bu məqalə də biz bu tip çalışmaların daha sadə üsulla həllini verməyə çalışmışıq. Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmini S_n ilə işarə edək. $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ olsun. Buradan

$$S_n = b_1 + b_1q + b_1q^2 + \dots + b_1q^{n-1} = b_1 + q \cdot (S_n - b_1q^{n-1}) \quad (1)$$

olduğunu alırıq. (1) düsturunun tətbiqi ilə bəzi nümunələrə baxaq.

1. Cəmi tapın:

$$S = -4 + 12 - 36 + 108 - 224 + 672 - 2016$$

$$S = 1 - 2(S + 2016) = 1 - 2S - 4032 = -4031 - 2S$$

$$S + 2S = -4031$$

Buradan da $S = -1343 \frac{1}{3}$ olduğunu alırıq.

2. Cəmi tapın:

$$S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \frac{1}{729} - \frac{1}{2187}$$

$$S = 1 - \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{2187}\right)$$

Buradan da $S = \frac{3281}{4374}$ olduğunu alırıq.

3. Cəmi tapın:

$$S = 1 + 3 + 9 + \dots + 3^n$$

$$S = 1 + 3 \cdot (S - 3^n)$$

$$S = 1 + 3S - 3 \cdot 3^n$$

$$2S = 3^{n+1} - 1$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot (3^{n+1} - 1)$$

4. Cəmi tapın:

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$S = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(S - \frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

$$2S = 1 - S + \frac{1}{2^n}$$



$$3S = 1 + \frac{1}{2^n}$$

$$S = \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$$

İndi isə $|q| < 1$ olduqda sonsuz azalan həndəsi silsilənin cəminin tapılmasına aid

nümunələrə baxaq. Tutaq ki, bizə $\frac{1}{9}$ kəsri verilmişdir. Bu kəsri $\frac{1}{9} = 0,111 \dots = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$

Bu silsilənin ilk n həddinin cəmini tapaq

$$S_n = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$$

$$S_n = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \cdot \left(S_n - \frac{1}{10^n}\right)$$

$$10 S_n = 1 + S_n - \frac{1}{10^n}$$

$$9 S_n = 1 - \frac{1}{10^n}$$

$$S_n = \frac{1}{9} - \frac{1}{9 \cdot 10^n}$$

Buradan görünür ki, n qeyri – məhdud artdıqda, yəni $n \rightarrow \infty$ olduqda $S \rightarrow \frac{1}{9}$ olacaq.

Beləliklə $0,111 \dots = \frac{1}{9}$. Baxdığımız bu nümunəyə uyğun bəzi misalların həllinə baxaq

5. Cəmi tapın:

$$S = -\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$$

$$S = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots\right)$$

Buradan da

$$S = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} S; \quad S = -\frac{1}{4} \text{ olduğunu alarıq.}$$

6. Cəmi hesablayın:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \text{ cəmi belə yazaq}$$

$$S = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\right)$$

Hər bir cəmi ayrılıqda hesablayaq

$$S_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} S_1$$

Beləliklə,

$$2S_1 = 1 + S_1$$

$$S_1 = 1, \quad S_2 = 0,5$$

Onda ümumi cəm $S = S_1 + S_2 = 1 + 0,5 = 1,5$ olacaq.

Ədəbiyyat

1. H.M.Xəlilov "Riyaziyyat 1" Maarif nəşriyyat 1993
2. Mərdanov M.C. və b. "Cəbr və analizin başlanğıcı" (X-XI siniflər), Bakı, "Çaşıoğlu", 2009
3. N.Qəhrəmanova, və b. "Riyaziyyat-9" Dərslik 2016

YARIMOXDA İKİ MƏSƏLƏYƏ GÖRƏ TƏRS SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ

AYNUR NİZAMƏDDİN QIZI SƏFƏROVA, TUNZALƏ QALİB QIZI CƏFƏRQULİYEVƏ

AMEA Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu, Bakı Dövlət Universiteti,
safarova-aynur@bk.ru, tunzalejafarquliyeva@gmail.com

Aşağıdakı tənliklər sisteminə baxaq :

$$\begin{aligned}\sigma_1 \frac{\partial \psi_1(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial \psi_1(x, t)}{\partial x} &= \sum_{j=1}^2 V_{1j}(x, t) \psi_j(x, t), \\ \sigma_2 \frac{\partial \psi_2(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial \psi_2(x, t)}{\partial x} &= \sum_{j=1}^2 V_{2j}(x, t) \psi_j(x, t)\end{aligned}\quad (1)$$

$$(0 < x < +\infty, -\infty < t < +\infty).$$

Burada

$$\psi_1(x, t) = \begin{pmatrix} u_1(x, t) \\ u_2(x, t) \end{pmatrix}, \psi_2(x, t) = \begin{pmatrix} u_3(x, t) \\ u_4(x, t) \end{pmatrix},$$

$$\sigma_1 = \text{diag} \{ \xi_1, \xi_2 \}, \quad \sigma_2 = \text{diag} \{ \xi_3, \xi_4 \}, \quad \xi_1 > \xi_2 > 0 > \xi_3 > \xi_4$$

$$V_{11}(x, t) = \begin{pmatrix} c_{11}(x, t) & c_{12}(x, t) \\ c_{21}(x, t) & c_{22}(x, t) \end{pmatrix}, \quad V_{12}(x, t) = \begin{pmatrix} c_{13}(x, t) & c_{14}(x, t) \\ c_{23}(x, t) & c_{24}(x, t) \end{pmatrix}$$

$$V_{21}(x, t) = \begin{pmatrix} c_{31}(x, t) & c_{32}(x, t) \\ c_{41}(x, t) & c_{42}(x, t) \end{pmatrix}, \quad V_{22}(x, t) = \begin{pmatrix} c_{33}(x, t) & c_{34}(x, t) \\ c_{43}(x, t) & c_{44}(x, t) \end{pmatrix}$$

$c_{ij}(x, t)$ ($i, j = \overline{1, n}$) əmsalları kompleks qiymətli, ölçülən və

$$|c_{ij}(x, t)| \leq c(1+|x|)^{-1-\varepsilon} \cdot (1+|t|)^{1+\xi} \quad (2)$$

şərtlərini ödəyən funksiyalardır.

İşdə iki səpilmə məsələsinə baxılır:

I-ci məsələ:

$$\psi_2^1(0, t) = H_1 \psi_1^1(0, t), \quad (3)$$

$$\psi_2^2(0, t) = H_2 \psi_1^2(0, t), \quad (4)$$

$$\psi_1^1(x, t) = \begin{pmatrix} a_1(t + \xi_1 x) \\ a_2(t + \xi_2 x) \end{pmatrix} + 0(1), \quad x \rightarrow +\infty, \quad (5)$$

$$\psi_1^2(x, t) = \begin{pmatrix} a_1(t + \xi_1 x) \\ a_2(t + \xi_2 x) \end{pmatrix} + 0(1), \quad x \rightarrow +\infty, \quad (6)$$

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$



Teorem. Səpilmə məsələsinin L_∞ - fəzasında həlli var, yeganədir və

$$\psi_2^k(x, t) = \begin{pmatrix} b_3^k(t + \xi_3 x) \\ b_3^k(t) + \xi_4 x \end{pmatrix} + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \quad k = 1, 2, \dots \quad (8)$$

asimptotikası doğrudur. Onda $S = (S^1, S^2)$ operatoru səpilmə operatoru adlanır, burada

$$S^k : \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} b_3^k(t) \\ b_3^k(t) \end{pmatrix}$$

(1) sistemi üçün səpilmə məsələsi digər qoyuluşda [1] işində baxılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Искендеров Н.Ш., Исмаилов М.И. Обратная нестационарная задача рассеяния для гиперболической системы четырех уравнений первого порядка на полуоси //Труды НММ АН Азербайджана, 1996, IV(XII) с.161-168.



TƏDRİSDƏ INFORMASIYA TEXNOLOGİYALARINDAN İSTİFADƏ

ELÇİN NAĞI OĞLU TAĞIYEV

Mingəçevir Dövlət Universiteti
rovshangumbataliev@rambler.ru

Açar sözlər: Təhsil prosesi, informasiya.

Azərbaycan Respublikası Prezidentinin 2013-cü il 24 oktyabr tarixli Sərəncamı ilə təsdiq edilmiş “Azərbaycan Respublikasında təhsilin inkişafı üzrə Dövlət Strategiyası”nda qeyd edildiyi kimi təhsilin inkişafında mühüm irəliləyişlərə nail olmuş ölkələrin təcrübəsi göstərir ki, informasiya-kommunikasiya texnologiyalarına əsaslanan, yaradıcı düşüncəni inkişaf etdirən və təhsilalanın fərdi xüsusiyyətlərini nəzərə alan müasir, fəal-interaktiv təlim metodları daha yüksək nəticələr verir. Həmin məqsədlə, davamlı olaraq mütərəqqi tədris metodlarının yaradılması və müəllimlərin sərəştəsinin artırılması təhsil siyasətində mühüm yer tutur.

Elmi-texniki tərəqqinin sürətlənməsi ali məktəbdə təhsil prosesində tələbələr tərəfindən mənimsənilməli olan biliklərin həcmnin artmasına, təhsilin məqsəd və məzmununun daha dinamik olmasına gətirib çıxarır və təlimin adekvat metodlarını və müvafiq təşkil formalarını tələb edir. Müasir cəmiyyətin bütün sahələrinə nüfuz edən informatlaşma prosesi bir neçə prioritet istiqaməti əhatə edir ki, onlardan biri kimi şərtsiz olaraq təhsilin informatlaşmasını qeyd etmək olar. İnformasiya texnologiyaları onlardan səmərəli istifadə etdikdə riyaziyyatın tədrisində yenilik elementləri gətirməyə, onun tədrisinin səmərəliliyini yüksəltməyə, şagirdlərin marağının artmasına səbəb olmaqla, müəllimin məşğələlərə hazırlaşması işini yüngülləşdirən əlverişli alətdir. Yeni təlim texnologiyaları təlim prosesini oyun elementləri ilə cəlbedici prosesə çevirməyə, şagirdlərin tədqiqatçılıq verdişlərinin inkişafına təsir göstərir. Təlim məşğələlərinin informasiya texnologiyalarından istifadə etməklə keçirilməsi təhsilalanların yaddaşını məşq etdirir və fəallaşdırır, müşahidəçiliyin, dərkətmə qabiliyyətinin inkişafını və diqqətin cəmlənməsini təmin edir, onları verilən informasiyanı daha dəqiq qiymətləndirməyə yönəldir. Müasir videotexnikanın müxtəlif vasitələrinin-rəngin, qrafikanın, səsənin tətbiqi müxtəlif situasiyaları modelləşdirməyə imkan verir. Bu təhsilalanların təlim prosesinə motivasiyasının gücləndirir, riyaziyyat tədrisinin səmərəliliyinin yüksəlməsinə səbəb olur. Kompüter təhsilalanların kompüterlə fəal dialoqu, informasiyanın rəngarəngliyi və nəzərəçarpanlığı (mətn, səs, video, rəng), təlimin müvəffəqiyyətə istiqamətlənməsi yolu (zəruri köməyə istinadən istənilən çalışmanın həllinin sona çatdırılması), oyun fonunda insanın maşınla ünsiyyətinin (təhsilalana qarşı kompüterin təmikinlilik, sakitlik və “dostluq” münasibəti şəraitində) istifadəsi əsasında təlim motivasiyasının gücləndirilməsinə imkan verir.

İKT-dən istifadə üçün şərtlərin seçilməsində

- öyrənilən mövzuya uyğun proqramların mövcudluğu;



- kompüterlə təchiz olunmuş yerlərin sayı;
- təhsilalanların kompüterdən istifadə ilə işə hazır olması;
- sinifdən xaric şəraitdə təhsilalanların kompüter texnologiyasından istifadə

imkanları nəzərə alınmalıdır.

İnformasiya texnologiyalarının təhsil sahəsində istifadəsi ənənəvi pedaqogika çərçivəsində çətin həyata keçirilən bir çox didaktik məqsədləri səmərəli həll etməyə imkan verir. İnformasiya texnologiyaları pedaqoji informasiyanın işlənməsi və təhlili aləti kimi təlim - idraki fəaliyyətin təşkilində, təlim bacarıqlarının formalaşmasında və bütünlükdə təlim-tərbiyə prosesinin təşkilində, onun gedişinə nəzarətdə və təlim nəticələrinin qiymətləndirilməsində səmərəli vasitə ola bilər. Burada da əsasən orta məktəbdə riyazi fənlərin tədrisinin kompüterlə dəstəklənməsi problemlərinin tədqiqi üstünlük təşkil edir. Bundan əlavə, kompüterli təlim təlim prosesinin bütün komponentlərinə əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərir. Kompüterin təlimin məzmununa əhəmiyyətli dərəcədə təsiri onunla ifadə olunur ki, əvvəllər yüksək ixtisaslı mütəxəssislərin imkanı daxilində hesab edilən bir çox məsələlər indi təhsilalanlar üçün əlcatan olmuşdur. Bu kompüterin təlimin məzmununun əyani təsvir edilməsi imkanları, təhsilalanlara lazım olan iri həcmli informasiyalara, o cümlədən həll edilən çalışmaya aid informasiyalara çıxışın təmin olunması ilə şərtlənir.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan Respublikasında təhsilin inkişafı üzrə Dövlət Strategiyası. B., "Təhsil" jurnalı, 2013,



ÇOXQATLI ÖZLÜ-ELASTİKİ BORUDA MAYENİN DÖYÜNTÜLÜ AXINI

MÜSRƏDDİN MUSA OĞLU TAĞIYEV, FIDAN ƏNVƏR QIZI QAFAROVA

Bakı Dövlət Universiteti
tagiyev.misir@gmail.com

Əvvəlcə özlü-elastiki örtükdə yerləşən sıxılmayan özlü mayenin döyüntülü axınını təsvir edən tənlikləri təşkil edək. Tutaq ki, dəyişən dairə kəsikli özlü-elastik yarımsonsuz örtük verilib $R = R(x)$, qalınlığı da h -dır. Burada $R(x)$ istənilən $x \in [0; +\infty)$ -da azalan funksiyadır, x isə uzununa koordinatdır. Hidrodinamikanın xəttləşdirilmiş hərəkət və kəsilməzlik tənliklərini aşağıdakı şəkildə yazaq [1]:

$$\frac{S(x)}{\rho} \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + \frac{8\mu}{\rho R^2(x)} Q(x, t) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} + L(x) \frac{\partial W(x, t)}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

burada $p(x, t)$ -hidrodinamik təzyiq, $Q(x, t)$ -maye sərfi, $u(x, t)$ -mayenin sürətidir və $Q = Su$, $S(x) = R^2(x)$ örtüyün en kəsiyinin sahəsi, $L(x) = 2\pi R(x)$ -kəsiyin çevrəsinin uzunluğudur, ρ -mayenin sıxlığı, μ -mayenin dinamik özlülük əmsalı, $w(x, t)$ -örtük divarının radial yerdəyiş-məsini təsvir edir, fiziki mənasını aşağıda təyin edəcəyik. Burada xarakterik yanaşma kimi, öz aralarında ümumi konsentrik səthlərlə bağlanan qalınlıq boyu növbələşən n qatdan ibarət nazikdivarlı boru şəklində silindrik örtüyə baxaq. Daha sonra hər bir qatın fərqli özlü-elastik xassəsinə malik olduğunu qəbul edək, hansı ki, $E_k^\vee$ ($k = 1, 2, \dots, n$) irsilik operator tipi ilə təsvir olunur [2]:

$$E_k^\vee = E_k (1 - \Gamma_k^*) \quad (3)$$

Burada E_k - k -cı qatın ani elastiklik moduludur, Γ_k^* -isə relaksasiya operatorudur:

$$\Gamma_k^* F = \int_{-\infty}^t \Gamma_k(t - \tau) F(\tau) d\tau,$$

Burada $\Gamma_k(t - \tau)$ - relaksasiya nüvəsinin fərqidir. Hər bir qatın qalınlığını δ_k vasitəsi ilə işarə edək. Beləliklə $h = \sum_{k=1}^n \delta_k$ borunun tam qalınlığı olacaq. Paketin qatları arasında kontakt şərtləri onların bir-birinə sərt bağlanmasıdır. Burada onlarda yerdəyişmələrin, gərginliklərin bərabərliyi və qatların qarşılıqlı təzyiqinin olmaması alınır. Bundan sonra yuxarıda ifadə edilən şərtlərin avtomatik ödəndiyi Kirxhof-Lyavın müstəvi kəsiklər hipotezlərinə istinad edəcəyik.

İndi, edilmiş fərziyyəyə əsasən hər bir qat üçün

$$\sigma_k = E^k e_k. \quad (4)$$

Burada e_k deformasiyası

$$e_k = \frac{w}{R(x)}, \quad (5)$$

münasibətindən tapılır, hansı ki, $W(x, t)$ – tam paket üçün divarın radial yerdəyişməsidir. Nazik örtüklərin ümumi nəzəriyyəsinə əsasən N gücünü

$$N = \sum \delta_k \sigma_k \quad (6)$$

düsturu ilə təyin edək.

(6) ifadəsində integrallama hər bir qatın qalınlığına görə daxili səthdən xaricinə qədər cəmləmə isə bütün n qata görə yerinə yetirilir. Qatların ayrıcı orta səthə nəzərən simmetrik aparıldığı fərz olunur ki, momentsiz nəzəriyyəni əsas götürməyə imkan versin. (1) – (2) tənliklər sistemini [1] münasibətləri ilə tamamlayaq:

$$-\frac{N}{R(x)} + P = \rho_0 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad \rho_0 = \sum_{k=1}^n \rho_{*k} \delta_k. \quad (7)$$

ρ_{*k} – isə k - cı qatın materialının sıxlığıdır. (4) və (5) ifadələrini (6) – da yerinə yazsaq, N gücü üçün alırıq:

$$N = \frac{1}{R(x)} \left\{ \sum_{k=1}^n E_k \delta_k \left[w(x, t) - \int_{-\infty}^t \Gamma_k(t - \tau) w(x, t) d\tau \right] \right\}.$$

Onda (7) – dən bilavasitə aşağıdakı bərabərlik alınır:

$$P(x, t) = \frac{1}{R^2(x)} \left\{ \sum_{k=1}^n E_k \delta_k \left[w(x, t) - \int_{-\infty}^t \Gamma_k(t - \tau) w(x, t) d\tau \right] \right\} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \sum_{k=1}^n \rho_{*k} \delta_k. \quad (8)$$

Beləliklə, hidroelastikliyin qapalı tənliklər sistemi (1), (2) və (8) tənlikləri ilə təsvir olunur. (1), (2) və (8) tənliklər sistemini həll edərək axtarılan $p(x, t)$, $w(x, t)$ və $Q(x, t)$ funksiyalarını tapırıq. Özlülüyn müxtəlif qiymət-ləri üçün dalğanın yayılma sürətinin, sönmə əmsalının və qarışıqın sərfinin amplitud qiymətinin hissəciklərin konsentrisiyasından asılılıq qrafikləri qurulmuşdur.

Ədəbiyyat

1. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. М.: Наука, 1979, 320 с.
2. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977, 383с.



SIXILMAYAN ÖZLÜ MAYENİN EN KƏSİYİDÜZBUCAQLI OLAN BORUDA HƏRƏKƏTİ

MÜSRƏDDİN MUSA OĞLU TAĞIYEV, İLAHƏ SABİR QIZI ƏLİYEVƏ, PƏRVİNƏ ELXAN QIZI ŞAHSUVAROVA

Bakı Dövlət Universiteti
Tağıyev.misir@gmail.com, ilahe5901@gmail.com

Sıxılmayan özlü mayenin en kəsiyi düzbucaqlı olan boruda axın məsələsinə baxaq. Düzbucaqlının oy oxuna paralel olan hündürlüyünü $2h$, ox oxuna paralel olan tərəfini $2\chi h$ ilə işarə edək. Burada χ ixtiyari müsbət sabitdir. oz oxunu düzbucaqlının mərkəzindən axın istiqamətində yönəldək və ölçüsüz dəyişənlər daxil edək:

$$\xi = \frac{x}{h}, \quad \eta = \frac{y}{h}, \quad W = \frac{w\mu\ell}{h^2\Delta p} \quad (1)$$

(1) ifadəsini

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial z} \approx -\frac{\Delta p}{l} \quad (2)$$

tənliyində [1] yerinə yazsaq, alarıq:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} = -1 \quad (3)$$

Düzbucaqlının konturu üzərində aşağıdakı sərhəd şərti ödənilir:

$$W = 0, \quad \xi = \pm\chi, \quad |\eta| < 1 \quad (4)$$

$$W = 0, \quad \eta = \pm 1, \quad |\xi| < \chi$$

(3) tənliyini həll etmək üçün məlum Furiye sırasından istifadə edirik:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos \frac{2n+1}{2} \pi t = \begin{cases} \frac{\pi}{4}, & |t| < 1 \\ 0 & |t| = 1 \end{cases} \quad (5)$$

(3) tənliyinin həllini

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n(\eta) \cos \left(\frac{2n+1}{2} \frac{\pi}{\chi} \xi \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

şəklində axtaraq. (5) və (6) ifadələrini (3)-də yerinə yazıb, əmsalları bərabərləşdirsək, alarıq:

$$Y_n'' - \left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{\chi} \right)^2 Y_n = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad (7)$$

$$Y_n = 0, \quad \eta = \pm 1.$$

(7) tənliyinin ümumi həlli

$$Y_n = A_n + B_n \operatorname{ch}\left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{\chi} \eta\right) + C_n \operatorname{sh}\left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{\chi} \eta\right) \quad (8)$$

olacaqdır. A_n sabiti (7) tənliyindən tapılır.

$$A_n = \frac{16\chi^2}{\pi^3} \cdot \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} . \quad (9)$$

(7) sərhəd şərtlərindən istifadə edərək, B_n və C_n sabitlərini tapmaq olar. Sabitlərin tapılmış ifadələrini (6)-da yazsaq, sürətin ölçülü ifadəsini aşağıdakı kimi alarıq:

$$w = \frac{16\chi^2}{\pi^3} \frac{h^2 \Delta p}{\mu l} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \left[1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{\chi} y\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{\chi}\right)} \right] \cdot \cos\left(\frac{2n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{\chi} x\right)$$

Ədəbiyyat

1. Л.Г.Лойцянский «МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА» Москва 1976, 846с.



SIXILMAYAN MAYE İLƏ DOLU ÖZLÜ-ELASTİKİ BORUDA DALĞA MƏSƏLƏSİNİN TƏDQIQI

MÜSRƏDDİN MUSA OĞLU TAĞIYEV, SƏBİNƏ NEMƏT QIZI MƏHSİMOVA,
SƏBİNƏ TAMİRLANOVNA KAZIXANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
tagiyev.misir@gmail.com, sabina.mahsimova@gmail.com

Özlü-elastiki boruda yerləşən dispers özlü mayedə yayılan kiçik amplitudla dalğalar haqqında hidroelastiklik məsələsinə baxılmışdır və dispers özlü mayelərin dalğavari hərəkətinin nəzəri tədqiqatı verilmişdir. Fərz olunur ki, maye sıxılmayandır, dispersdir, maye və hissəciklərin sürətləri eynidir. Qatışıq üçün ümumi ortalaşdırılmış sıxlıq verilir. Həmçinin borunun ətraf mühitlə sərt bağlandığı və ona görə də onun(borunun) divarlarının ox boyu hərəkətinin mümkünsüzlüyü fərz olunur. Baxılan işdə hidroelastikliyin tənliklər sistemi

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{R}{2} \cdot \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x} = 0, \quad (1.1)$$

kəsilməzlik tənliyindən [1],

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{8\mu}{\rho R^2} = 0, \quad (1.2)$$

sıxılmayan özlü mayenin hərəkət tənliyindən və

$$P = \frac{h}{R^2} E^\vee W, \quad (1.3)$$

uzun dalğalar üçün borunun hal tənliyindən ibarətdir [2]. Borunun divarının özlü-elastiki xassələri Y. N. Robotnovun xətti irsi elastiklik nəzəriyyəsi ilə təsvir olunur [3]:

$$E^\vee W = E \left\{ W - \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau) W(\tau) d\tau \right\} \quad (1.4)$$

burada $W(x, t)$ qalınlıqlı, R radiuslu borunun radial yerdəyişməsi, $v(x, t)$ – maye axınının ortalaşdırılmış sürəti, $P(x, t)$ – hidrodinamik təzyiq, ρ – mayenin ortalaşdırılmış sıxlığı, E – borunun ani elastiklik modulu, $\Gamma(t-\tau)$ – relaksasiya nüvəsinin fərqidir, μ isə dinamik özlülük əmsalıdır. Qeyd edək ki, dinamik özlülük əmsalının faza konsentrasiyasından asılılığı aşağıda verilmişdir. (1.1)-(1.4) tənliklər sistemindən $\mathcal{G}$ və P – ni yox etsək və dayaq sürəti üçün $c_0 = \sqrt{Eh/(2\rho R)}$ işarələməsi daxil etsək, sadə hesablamalardan sonra $W(x, t)$ funksiyasına nəzərən dinamik sistemi tam təsvir edən aşağıdakı integro-diferensial tənliyi alarıq:

$$\frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} - \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} d\tau - \frac{8\mu}{\rho R^2 c_0^2} \frac{\partial W(x, t)}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} = 0. \quad (1.5)$$

(1.5)-in həllini aşağıdakı şəkildə yazmaq:

$$W(x, t) = \sum_{s=1}^s y_s(x) \exp(i s \omega t), \quad (1.6)$$

burada $y_s(x)$ axtarılan funksiya, ω – verilən dairəvi tezlik, s – harmonik ədəddir.

Əgər (1.5)-(1.6)-dan istifadə edərək, müəyyən çevrilmədən sonra s – inci harmoniya üçün aşağıdakı münasibəti alırıq:

$$y_s'' + \delta_s^2 y_s = 0, \quad (1.7)$$

burada

$$\delta_s^2 = s \cdot \frac{\omega}{c_0^2} \left(\omega s - i \frac{8\mu}{\rho R^2} \right) (1 - \alpha_s)^{-1}. \quad (1.8)$$

Bizi mayenin qeyri-bircinsliyinin təsiri maraqlandırdığından $\alpha_s = 0, s = 1$ götürək. Bu halda (1.7) və (1.8) tənlikləri kifayət qədər sadələşir və sonrakı analiz üçün daha anlaşılqılı şəkllə gəlir. Onda

$$y'' + \delta^2 y = 0 \quad (1.9)$$

burada

$$\delta^2 = \frac{\omega}{c_0^2} \left(\omega - i \frac{8\mu}{\rho R^2} \right). \quad (1.10)$$

(1.9) tənliyinin ümumi həlli aşkarı şəkildə yazılır:

$$y = A e^{-i \delta x} + B e^{i \delta x}, \quad (1.11)$$

burada A və B inteqrallama sabitləridir. Sərhəd şərtlərindən istifadə edərək A və B inteqrallama sabitlərini təyin edirik. (1.6)-dan çıxır ki,

$$W(x, t) = \{A e^{-i \delta x} + B e^{i \delta x}\} \exp(i \omega t), \quad (1.12)$$

$$P(x, t) = \frac{hE}{R^2} \{A e^{-i \delta x} + B e^{i \delta x}\} \exp(i \omega t). \quad (1.13)$$

Aparılmış ədədi hesabat əsasında aşağıdakı nəticələri söyləmək olar:

-Axının sürətinin amplitudu və dalğanın sürəti, φ artdıqca azalır.

-Qatılıqdan daha güclü asılılıq δ_1 sönmə əmsalında müşahidə olunur.

Ədəbiyyat

1. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. М.: Наука, 1979, 320 с.
2. Амензаде Р. Ю., Гийасбейли Э. Т. Волны в вязкой жидкости, заключенной в вязко-упругую трубу. Доклады НАН, 2002, т. LVIII, №3-4, с. 64-72.
3. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977, 383с.



RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ İNFORMASIYA TEXNOLOGİYALARININ TƏTBİQİ

BAHADUR ÖMƏR OĞLU TAHİROV, SƏMAYƏ RAMAZAN QIZI ƏLİLİ

Bakı Dövlət Universiteti
qarabah48@mail.ru

Riyaziyyat təlimi prosesini aşağıdakı əsas tərkib hissələrinə ayırmaq olar:

- yeni materialın izahı;
- şagidlərin sərbəst işi;
- şagirdlərin sorğusu.

Bu prosesə İKT-dən istifadə etməyin necə təsir edəcəyini müəyyən etmək üçün İKT-nin imkanları ilə tanış olaq.

Öyrədici kompyuter vasitələrini funksional imkanlarına görə aşağıdakılara bölmək olar:

1. Təqdimat. Təqdimat tərkibində animasiya, audio-vidio fraqmentləri olan elektron diafilmdir;
2. Elektron ensklopediyalar. Elektron ensklopediya nümayişdirmə və məlumatlandırma funksiyalarını yerinə yetirən materiallardan ibarət olan vasitədir;
3. Didaktik materiallar. Didaktik materiallar məsələ və tapşırıqların adi mətn faylları şəklində yığılmış elektron formatda təqdim olunan toplusudur;
4. Təlim qurğusu-proqramlar. Təlim qurğusu müəyyən məsələlərin həlli üçün nəzərdə tutulan proqramlardır;
5. Biliklərin yoxlanılması üçün nəzərdə tutulan test və sorğulardan ibarət olan proqramlar sistemidir;
6. Elektron dərsliklər və kurslar. Elektron komplekslər şagirdlərin riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirmək və müxtəlif riyazi məsələlərin həlli zamanı sərbəst seçim etmək məqsədi ilə hazırlanmış vasitədir;
7. Öyrədici oyunlar və inkişafetdirici proqramlar;

Öyrədici kompyuter vasitələrindən riyaziyyat dərslərində müntəzəm istifadə etməklə təkcə ənənəvi təlim metodlarını yeni formaya salmaq yox, həm də müxtəlif pedaqoji məsələləri həll etmək olar:

1. Şagirdin elmi dünya görüşünü zənginləşdirmək;
2. Təlimi diferensiallaşdırmaq;
3. Fənnə marağı gücləndirmək və öyrənmə fəallığını artırmaq;
4. Təlimin keyfiyyətini yüksəltmək;
5. Biliklərin yoxlanılmasının obyektivliyin təmin etmək.

Kompyuterlə işləmək şagird üçün maraqlı olur. Ona görə ki:

- şagird kompyuter proqramı ilə dialoqa girməklə öz fəaliyyətinə reaksiyasını görür;
- kiçik tədqiqat aparmaq imkanı qazanır;
- apardığı eksperimentin hər mərhələsinin nəticəsini qeyd edə bilir və s.



Test tapşırıqlarını həll etmək şagirdə maraqlı olur. Çünki:

- testin çətinliyi özü seçir;
- vaxt məhdudiyyəti qoyulmur;
- onu mənfi nəticəsinə görə müəllimin qınağı gözləmir və s.

Yuxarıdakılara əsaslanaraq demək olar ki, təlim prosesində informasiya texnologiyalarından istifadə etmək riyaziyyat təliminin məzmunu və onun təlimi metodlarını modernləşdirməyə imkan yaradar.



RİYAZİYYATI NİYƏ SEVMƏLİYİK

HÜSEYN MEHRƏLİ OĞLU XƏLİLOV

Bakı Dövlət Universiteti Qazax Filiali
huseyin.halilov@hotmail.com

Məlum bir həqiqətdir ki, bütün elm sahələri, gündəlik həyatda, eləcə də kainatda baş verən proseslərin gedişatının insan zəkasının köməyi ilə kağıza köçürülərək, onlar üzərində müəyyən əməllər, ümumiyyətlə desək araşdırmalar aparmaqla, gəlinən nəticələrin sonucu olaraq meydana gəlməyə başlamış və gəlişdirilərək, günümüzün möhtəşəm səviyyəsinə gəlib çıxmışdır. Riyaziyyat (Matematik) da bu elm sahələrindən biridir. Bilindiyi kimi, Matematik latın sözü olub, “öyrənilməsi lazım olan şey” anlamını ifadə edir. Özü də buna bənzər ifadə (məna) heç bir elm sahəsinin adında yoxdur. Bu da o deməkdir ki, bütün elm sahələri Riyaziyyatsız yaşaya (inkişaf edə) bilməz. Riyaziyyat isə, digər elm sahələrinə ehtiyacı olmasına baxmayaraq, onlarsız da yaşaya və inkişaf edə bilər. Fikrimizcə, “Riyaziyyat, bütün elmlərin şahıdır” deyimi də onun adının mənasından irəli gəlmiş ola bilər. Bu deyimi daha irəli götürən, elm fədaisi dahi Qalileo Qaliley (1564-1642) riyaziyyatın öncüllüyünü: – “Fəlsəfə (elm), gözlərimiz önündə sərilən, kainat dediyimiz o mükəmməl (möhtəşəm) kitabda yazılıdır. Bu kitabın dili riyaziyyat, əlifbası da riyazi işarələrdir. Yazıldığı dili və əlifbanı bilmədən, bu kitabın bir sətrini belə oxumağa imkan yoxdur” sözləri ilə təsdiqləmişdir. Bu baxımdan, Riyaziyyat, Yaradıcı Qüvvənin təbiətdə buraxdığı ip uclarıdır, deyimi də çox mənalıdır. Riyaziyyatı digər elm sahələrindən fərqləndirən nədir? Məlum olduğu kimi, bütün elm sahələri, ümumiyyətlə desək, həyatda var olan obyektlərin (geniş mənada) xüsusiyyətlərini, onlar arasındakı münasibətləri və inkişaf etdiilməsi yollarını öyrənir. Riyaziyyat ümumiyyətlə həyatda, baş verən proseslər müşahidə edərək, “yoxdan var edilən” zəruri anlayışlar müəyyən edir, inkişaf etdirir, gərəkli aksiomlarla onları nizama salıb, konkret proseslər və ya problemlər üçün riyazi modellər quraraq, əldə edilən modelləri lazımi alqoritmlərin köməyi ilə həll. Özü də bu anlayışlar və modllər digər elm sahələri ilə heç bir ziddiyyət təşkil etmədən, onların inkişafına yardımçı olur.

Bütün bunlara baxmayaraq, tarixə nəzər saldıqda görürük ki, bütün dövrlərin insanların böyük əksəriyyəti (eləcə də şagirdlər) Riyaziyyata quru rəqəmlər üzərində aparılan cansıxıcı əməllər kimi baxaraq, onu sevməmişlər və ya sevmirlər. Fikrimizcə, bu sevməmənin əsas səbəbi, riyaziyyatın özü deyil, onun insanlara doğru-düzgün anladılmaması və tanıtılmamasıdır. Bu da məlum bir həqiqətdir ki, hər hansı bir şeyin (geniş anlamda) sevilməsi üçün, onun tanınması lazımdır. Belə ki, insan istənilən bir şeyi yaxından tanıdıqdan sonra, onun seilməyə layiq olub-olmaması qənaətinə gəlir. Fikrimizə, bunun üçün tədris prosesində dinləyicilərə təqdim olunan hər bir yeni riyazi anlayış və məvhumun hansı zərurətdən meydana gəldiyi, nə işə yaradığı və həyatın vazkeçilməz həssəsi olduğu ayrıntılı şəkildə izah olunmaqla yanaşı, bütün bu anlayışların böyük çoxluğunun müxtəlif biçimlərdə təbiətdə var, bəzilərinə yaradıcı



insan təxəyyülünün məhsulu olduğu dinləyicilərin diqqətinə çatdırılmalıdır. Həçinin dinləyicilərin diqqətinə çatdırılmalıdır ki, istənilən bir prosesin incələnməsi zamanı, eksperiment yolu ilə alınan nəticə, heç bir zaman riyazi araşdırma yolu ilə alınan nəticə qədər dəqiq ola bilməz. Üstəlik, elə məsələlər də var ki, onların nəticələrinin dəqiq şəkildə nə olacağını ancaq riyai olaraq müəyyən etmək olar.

Bütün bu və bunlara bənzər açıqlamalar, yeri gəldikcə öyrəncilərə çatdırılırsa, fikrimizcə onlar Riyaziyyatın nə olduğunu anlamağa, anladıqca da sevməyə başlar. Fikrimizcə, bu deyilənlər tədris prosesində daima təhsil işçilərinin diqqət mərkəzində olmalı və aşağıdakılara diqqət edilməlidir:

a) Birinci sinfə gedən şagirdlərin məktəblə ilk görüşü, istər məktəb, istərsə də valideynlər tərəfindən elə diqqətlə təşkil olunmalıdır ki, bu görüş şagirdlərdə məktəbə, eləcə də onun əməkdaşlarına qarşı sevgi oyandırсын;

b) Tədris prosesində dərs demək üçün hər hansı bir sinfə ilk dəfə girəcək hər bir müəllim, hər elə diqqətlə hazırlaşmalı və hərəkət etməlidir ki, onun bu gördüyü işlər sinfdə sevgi və rəğbət oyandırсын;

c) Tədris prosesində şagirdlərə təqdim olunan hər bir yeni anlayış, tərif, teorem, xassə, düstur və s. onun necə meydana gəldiyi, nə işə yaradığı, keçilən fənnin vazkeçilməz bir parçası olduğu, başqa sözlə, kimsənin uydurduğu olmayıb, gündəlik həyatın gedişatında ortaya çıxan bir anlayış kimi, şagirdlərdə maraq oyandıracaq şəkildə izah edilməlidir;

d) İbtidai sinfdən başlayaraq şagirdlərə təqdim olunan riyaziyyat dərslikləri, pedaqoji təhsil almış, ixtisasına hakim və dərsliklərin tərtibinə verilən bütün pedaqoji tələblərə əməl edən, sözün əsl mənasında təcrübəli, səriştəli və qələmi (yəni yazdıqları) sınaqdan keçmiş mütəxəssislər (müəllimlər) tərəfindən yazılmaqla bərabər, geniş müzakirə olunub (bu internet yolu ilə də ola bilər), müsbət qiymətləndirildikdən (yəni bir növü bəyənilib, vətəndaşlıq aldıqdan) sonra çap olunmalı və hər il lazım gələn kiçik dəyişikliklər (dövrün tələbinə uyğun olaraq) aparılmaqla, uzun müddət dəyişməməlidir. Bir qayda olaraq, riyaziyyat dərslikləri elə qurulmalıdır ki, onlar şagirdlərə: düşünməyi, mühakimə aparmağı, nəticə çıxarmağı və çıxardığı nəticəni tətbiq edə bilməyi öyrətsin.

Ədəbiyyat

1. Xəlilov H.M. Bəşəriyyətin inkişafının hərəkət verici qüvvəsi riyaziyyatdır. Fizika, riyaziyyat və informatika tədrisi. Bakı 2018, №3 səh. 12-22, №4 səh.3-11.
2. Xəlilov H.M., Bayramova. Riyaziyyat təlimində koqnutiv psixologiyadan istifadə. Fizika, riyaziyyat və informatika tədrisi. Bakı 2020, №1 səh. 21-28.



QEYRİ – LOKAL ŞƏRTLİ, KVADRATİK MEYARLI BİR İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNİN MOMENT PROBLEMİNƏ GƏTİRİLMƏSİ

MƏMMƏD HAQVERDİ OĞLU YAQUBOV, MARAL MƏHƏMMƏD QIZI ƏHMƏDOVA

Bakı Dövlət Universiteti
ahmadova.maral.aze@gmail.com

İşdə elə $u = u(x, t)$ idarəedicisi tapmaq tələb olunur ki,

$$\beta z_{tt} + z_t - \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} z_x - \frac{\partial}{\partial x} z_x = u(x, t),$$

$$(x, t) \in D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1\} \quad (1)$$

tənliyinin

$$z(0, t) = 0, \quad z(1, t) = 0, \quad t \in [0, T] \quad (2)$$

$$z(x, 0) = z_0(x), \quad z_t(x, 0) = z_1(x), \quad t \in [0, 1] \quad (3)$$

şərtlərini və qeyri – lokal

$$\int_0^T z(x, t) dt = \varphi(x) \quad (4)$$

şərtini ödəyən $z(x, t)$ həlli

$$I(u) = \int_D u^2(x, t) dx dt \quad (5)$$

funksionalına mümkün ən kiçik qiymət versin ; burada $u(x, t)$ mümkün idarəedicisi, $z_0(x), z_1(x), \varphi(x)$ verilmiş funksiyalardır və mümkün idarəedicilər olaraq $L_2(D)$ – dən olan funksiyalar götürülür.

İşdə əvvəlcə (1) – (3) məsələsinin həlinin [2] – də verilən göstərilişi üçün (4) şərtinə

əsasən (5) funksionalı çevrilir və məsələ elə $u_k(t), k = 1, 2$ funksiyaları tapmağa gətirilir ki,

$$\int_0^T A_k(t - \tau) u_k(\tau) d\tau = f_k, \quad k = 1, 2. \quad (6)$$

şərtləri ödənsin və

$$I_k(u_k) = \int_0^T u_k^2(t) dt \quad k = 1, 2. \quad (7)$$

funksionalları minimum qiymət olsun.

Qeyd edək ki, (6) şərtlərini ödəyən $u_k(t)$ – lərin tapılması məsələsi moment problemi adlanır.

Ədəbiyyat

1. Ларькин.Н.А , Новиков.В.А , Яненко.Н.Н Нелинейные уравнения перелинного типа Новосибирск Наука, Сибирское отделение , 1983, 2690
2. M.H.Yaqubov, M.M.Əhmədova Paylanmış parametrlı idarəedisi olan üçtərtibli xətti tənliklə təsvir olunan prosesdə başlanğıc sərhəd məsələsinin həlli üçün göstəriliş Ümummilli lider Heydər Əlirza oğlu Əliyevin anadan olmasının 98 – ci ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat, Mexanika və Tətbiqləri" mövzusunda respublika virtual elmi konfransı, Bakı, 2021, 24-25 May, səh 105-106.

SƏRHƏD ŞƏRTİNƏ SPEKTRAL PARAMETR DAXİL OLAN BİR QEYRİ-XƏTTİ ŞTURM-LİUVİLL MƏSƏLƏSİNİN HƏLLƏRİNİN QLOBAL BİFURKASIYASI

ŞAHNİSƏ SALEH QIZI YUSİFOVA

Bakı Dövlət Universiteti
shahnisa_yusifova@mail.ru

Aşağıdakı qeyri-xətti məxsusi qiymət məsələsinə baxaq:

$$-y'' + q(x)y = \lambda y + g(x, y, y', \lambda), \quad x \in (0, 1), \quad (1)$$

$$y(0) \cos \alpha = y'(0) \sin \alpha, \quad \alpha \in [0, \pi), \quad (2)$$

$$y'(1)/y(1) = f(\lambda), \quad (3)$$

burada $\lambda \in R$ spektral parametrdir, $q(x) \in C[0, 1]$ və $f(\lambda) = a\lambda + b - \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{\lambda - c_k}$, $a \geq 0$,

$b_k > 0$, $c_1 < c_2 < \dots < c_N$, $N \geq 0$, $g \in C[0, 1] \times R^5$ funksiyası $(u, s) = (0, 0)$ nöqtəsinin kiçik ətrafında $x \in [0, 1]$ və hər bir kompakt $\Lambda \subset R$ aralığından olan $\lambda \in \Lambda$ -ya nəzərən müntəzəm olaraq $g(x, u, s, \lambda) = o(|u| + |s|)$ şərtini ödəyir.

Əgər $g = 0$, $h = 0$ olarsa, onda (1)-(3) məsələsi üçün aşağıdakı hökmlər doğrudur: (i) $g = 0$, $h = 0$ olduqda (1)-(3) məsələsinin məxsusi ədədləri həqiqi və sadədirlər və sonsuz artan $\lambda_0 < \lambda_1 < \dots$ ardıcılığı əmələ gətirirlər və $\lambda_0 < c_1$; (ii) əgər b azalırsa və c_k , q azalırsa, onda hər bir $j \in N$ üçün λ_j artır; (iii) əgər $a > 0$ azalırsa və b_k artırsa, onda müsbət $\lambda_j > c_k$ -lar artırlar. Bundan başqa, əgər ω_j mənfi olmayan tam ədədi λ_j məxsusi ədədinin osillyasiya ədədidirsə, onda $\omega_j = j - k_j$ və əgər $\lambda_j > c_N$ olarsa, onda $\omega_0 = 0$ və $\omega_j = j - N$ olar [1].

Tutaq ki, $E = C^1[0, 1] \cap \{y : y(0) \cos \alpha - y'(0) \sin \alpha = 0\}$ norması $\|y\|_1 = \|y\|_0 + \|y'\|_0$, $\|y\|_0 = \max_{x \in [0, 1]} |y(x)|$, kimi təyin olunan həqiqi qiymətli funksiyaların standart Banah fəzasıdır.

S_n^+ , $n \in N \cup \{0\}$, ilə elə $y \in E$ funksiyalar çoxluğunu işarə edək ki, $y(x)$ funksiyasının $(0, 1)$ intervalında düz n sayda sadə sıfırları olsun və bu funksiya $x = 0$ nöqtəsinin kiçik iynələnmiş ətrafında müsbət qiymətlər alsın; $S_n^- = -S_n^+$ və $S_n = S_n^- \cup S_n^+$ işarə edək.

Teorem 2. Hər bir $j \in N \cup \{0\}$ və $v = +$ və ya $-$ üçün (1)-(3) məsələsinin trivial olmayan həlləri çoxluğunun qapanmasının elə C_j^v alt kontinuumu var ki, $(\lambda_j, 0) \in C_j^v$, $C_j^v \subset (R \times S_{j-k_j}^v) \cup \{(\lambda_j, 0)\}$ və C_j^v çoxluğu $R \times E$ fəzasında qeyri-məhdududur.



Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı

Ədəbiyyat

1. P.A. Binding, P.J. Browne, K. Seddici, Sturm-Liouville problems with eigenparameter dependent boundary conditions, Proc. Edinburgh Math. Soc. 1994, v. 37, no. 1, 57-72.

İMPULS TƏSİRLİ İKİTƏRTİBLİ TƏNLİK ÜÇÜN BİR LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

ŞAKİR ŞIXI OĞLU YUSUBOV, NİGAR ELÇİN QIZI FƏRƏCOVA

Bakı Dövlət Universiteti
yusubov_shakir@mail.ru

Müstəvinin

$$G = G_1 \times G_2, G_k = \bigcup_{i_k=0}^1 G_k^{i_k}, G_k^{i_k} = (x_k^{i_k}, x_k^{i_k+1}), \\ i_k = 0, 1; k = 1, 2, \quad G^{i_1, i_2} = G_1^{i_1} \times G_2^{i_2}$$

çoxluğunda

$$(l_{11}u)(x) \equiv D_1 D_2 u(x) + a(x) D_1 u(x) + b(x) D_2 u(x) \\ + c(x) u(x) + d(x) u(\bar{x}) = \varphi_{11}(x) \quad (1)$$

ikitetribli hiperbolik tənliyinə baxaq. Burada $u(x)$ axtarılan funksiya, $a(x)$, $b(x)$, $c(x)$, $d(x)$ və $\varphi_{11}(x)$ funksiyaları G çoxluğunda ölçüləndirlər və aşağıdakı şərtləri ödəyirlər:

1. $c(x)$, $d(x)$, $\varphi_{11}(x) \in L_p(G)$, $a(x) \in L_{\infty, p}^{x_1, x_2}(G)$, $b(x) \in L_{p, \infty}^{x_1, x_2}(G)$;
2. $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2) \in G$ – qeyd olunmuş nöqtədir.

(1) tənliyinin lokal olmayan

$$\begin{cases} \Delta D_2 u(x_1^{i_1}, x_2) = \varphi_2^{i_1}(x_2), & i_1 = 0, 1; x_2 \in G_2, \\ \Delta D_1 u(x_1, x_2^{i_2}) = \varphi_1^{i_2}(x_1), & i_2 = 0, 1; x_1 \in G_1, \\ \Delta u(x_1^0, x_2^0) + \iint_G \alpha(x) D_1 D_2 u(x) dx = \varphi_{00}^{00}, \\ \Delta u(x_1^{i_1}, x_2^{i_2}) = \varphi_{00}^{i_1, i_2}, & (i_1, i_2) \neq (0, 0) \end{cases} \quad (2)$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həlli axtarılır. Burada

$$\Delta u(x_1^{i_1}, x_2^{i_2}) = u(x_1^{i_1+}, x_2^{i_2} +) - u(x_1^{i_1-}, x_2^{i_2} +) - u(x_1^{i_1+}, x_2^{i_2-}) + u(x_1^{i_1-}, x_2^{i_2-}), \\ \Delta D_1 u(x_1, x_2^{i_2}) = D_1 u(x_1, x_2^{i_2} +) - D_1 u(x_1, x_2^{i_2-}), \\ \Delta D_2 u(x_1^{i_1}, x_2) = D_2 u(x_1^{i_1+}, x_2) - D_2 u(x_1^{i_1-}, x_2), \\ \varphi_2^{i_1}(x_2) \in L_p(G_2), \quad \varphi_1^{i_2}(x_1) \in L_p(G_1), \\ \alpha(x) \in L_\infty(G), \quad \varphi_{00}^{i_1, i_2} \in R, \\ i_k = 0, 1; k = 1, 2, \quad 1 \leq p < \infty \\ u(x_1^0-, x_2^0-) = u(x_1^0-, x_2^0+) = u(x_1^0+, x_2^0-) = 0, \\ D_1 u(x_1, x_2^0-) = 0, \quad D_1 u(x_1^0-, x_2) = 0.$$



(1), (2) məsələsi

$$V_p^{(1,1)}(G) = \{u \in L_p(G): D_1^i D_2^j \in L_p(G^{i_1, i_2}), \quad i_k = 0, 1; \quad k = 1, 2, \quad 0 \leq i, j \leq 1\}$$

sinfində araşdırılır.

Aprior qiymətləndirmənin köməyi ilə (1), (2) məsələsinin və ona qoşma məsələnin korrekt həll olunması isbat olunur. Fundamental həllin köməyi ilə (1), (2) məsələsinin həllinin integral göstərilişi alınır.

DÖRDÖLÇÜLÜ FƏZADA BEŞTƏRTİBLİ HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN KORREKT HƏLL OLUNMASI HAQQINDA

ŞAKİR ŞIXI OĞLU YUSUBOV, HƏCƏR YASİN QIZI ƏLİYEVƏ

Bakı Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti
Yusubov_sh@mail.ru, hecer.eliyeva.01.06.98@gmail.com

Tutaq ki, $G = \{x = (x_1, x_2, x_3, x_4) : x_i \in G_i = (x_i^0, X_i), i = 1, 2, 3, 4\}$ oblastında

$$(l_{2111}u)(x) \equiv D_1^2 D_2 D_3 D_4 u(x) + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 a_{ijkl}(x) D_1^i D_2^j D_3^k D_4^l u(x) + a(x)u(\bar{x}) = \varphi_{2111}(x), x \in G, \quad (1)$$

beşərtəbli hiperbolik tənliyinin

$$\begin{aligned} (l_{2110}u)(x_1, x_2, x_3) &\equiv D_1^2 D_2 D_3 u(x_1, x_2, x_3, x_4^0) = \\ &= \varphi_{2110}(x_1, x_2, x_3), (x_1, x_2, x_3) \in G_1 \times G_2 \times G_3, \\ (l_{2101}u)(x_1, x_2, x_4) &\equiv D_1^2 D_2 D_4 u(x_1, x_2, x_3^0, x_4) = \\ &= \varphi_{2101}(x_1, x_2, x_4), (x_1, x_2, x_4) \in G_1 \times G_2 \times G_4, \\ (l_{2011}u)(x_1, x_3, x_4) &\equiv D_1^2 D_3 D_4 u(x_1, x_2^0, x_3, x_4) = \\ &= \varphi_{2011}(x_1, x_3, x_4), (x_1, x_3, x_4) \in G_1 \times G_3 \times G_4, \\ (l_{i111}u)(x_2, x_3, x_4) &\equiv D_1^i D_2 D_3 D_4 u(x_1^0, x_2, x_3, x_4) = \\ &= \varphi_{i111}(x_2, x_3, x_4), i = 0, 1, (x_2, x_3, x_4) \in G_2 \times G_3 \times G_4, \\ (l_{2100}u)(x_1, x_2) &\equiv D_1^2 D_2 u(x_1, x_2, x_3^0, x_4^0) = \\ &= \varphi_{2100}(x_1, x_2), (x_1, x_2) \in G_1 \times G_2, \\ (l_{2010}u)(x_1, x_3) &\equiv D_1^2 D_3 u(x_1, x_2^0, x_3, x_4^0) = \\ &= \varphi_{2010}(x_1, x_3), (x_1, x_3) \in G_1 \times G_3, \\ (l_{2001}u)(x_1, x_4) &\equiv D_1^2 D_4 u(x_1, x_2^0, x_3^0, x_4) = \\ &= \varphi_{2001}(x_1, x_4), (x_1, x_4) \in G_1 \times G_4, \\ (l_{i110}u)(x_2, x_3) &\equiv D_1^i D_2 D_3 u(x_1^0, x_2, x_3, x_4^0) = \varphi_{i110}(x_2, x_3), i = \\ &= 0, 1, (x_2, x_3) \in G_2 \times G_3, \\ (l_{i101}u)(x_2, x_4) &\equiv D_1^i D_2 D_4 u(x_1^0, x_2, x_3^0, x_4) = \varphi_{i101}(x_2, x_4), i = \\ &= 0, 1, (x_2, x_4) \in G_2 \times G_4, \\ (l_{i011}u)(x_3, x_4) &\equiv D_1^i D_3 D_4 u(x_1^0, x_2^0, x_3, x_4) = \varphi_{i011}(x_3, x_4), i = \\ &= 0, 1, (x_3, x_4) \in G_3 \times G_4, \\ (l_{i100}u)(x_2) &\equiv D_1^i D_2 u(x_1^0, x_2, x_3^0, x_4^0) = \varphi_{i100}(x_2), i = 0, 1, x_2 \in G_2, \\ (l_{i010}u)(x_3) &\equiv D_1^i D_3 u(x_1^0, x_2^0, x_3, x_4^0) = \varphi_{i010}(x_3), i = 0, 1, x_3 \in G_3, \\ (l_{i001}u)(x_4) &\equiv D_1^i D_4 u(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4) = \varphi_{i001}(x_4), i = 0, 1, x_4 \in G_4, \\ (l_{2000}u)(x_1) &\equiv D_1^2 u(x_1, x_2^0, x_3^0, x_4^0) = \varphi_{2000}(x_1), x_1 \in G_1, \end{aligned} \quad (2)$$

$l_{1000}u \equiv D_1 u(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0) = \varphi_{1000}$, $l_{0000}u \equiv \alpha u(x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0) + \beta u(x_1^0, x_2^0, x_3^0, X_4) = \varphi_{0000}$ sərhəd şərtlərini ödəyən həllini tapmaq tələb olunur. Burada $u(x)$ axtarılan funksiya, $D_i^k = \frac{\partial^k}{\partial x_i^k}$ Sobolev mənasında ümumiləşmiş törəmə, $\bar{x} \in G$ qeyd olunmuş



nöqtə, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ və $\alpha + \beta \neq 0$, $a_{ijkl}(x)$ və $a(x)$ funksiyaları G oblastında ölçüləndirlər və müəyyən məhdudiyyət şərtlərini ödəyirlər. Tənlik və sərhəd şərtlərinin sağ tərəflərində olan funksiyalar

$$\begin{aligned} &\varphi_{2111}(x) \in L_p(G), \varphi_{2110}(x_1, x_2, x_3) \in L_p(G_1 \times G_2 \times G_3), \varphi_{2101}(x_1, x_2, x_4) \\ &\in L_p(G_1 \times G_2 \times G_4), \varphi_{2011}(x_1, x_3, x_4) \in L_p(G_1 \times G_3 \times G_4), \varphi_{i111}(x_2, x_3, x_4) \\ &\in L_p(G_2 \times G_3 \times G_4), i = 0, 1, \varphi_{2100}(x_1, x_2) \in L_p(G_1 \times G_2), \varphi_{2010}(x_1, x_3) \\ &\in L_p(G_1 \times G_3), \varphi_{2001}(x_1, x_4) \in L_p(G_1 \times G_4), \varphi_{i110}(x_2, x_3) \in L_p(G_2 \times G_3), i = \\ &= 0, 1, \varphi_{i101}(x_2, x_4) \in L_p(G_2 \times G_4), i = 0, 1, \varphi_{i011}(x_3, x_4) \in L_p(G_3 \times G_4), i = 0, 1, \varphi_{i100}(x_2) \in \\ &L_p(G_2), i = 0, 1, \varphi_{i010}(x_3) \in L_p(G_3), i = 0, 1, \varphi_{i001}(x_4) \in L_p(G_4), i = 0, 1, \varphi_{2000}(x_1) \in \\ &L_p(G_1), \varphi_{i000} \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \end{aligned}$$

şərtlərini ödəyirlər. (1), (2) məsələsinin həlli

$$W_p^{(2,1,1,1)}(G) = \{u \in L_p(G): D_1^i D_2^j D_3^k D_4^l u \in L_p(G), i = \overline{0, 2}, j, k, l = \overline{0, 1}\}$$

fəzasında axtarılır və məsələnin korrekt həll olunması araşdırılır.

KAPUTO TÖRƏMƏLİ XƏTTİ DİFERENSİAL TƏNLIYIN HƏLLİNİN GÖSTƏRİLİŞİ

ŞAKİR ŞIXI OĞLU YUSUBOV, AĞAMALI QULU OĞLU AĞAMALIYEV

Bakı Dövlət Universiteti
yusubov_shakir@mail.ru, a_agamali@mail.ru

İşdə dəyişən əmsallı Kaputo törəməli xətti diferensial tənlik üçün qoyulmuş Koşi məsələsinin həllinin göstərilişi alınmışdır.

Bu işdə Kaputo törəməli dəyişən əmsallı xətti bircins olmayan

$$({}^c D_{0+}^\alpha x)(t) = a_1(t)x(t) + a_2(t)({}^c D_{0+}^\beta x)(t) + f(t), \quad (1)$$

$$t \in [0, T],$$

diferensial tənliyinin

$$x(0) = x_0 \quad (2)$$

Koşi başlanğıc şərtini ödəyən həllinin göstərilişi məsələsi araşdırılır. Burada $a_i(\cdot) \in L_\infty([0, T], R^{n \times n}), i = 1, 2, f(\cdot) \in L_\infty([0, T], R^n)$, verilmiş funksiyalar, $T > 0, \alpha, \beta (0 < \beta < \alpha < 1)$ qeyd olunmuş həqiqi ədədlər, $x_0 \in R^n$ qeyd olunmuş nöqtə,

$$\begin{aligned} ({}^c D_{0+}^\gamma x)(t) &= \frac{d}{dt} (I^{1-\gamma}(x(\cdot) - x(0))) \\ &= \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t-\tau)^{-\gamma} (x(\tau) - x(0)) d\tau, \\ 0 < \gamma < 1, \quad \gamma \in \{\alpha, \beta\}, \end{aligned}$$

Kaputo kəsir törəməsidir, $\Gamma(\cdot)$ -qamma funksiyadır. $AC_\infty^\alpha([0, T], R^n)$ ilə

$$\begin{aligned} x(t) &= x(0) + (I_{0+}^\alpha \varphi)(t) = x(0) + \\ &+ \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} \varphi(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T], \end{aligned}$$

şəklində göstərilə bilən funksiyalar çoxluğunu işarə edək, burada $\varphi(\cdot) \in L_\infty([0, T], R^n)$.

(1), (2) məsələsinin həlli dedikdə $[0, T]$ parçasında (1) tənliyini sanki hər yerdə və (2) başlanğıc şərtini adi mənada ödəyən $x(\cdot) \in AC_\infty^\alpha([0, T], R^n)$ funksiyası başa düşülür.

$(n \times n)$ ölçülü $F(t, \tau)$ matris funksiyasını

$$\begin{aligned} F(t, \tau) &= E + \frac{(t-\tau)^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_\tau^t (t-s)^{\alpha-1} (s-\tau)^{\alpha-1} F(t, s) a_1(s) ds \\ &+ \frac{(t-\tau)^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha-\beta)} \int_\tau^t (t-s)^{\alpha-1} (s-\tau)^{\alpha-\beta-1} F(t, s) a_2(s) ds, \quad 0 \leq \tau \leq t, \end{aligned} \quad (3)$$

tənliyinin həlli kimi, $(n \times n)$ ölçülü $F_1(t)$ matris funksiyasını isə

$$F_1(t) = E + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} F(t, \tau) a_1(\tau) d\tau \quad (4)$$



münasibəti ilə təyin edək, burada $E - (n \times n)$ ölçülü vahid matrisdir.

Qeyd edək ki, (3) tənliyinin yeganə kəsilməz $F(t, \tau)$, $(t, \tau) \in Q = \{(t, \tau) \in [0, T] \times [0, T] \mid t \geq \tau\}$ həllinin olduğu isbat olunur.

Teorem. Əgər $a_i \in L_\infty([0, T], R^{n \times n})$, $i = 1, 2$, $f(\cdot) \in L_\infty([0, T], R^n)$, $x_0 \in R^n$ olarsa, (1), (2) məsələsinin

$$x(t) = F_1(t)x_0 + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} F(t, \tau) f(\tau) d\tau$$

şəklində göstərilə bilən yeganə həlli var, burada $F(t, \tau)$ matris funksiyası (3) matris tənliyinin həlli kimi, $F_1(t)$ isə (4) münasibəti ilə təyin olunur.

О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ ПРОСТЫХ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

АБДУЛКЕРИМОВА, А.Р., ГУРБАНОВ И.А.

Бакинский Государственный Университет
ayshabdulkerimova@gmail.com, ibvag47@mail.ru

Как известно, существуют некоторые классы методов для вычисления определенного интеграла. Среди них наиболее популярными обычно считают, левые и правые прямоугольные методы, методы трапеции, методы центральных разностей и методы Симпсона. Отметим что, существует многочисленные методы для вычисления определенных интегралов, которые можно группировать в разных классах, как одношаговые, многошаговые, сплайн функции и тд. Среди этих методов наиболее часто используемыми, являются вышеуказанные, которые связаны с применением компьютеров.

Выше названные популярные методы, можно обобщить в следующей форме.

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i = h \sum_{i=0}^k \beta_i y'_{n+i} \quad (1)$$

Следовательно, завися от определения $y'(x)$, метод (1) можно применять к решению задачи Коши для ОДУ, интегральное уравнение Вольтера, а также к вычислению определенного интеграла.

Рассмотрим применение метода (1) к вычислению определенного интеграла. С этой целью, рассмотрим следующий определенный интеграл,

$$I(f) = \int_a^b f(s) ds \quad (2).$$

Цель нашего исследования заключается, в применение метода (1) к вычислению определенного интеграла (2).

С этой целью, используем следующее равенство

$$y(x) - y(a) = \int_a^x y'(s) ds, \quad (3)$$

Чтобы определить некоторые связи между методами (1) и задачей Коши для ОДУ, рассмотрим применение равенства (3) к следующей задаче Коши,

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y(a) \quad (4)$$

Если формулу (3) применим к решению задачи (4), тогда имеем,

$$y(x) = y(x_0) + \int_{x_0}^x f(s, y(s)) ds \quad (5)$$

Отсюда получаем, что $y(b)$ является искомым значение. Известно, что метод (1) можно применять к численному решению задачи (4), тогда метод (1) приобретает следующую форму,

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+i}, \quad (6)$$

где коэффициенты α_i, β_i ($i = 0, k$) являются некоторыми действительными числами.

Известно, что все известные квадратурные формулы, можно переписать в следующей форме,

$$y_{j+k} = y_j + h \sum_{i=0}^k \beta_i f_{j+i} \quad (7)$$

Этот метод, является известной квадратурной формулой. Отсюда при $k = 1$, можно получить метод трапеции, левые и правые прямоугольные методы, а также методы центральных разностей. При $k = 2$ из этого метода можно получить, метод центральных разностей и метод Симпсона. Отметим, что, можно получить и другие методы.

Поскольку выше отметили, что этот метод является популярным, мы остановились на этом методе. С помощью простых сравнений точности этих методов можно сказать что, при увеличении значения k , увеличивается точность, поэтому, в этом случае возникает необходимость для создания некоторых критериев для их сравнения.

Одним из основных критериев для сравнения методов является устойчивость многошагового метода, который определяется в следующей форме.

Определение. Метод (6) называют устойчивым, если кроме многочлена $\rho_\lambda = \sum_{i=0}^k \alpha_i \lambda^i$, корни этого многочлена лежат внутри единичного круга, на границе которого нет кратных корней.

Литература

1. Mehdiyeva G.Yu., Ibrahimov V.R., Imanova M.N. On a calculation of definite integrals by using of the calculation of indefinite integrals, SN Applied Sciences, Springer, 2019 DOI:[10.1007/s42452-019-1519-8](https://doi.org/10.1007/s42452-019-1519-8)
2. Mehdiyeva G.Yu., Ibrahimov V.R., Imanova M.N. On The Computation Of Double Integrals By Using Some Connection Between The Wave Equation And The System Of ODE, IAPE '20, Second Edition of the International Conference on Innovative Applied Energy, 2021

ОЦЕНКИ ТИПА МАРШО ДЛЯ ЧАСТНЫХ МОДУЛЕЙ ГЛАДКОСТИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

ФУАД АГДЖА ОГЛЫ АБДУЛЛАЕВ, ЖАЛЯ РОВШАН ГЫЗЫ ВЕРДИЕВА

Bakı Dövlət Universiteti, Bakı Dövlət Universiteti
fuadabdullayev@mail.ru, verdiyevajale12@mail.ru

Через $C_{[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]}$ обозначим пространство непрерывных на $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ функций, 2π - периодическ их по каждой из переменных, с нормой

$$\|f\| = \max_{(x, y) \in [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]} |f(x, y)|.$$

Введём следующие обозначения (см. [1]):

$$\omega_f^{r, \rho}(\delta, \eta) = \sup_{|h_1| \leq \delta, |h_2| \leq \eta} \|\Delta_{h_1 h_2}^{r, \rho} f(x, y)\|, \delta, r \in (0, \pi] \quad - \text{смешанный модуль гладкости}$$

порядка $r > 0$ по первому аргументу, порядка $\rho > 0$ по второму аргументу;

$$\omega_f^{r, 0}(\delta) = \sup_{|h| \leq \delta} \|\Delta_h^{r, 0} f(x, y)\|, \delta \in (0, \pi] \quad - \text{частный модуль гладкости порядка}$$

$r > 0$ по первому аргументу;

$$\omega_f^{0, \rho}(r) = \sup_{|h| \leq r} \|\Delta_h^{0, \rho} f(x, y)\|, r \in (0, \pi] \quad - \text{частный модуль гладкости порядка}$$

$\rho > 0$ по второму аргументу, где r и ρ произвольные положительные числа и

$$\Delta_h^{r, 0} f(x, y) = \exp(\pi i) \sum_{j=0}^{\infty} A_j^{-r-1} f(x + jh, y), \quad (1)$$

$$\Delta_h^{0, \rho} f(x, y) = \exp(\pi i) \sum_{j=0}^{\infty} A_j^{-\rho-1} f(x, y + jh), \quad (2)$$

$$\Delta_{h_1 h_2}^{r, \rho} f(x, y) = \exp(\pi(r + \rho)i) \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_j^{-r-1} A_m^{-\rho-1} f(x + jh_1, y + jh_2) \quad (3)$$

В формулах (1) – (3) коэффициенты A_j^{-r-1} и $A_j^{-\rho-1}$ определяются из соотношений

$$(1-x)^r = \sum_{j=0}^{\infty} A_j^{-r-1} x^j, \quad (1-x)^\rho = \sum_{j=0}^{\infty} A_j^{-\rho-1} x^j$$

В работе доказана

Теорема. Пусть $f \in C_{[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]}$. Тогда для любых $r > 0$, $r_1 \geq 1$; $\rho > 0$, $\rho_1 \geq 1$ и

$0 < \delta < \frac{\pi}{r}$, $0 < r < \frac{\pi}{\rho}$ справедливы неравенства



$$\omega_f^{r_1,0}(\delta) \leq C \cdot \delta^{r_1} \left(\int_{\delta}^{\pi} \frac{\omega_f^{r+1,0}(t)}{t^{r_1+1}} dt + \|f\| \right),$$
$$\omega_f^{0,\rho_1}(r) \leq C \cdot r^{s_1} \left(\int_{\delta}^{\pi} \frac{\omega_f^{0,\rho+1}(t)}{t^{\rho_1+1}} dt + \|f\| \right).$$

Литература

1. Бугров Я.С. Дробные разностные операторы и классы функций. Труды МИАН СССР, 1985, т. 172, стр. 60-70.



РАБНОМЕРНАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ОДНОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ

ФУАД АГДЖА ОГЛЫ АБДУЛЛАЕВ, АЙТЕН АЛОВСАТ КЫЗЫ КАЗИМОВА

Бакинский государственный университет
fuad_abdullayev56@mail.ru, metleb.kazimov@icloud.com

Рассмотрим следующий двукратный сингулярный интеграл с ядрами Коши

$$\tilde{f}(x, y) = \iint_D \frac{f(t, \tau)}{(t-x)(\tau-y)} dt d\tau, \quad (x, y) \in \overset{\circ}{D}, \quad (1)$$

где $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$, $\overset{\circ}{D}$ – внутренность D .

Введем обозначение ([1]):

$$K_{\alpha, \beta}^{1,1}(D) = \{f(x, y) \in C(D) \mid \omega_f^{1,1}(\delta, \eta) = O(\delta^\alpha \cdot \eta^\beta), \\ \omega_f^{1,0}(\delta) = O(\delta^\alpha), \omega_f^{0,1}(\eta) = O(\eta^\beta), 0 < \alpha, \beta \leq 1\},$$

где $\omega_f^{1,1}(\delta, \eta)$ смешанная, а $\omega_f^{1,0}(\delta)$ и $\omega_f^{0,1}(\eta)$ частные модули непрерывности функции f . В $K_{\alpha, \beta}^{1,1}(D)$ норма вводится следующим образом:

$$\|f\|_{K_{\alpha, \beta}^{1,1}} = \max\{\|f\|_C, \sup_{\delta, \eta > 0} \frac{\omega_f^{1,1}(\delta, \eta)}{\delta^\alpha \cdot \eta^\beta}, \sup_{\delta > 0} \frac{\omega_f^{1,0}(\delta)}{\delta^\alpha}, \sup_{\eta > 0} \frac{\omega_f^{0,1}(\eta)}{\eta^\beta}\}. \quad (2)$$

В норме (2) $K_{\alpha, \beta}^{1,1}(D)$ является Банаховым пространством. Далее, обозначим:

$$\overset{\circ}{K}_{\alpha, \beta}^{1,1} = \{f(x, y) \in K_{\alpha, \beta}^{1,1} \mid f(x, -1) = f(x, 1) = 0, \forall x \in [-1, 1] \\ f(1, y) = f(-1, y) = 0, \forall y \in [-1, 1]\}$$

Разобьем квадрат $D = [-1, 1] \times [-1, 1]$ на прямоугольники D_{ij} линиями

$x_i = -1 + \frac{2i}{n}, y_j = -1 + \frac{2j}{m}, i = \overline{0, n}, j = \overline{0, m}$. Обозначим $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j)$ центр прямоугольника

$$D_{ij} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_i, y_{i+1}], i = \overline{0, n-1}, j = \overline{0, m-1}.$$

Для $(x, y) \in \overset{\circ}{D}$ через $x_*(y_*)$, $x^*(y^*)$ обозначим ближайшее к точке $x(y)$ точки разбиения соответственно слева и справа. Далее, обозначим

$$D_o = ([-1, 1] \setminus D_1) \times ([-1, 1] \setminus D_2), D_1 = \left[\left(x - \frac{1}{n} \right)_*, \left(x + \frac{1}{n} \right)^* \right],$$

$$D_2 = \left[\left(y - \frac{1}{m} \right)_*, \left(y + \frac{1}{m} \right)^* \right]$$

В работе для интеграла (1) построена следующая кубатурная формула:

$$Z_{n,m}(\tilde{f}) = \frac{4}{nm} \cdot \sum_{(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j) \in D_0} \frac{\Delta_f(\tilde{x}_i, x, \tilde{y}_j, y)}{(\tilde{x}_i - x)(\tilde{y}_j - y)} + \\ + \frac{2}{n} \cdot \sum_{\tilde{x}_i \in [-1,1] \setminus D_1} \frac{f(\tilde{x}_i, y) - f(x, y)}{\tilde{x}_i - x} + \frac{2}{m} \cdot \sum_{\tilde{y}_j \in [-1,1] \setminus D_2} \frac{f(x, \tilde{y}_j) - f(x, y)}{\tilde{y}_j - y},$$

и доказана.

Теорема. Пуст $f \in K_{\alpha, \beta}^{0,1,1}$ Тогда справедлива оценка

$$|\tilde{f}(x, y) - Z_{n,m}(\tilde{f})| \leq A_{\alpha, \beta} \cdot \|f\|_{K_{\alpha, \beta}^{1,1}} \cdot \left(\frac{\ln n}{n^\alpha} + \frac{\ln m}{m^\beta} \right),$$

где $A_{\alpha, \beta}$ - постоянная, зависящая лишь от α и β .

Литература

1. Мусаев Б.И., Салаев В.В. О сопряженных функциях многих переменных. II Научн.Труды МВ и ССО Аз.ССР,сер.физ.- мат. наук, N=4,с. 68-80.

О РАВНОМЕРНОЙ СХОДИМОСТИ РЯДОВ ФУРЬЕ ДЛЯ ОДНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

КОНУЛ ФАИЛ КЫЗЫ АБДУЛЛАЕВА

Сумгаитский Государственный Университет
konul.abdullayeva.15@mail.ru

Рассмотрим следующую спектральную задачу

$$y^{(4)}(x) - (q(x)y'(x))' = \lambda y(x), x \in (0, l), \quad (1)$$

$$y'(0) \cos \alpha - y''(0) \sin \alpha = 0, \quad (2)$$

$$y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta = 0, \quad (3)$$

$$(a\lambda + b)y'(l) + (c\lambda + d)y''(l) = 0, \quad (4)$$

$$y(l) \cos \delta - Ty(l) \sin \delta = 0, \quad (5)$$

где $\lambda \in C$ – спектральный параметр, $Ty \equiv y''' - qy'$, q – неотрицательная абсолютно непрерывная на $[0, l]$ функция, $\alpha, \beta, \delta, a, b, c, d$ – действительные постоянные такие, что $\alpha, \beta \in [0, \pi/2]$, $\delta \in [\pi/2, \pi)$, $\sigma = bc - ad > 0$.

Спектральные свойства, в том числе базисные свойства собственных функций в пространстве $L_p(0, l)$, $1 < p < \infty$, задачи (1)-(5), в случае $\alpha = \beta = 0$, изучена в работе [1].

В данной работе установлено, что собственные значения задачи (1)-(5) являются действительными, простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$. Здесь исследованы также осцилляционные свойства собственных функции $y_k(x)$, $k \in N$, базисные свойства подсистем собственных функций в пространстве $L_p(0, l)$, $1 < p < \infty$, и равномерная сходимость рядов Фурье по подсистемам собственных функций задачи (1)-(5).

Теорема 1. Пусть r – произвольное фиксированное натуральное число. Тогда система $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r}^{\infty}$ образует базис в $L_p(0, l)$, $1 < p < \infty$, причем в $L_2(0, l)$ этот базис является безусловным базисом. Кроме того, система $\{\vartheta_k(x)\}_{k=1, k \neq r}^{\infty}$, сопряженная к системе $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r}^{\infty}$, определяется следующим образом:

$$\vartheta_k(x) = \delta_k^{-1} \{y_k(x) - m_k y_r(x)/m_r\}, \quad m_k = ay'_k(l) + cy''_k(l),$$

$$\delta_k = \int_0^l y_k^2(x) dx + \sigma^{-1} m_k^2.$$

Наряду с задачей (1)-(5) рассмотрим краевую задачу (1)-(3), (5) и

$$ay'(l) + cy''(l) = 0, \quad (6)$$

собственные значения которого являются действительными, простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$ [2, 3].



Пусть $\{v_k\}_{k=1}^{\infty}$ – ортонормированная система собственных функций, соответствующая системе $\{\mu_k\}_{k=1}^{\infty}$.

Теорема 2. Пусть r – произвольное фиксированное натуральное число, $f(x) \in C[0, l]$ и имеет равномерно сходящийся ряд Фурье по системе функций $\{v_k\}_{k=1}^{\infty}$ на $[0, l]$. Тогда ряд Фурье

$$\sum_{k=1, k \neq r}^{\infty} (f, v_k) y_k(x)$$

функции $f(x)$ по системе $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r}^{\infty}$, равномерно сходится на отрезке $[0, l]$.

Литература

1. Z.S. Aliyev, Basis properties of a fourth order differential operator with spectral parameter in the boundary condition, Cent. Eur. J. Math. 2010. vol. 8, no. 2, p. 378-388
2. Banks, G.J. Kurowski, A Prufer transformation for the equation of a vibrating beam subject to axial forces // J. Diff. Equat. 1977. vol 24, no. 1, p. 57-74.
3. Z.S. Aliyev, Structure of root subspaces and oscillation properties of eigenfunctions of one fourth order boundary value problem // 2014, vol. 4, no. 2, p. 108-121.

ВЕСОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ СЛЕДОВ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ОПЕРАТОРОМ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФУРЬЕ-БЕССЕЛЯ

САДИГ КЕРИМ ОГЛЫ АБДУЛЛАЕВ, КЮБАЛЕ САМИР КЫЗЫ ЮСИФОВА,
МАЛАКА МУБАРИЗ КЫЗЫ КАРАМОВА

Бакинский Государственный Университет
sadiq.abdulleev@mail.ru, yusifova.kubale38@gmail.com

Работа посвящена установлению двухвесовых неравенств с монотонно убывающими весами, для следов функций, представленных оператором гармонического анализа Фурье-Бесселя из класса $K_{\gamma_{n,k}}(p, \alpha)$, на базе оценок полученных в терминах $\Omega_{p, \mu_{s,k_s}}^{*t(s,x)}$ характеристик локально суммируемых функций [1].

Исследования в терминах Ω_p характеристик, берут начало из работы [2] (см. список цит. работ из [3,4]), где рассматриваются операторы классического гармонического анализа Фурье (это соответствует случаю $k=0$).

Пусть l и $m, k \geq 0$, целые числа, $n = m + k \geq 1$, $R_{m+k,k}^+ = \{(x_1, \dots, x_{m+k}) \in R^{m+k} : x_{m+i} > 0, i = 1, \dots, k\}$ R^l -евклидово пространство размерности l , $R_{m+0,0}^+ \equiv R^m$, $\Delta_{B_{m+k,k}}(x) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{j=m+1}^{m+k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} + \frac{\gamma_j}{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right)$, $\gamma_{m+1} > 0, \dots, \gamma_{m+k} > 0$,
- оператор Лапласа-Бесселя ([1]), $T_{\gamma_{n,k}}^y$ - оператор обобщенного сдвига порожденный оператором $\Delta_{B_{m+k,k}}$.

$$\gamma_{n,k} = (0, \dots, 0, \gamma_{m+1}, \dots, \gamma_{m+k}) \in R_{m+k,k}^+, \quad |\gamma_{n,k}| = \sum_{i=1}^k \gamma_{m+i}$$

и

$$y^{\gamma_{n,k}} = y_{m+1}^{\gamma_{m+1}} \dots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}}, d\mu_{n,k}(y) = y^{\gamma_{n,k}} dy, \text{ если } y \in R_{m+k,k}^+.$$

Когда $n \geq 2$ и $s \in \{1, \dots, n-1\}$, пространство $R_{n,k}^+$ разбиваем (см.[5]) на прямую сумму пространства R_{s,k_s}^+ точек ${}_s x = (x_{n_1}, \dots, x_{n_s})$ и пространства R_{s',k'_s}^+ точек ${}_s x'$ так, что $x = \uparrow({}_s x, {}_s x') \in R_{n,k}^+$ (координаты $x_{n_1}, \dots, x_{n_s}$ фиксируются).

Если $p \geq 1$, $G \subseteq R_{n,k}^+$ измеримое множество и ω весовая функция, то

$$L_{p,\gamma_{n,k}}(\omega, G) = \left[f - \text{изм.} : \|f : L_{p,\gamma_{n,k}}(\omega, G)\| = \left(\int_G |f(y)|^p \omega^p(y) d\mu_{\gamma_{n,k}}(y) \right)^{1/p} < +\infty \right], L_{p,\gamma_{n,k}}(G) \stackrel{df}{=} L_{p,\gamma_{n,k}}(\omega(x), G)$$

когда $\omega(x) \equiv 1$.

$$a_{s,k_s} = s + |\gamma_{s,k_s}| \text{ и } I_{\gamma_{n,k}}^\beta(f)(x) = \int_{R_{m+k,k}^+} T^y(|f(x)|)|y|^\beta d\mu_{n,k}(y),$$

$K_{\gamma_{n,k}}(p, \alpha_{n,k})$ - класс субаддитивных операторов A таких, что 1) $Af(x)$ существует для п.в. $x \in R_{m+k,k}^+$, когда $f \in L_{p,\gamma_{n,k}}(R_{m+k,k}^+)$; 2) существуют $\alpha_A \in (0, \alpha_{n,k} / p)$ и $C > 0$, что $|Af(x)| \leq C I_{\gamma_{n,k}}^{\alpha_A - \alpha_{n,k}}(f)(x)$, $x \in R_{n,k}^+$.

Условие $A \in K_{\gamma_{n,k}}(p, \alpha_{n,k})$ обеспечивает существование следов функций $Af(x)$ (см.[3]) на гиперплоскостях $_s x' = const$, когда $f \in L_{1,\gamma_{n,k}}^{loc}(R_{n,k}^+)$.

Пусть, $s \in \{1, \dots, n\}$, R_{s,k_s}^+ и $t \in \{1, \dots, s-1\}$ выбраны. Разложим R_{s,k_s}^+ на прямую сумму $R_{t,(k_s)_t}^+$ точек $_t(sx)$ и $R_{s-t,(k_s)-(k_s)_t}^+$ точек $_t(sx)'$ так, чтобы $_s x = \uparrow(_t(sx), _t(sx)') \in R_{s,k_s}^+$, и вводим характеристику $\Omega_{p,\mu_{s,k_s}}^{*(s,x)}(u, \xi)$ ([1]). Устанавливается оценка сверху, этой характеристики $(Af)(_s x, _s x')$ через те же характеристики $f_{p,s}(_s x) = \|f(_s x, \cdot)\|_{L_{p,\gamma_{n-s,k_s}}(R_{n-s,k_s}^+)}^p$. А также, доказывается, что, если $\varphi(t)$, $0 < t < \infty$, неотрицательная функция такая, что при малых $\varepsilon > 0$, для почти всех $t \in (1/\varepsilon, +\infty)$ $\varphi(t) > 0$ и $\varphi(t)$ интегрируема на любом отрезке $(\varepsilon, +\infty)$ (класс $\mathcal{T}$

функций φ обозначаем через N^*) и $\omega^p(\tau) = \int_{\tau}^{+\infty} \varphi(\xi) d\xi$, $\tau > 0$, то

$$\left\| f : L_{p,\mu_{s,k_s}}(\omega(|_t(sx)|) : R_{s,k_s}^+) \right\|^p = \int_0^{+\infty} (\Omega_{p,\mu_{s,k_s}}^{*(s,x)}(f, \tau))^p \varphi(\tau) d\tau,$$

Доказывается

Теорема. Пусть $1 \leq p < +\infty$, $n \geq 2$, $1 \leq s \leq n-1$, $A \in K_{\gamma_{n,k}}(p, \alpha_{n,k})$

$$1 \leq t \leq s, \frac{\alpha_{n-s,k_s'}}{p} < \alpha_A \text{ и } \exists q_s > 1 \frac{1}{p} - \frac{1}{q_s} = \frac{\alpha_A - (\alpha_{n-s,k_s'} / p)}{\alpha_{s,k_s}}.$$

Тогда, если $\omega^p(\xi) = \int_{\xi}^{+\infty} \varphi(t) dt$, $\tilde{\omega}^{q_s}(\xi) = \int_{\xi}^{+\infty} \psi(t) dt$ $\varphi, \psi \in N^*$ и

$$\sup_{0 < \tau} \left(\int_0^{\tau} (\xi^{\beta_{q_s,t}} \psi^{1/q_s}(\xi))^{q_s} d\xi \right)^{\frac{1}{q_s}} \left(\int_{\tau}^{+\infty} (\varphi^{\frac{1}{p}}(\xi) \xi^{(1+\beta_{q_s,t})p'})^{p'} d\xi \right)^{\frac{1}{p'}} < \infty,$$

где $\beta_{q_s,t} = (t + |\gamma_{t,(k_s)_t}|) / q_s$, то существует $C > 0$ такое, что для любой функции $f \in L_{p,\gamma_{n,k}}(\tilde{\omega}(|_t(sx)|), R_{m+k,k}^+)$ и для почти всех $x = \uparrow(_s x, _s x') \in R_{m+k,k}^+$ существует $A(f)(x)$ и имеет место оценка

$$\left\| A(f)(\bullet, _s x') : L_{q_s,\gamma_{s,k_s}}(\tilde{\omega}(|_t(sx)|), R_{s,k_s}^+) \right\| \leq C \left\| f : L_{p,\gamma_{n,k}}(\omega(|_t(sx)|), R_{m+k,k}^+) \right\|$$



Литература

1. Абдуллаев С.К., Шахвердиева Г.И., Маммадова Г.В. Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 97-ci ildönümünə həsr olunmuş Riyaziyyat, mexanika və onların tətbiqləri adlı Respublika Elmi Konfransının materialları, Bakı 20-21 May, 2020.
2. Абдуллаев С.К.// ДАН СССР, 1985, т.283, №4, с.777-78.
3. Abdullayev S.K., Mammadov E.A. // International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.115-2, 2017, p.419-443.
4. Abdullayev S.K., Mammadov E.A.// International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.114-3, 2017, p.65-73.
5. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. Москва: Наука, 1974,808 с.



ПЕРЕХОД ОТ ТРАДИЦИОННОГО УРОКА К ИНТЕРАКТИВНОМУ НА ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКЕ

ГОНЧА ЗУЛФИГАР КЫЗЫ АБДУЛЛАЕВА, НИГЯР ЭДУАРД КЫЗЫ АМИРЛИ

Бакинский Государственный Университет
a.q.z.41@mail.ru

Математика означает знание, наука, недаром осведомленность в математике почиталась как высшая степень учености человека. Эта убежденность, конечно, льстила математикам, но несла ничего хорошего математическому образованию, поскольку оправдывала его недостаточную распространенность. Дети и взрослые издавна относились к математике, как к трудной, неинтересной и недоступной науке. В наше время шла дискуссия о математическом образовании, каким оно должно быть. Выдающиеся математики и педагоги прошлого уделяют большое внимание пробуждению интереса учащихся к урокам, а также налаживанию человеческих отношений между учащимися и учителем. Они считали, что встреча преподавателя с учащимися, занятие должно нести больше, чем чисто формальное расширение знаний и навыков. Математика обладает особыми возможностями для воспитания нравственных принципов, настойчивости в достижении цели ответственности за полученное дело. На уроках математики у учащихся вырабатываются навыки к тому, что любая ошибка, любая неточность в рассуждениях не останется незамеченной. В математике любое задание имеет четкую цель.

В математике любое задание имеет четкую цель – найти решение задачи, провести доказательство, дать определение понятия. Каждый ученик может четко ответить самому себе, в состоянии ли он справиться с заданием, достаточно ли у него знаний и умений. Каждый ученик может достаточно точно и объективно оценить объем своих знаний и меры усилий, чтобы дать себе самооценку, столь важную для формирования личности.

За последние годы способы обучения очень сильно изменились. От ученика не требуется тихо сидеть за партой и делать заметки, от него ожидается, что он станет активным участником процесса обучения, будет участвовать в общении уметь и решать проблемы. Если в традиционном классе обучение проводилось заучиванием, то в современном обучении оно проводится интерактивными способами.

Смысл слова интерактивный означает, что ученики перестают быть пассивными в обучении и превращаются в сторону, которая активно анализирует, применяет и оценивает её. Источником информации может быть не только учитель, но и ученик.



Интерактивное обучение усиливает способность ученика решать проблему и умение критически мыслить, обеспечивает их совместную связь и деятельность, как с учителем, так и с одноклассниками. Интерактивные методы обучения строятся на одном простом принципе, применение обеспечивает глубокое понимание материала учениками, формирование умений учителя, используя интерактивные методы обучения может использовать деятельность связанные с более высокими уровнями мышления, что дает возможность более точно оценивать усвоение предмета.

Практика показывает, что обучение, направленное на ученика (интерактивное), больше способствует формированию умений. Поэтому целесообразно для соответствия больше пользоваться интерактивными способами обучения



ОБРАЗ СОВРЕМЕННОГО УЧИТЕЛЯ ГЛАЗАМИ УЧЕНИКОВ

ГОНЧА ЗУЛЬФИГАР КЫЗЫ АБДУЛЛАЕВА, НАЗРИН ХАСРАТОВНА ГАСАНЛИ

Бакинский Государственный университет
a.q.z.41@mail.ru

Многие люди с теплом вспоминают свои школьные годы, своих учителей. Особенностью педагогической деятельности является то, что к ней причастен каждый. С учителями мы проходим долгий и интересный путь: от самого детства до самого взросления, а некоторые даже до самой старости. Учителям мы обязаны всем, благодаря им все вокруг в жизни достигают высот, своих целей – от самых незначительных до мировых открытий. Профессия учителя всегда была востребована обществом, государством. Правда, в последнее время складывается немного иная картина: к педагогам стали относиться более критично, к сожалению. Существует очень красиво и правильно сказанная фраза, которая звучит так: **писатель живёт в своих произведениях, хороший художник – в картинах, скульптор – в созданных им скульптурах, а учитель в своих учениках.**

Целью нашей работы является выяснить каким был образ идеального педагога в прошлом и каким себе представляют идеального педагога современные дети, используя научные материалы и живые примеры.

Современные требования к педагогу освещены в законе «Об образовании»: «Педагогическим работником должно быть лицо с высокими моральными качествами, иметь соответствующее педагогическое образование, надлежащий уровень профессиональной подготовки, осуществлять педагогическую деятельность, обеспечивать результативность и качество своей работы, физическое и психическое состояние здоровья которого позволяет выполнять профессиональные обязанности в учебных заведениях среднего образования».

Совокупность профессионально обусловленных требований к учителю определяется как профессиональная готовность к педагогической деятельности.

В ее составе выделяют, с одной стороны, психологическую, психофизиологическую готовность, а с другой – научно-теоретическую и практическую подготовку как основу профессионализма.

Профессиональные требования к учителю можно объединить в три основных взаимосвязанных комплекса:

- Общегражданские качества;
- Качества, которые определяют специфику профессии учителя;
- Специальные знания, умения и навыки по предмету.

Все основные черты личности педагога тесно взаимосвязаны, но ведущая роль принадлежит мировоззрению и направленности личности, мотивам, определяющим поведение и деятельность учителя. В структуре личности учителя

особая роль принадлежит профессионально-педагогической направленности. Она является тем каркасом, на котором строятся основные профессионально значимые свойства личности педагога. Профессиональная направленность личности учителя включает интерес к профессии учителя, педагогическое призвание, профессионально-педагогические намерения и наклонности.

Основой педагогической направленности является интерес к профессии учителя, который находит свое выражение в положительном эмоциональном отношении к детям, их родителям, педагогической деятельности в целом и конкретных ее видов, в стремлении к овладению педагогическими знаниями и умениями.

Основу педагогического призвания составляет любовь к детям. Это, по словам В. Сухомлинского: **«Плоть и кровь воспитателя как силы, способной влиять на духовный мир другого человека. Педагог без любви к ребенку – это все равно, что певец без голоса, музыкант без слуха, живописец без чувства цвета».**

Речь идет о мудрой, доброй, требовательной любви, которая учит жить. Это основополагающее качество является предпосылкой самосовершенствования, целенаправленного саморазвития, многих профессионально значимых качеств, характеризующих профессионально-педагогическую направленность учителя.

Среди таких качеств – педагогический долг и ответственность. Руководствуясь чувством педагогического долга, учитель всегда спешит оказать помощь детям и взрослым, тем, кто нуждается. Высшим проявлением педагогического долга является самоотверженность учителя. Учитель, обладающий этим качеством, часто работает, не считаясь со временем, иногда и даже состоянием здоровья.

Основу познавательной направленности личности педагога составляют его духовные потребности и интересы. Одним из проявлений духовных и культурных потребностей педагога есть потребность в знаниях. Главным фактором познавательного интереса является любовь к предмету, который он преподает. Лев Толстой отмечал, что если **«хочешь наукой воспитать ученика, люби свою науку и знай ее, и ученики полюбят тебя, и ты воспитаешь их, но если ты сам не любишь ее, то, сколько бы ты ни заставлял учить, наука не произведет воспитательного воздействия».** Современный учитель должен хорошо ориентироваться в различных областях науки, которую он преподает, быть постоянно в курсе новых исследований, открытий и гипотез, видеть близкие и далекие перспективы науки.

Учитель - это человек, который учится всю жизнь, только в этом случае он обретает право учить.

Творческий рост учителя - это ошибки, заблуждения, преодоления себя, постоянный эксперимент, который проводится не в искусственных условиях, в лабораториях, а с людьми.

Для учителя наиболее важными являются следующие качества:

- внимание к ученикам, умение находить с ними общий язык;
 - служить примером во всем;
 - грамотное сочетание доброты и строгости;
 - чувство юмора;
- умение интересно вести урок и хорошо объяснять тему, учитывая способности учеников.

О ФРЕДГОЛЬМОВОСТИ НЕКОТОРЫХ ОПЕРАТОРОВ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

ГЮЛЬСУМ АЛЛАХЯР КЫЗЫ АГАЕВА

Бакинский Государственный Университет
gulsumm_agayeva@mail.ru

Рассмотрим следующую краевую задачу

$$-u''(t) + (A_1 + K_1)u'(t) + (A_2 + K_1)u(t) + f(t)A^2u(t) = f(t), \quad (1)$$

$$u(1) = 0, \quad (2)$$

где $f(t)$ и $u(t)$ вектор-функции, определенные в $(0,1)$ почти всюду со значениями в H , а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

- 1) A - нормальный с вполне непрерывно обратным оператор спектр, который содержится в секторе $S_\varepsilon \left(0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{2} \right)$;
- 2) $\varphi(t)$ - действительная, измеримая функция определенная в интервале $(0,1)$, причем $0 < \alpha < \rho(t) < \beta < \infty$;
- 3) операторы $B_j = A_j A^{-j}$ ($j=1,2$) ограничены в H ;
- 4) операторы $T_j = K_j A^{-j}$ ($j=1,2$) вполне непрерывные операторы в H .

Пусть $L_2((0,1):H)$ есть гильбертово пространство вектор-функций $f(t)$, определенных в интервале $(0,1)$ почти всюду со значениями в H и с нормой

$$\|f\|_{L_2((0,1):H)} = \left(\int_0^1 \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2}.$$

Используя монографию [1] введем гильбертово пространство

$$W_2^2((0,1):H) = \{u : u'' \in L_2((0,1):H), C^2u \in L_2((0,1):H)\}$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^2((0,1):H)} = \left(\|u''\|_{L_2((0,1):H)}^2 + \|C^2u\|_{L_2((0,1):H)}^2 \right)^{1/2}.$$

Из теоремы о следах [1] следует, что

$$W_2^2((0,1):H) = \{u : u \in W_2^2((0,1):H), u(0) = u(1) = 0\}.$$

Теорема 1. При выполнении условия 1) для всех вектор-функций $u(t) \in W_2^2((0,1):H)$ имеют место следующие оценки:

$$\|Au'\|_{L_2((0,1):H)} \leq d_1(\varepsilon, \alpha; \beta) \|P_0 u\|_{L_2((0,1):H)} ,$$

$$\|Au\|_{L_2((0,1):H)} \leq d_0(\varepsilon, \alpha; \beta) \|P_0 u\|_{L_2((0,1):H)} ,$$

где

$$d_1(\varepsilon, \alpha; \beta) = \alpha^{-1/2} \frac{1}{2 \cos \varepsilon} \left(0 < \varepsilon < \frac{\pi}{2} \right) ,$$

$$d_0(\varepsilon, \alpha; \beta) = \begin{cases} \alpha^{-1}, & 0 < \varepsilon < \frac{\pi}{4}, \\ \alpha^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2} \cos \varepsilon}, & \frac{\pi}{4} < \varepsilon < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Литература

1. Лионс Ж.Л., Мадженс Э. Неоднородные граничные задачи и их применения. М.: Мир, 1971, 371 с.
2. Mirzoyev S.S., Agayeva G.A. Correct Solvability of One Boundary Value Problem for the Differential Equation of the Second Order on Hilbert Space // Appl. Mathemat. Science, v7, No79, 2013, p.3935-3945//
3. Mirzoyev S.S., Agayeva G.A. On the Solvability Conditions of one Boundary Value Problem for the second Order Differential Equation with Operator Coefficients // Int. Jour. of Math. and Computer Science, v8, No4, 2014, p.149-156.//
4. Мирзоев С.С., Карааслан М.Д., Гумбаталиев Р.З. К теории операторно-дифференциальных уравнений второго порядка // Докл. РАН, 2013, т.453, No6, с.610-612.
5. Мирзоев С.С., Алиев А.А., Гасимова Г.М. Условия разрешимости одной краевой задачи с операторными коэффициентами и связанные с ними оценки норм операторов промежуточных производных. // Докл. РАН, 2016, т.470, No5, с.511-513.

О БИФУРКАЦИИ ИЗ БЕСКОНЕЧНОСТИ В НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧАХ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ ПАРЫ ОПЕРАТОРОВ

ЗИЯТХАН СЕЙФАДДИН ОГЛЫ АЛИЕВ, МАЗАХИР ГУЛАМ ОГЛЫ ПАНАХОВ

Бакинский Государственный Университет
z_aliyev@mail.ru, mazahirpanahov@bsu.edu.az

Пусть H – вещественное сепарабельное гильбертово пространство. Рассмотрим следующую нелинейную задачу на собственные значения

$$Au = \lambda Bu + F(\lambda, u) + G(\lambda, u) \quad (1)$$

где $A: D(A) \rightarrow H$, $B: D(B) \rightarrow H$ – линейные самосопряженные операторы такие, что $D(A) \subset D(B) \subset H$, $D(A)$ – всюду плотно в H , оператор B является A – компактным (см. [1]) и положительно определенным, т.е. существует $\gamma > 0$ такое, что $(Bu, u) \geq \gamma(u, u)$. Нелинейные операторы $F: R \times H \rightarrow H$ и $G: R \times H \rightarrow H$ являются непрерывными и удовлетворяет следующим условиям: существуют числа $M > 0$ и $\tau \gg 1$ такие, что

$$\|F(\lambda, u)\| \leq K \|u\|, \text{ и } u \in E, \|u\| \geq \tau, \lambda \in R;$$

для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R$

$$G(\lambda, u) = o(\|u\|) \text{ при } \|u\| \rightarrow +\infty,$$

равномерно по $\lambda \in \Lambda$.

Глобальная бифуркация решений из нуля, т.е. в случае, когда $G(\lambda, u) = o(\|u\|)$ при $\|u\| \rightarrow 0$, равномерно по $\lambda \in \Lambda$, нелинейной задачи (1) изучена в [1].

Пусть B^∞ – множество асимптотических точек бифуркации задачи (1).

Лемма 1. Пусть μ – нечетнократное собственное значение пары операторов $\{A, B\}$, т.е. линейной задачи

$$Au = \lambda Bu, \quad (2)$$

которое удовлетворяет условию

$$\text{dist}\{\mu, \sigma(A, B)\} > \frac{2K}{\gamma^2}$$

Тогда множество B^∞ является непустым, причем

$$(B^\infty \cap (I_{\mu, \delta} \times \{\infty\})) \subset I_\mu \times \{\infty\}$$

для достаточно малых $\delta > 0$, где

$$I_\mu = [\mu - K/\gamma^2, \mu + K/\gamma^2],$$

$$I_{\mu, \delta} = [\mu - K/\gamma^2 - \delta, \mu + K/\gamma^2 + \delta].$$

Пусть $D_\mu \subset R \times H$ – объединение всех связных компонент множества нетривиальных решений задачи (1) ответвляющихся из отрезка $I_\mu \times \{\infty\}$.

Теорема 1. Множество D_μ является непустым и существует окрестность Q_μ отрезка $I_\mu \times \{\infty\}$ такая, что либо (а) $D_\mu \setminus Q_\mu$ является ограниченным в $R \times H$, при этом $D_\mu \setminus Q_\mu$ пересекает $R \times \{0\}$ в некоторой точке $(\lambda, 0)$, либо (б) $D_\mu \setminus Q_\mu$ является неограниченным, при этом если проекция этого множества на R ограничено, то $D_\mu \setminus Q_\mu$ содержит $I_{\mu'} \times \{\infty\}$, где $\mu' \in R$ является собственным значением пары $\{A, B\}$ отличное от μ .

Теорема 2. Пусть μ – простое собственное значение пары $\{A, B\}$. Тогда множество D_μ разлагается на два подмножества D_μ^+ и D_μ^- такие, что либо D_μ^+ (D_μ^-) пересекает D_μ^- (D_μ^+), либо D_μ^+ (D_μ^-) пересекает $I_{\mu'} \times \{\infty\}$, либо D_μ^+ (D_μ^-) пересекает $R \times \{0\}$, либо проекция D_μ^+ (D_μ^-) на R неограниченна.

Литература

1. А.П. Махмудов, З.С. Алиев, О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейно-зигуемых задач на собственные значения // Дифф. урав. 1989. т. 25, № 1, с. 89-96.



РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

АЙДЫН ЮНУС ОГЛЫ АЛИЕВ

Бакинский Государственный Университет
aydin_aliyev66@mail.ru

Пусть $\Pi = \{(x, y) : 0 < x < a, 0 < y < b\}$, Γ_i ($i = \overline{1, 4}$) - стороны прямоугольника Π , пронумерованные против часовой стрелки начиная с нижней стороны за исключением концов,

$$\Gamma = \bigcup_{l=1}^4 \Gamma_l, \quad a = 2^r p_1, \quad b = 2^s p_2,$$

где $p_1 > 0$, $p_2 > 0$ - фиксированные числа, r, s - натуральные числа. На прямоугольнике $\bar{\Pi} = \Pi \cup \Gamma$ введем прямоугольную сетку прямыми $x = ih_1$, $y = jh_2$, $h_k = 2^{-m} p_k$, $k = 1, 2$, $m \geq 0$ - целое, $i = 0, 1, \dots, 2^{r+m}$, $j = 0, 1, \dots, 2^{s+m}$. Обозначим

$$\Pi_h = \{(x, y) : x = ih_1, 0 < i < 2^{r+m}, y = jh_2, 0 < j < 2^{s+m}\},$$

Γ_h (или $\Gamma_{lh}, \bar{\Gamma}_{lh}$) - множество узлов сетки, лежащих на Γ (или $\Gamma_l, \bar{\Gamma}_l$), $l = \overline{1, 4}$, $\bar{\Pi}_h = \Pi_h \cup \Gamma_h$.

Рассмотрим разностную задачу Дирихле

$$\Delta_h^* u_h = 0 \text{ на } \Pi_h, \quad u_h = \begin{cases} \varphi_h, & \text{на } \Gamma_{1h}, \\ 0, & \text{на } \Gamma_h \setminus \Gamma_{1h}, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$\Delta_h^* u_h = \left(\Lambda_1 + \Lambda_2 + \frac{h_1^2 + h_2^2}{12} \Lambda_1 \Lambda_2 \right) u_h,$$

$\Lambda_1 u = u_{xx}$, $\Lambda_2 u = u_{yy}$, φ_h - заданная на Γ_{1h} функция.

Введем обозначение $\Phi = \max_{\Gamma_{1h}} |\varphi_h|$. На шаги сетки Π_h накладываются следующие ограничения

$$2^{-\frac{1}{2}} h_1 \leq h_2 \leq 2^{\frac{1}{2}} h_1.$$

Решение задачи (1) представлена на Π_h следующим образом [1]:

$$u_h(x, y) = \sum_{n=1}^{2^{r+m}-1} b_n \frac{\operatorname{sh} \left(\beta_n \left(1 - \frac{y}{b} \right) \right)}{\operatorname{sh} \beta_n} \sin \frac{n\pi x}{a}, \quad (2)$$

где

$$b_n = 2^{1-r-m} \sum_{k=1}^{2^{r+m}-1} \varphi_h(kh_1) \sin \frac{n\pi kh_1}{a}, \quad (3)$$

$$\beta_n = \frac{2b}{h_2} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{h_2}{h_1} \frac{\sin\left(\frac{n\pi h_1}{2a}\right)}{\left(1 - \left(1 + \frac{h_2^2}{h_1^2}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi h_1}{2a}\right)\right)^{\frac{1}{2}}}\right), \quad (4)$$

причем

$$\frac{n\pi b}{2a} < \beta_n < \frac{n\pi b}{a}. \quad (5)$$

При решении поставленной задачи в случае неоднородных граничных значений на всей сеточной границе сначала из решения выделяется алгебраический многочлен второй степени, принимающий в вершинах прямоугольника заданные значения и удовлетворяющий разностному уравнению, а затем задача разбивается на четыре задачи.

Применяется приближенный метод для решения разностной задачи Дирихле (1) с равномерной точностью $c_0 h^p$, где $p > 0$ – заданное число, c_0 – некоторая постоянная, не зависящая от h , $h = \max\{h_1, h_2\}$. Метод определяется тремя параметрами p, q и k . Параметр p задает порядок точности, $q-1$ – степень интерполяционного многочлена, $q > p; k > 0$ – действительное число. От k и от q зависит константа c_0 , причем $c_0 \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$.

Доказывается следующая теорема:

Теорема. Погрешность приближенного решения v_h разностной задачи Дирихле (1), удовлетворяет неравенству

$$\max_h |u_h - v_h| \leq c_0 h^p,$$

где u_h – точное решение разностной задачи (1), а постоянная c_0 зависит только от параметров метода q и k и от Φ , но не зависит от шага сетки $h = \max\{h_1, h_2\}$. При произвольном фиксированном значении параметра q постоянная c_0 за счет выбора k может быть получена сколь угодно малой.

Литература

1. Романова С.Е. Экономичный метод приближенного решения разностного уравнения Лапласа на прямоугольных областях. // ЖВМ и МФ, 1983, т.23, №3, с.660-673.
2. Wasow W. On the truncation error in the solution of Laplace's equation by finite differences. // J. Res. Nat. Bur. Standards, 1952, v.48, p.345-348.
3. Капорин И.Е. Новый алгоритм быстрого преобразования Фурье. // ЖВМ и МФ, 1980, т. 20, №4, с.1054-1058.
4. Aliyev A.Y., Mehdiyeva G.Y. Difference scheme for solution of the Dirichlets problem // Journal of Concrete and Applicable Mathematics, USA, 2013, v.11, №1, p.81-86.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С КОМПЛЕКСНЫМ ПАРАМЕТРОМ

БАХРАМ АЛИ ОГЛЫ АЛИЕВ

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана,
Азербайджанский Государственный Педагогический Университет
aliyevbakhram@yandex.ru

В данной работе в сепарабельном гильбертовом пространстве H изучаются вопросы разрешимости следующей краевой задачи

$$L(\lambda)u := \lambda^2 u(x) - u''(x) + Au(x) = f(x), x \in (0,1), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} L_1(\lambda)u &:= \lambda u'(0) + \alpha u(0) = f_1, \\ L_2(\lambda)u &:= \lambda u'(1) + \beta u(1) = f_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где λ – комплексный параметр; A является φ -позитив-ным оператором в H ; α, β – некоторые комплексные числа. Доказывается, что для достаточно больших $|\lambda|$, из некоторого угла $|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$, краевая задача (1), (2) некоррелитивна разрешима в пространстве $L_p((0,1); H)$, $p \in (1, \infty)$.

Определение 1. Линейный замкнутый оператор A в гильбертовом пространстве H будем называть φ -позитивным, если его область определения $D(A)$ плотна в H и при некотором $\varphi \in [0, \pi)$, для всех точек из угла $|\arg \mu| \leq \varphi$ (включая $\mu = 0$) существуют операторы $(A + \mu I)^{-1}$, для которых, при этих μ , имеет место оценка

$$\|(A + \mu I)^{-1}\|_{B(H)} \leq C(1 + |\mu|)^{-1},$$

где I – единичный оператор в H , $C = \text{const} > 0$.

Определение. (см [1, теорема 1.14.5]). Пусть A является φ -позитивным оператором в пространстве H . Тогда интерполяционные пространства $(H(A^n), H)_{\theta, p}$ гильбертовых пространств $H(A^n)$ и H определяются равенством

$$\begin{aligned} \left(H(A^n), H \right)_{\theta, p} &:= \left\{ u : u \in H, \|u\|_{\left(H(A^n), H \right)_{\theta, p}} := \right. \\ &= \left. \left(\int_0^{+\infty} t^{-1+n\theta p} \|A^n e^{-tA} u\|_H^p dt \right)^{\frac{1}{p}} < \infty \right\}, \\ \theta &\in (0, 1), p > 1, n \in N. \end{aligned}$$

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

- 1) A является φ -позитивным оператором в H ;
- 2) α, β -некоторые комплексные числа.

Тогда для $f \in L_p((0, 1); H(A^{1/2}))$, $f_k \in (H(A), H)_{\frac{1}{2p}, p}$, $p \in (1, +\infty)$ и для

достаточно больших $|\lambda|$ из угла $|\arg \lambda| \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$, задача (1), (2) имеет единственное решение из $W_p^2((0, 1); H(A), H)$ и для решения имеет место следующая некоэрцитивная оценка

$$\begin{aligned} &|\lambda|^2 \|u\|_{L_p((0, 1); H)} + \|u''\|_{L_p((0, 1); H)} + \|Au\|_{L_p((0, 1); H)} \leq \\ &\leq C \left[|\lambda|^2 \|f\|_{L_p((0, 1); H(A^{1/2}))} + \sum_{k=1}^2 \left(\|f_k\|_{(H(A), H)_{\frac{1}{2p}, p}} + |\lambda|^{2-\frac{1}{p}} \|f_k\|_H \right) \right] \end{aligned}$$

Литература

1. Трибель Х. Теория интерполяции. Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. М., Мир, 1980.

ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ НА ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

НИХАН АЛИПАНАХ ОГЛУ АЛИЕВ, МАТАНАТ БАЛА КЫЗЫ МУРСАЛОВА

Бакинский Государственный Университет
nihan@aliyev.info, metanet.mursalova@mail.ru

Излагаемая работа посвящена исследованию граничной задачи для двумерного уравнения Лапласа с нелокальными граничными условиями на прямоугольной области, в случае, когда одновременное движение по границе области четырех точек удовлетворяет условию Карлемана.

Рассмотрим следующую граничную задачу:

$$\Delta u(x_1, x_2) = 0 \quad x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{j=1}^2 \alpha_{ij}^{(1)}(x_1) \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} + \alpha_{i0}^{(1)}(x_1) u(x) \right] \Bigg|_{\substack{x_1=at \\ x_2=0}} + \\ & + \left[\sum_{j=1}^2 \alpha_{ij}^{(2)}(x_2) \frac{\partial u}{\partial x_j} + \alpha_{i0}^{(2)}(x_2) u(x) \right] \Bigg|_{\substack{x_1=a \\ x_2=b(1-t)}} + \\ & + \left[\sum_{j=1}^2 \alpha_{ij}^{(3)}(x_1) \frac{\partial u}{\partial x_j} + \alpha_{i0}^{(3)}(x_1) u(x) \right] \Bigg|_{\substack{x_1=a(1-t) \\ x_2=b}} + \\ & + \left[\sum_{j=1}^2 \alpha_{ij}^{(4)}(x_2) \frac{\partial u(x)}{\partial x_j} + \alpha_{i0}^{(4)}(x_2) u(x) \right] \Bigg|_{\substack{x_1=0 \\ x_2=bt}} = \varphi_i(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $t \in [0; 1]$, $i = \overline{1, 4}$. Здесь $D = \{(0; a) \times (0; b)\}$ -прямоугольник, расположенный в первой четверти, $x_1 \in [0; a]$; $x_2 \in [0; b]$; все данные в граничных условиях (2) непрерывные вещественные функции. Так же, как в [1-3], умножая уравнение (1) на фундаментальное решение

$$U(x - \xi) = -\frac{1}{2\pi} \ln|x - \xi|, \quad (3)$$

интегрируя по области D , получим первое основное соотношение:

$$\begin{aligned} & - \int_0^b \left\{ \left[\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} U(x - \xi) - u(x) \frac{\partial U(x - \xi)}{\partial x_1} \right] \Bigg|_{x_1=a} - \right. \\ & \left. - \left[\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} U(x - \xi) - u(x) \frac{\partial u(x - \xi)}{\partial x_1} \right] \Bigg|_{x_1=0} \right\} dx_2 - \\ & - \int_0^a \left\{ \left[\frac{\partial u(x)}{\partial x_2} U(x - \xi) - u(x) \frac{\partial U(x - \xi)}{\partial x_2} \right] \Bigg|_{x_2=b} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{\partial u(x)}{\partial x_2} U(x-\xi) - u(x) \frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2} \right] \Big|_{x_2=0} \Bigg\} dx_1 = \\
 & = \int_D u(x) \left[\frac{\partial^2 U(x-\xi)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U(x-\xi)}{\partial x_2^2} \right] dx = \\
 & = \int_D \delta(x-\xi) u(x) dx = \begin{cases} u(\xi), & \xi \in D \\ \frac{1}{2} u(\xi), & \xi \in \partial D \end{cases} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Таким образом, доказана

Теорема 1. Каждая гармоническая в области D функция удовлетворяет первому основному соотношению (4).

Последовательно умножая уравнение (1) на $\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_1}$ и $\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_2}$, интегрируя

по области D получим второе и третье основные соотношения. Выделим из них выражения, содержащие сингулярные интегралы:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_2=0} = \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0} \frac{\partial x_1}{x_1 - \xi_1} + \dots \\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_2=b} = -\frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} \Big|_{x_2=b} \frac{\partial x_1}{x_1 - \xi_1} + \dots \\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=0} = -\frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} \Big|_{x_1=0} \frac{\partial x_2}{x_2 - \xi_2} + \dots \\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_1} \Big|_{\xi_1=a} = \frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{\partial u(x)}{\partial x_2} \Big|_{x_1=a} \frac{\partial x_2}{x_2 - \xi_2} + \dots \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_2=0} = -\frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{\partial u(x)}{\partial x_1} \Big|_{x_2=0} \frac{\partial x_1}{x_1 - \xi_1} + \dots \\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_2=b} = \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{\partial u(x)}{\partial x_1} \Big|_{x_2=b} \frac{\partial x_1}{x_1 - \xi_1} + \dots \\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_1=0} = \frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{\partial u(x)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} \frac{\partial x_2}{x_2 - \xi_2} + \dots \\ \frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_2} \Big|_{\xi_1=a} = -\frac{1}{\pi} \int_0^b \frac{\partial u(x)}{\partial x_1} \Big|_{x_1=a} \frac{\partial x_2}{x_2 - \xi_2} + \dots \end{cases} \quad (6)$$

где многоточием обозначены регулярные слагаемые. Имеет место

Теорема 2. Каждая гармоническая в области D функция удовлетворяет в ней сингулярным необходимым условиям (5), (6).

С учетом граничных условий (2) проведем в (5), (6) замены, необходимые преобразования и вычисления и предположим, что

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i & \in C^1(0;1) \\ \varphi_i(0) & = \varphi_i(1) = 0 \quad (i=1, \bar{4}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Имеет место

Теорема 3: Пусть заданные линейно независимые граничные условия (2) удовлетворяют следующим ограничениям:

$$\alpha_{i0}^{(s)}(x_1) \in C[0; a], \quad i, s = 1, \bar{4}$$

$$\alpha_{ij}^{(1)}(x_1); \alpha_{ij}^{(3)}(x_1); \alpha_{ij}^{(2)}(x_2); \alpha_{ij}^{(4)}(x_2)$$

принадлежат классу Гельдера $H^{(\mu)}$, $\mu \in (0; 1)$, $i = 1, \bar{4}$, $j = 1, \bar{2}$ а функции $\varphi_i(t)$ удовлетворяют условиям (7).

Предположим, что

$$\Delta(t) = \begin{vmatrix} \alpha_{11}^{(1)}(at) & \alpha_{12}^{(1)}(at) & \alpha_{11}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{12}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{11}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{12}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{11}^{(4)}(bt) & \alpha_{12}^{(4)}(bt) \\ \alpha_{21}^{(1)}(at) & \alpha_{22}^{(1)}(at) & \alpha_{21}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{22}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{21}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{22}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{21}^{(4)}(bt) & \alpha_{22}^{(4)}(bt) \\ \alpha_{31}^{(1)}(at) & \alpha_{32}^{(1)}(at) & \alpha_{31}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{32}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{31}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{32}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{31}^{(4)}(bt) & \alpha_{32}^{(4)}(bt) \\ \alpha_{41}^{(1)}(at) & \alpha_{42}^{(1)}(at) & \alpha_{41}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{42}^{(2)}(b(1-t)) & \alpha_{41}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{42}^{(3)}(a(1-t)) & \alpha_{41}^{(4)}(bt) & \alpha_{42}^{(4)}(bt) \\ \alpha_{12}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{11}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{12}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{11}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{12}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{11}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{12}^{(4)}(b\tau) & \alpha_{11}^{(4)}(b\tau) \\ \alpha_{22}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{21}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{22}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{21}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{22}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{21}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{22}^{(4)}(b\tau) & \alpha_{21}^{(4)}(b\tau) \\ \alpha_{32}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{31}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{32}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{31}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{32}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{31}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{32}^{(4)}(b\tau) & \alpha_{31}^{(4)}(b\tau) \\ \alpha_{42}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{41}^{(1)}(a\tau) & \alpha_{42}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{41}^{(2)}(b(1-\tau)) & \alpha_{42}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{41}^{(3)}(a(1-\tau)) & \alpha_{42}^{(4)}(b\tau) & \alpha_{41}^{(4)}(b\tau) \end{vmatrix} \neq 0 \quad (8)$$

Тогда справедлива

Теорема 4: Пусть выполнены условия Теоремы 3 и условие (8). Тогда граничная задача (1)-(2) фредгольмова.

Литература

1. Sajjadmanest M., Jahanshahi M., Aliyev N. "Tikhonov-Lavrentyev type inverse problem including Cauchy-Riemann equation", Azerb. Journal of Mathematics, Baku, January 2013, vol. 3, N 1, pp. 104-110.
2. Aliyev N.A., Mustafayeva Y.Y., Murtuzaeva S.M., "The Influence of the Carleman Condition of the Fredholm Property of the Boundary Value Problem for Cauchy-Riemann Equation", Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Baku, vol. 1, N 2, pp. 153-162, 2012.
3. Aliyev N., Fatehi M.H. Jahanshahi M. Analytic Solution for the Cauchy-Riemann Equation with Non-local Boundary Conditions in the First Semi-Quarter, Quarterly Journal of Science TarbiatMoallem University, vol. 9, N 1, Winter 2010, Jrak. Pp. 29-40.

ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ТРЕХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА ПОЛУОСИ В СЛУЧАЕ ОДНОЙ ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНЫ

К.А.АЛИМАРДАНОВА, Ф.Р.БАШЛИНСКАЯ

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана, Бакинский Государственный Университет
kalimardanova@yahoo.com, fatima.bashlinskaya@mail.ru

Пусть на полуоси $x \geq 0$ задана система гиперболических уравнений:

$$\xi_i \frac{\partial u_i(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial u_i(x, t)}{\partial x} = \sum_{j=1}^3 c_{ij}(x, t) u_j(x, t), \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3; \quad t \in (-\infty, \infty)$$

здесь $\xi_1 > 0 > \xi_2 > \xi_3$, $c_{ij}(x, t)$ - измеримые комплекснозначные функции, удовлетворяющие условиям:

$$|c_{ij}(x, t)| \leq \frac{c}{(1+|x|)^{1+\varepsilon} (1+|t|)^{1+\varepsilon}}, \quad i, j = \overline{1, 3}; \quad c, \varepsilon = \text{const} \quad (2)$$

$$c_{ii}(x, t) = 0$$

Совместно рассматриваются две задачи:

В первой задаче выполняются условия:

$$\begin{cases} u_1^1(x, t) = a_1(t + \xi_1 x) + 0(1), & x \rightarrow +\infty, \\ u_2^1(0, t) = 0, \\ u_3^1(0, t) = u_1^1(0, t); \end{cases} \quad (3)$$

а во второй задаче - условия:

$$\begin{cases} u_1^2(x, t) = a_1(t + \xi_1 x) + 0(1), & x \rightarrow +\infty, \\ u_2^2(0, t) = u_1^2(0, t), \\ u_3^2(0, t) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Показывается, что

$$u_2^k(x, t) = b_2^k(t + \xi_2 x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \quad (5)$$

$$u_3^k(x, t) = b_3^k(t + \xi_3 x) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \quad (6)$$

Совместное рассмотрение задач (1), (3) и (1), (4) называется задачей рассеяния на полуоси.

Доказывается, что эта задача имеет единственное решение. Тогда в пространстве $L_\infty(-\infty, +\infty)$ можно определить операторы

$$\begin{aligned} S_{11}^1 a_1(t) &= b_2^1(t), & S_{12}^1 a_1(t) &= b_3^1(t) \\ S_{21}^2 a_1(t) &= b_2^2(t), & S_{22}^2 a_1(t) &= b_3^2(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Оператор

$$S = \begin{pmatrix} S_{11}^1 & S_{12}^1 \\ S_{21}^2 & S_{22}^2 \end{pmatrix}$$

называется оператором рассеяния.



Под обратной задачей рассеяния для системы (1) подразумевается нахождение коэффициентов системы по оператору рассеяния S .

Задача рассеяния в случае одной заданной рассеянной волны была изучена в [1].

Литература

1. Н.Ш.Искендеров. Нестационарные обратные задачи рассеяния для системы гиперболических уравнений первого порядка на полуоси. Баку: Элм, 2000, 185 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО ИТЕРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА В ПРОСТРАНСТВЕ C

АЛИ МУСТАФА ОГЛЫ АХМЕДОВ, ГЮЛЯРА ФАИК КЫЗЫ АСЛАНБЕКОВА

Бакинский Государственный Университет
ali.akhmedov@rambler.ru ,functional@mail.ru

В работе исследуется сходимость одного итерационного процесса, представляющий практический интерес.

Пусть C - банахово пространство сходящиеся комплексные последовательностей с $\sup$ нормой.

Рассматривается следующая последовательность

$$a_{n+2} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1}, \quad n=1,2,\dots \quad (1)$$

где q_1 и q_2 фиксированные комплексные числа, такие что $q_1 + q_2 = 1$ и $|q_i| < 1$

Требуется сходимость последовательностей $\{a_n\}$ в пространстве C .
Вычтем с каждой строки в (1) a_{n+1} .

$$\text{Получим } a_{n+2} - a_{n+1} = q_1 a_n + (q_2 - 1) a_{n+1}$$

Учитывая, что $q_2 = 1 - q_1$ имеем

$$a_{n+2} - a_{n+1} = -q_1 (a_{n+1} - a_n), \quad n=1,2,\dots \quad (2)$$

Мы получили следующую геометрическую прогрессию с множителем $-q_1$.
Обозначим $a_1 = \alpha$, $a_2 = \beta$. Тогда из (2) получим

$$a_2 - a_1 + (a_3 - a_2) + \dots + (a_n - a_{n-1}) = a_n - \alpha$$

или

$$a_n - \alpha = \frac{(\beta - \alpha) - (-q_1)^n (\beta - \alpha)}{1 + q_1} = \frac{\beta - \alpha q_1}{1 + q_1} + \frac{\beta - \alpha}{1 + q_1} \cdot (-q_1)^n$$

Итак, нами доказана теорема.

Теорема. Пусть $q_1 + q_2 = 1$ и $|q_i| < 1$

Тогда из последовательности (1) верны утверждения:

$$1) \ a_n = \frac{\beta - \alpha q_1}{1 + q_1} + \frac{\beta - \alpha}{1 + q_1} \cdot (-q_1)^n, \quad n=1,2,\dots$$

$$2) \ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{\beta - \alpha q_1}{1 + q_1};$$

$$3) \ \{a_n\} \subset C.$$

Этот результат обобщает соответствующий результат из [1].

Литература

1. Akhmedov A.M. On recurrent processes and associated with then spectral problems. The 6th International COIA, 11-13 July, 2018, Baku, Azerbaijan.



О СПЕКТРАЛЬНОСТИ ОДНОГО КЛАССА НЕСАМОСОПРЯЖЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

АЛИ МУСТАФА ОГЛЫ АХМЕДОВ, ХИДЖРАН САБИР КЫЗЫ МАСИМОВА

Бакинский Государственный Университет
ali.akhmedov@rambler.ru, functional@mail.ru

В настоящей работе исследуются полнота собственных и корневых подпространств и другие спектральные свойства одной несамосопряженной краевой задачи в гильбертовом пространстве. Здесь, в отличие от ранее известных результатов, кроме кратной полноты системы собственных и присоединенных функций рассмотренной задачи устанавливаются также дискретность и спектральность оператора, порожденного этой задачи.

В различных задачах физики и механики возникает необходимость исследования полноты собственных и корневых подпространств и других спектральных свойств следующей краевой задачи:

$$\frac{1}{i} \frac{dx}{dt} + A x(t) = \lambda x(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

$$B(x) = x(0) - x(1) = 0 \quad (2)$$

в пространстве $L_2([0,1], C^n)$, где C - комплексная плоскость.

Предположим, что оператор A действует из $L_2([0,1], C^n)$ в $L_2([0,1], C^n)$, линеен и не зависит от t .

Пусть T -замкнутый оператор в пространстве $L_2([0,1], C^n)$, порожденный дифференциальным выражением $\frac{1}{i} \frac{dx}{dt}$ и граничным условием (2). Наша цель –изучить дискретность и спектральность оператора $T + A$ и другие спектральные свойства этого оператора.

Заметим, что спектр оператора T есть множество

$$\sigma(T) = \{z; \operatorname{Im} z = 0, \operatorname{Re} z = 2\pi n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}.$$

Действительно,

$$\begin{aligned} e^{-i\lambda t} \cdot \frac{dx}{dt} - i\lambda e^{-i\lambda t} &= 0 \Rightarrow (e^{-i\lambda t} \cdot x(t))'_t = 0 \Rightarrow e^{-i\lambda t} \cdot x(t) = x_0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x(t) &= x_0 \cdot e^{i\lambda t}, \\ x(0) &= x_0, \\ x(1) = e^{i\lambda} x_0 &\Rightarrow e^{i\lambda} = 1 \Rightarrow \lambda = 2\pi k, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}$$

Значит,

$$\sigma(T) = \{z; \operatorname{Im} z = 0, \operatorname{Re} z = 2\pi n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}.$$

Лемма. T является дискретным спектральным оператором, и для всех собственных значений λ соответствующий собственный проектор $E(\lambda)$ оператора T одномерен.

Доказательство. Вместо дифференциального выражения $\tau = \frac{1}{i} \frac{d}{dt}$ рассмотрим $\tau_1 = \tau - \lambda$. Теперь, если T_1 - оператор, порожденный выражением τ_1 и граничным условием (2), то $0 \notin \sigma(T_1)$. Пусть s - единичная сфера в $L_2([0,1], C^n)$ и $\{f_n\}$ - последовательность элементов множества $T_1^{-1}(s)$.

Очевидно, что $f_n = T_1^{-1} g_n$, $g_n \in s$. Так как $L_2([0,1], C^n)$ рефлексивно, то из последовательности $\{g_n\}$ можно выделить подпоследовательность, слабо сходящуюся к элементу g . Тогда известно, что последовательность $\{f_n\}$ содержит подпоследовательность $\{f_{n_i}\}$, которая слабо сходится в смысле топологии пространства $C([0,1], C^n)$ к некоторому элементу $f \in C([0,1], C^n)$. Следовательно, последовательность $\{f_{n_i}\}$ равномерно ограничена и сходится к f всюду в $[0,1]$, откуда, по теореме Лебега, следует, что

$$\|f_{n_i} - f\|^2 = \int_0^1 |f_{n_i}(x) - f(x)|^2 dx \rightarrow 0.$$

Таким образом, последовательность $\{f_n\}$ содержит сильно сходящуюся подпоследовательность. Значит, множество $T_1^{-1}(S)$ компактно, так что T_1^{-1} - компактный оператор. Тогда и T^{-1} является компактным оператором. Итак, T является дискретным оператором.

Лемма доказана.

С помощью этой леммы доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $\lambda_0 \notin \sigma(T)$ и A такой оператор, что $A(T - \lambda_0 I)^{-\nu}$ ограничен при некотором ν ($0 \leq \nu < 1$). Тогда оператор $T + A$ дискретен и его корневые элементы образуют полную систему в пространстве $L_2([0,1], C^n)$.

Отметим, что вопросам полноты собственных и корневых подпространств задач типа (1), (2) посвящены работы [2] и [3], где в отличие от настоящей работы установлены кратная полнота собственных и присоединенных функций рассмотренных несамосопряженных задач.

Литература

1. Н.Данфорд, Дж.Т.Шварц, Линейные операторы. Спектральные операторы. Из-во Мир.Москва, 1974, 662 стр.
2. А.М.Ахмедов. О безусловной сходимости кратных разложений по системе собственных и присоединенных элементов неограниченных полиномиальных операторных пучков.-ДАН СССР, т.293, №3, 1987, стр.521-524.
3. А.М.Ахмедов, Н.Г.Кулиев. Спектральность одного класса дифференциальных операторов. Вестник Бакинского Университета, серия физ.- мат. наук, 2005, №2, стр.5-12.

АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПОЛУНАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ

САДЕДДИН СЕЙДИ ОГЛЫ АХЫЕВ

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

В работе рассматривается нелокальная краевая задача для гиперболического уравнения, в котором нагружение выражается в виде определенного следа изучаемой величины [1–4].

Рассмотрим следующую линейную нелокальную краевую задачу для полунaгруженного гиперболического уравнения

$$\begin{aligned} (V_{1,1}z)(t,x) \equiv z_{tx}(t,x) + z(t,x)A_{0,0}(t,x) + z_x(t,x)A_{0,1}(t,x) + \\ + z_t(t,x)A_{1,0}(t,x) + z_x(\tau_0,x)A_{0,2}(t,x) + \\ + z_t(t,\xi_0)A_{2,0}(t,x) = g_{1,1}(t,x), \quad (t,x) \in D = T \times X, \end{aligned} \quad (1)$$

$$(V_{1,0}z)(t) \equiv z_t(t,x_0)\alpha_2(t) + z(t,\xi_1)\beta_2(t) = g_{1,0}(t), \quad t \in T = [t_0, t_1], \quad (2)$$

$$(V_{0,1}z)(x) \equiv z_x(t_0,x)\alpha_1(x) + z(\tau_1,x)\beta_1(x) = g_{0,1}(x), \quad x \in X = [x_0, x_1], \quad (3)$$

$$V_{0,0}z \equiv z(t_0, x_0) = g_{0,0}. \quad (4)$$

Здесь: $A_{0,0}(t,x)$, $A_{0,1}(t,x)$, $A_{1,0}(t,x)$, $A_{0,2}(t,x)$, $A_{2,0}(t,x)$, $\alpha_2(t)$, $\beta_2(t)$, $\alpha_1(x)$, $\beta_1(x)$ – заданные $n \times n$ -матрицы; $A_{0,0} \in L_{p,n \times n}(D)$, т.е., с элементами из $L_p(D)$, $1 \leq p \leq \infty$; для матриц $A_{0,1}(t,x)$, $A_{1,0}(t,x)$, $A_{0,2}(t,x)$ и $A_{2,0}(t,x)$ существуют функции $a_{0,1} \in L_p(T)$, $a_{1,0} \in L_p(X)$, $a_{0,2} \in L_p(T)$ и $a_{2,0} \in L_p(X)$, такие, что $\|A_{0,1}(t,x)\| \leq a_{0,1}(t)$, $\|A_{1,0}(t,x)\| \leq a_{1,0}(x)$, $\|A_{0,2}(t,x)\| \leq a_{0,2}(t)$, $\|A_{2,0}(t,x)\| \leq a_{2,0}(x)$ почти всюду на D ; $\alpha_2 \in L_{\infty, n \times n}(T)$, $\beta_2 \in L_{p, n \times n}(T)$, $\alpha_1 \in L_{\infty, n \times n}(X)$, $\beta_1 \in L_{p, n \times n}(X)$; $g_{1,1}(t,x)$, $g_{1,0}(t)$, $g_{0,1}(x)$, $g_{0,0}$ – заданные n -векторы, причем $g_{1,1} \in L_{p, n \times n}(D)$, $g_{1,0} \in L_{p, n \times n}(T)$, $g_{0,1} \in L_{p, n \times n}(X)$, $g_{0,0} \in R^{n \times n}$; $\tau_0, \tau_1 \in T$, $\xi_0, \xi_1 \in X$, а также t_0, t_1, x_0, x_1 – заданные числа.

Краевую задачу (1)-(4) можем записать в виде одного уравнения

$$Vz = g, \quad z \in W_{p,n}(D) \quad (5)$$

с помощью оператора $V = (V_{0,0}, V_{0,1}, V_{1,0}, V_{1,1})$, действующего из $W_{p,n}(D)$ в пространство $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times L_{p,n}(T) \times \dots \times L_{p,n}(D)$, где $W_{p,n}(D)$ – пространство n -мерных строчных вектор-функций $z \in L_{p,n}(D)$, обладающих обобщенными производными $z_t, z_x, z_{tx} \in L_{p,n}(D)$ в смысле С.Л. Соболева [5].

Для задачи (1)-(4) или уравнения (5), с помощью изоморфизма из $W_{p,n}(D)$ в $\Delta_{p,n}(D)$, введено понятие сопряженной задачи в виде интегро-алгебраической системы, а также получена априорная оценка в виде [6–10]

$$\|z\|_{W_{p,n}(D)} \leq M \|Vz\|_{\Delta_{p,n}(D)},$$

где $M > 0$ - постоянный коэффициентом, не зависящий от $z \in W_{p,n}(D)$.

Литература

1. Ляпунов А.А., Багриновская Г.П., Свирежев Ю.М. и др. Математическое моделирование в биологии.- М.: Наука, 1975, 156с.
2. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв.- М.: Наука, 1976, 352с.
3. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения. - ДУ, 1983, т. 19, №1, с. 86-94.
4. Шхануков М.Х. О некоторых краевых задачах для уравнения третьего порядка, возникающих при моделировании фильтрации жидкости в пористых средах. - ДУ, 1982, т. 18, №4, с. 689-699.
5. Соболев С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Новосибирск, 1962, 256 с.
6. Ахиев С.С. Представления решений некоторых линейных операторных уравнений.- ДАН СССР, 1980, т.251, №5, с.1037-1040.
7. Ахмедов Ф.Ш. Оптимизация гиперболических систем при нелокальных краевых условиях типа Бицадзе-Самарского. - ДАН СССР, 1985, т.283, №4, с.787-791.
8. Orucoglu K., Akhiev S.S. The Riemann function for the third order onedimensional pseudoparabolic equation, Acta Appl. Math. 53(1998), No 3, p. 353-370.
9. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Об одной линейной нелокальной краевой задаче для гиперболического уравнения. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2010, т.IX(35), №3, с.37-40.
10. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Оптимизация одной задачи управления для линейной нелокальной гиперболической краевой задачи. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2011, т.X(40), №4, с.109-113.

АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ОТКЛОНЯЮЩИМИСЯ АРГУМЕНТАМИ

САДЕДДИН СЕЙДИ ОГЛЫ АХЫЕВ

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет
axiyev63@mail.ru

В работе исследуется следующая нелокальная краевая задача [1,2,4]

$$(V_{1,1}z)(t, x) \equiv z_{tx}(t, x) + z(t, x)A_0(t, x) + z_x(t, x)A_1(t, x) + z_t(t, x)A_2(t, x) + \\ + z_x(h_1(t, x), x)B_1(t, x) + z_t(t, h_2(t, x))B_2(t, x) = g_3(t, x),$$

$$(t, x) \in D = T \times X, \quad T = [0, t_1], \quad X = [0, x_1], \quad (1)$$

$$(V_{1,0}z)(t) \equiv z_t(t, 0) = g_2(t), \quad t \in T, \quad (2)$$

$$(V_{0,1}z)(x) \equiv z_t(\tau, x)\alpha(x) + z(\tau, x)\beta(x) = g_1(x), \quad x \in X, \quad (3)$$

$$V_{0,0}z \equiv z(0, 0) = g_0. \quad (4)$$

Здесь: $A_0(t, x)$, $A_1(t, x)$, $A_2(t, x)$ – заданные $n \times n$ -матрицы, причем $A_0 \in L_{p, n \times n}(D)$, т.е. с элементами из $L_p(D)$, $1 \leq p \leq \infty$, $A_1(t, \cdot) \in L_{\infty, n \times n}(X)$, $A_2(t, \cdot) \in L_{p, n \times n}(X)$ почти для всех $t \in T$ и $A_1(\cdot, x) \in L_{p, n \times n}(T)$, $A_2(\cdot, x) \in L_{\infty, n \times n}(T)$ почти для всех $x \in X$; $B_1(t, x)$, $B_2(t, x)$, заданные $n \times n$ -матрицы, такие, что $B_1(t, \cdot) \in L_{q, n \times n}(X)$, $B_2(\cdot, x) \in L_{q, n \times n}(T)$, почти для всех $(t, x) \in D$, $q = p/(p-1)$, кроме того, нормы $\|B_1(t, \cdot)\|_{L_{q, n \times n}(X)}$ и $\|B_2(\cdot, x)\|_{L_{q, n \times n}(T)}$ как функции от $(t, x) \in D$ принадлежат пространству $L_p(D)$, $h_1(t, x)$, $h_2(t, x)$ – заданные измеримые функции на D , для которых $0 \leq h_1(t, x) \leq t_1$, $0 \leq h_2(t, x) \leq x_1$ почти для всех $(t, x) \in D$; $g_3(t, x)$, $g_2(t)$, $g_1(x)$, g_0 – заданные строчные n -векторы, причем $g_3 \in L_{p, n}(D)$, $g_2 \in L_{p, n}(T)$, $g_1 \in L_{p, n}(X)$, т.е., с элементами из $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$, соответственно; $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – заданные $n \times n$ -матрицы на X , причем $\alpha \in L_{\infty, n \times n}(X)$ и $\beta \in L_{p, n \times n}(X)$, т.е. с элементами из $L_{\infty}(X)$ и $L_p(X)$, соответственно.

Здесь $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$, $(1 \leq p < \infty)$ – пространства p -интегрируемых функций на D , T , X , соответственно; $L_{p, n}(D)$, $L_{p, n}(T)$, $L_{p, n}(X)$ и $L_{p, n \times n}(D)$, $L_{p, n \times n}(T)$, $L_{p, n \times n}(X)$ соответственно пространства измеримых n -мерных строчных вектор-функций и $n \times n$ -матриц на D , T , X с элементами из $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$; $L_{\infty, n \times n}(T)$, $L_{\infty, n \times n}(X)$ – пространства измеримых и существенно ограниченных $n \times n$ -матриц с элементами из $L_{\infty}(T)$, $L_{\infty}(X)$, соответственно.

При вышеизложенных условиях на данные задачи (1) - (4) решение $z(t, x)$ разыскивается в пространстве С.Л.Соболева $W_{p,n}(D) = \{z \in L_{p,n}(D): z_t, z_x, z_{tx} \in L_{p,n}(D)\}$. Иначе говоря, оператор $V = (V_{0,0}, V_{0,1}, V_{1,0}, V_{1,1})$ определен на $W_{p,n}(D)$ и действует в пространство $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times L_{p,n}(T) \times L_{p,n}(D)$.

В работе использован изоморфизм, осуществляемый оператором $Nz \equiv (z(0,0), z_x(0,x), z_t(t,0), z_{tx}(t,x))$ из $W_{p,n}(D)$ в $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times L_{p,n}(T) \times L_{p,n}(D)$ [1–3]. На основе этого изоморфизма получены априорные оценки, сначала для независимых элементов решения $z(t, x)$ задачи (1)-(4), а далее и самого решения, как элемента пространства С.Л.Соболева [1–5]

Литература

1. Ахиев С.С. Представления решений некоторых линейных операторных уравнений.- ДАН СССР, 1980, т.251, №5, с.1037-1040.
2. Ахмедов Ф.Ш. Оптимизация гиперболических систем при нелокальных краевых условиях Бицадзе-Самарского.- ДАН СССР, 1985, т.283, №4, с.787-791.
3. Orucoglu K., Akhiev S.S. The Riemann function for the third order onedimensional pseudoparabolic equation, Acta Appl. Math. 53(1998), No 3, p. 353-370.
4. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Об одной линейной нелокальной краевой задаче для гиперболического уравнения. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2010, т.IX(35), №3, с.37-40.
5. Akhiev S.S. A priori estimate for discontinuous solutions of a second order linear hyperbolic problem. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. 2010, №23, p. 1-12.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ИНТЕГРАЛА ТИПА ПОТЕНЦИАЛА С ОГРАНИЧЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПО ПОЛУПРОСТРАНСТВУ

РАУФ МУСЕЙБ ОГЛЫ БАБАЕВ

Бакинский Государственный Университет
babaevrauf55@mail.ru

Рассмотрим потенциал Рисса

$$(K^\alpha \varphi)(x) = \int_{R^n} \frac{\varphi(\tau) d\tau}{|x - \tau|^{n-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < n, \quad x \in R^n$$

и потенциал Рисса по R_+^n

$$(K_+^\alpha \varphi)(x) = \int_{R_+^n} \frac{\varphi(\tau) d\tau}{|x - \tau|^{n-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < n, \quad x \in R_+^n,$$

где $R_+^n = \{x \in R^n : x = (x_1, \dots, x_n), x_n > 0\}$.

Известно [1], что K^α определен на $L_p(R^n)$ при $1 \leq p < \frac{n}{\alpha}$ и является ограниченным при $1 < p < \frac{n}{\alpha}$ из $L_p(R^n)$ в $L_{p_\alpha}(R^n)$, $\frac{1}{p_\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{\alpha}{n}$.

Пусть

$$(G_+^\alpha \varphi)(x) = \int_{R_+^n} \frac{c(x, \tau) \varphi(\tau) d\tau}{|x - \tau|^{n-\alpha}}, \quad x \in R_+^n, \quad 0 < \alpha < n,$$

где $c(x, \tau)$ - ограниченная на $R_+^n \times R_+^n$ и $\varphi \in L_p(R_+^n)$, $1 < p < \frac{n}{\alpha}$.

Теорема. Пусть $0 < \alpha < 1$, $1 < p < \frac{n}{\alpha}$ и $(G_+^\alpha \varphi)(x)$, $\varphi \in L_p(R_+^n)$, $x \in R_+^n$ - интеграл типа потенциала с ограниченной характеристикой по полупространству R_+^n и характеристика $c(x, \tau)$ удовлетворяет условию Гельдера с показателем λ , $\alpha < \lambda \leq 1$, т.е.

$$|c(x, \tau) - c(x_1, \tau)| \leq \frac{C|x - x_1|}{(1 + |x|)^\lambda (1 + |x_1|)^\lambda}, \quad x, x_1 \in R_+^n,$$

где C - абсолютная постоянная. Тогда

1. При $\alpha < \frac{2}{p}$ выполняется $G_+^\alpha(L_p(R_+^n)) \subset K_+^\alpha(L_p(R_+^n))$,



2. При $\alpha > \frac{2}{p}$ для того, чтобы $G_+^\alpha(L_p(R_+^n)) \subset K_+^\alpha(L_p(R_+^n))$, достаточно выполнение условия $tr_o D_-^{\alpha/2}(G_+^\alpha \varphi)(x) = 0$ (см. [2]).

Литература

1. Самко С.Г. Гиперсингулярные интегралы и их приложения. – Изд-во Ростовского ун-та, 1984 г.
2. Рубин Б.С. Метод односторонних потенциалов в теории некоторых классов дифференцируемых потенциалов по полупространству. – ВИНТИ. № 1456 – 85. Деп., 1985 г.

О РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НЕКОТОРОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

РАУФ МУСЕЙБ ОГЛЫ БАБАЕВ

Бакинский Государственный Университет
babaevrauf55@mail.ru

В работе исследуются свойства некоторого интегрального оператора и условие разрешимости соответствующего интегрального уравнения I рода, а также строится обратный оператор данного интегрального оператора.

Пусть $G_{\alpha, \beta}(t)$ прообраз Фурье регулярной обобщенной функции из Φ'

$$K_{\alpha, \beta}(r) = \frac{1}{|r|^{\alpha} (1 + |r|^2)^{\beta/2}}, \quad r \in R^n \setminus \{0\},$$

где $0 < \alpha < n$, $\beta > 0$ (см. [1]).

Рассмотрим интегральный оператор

$$(K_{\alpha, \beta} \varphi)(t) = \int_{R^n} G_{\alpha, \beta}(t-r) \varphi(r) dr, \quad t \in R^n, \quad \varphi \in L_p(R^n).$$

Известно ([1]), что при $\varphi \in \Phi$

$$\int_{R^n} G_{\alpha, \beta}(t-r) \varphi(r) dr = \int_{R^n} k_{\alpha}(t-r) dr \int_{R^n} G_{\beta}(r-s) \varphi(s) ds, \quad t \in R^n,$$

где k_{α} – риссо, а G_{β} – бесселово ядро ([4]). Введем обозначения :

$$(\tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi)(t) = \int_{R^n} k_{\alpha}(t-r) dr \int_{R^n} G_{\beta}(r-s) \varphi(s) ds,$$

$$(I^{\alpha} \psi)(t) = \int_{R^n} k_{\alpha}(t-r) \psi(r) dr, \quad (B^{\alpha} \varphi)(t) = \int_{R^n} G_{\beta}(t-r) \varphi(r) dr, \quad t \in R^n.$$

Так как операторы $I^{\alpha} : L_p(R^n) \rightarrow L_{p_{\alpha}}(R^n)$, $1 < p < \frac{n}{\alpha}$, $p_{\alpha} = \frac{np}{n - \alpha p}$ и

$B^{\beta} : L_p(R^n) \rightarrow L_p(R^n)$ ограничены, то $\tilde{K}_{\alpha, \beta} : L_p(R^n) \rightarrow L_{p_{\alpha}}(R^n)$ и $\|\tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi\|_{p_{\alpha}} \leq C_{\alpha, \beta} \|\varphi\|_p$,

где $C_{\alpha, \beta}$ – неотрицательная постоянная, не зависящая от функций φ .

Если мы докажем, что оператор $K_{\alpha, \beta}$ действует из $L_p(R^n)$ в $L_{p_{\alpha}}(R^n)$ ограниченно, то из плотности Φ в $L_p(R^n)$ будет следовать, что при $\varphi \in L_p(R^n)$, $1 < p < \frac{n}{\alpha}$ справедливо равенство $\tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi = K_{\alpha, \beta} \varphi$.

Теорема 1. Оператор $K_{\alpha, \beta}$ действует из $L_p(R^n)$ в $L_{p_{\alpha}}(R^n)$ ограниченно.

Доказательство. Оценим интеграл

$$G_{\alpha, \beta}(t) = \int_{R^n} k_{\alpha}(t-r) G_{\beta}(r) dr, \quad t \in R^n.$$

Для этой цели оценим интеграл

$$\tilde{G}_{\alpha, \beta}(t) = \int_{R^n} \frac{G_{\beta}(r) dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \quad t \in R^n.$$

Как известно ([3]), G_{β} – прообраз обобщенной функции $\frac{1}{(1+|r|^2)^{\beta/2}}$ в смысле Φ' и принадлежит $L_1(R^n)$. Кроме того, функция $G_{\beta}(r)$ непрерывно дифференцируема вне начала координат и верна асимптотика:

$$G_{\beta}(r) \sim \begin{cases} \frac{\Gamma((n-\beta)/2)}{2^{\beta} \pi^{n/2} \Gamma(\beta/2)} |r|^{\beta-n}, & 0 < \beta < n, \\ \frac{1}{2^{n-1} \pi^{n/2} \Gamma(n/2)} \ln \frac{1}{|r|}, & \beta = n, \\ \frac{\Gamma((\beta-n)/2)}{2^n \pi^{n/2} \Gamma(\beta/2)}, & \beta > n \end{cases}$$

при $|r| \rightarrow 0$ и

$$G_{\beta}(r) \sim \frac{|r|^{(\beta-n-1)/2} e^{-|r|}}{2^{(\beta+n-1)/2} \pi^{(n-1)/2} \Gamma(\beta/2)},$$

при $|r| \rightarrow \infty$. Далее имеем

$$\tilde{G}_{\alpha, \beta}(t) = I_1(t) + I_2(t), \quad t \in R^n,$$

где

$$I_1(t) = \int_{|r| \leq 1} \frac{G_{\beta}(r) dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \quad I_2(t) = \int_{|r| > 1} \frac{G_{\beta}(r) dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \quad t \in R^n.$$

Оценим $I_1(t)$ и $I_2(t)$, $t \in R^n$. При $|t| < 2$

$$I_1(t) \leq C_1 \begin{cases} \int_{|r| \leq 1} \frac{dr}{|r|^{n-\beta} |r-t|^{n-\alpha}}, & 0 < \beta < n, \\ \int_{|r| \leq 1} \frac{\ln \frac{1}{|r|} dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, & \beta = n, \\ \int_{|r| \leq 1} \frac{dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, & \beta > n, \end{cases}$$

$$\leq C_2 \begin{cases} 1, & \alpha + \beta > n, \quad 0 < \beta < n, \\ \ln \frac{1}{|t|}, & \alpha + \beta = n, \quad 0 < \beta < n, \\ \frac{1}{|t|^{n-\alpha-\beta}}, & \alpha + \beta < n, \quad 0 < \beta < n, \\ \ln \frac{1}{|t|}, & \beta = n, \\ 1, & \beta > n, \end{cases}$$

а при $|t| \geq 2$

$$|I_1(t)| \leq C_3 \begin{cases} \int_{|r| \leq 1} \frac{dr}{|r|^{n-\beta} |r-t|^{n-\alpha}}, & \beta < n, \\ \int_{|r| \leq 1} \frac{\ln \frac{1}{|r|} dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, & \beta = n, \\ \int_{|r| \leq 1} \frac{dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, & \beta > n, \end{cases} \leq \frac{C_4}{|t|^{n-\alpha}} \begin{cases} \int_{|r| \leq 1} \frac{dr}{|r|^{n-\beta}}, & \beta < n, \\ \int_{|r| \leq 1} \ln \frac{1}{|r|} dr, & \beta = n, \\ \int_{|r| \leq 1} dr, & \beta > n \end{cases} \leq \frac{C_{\alpha, \beta}}{|t|^{n-\alpha}},$$

где все постоянные не зависят от t . А теперь оценим $I_2(t)$, $t \in R^n$. Имеем

$$\begin{aligned} |I_2(t)| &= C_1 \int_{|r| > 1} \frac{|r|^{(\beta-n-1)/2} e^{-|r|} dr}{|r-t|^{n-\alpha}} \leq C_2 \int_{|r| > 1} \frac{e^{-|r|} dr}{(1+|r|)^{\frac{n+1-\beta}{2}} |r-t|^{n-\alpha}} = \\ &= C_3 \left[\int_{|r-t| \leq \frac{|t|}{2}} \frac{e^{-|r|} dr}{(1+|r|)^{\frac{n+1-\beta}{2}} |r-t|^{n-\alpha}} + \int_{|r-t| > \frac{|t|}{2}} \frac{e^{-|r|} dr}{(1+|r|)^{\frac{n+1-\beta}{2}} |r-t|^{n-\alpha}} \right] \leq \\ &\leq C_4 \left[e^{\frac{|t|}{4}} \int_{|r-t| \leq \frac{|t|}{2}} \frac{dr}{|r-t|^{n-\alpha}} + \frac{1}{|t|^{n-\alpha}} \int_{|r-t| > \frac{|t|}{2}} \frac{e^{-|r|} dr}{(1+|r|)^{\frac{n+1-\beta}{2}}} \right] \leq \frac{C_5}{|t|^{n-\alpha}}, \end{aligned}$$

где постоянные не зависят от t .

Учитывая оценки для $I_1(t)$ и $I_2(t)$, $t \in R^n$, получаем:

$$|\tilde{G}_{\alpha, \beta}(t)| \leq \frac{\tilde{C}_{\alpha, \beta}}{|t|^{n-\alpha}}, \quad t \in R^n \setminus \{0\}$$

или

$$|G_{\alpha, \beta}(t)| \leq \frac{C_{\alpha, \beta}}{|t|^{n-\alpha}}, \quad t \in R^n \setminus \{0\},$$

где $C_{\alpha, \beta} > 0$ не зависит от t . Таким образом, имеем:

$$|(K_{\alpha, \beta} \varphi)(t)| \leq C_{\alpha, \beta} \int_{R^n} \frac{|\varphi(r)| dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \quad t \in R^n,$$

откуда, по теореме Соболева об ограниченности потенциала Рисса, следует:

$$K_{\alpha, \beta} : L_p(R^n) \rightarrow L_{p_\alpha}(R^n), \quad 1 < p < \frac{n}{\alpha}, \quad p_\alpha = \frac{np}{n-\alpha p},$$

где

$$\|K_{\alpha, \beta} \varphi\|_{L_{p_\alpha}(R^n)} \leq C'_{\alpha, \beta} \|\varphi\|_{L_p(R^n)},$$

$C'_{\alpha, \beta} > 0$ не зависит от φ . Теорема доказана.

Следствие. Справедливо равенство:

$$K_{\alpha, \beta} \varphi = \tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi, \quad \varphi \in L_p(R^n), \quad 1 < p < \frac{n}{\alpha}. \quad (1)$$

Рассмотрим усеченный гиперсингулярный интеграл

$$(D_\varepsilon^\alpha f)(x) = \frac{1}{d_{\ell, \alpha}} \int_{|t| > \varepsilon} \frac{(\Delta_t^\ell f)(x)}{|t|^{n+\alpha}} dt, \quad x \in R^n, \quad \varepsilon > 0,$$

где $(\Delta_t^\ell f)(x) = \sum_{k=0}^{\ell} (-1)^k C_\ell^k f(x - kt)$, $x, t \in R^n$, $d_{\ell, \alpha}$ – определенное постоянное число (см.[3]), $\ell > \alpha$.

Скажем, что гиперсингулярный интеграл сходится условно по норме пространства $L_p(R^n)$, если существует предел $D^\alpha f = \lim_{\substack{(L_p) \\ \varepsilon \rightarrow 0}} D_\varepsilon^\alpha f$, т.е. для

некоторого $g \in L_p(R^n)$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \|D_\varepsilon^\alpha f - g\|_{L_p(R^n)} = 0 \quad \text{и} \quad D^\alpha f \stackrel{\text{def}}{=} g.$$

Пусть

$$L_{p, r}^\alpha(R^n) = \{f : f \in L_r(R^r), D^\alpha f \in L_p(R^n)\}.$$

Известно ([3])

$$B^\alpha(L_p(R^n)) = L_p^\alpha(R^n) \stackrel{\text{def}}{=} L_{p, p}^\alpha(R^n), \quad I^\alpha(L_p(R^n)) = L_{p, p_\alpha}^\alpha(R^n).$$

Из (1) следует:

$$\begin{aligned} K_{\alpha, \beta}(L_p(R^n)) &= \{f : f \in L_{p_\alpha}(R^n), D^\alpha f \in L_p^\beta(R^n)\} = \\ &= \{f : f \in L_{p_\alpha}(R^n), D^\alpha f \in L_p(R^n), D^\beta D^\alpha f \in L_p(R^n)\} \stackrel{\text{def}}{=} L_{p, p_\alpha}^{\alpha, \beta}(R^n). \end{aligned}$$

Из вышеуказанного следуют теоремы :

Теорема 2. Для $\varphi \in L_p(R^n)$, $1 < p < \frac{n}{\alpha}$ справедливо $T^\beta D^\alpha K_{\alpha, \beta} \varphi = \varphi$, где D^α, T^β - левые обратные соответственно потенциалов Рисса и Бесселя ([4]).

Теорема 3. Пусть $f \in L_{p, p_\alpha}^{\alpha, \beta}(R^n)$. Тогда уравнение $K_{\alpha, \beta} \varphi = f$ разрешимо в $L_p(R^n)$ и $\varphi = T^\beta D^\alpha f$.

Пусть $c(x, t), x, t \in R^n$ ограниченная измеримая функция, $c(t, t) \neq 0, t \in R^n$. Рассмотрим уравнение

$$\int_{R^n} G_{\alpha, \beta}(x - t) c(x, t) \varphi(t) dt = f(x), \quad x \in R^n. \quad (2)$$

Пусть $f \in L_{p, p_\alpha}^{\alpha, \beta}(R^n)$ и $A_{\alpha, \beta} = T^\beta D^\alpha$ - левый обратный к оператору $K_{\alpha, \beta}$.

Имеем

$$\begin{aligned} \int_{R^n} G_{\alpha, \beta}(x - t) [c(x, t) - c(t, t)] \varphi(t) dt + \int_{R^n} G_{\alpha, \beta}(x - t) c(t, t) \varphi(t) dt &= f(x), \\ c(x, x) \varphi(x) + (A_{\alpha, \beta} \tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi)(x) &= (A_{\alpha, \beta} f)(x) \end{aligned}$$

или

$$\varphi(x) + \frac{1}{c(x, x)} (A_{\alpha, \beta} \tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi)(x) = \frac{1}{c(x, x)} (A_{\alpha, \beta} f)(x), \quad x \in R^n,$$

где

$$(\tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi)(x) = \int_{R^n} G_{\alpha, \beta}(x-t) [c(x, t) - c(t, t)] \varphi(t) dt, \quad x \in R^n.$$

Пусть

$$(F_{\alpha, \beta} \varphi)(x) = \frac{1}{c(x, x)} (A_{\alpha, \beta} \tilde{K}_{\alpha, \beta} \varphi)(x), \quad \varphi \in L_p(R^n) \quad \left(1 < p < \frac{n}{\alpha}\right), \quad x \in R^n.$$

Тогда уравнение (2) можно записать в виде

$$(I + F_{\alpha, \beta}) \varphi = g \quad (3)$$

где

$$g(x) = \frac{1}{c(x, x)} (A_{\alpha, \beta} f)(x), \quad x \in R^n.$$

Теорема 4. Пусть

$$F_{\alpha, \beta} : L_p(R^n) \rightarrow L_p(R^n), \quad 1 < p < \frac{n}{\alpha}$$

-компактный оператор. Тогда уравнение (2) регуляризуется в Фредгольмово уравнение (3) II рода.

Литература

1. Бабаев Р.М. Об одном обобщении потенциала Рисса. // Вестник Бакинского Государственного Университета, серия физ.-мат. наук, 2007, №2, с.22-28.
2. Гельфанд И.М., Шиллов Г.Е. Пространство основных и обобщенных функций. -М.: Физматгиз, 1958, 308 с.
3. Самко С.Г. Гиперсингулярные интегралы и их приложения. -Изд-во Ростовского ун-та, 1984, 205 с.
4. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.М. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. -Минск, Изд-во "Наука и техника", 1987, 688 с.



ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ БАЗ ДАННЫХ

ГУЛИЕВ РАМИН

Академия Государственного Управления При Президенте Азербайджанской Республики
Ramko.q@mail.ru

Интеллектуальный анализ данных — это направление информационных технологий, охватывающее всю область проблем, связанных с извлечением знаний из массивов данных.

Часто интеллектуальный анализ данных рассматривают как трансформацию термина Data-Mining (раскопка, разработка данных) и считают два этих понятия синонимами. В широком смысле это вполне допустимо. Однако считать их абсолютно идентичными было бы неверно, поскольку методы Data-Mining сосредотачиваются главным образом на процессах анализа данных и интеллектуальном моделировании. В то же время считается, что интеллектуальный анализ данных рассматривает весь спектр проблем, связанных с процессом извлечения знаний из баз данных.

В основе интеллектуального анализа данных, как и в Data-Mining, лежит идея активного применения математических методов, таких как оптимизация, генетические алгоритмы, распознавание образов, статистика, Data-Mining и т.д., а также использующих визуальное представление информации.

Однако интеллектуальный анализ данных также включает вопросы извлечения данных из различных источников, их консолидацию, профайлинг, трансформацию, предобработку, очистку и обогащение.

Модели интеллектуального анализа данных могут применяться в конкретных бизнес-сценариях, а именно:

- Прогнозирование: оценка продаж, прогнозирование нагрузки сервера или времени простоя сервера;
- Риск и вероятность: выбор наиболее подходящих заказчиков для целевой рассылки, определение точки равновесия для рискованных сценариев, назначение вероятностей диагнозам или другим результатам;
- Рекомендации: определение продуктов, которые с высокой долей вероятности могут быть проданы вместе, создание кросс-пакетов;
- Поиск последовательностей: анализ выбора заказчиков во время совершения покупок, прогнозирование следующего возможного события;
- Группировка: разделение заказчиков или событий на кластеры связанных элементов, анализ и прогнозирование общих черт.



Некоторые прозорливые компании увидят в этих тенденциях новые возможности и смогут измениться, чтобы получить преимущество. Другие организации попытаются справиться с этими тенденциями с минимумом изменений, но им все же придется столкнуться с конкурентами, которые воспользуются указанными тенденциями. Осознавая важность информационных систем для большинства организаций, интеллектуальные информационные системы, реализующие на практике средства НАД, необходимы всем компаниям для эффективного управления работой в новой обстановке с учетом сложности внутренней организационной структуры предприятий связи и наличия большого количества бизнес-процессов.

Стремление телекоммуникационных компаний повысить эффективность своей работы за счет рационализации бизнес-процессов и устранения человеческого фактора при взаимодействии с клиентом увеличивает затраты и потери времени за счет снижения издержек на поддержку путем стандартизации программного обеспечения и консолидации информационных центров, а также за счет привлечения внешних ресурсов. Все эти попытки, даже самые успешные, обеспечили лишь краткосрочные конкурентные преимущества, поскольку они пытались решить проблему со стороны стратегического макро-подхода, игнорируя автоматизацию каждодневных оперативных микро-решений.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТРАПЕЦИИ К РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА II РОДА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ

АРЗУ МУРАД ГЫЗЫ ГУЛИЕВА, НАРМИН РОВШАН ГЫЗЫ АГАЕВА

Бакинский Государственный Университет
Arzu.quliyeva.78@inbox.ru, agayevan1234@gmail.com

Как известно, существуют некоторые популярные методы, которые очень часто применяются как к решению задачи Коши для ОДУ и интегродифференциального уравнения Вольтерра, а также к решению интегрального уравнения Вольтерра II рода. Отметим, что метод трапеции построен для вычисления определённых интегралов. Учитывая некоторые положительные свойства метода трапеции, применим его к решению вышеперечисленных уравнений.

Рассмотрим следующее интегральное уравнение Вольтерра.

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^x K(x, s, y(s)) ds, \quad x_0 \leq x \leq X. \quad (1)$$

Считаем, что непрерывная по совокупности аргументов функция $K(x, s, y)$ и $f(x)$ заданы, причём функция $K(x, s, y)$ является вырожденным, т.е. имеет место следующее:

$$K(x, s, y) = \sum_{j=1}^n a_j b_j(s, y). \quad (2)$$

С учётом функции (2) в уравнении (1) имеем:

$$y(x) = f(x) + \sum_{j=1}^n a_j(x) \int_{x_0}^x b_j(s, y(s)) ds. \quad (3)$$

Если обозначим через

$$v_j(x) = \int_{x_0}^x b_j(s, y(s)) ds, \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

то для вычислений значения функции $v_j(x)$ имеем:

$$v'_j(x) = b_j(x, y), \quad v_j(x_0) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

Таким образом, для нахождения значений функции $v_j(x)$ получаем задачу Коши для систем ОДУ. С помощью метода трапеции решаем систему (4) и уравнение (1). Для простоты предположим, что $n = 1$, тогда имеем:

$$v'_j(x) = b_j(x, y), \quad v(x_0) = 0. \quad (5)$$

С помощью метода трапеции имеем:

$$v_{i+1} = v_i + h(b(x_i, y_i) + b(x_{i+1}, y_{i+1}))/2 \quad (i = 0, 1, \dots, N-1; Nh = X). \quad (6)$$

А теперь рассмотрим применение метода трапеции к решению уравнения(1), тогда имеем:

$$y_{i+1} = y_i + f_{i+1} - f_i + h(2k(x_{i+1}, x_{i+1}, y_{i+1}) + k(x_i, x_i, y_i) + k(x_{i+1}, x_i, y_i))/4.$$

С учетом условий (2) имеем:

$$y_{i+1} = y_i + f_{i+1} - f_i + ha(x_{i+1})(2b(x_{i+1}, y_{i+1}) + b(x_i, y_i))/4 + ha(x_i)b(x_i, y_i)/4.$$

Отметим, что в данном случае уравнение (1) записывается в виде:

$$y(x) = f(x) + a(x)v(x) \text{ или } y(x_{i+1}) = f(x_{i+1}) + a(x_{i+1})v(x_{i+1}).$$

С помощью формулы (6) можно вычислить v_{i+1} . Таким образом, получаем, что если ядро интеграла является вырожденной функцией, тогда решение интегрального уравнения упрощается.

Отметим, что метода трапеции является неявным методом, поэтому приходится использовать какой-нибудь явный метод, например явный метод Эйлера. В этом случае точность метода трапеции не ухудшается.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА С ЗАБЕГАНИЕМ ВПЕРЕД К РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА

АРЗУ МУРАД ГЫЗЫ ГУЛИЕВА, ХАНЫМ ЗИЯТХАН ГЫЗЫ САЛМАНОВА

Бакинский Государственный Университет
arzu.quliyeva.78@inbox.ru, xsalmanova628@gmail.com

Как известно, одним из популярных численных методов для решения уравнения Вольтерра является метод квадратур. Однако, как и многие другие методы, методы квадратур также имеет некоторые недостатки. В их применении к решению интегрального уравнения типа Вольтерра объем вычислительных работ увеличивается при переходе от одной точки к следующей. Здесь предлагают специально построенный метод для решения интегральных уравнений, освобожденных от вышеуказанных недостатков.

Рассмотрим следующее нелинейное уравнение Вольтерра:

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^x K(x, s, y(s)) ds, \quad x_0 \leq x \leq X. \quad (1)$$

Известно, что если применим квадратурный метод к решению уравнения (1), то имеем:

$$y(x_i) = f(x_i) + h \sum_{j=0}^i \beta_j K(x_i, x_j, y_j) + R_n(x_i). \quad (2)$$

Если построим этот метод для вычислений $y(x_{i+1})$, то имеем:

$$y(x_{i+1}) = f(x_{i+1}) + h \sum_{j=0}^{i+1} \beta_j k(x_{i+1}, x_j, y_j) + R_n(x_{i+1}). \quad (3)$$

С помощью сравнений этих методов получаем, что бы каждый раз при переходе от одной точки к следующей количество вычислений увеличивается. Однако, существуют методы при их использовании которых количество обращений к вычислению функцию $K(x, x, y)$ не увеличивается. С этой целью, рассмотрим следующий метод:

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \sum_{j=i}^k \beta_i^{(j)} k(x_j, x_i, y_i) \quad (m \geq 0). \quad (4)$$

Отметим, что если $m < 0$, то метод (4) является явным методом, а если $m = 0$, то метод (4) обычно называют неявным, если $\alpha_k \neq 0$. В этих методах используются информация в настоящем и предыдущем точках разбиений. Однако, последнее время используются методы, которые используют информацию о решении и в последующих точках. Эти методы называют методом с забеганием вперед, которые получаются из метода (4) при $m > 0$. Но это не значит, что методы с забеганием вперед являются частным случаем неявных или явных методов.

Отметим, что методы с забеганием вперед являются самостоятельным исследовательским объектом исследований. Рассмотрим следующий метода с забеганием вперед:

$$y_{n+1} = y_n + h(8f_{n+1} + 5f_n - f_{n+2})/12. \quad (5)$$

Нетрудно определить, что в этом методе используются значения решения исследуемой задачи в предыдущей, настоящей и последующей точках. Таким образом, получаем, что точка в которой ищем значение решения исследуемой задачи зависит от значения самой функций в предыдущем и последующем точках т.е. эти значение расположены симметрично. Однако, сам метод (5) не является симметричным, поскольку коэффициенты для значений f_n и f_{n+2} не совпадают. А теперь рассмотрим применение метода (6) к решению уравнения (7), тогда имеем:

$$y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(3K(x_{n+1}, x_n, y_n) + K(x_{n+1}, x_n, y_n) + K(x_{n+2}, x_n, y_n) + K(x_{n+2}, x_{n+1}, y_{n+1}) + K(x_{n+1}, x_{n+1}, y_{n+1}) - K(x_{n+2}, x_{n+2}, y_{n+2}))/12. \quad (6)$$

Для иллюстрации этот метод был применён к решению модельного интегрального уравнения. Полученный результат соответствует к теоритическим.

О ВНУТРЕННЕЙ КОМПАКТНОСТИ ПРОСТРАНСТВО ОБОБЩЕННЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ

РОВШАН ЗУЛЬФУГАР ОГЛЫ ГУМБАТАЛИЕВ

Азербайджанский Государственный Морской Академия
rovshangumbataliev@rambler.ru

Пусть H -сепарабельное гильбертово пространство, A -положительно определенный самосопряженный оператор в H , с областью определения $D(A)$. Пусть $\gamma \geq 0$. Тогда, как известно область определения оператора A^γ превращается гильбертово пространство H_γ :

$$H_\gamma = D(A^\gamma), (x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y), x, y \in H_\gamma.$$

При $\gamma = 0$ считаем, что $H_0 = H$, а $(x, y)_0 = (x, y)$. Пусть a и b вещественные числа, такие, что $-\infty \leq a < b \leq \infty$. Обозначим через $L_2((a, b); H)$ гильбертово пространство всех вектор-функций, определенных на интервале (a, b) почти всюду, со значениями в H , измеримых и интегрируемых в квадрате с нормой

$$\|f\|_{L_2((a, b); H)} = \left(\int_a^b \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2} < \infty. \quad \text{Очевидно, что скалярное произведение в}$$

$L_2((a, b); H)$ дается формулой

$$(f, g)_{L_2((a, b); H)} = \int_a^b (f(t), g(t)) dt, \quad f(t), g(t) \in L_2((a, b); H).$$

При $a = -\infty$, $b = \infty$, т.е. $(-\infty, \infty) = R$ считаем, что $L_2((a, b); H) = L_2((-\infty, \infty); H) = L_2(R; H)$, а при $a = 0$, $b = \infty$, т.е. $(a, b) = (0, \infty) = R_+$ считаем, что $L_2((a, b); H) = L_2((0, \infty); H) = L_2(R_+; H)$. Следуя монографию [1] вводим гильбертовы пространства при $m \geq 1$ (m -натуральное число)

$$W_2^m((a, b); H) = \{u(t) : u^{(m)}(t) \in L_2((a, b); H), A^m u(t) \in L_2((a, b); H)\}$$

со скалярным произведением $(u, v)_{W_2^m((a, b); H)} = \int_a^b (u^{(m)}(t), v^{(m)}(t)) dt + \int_a^b (A^m u(t), A^m v(t)) dt$.

Здесь и в дальнейшем мы будем понимать все производные в пространстве H в смысле теории распределений [1]. Рассмотрим в пространстве H уравнению

$$P\left(\frac{d}{dt}\right)u(t) = -\frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \rho(t)A^2 u(t) + A_1(t)\frac{du}{dt} + A_2(t)u(t) = 0, \quad t \in R_+ \quad (1)$$

в пространстве $W_2^1((a_1, b_1); H)$, т.е. $u(t) \in W_2^1((a_1, b_1); H)$, где операторные коэффициенты удовлетворяет условиям:

- 1) A -положительно определенный самосопряженный оператор с вполне непрерывным обратным A^{-1} ;
- 2) $\rho(t)$ измеримая, ограниченная числовая функция в $(0, T)$, причем $0 < \alpha < \rho(t) \leq \beta$, $t \in (0, T)$;
- 3) Операторы $A_1(t)$, $A_2(t)$ вообще говоря неограниченные операторы, такие, что $A_1(t)A^{-1}$, $A^{-1}A_2(t)A^{-2}$ ограничены в H , $A_1(t)$ имеет сильную производную в $D(A)$, причем $A^{-1}A_1(t)A^{-1}$ -ограничен, причем $\sup_t \|A_1(t)A^{-1}\| < \infty$, $\sup_t \|A^{-1}A_1(t)A^{-1}\| < \infty$, $\sup_t \|A_2(t)A^{-2}\| < \infty$.

Рассмотрим в $W_2^1((0, T): H)$ линейное множество

$$N = \{u : u \in W_2^1((0, T): H), \tilde{P}(u, \psi) = 0, \forall \psi \in W_2^1((0, T): H)\}$$

Очевидно, что N – линейное, множество и из непрерывности билинейного формулы $\tilde{P}(u, \psi)$ в $W_2^1((0, T): H) \oplus W_2^1((0, T): H\{0, 0\})$ следует, что N – замкнутое, множество. Действительно если $u_n \in N$ и $u_n \rightarrow u$ в $W_2^1((0, T): H)$ то $0 = (\tilde{P}u_n, \psi) \rightarrow (\tilde{P}u, \psi)$ при $n \rightarrow \infty$, т.е $u \in N$.

Определение. Пусть $0 \leq a \leq a_1 < b_1 < b < \infty$ и $M > 0$ любое положительное число. Если множество $R(N) = \{u : u \in N, \|u\|_{L_2((a, b); H)} \leq M\}$ компактно в $L_2((a_1, b_1): H)$, т.е по норме $\|u\|_{L_2((a, b); H)}$, то будем говорить, что пространство обобщенных решений уравнения (1) внутренне компактно.

Теорема. Пусть выполняются условия 1)-3) и условия разрешимости

$$\frac{1}{2} \max_t \|A_1(t)A^{-1}\| + \sup_t \|A^{-1}A_1(t)A^{-1}\| + \sup_t \|A^{-1}A_2(t)A^{-2}\| < \min(1, \alpha)$$

тогда пространство обобщенных решений уравнения (1) внутренне компактно.

Литература

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные краевые задачи и их приложения. Москва, «Мир», 1971, 371 с.

О НЕРАВЕНСТВЕ ХАРНАКА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ НА ЧАСТИ ОБЛАСТИ

САРВАН ТАХМАЗ ОГЛЫ ГУСЕЙНОВ

Bakı Dövlət Universiteti
sarvanhuseynov@rambler.ru

Рассмотрим в области $D \subset R^n$, $n \geq 2$ семейство эллиптических уравнений

$$L_\varepsilon u = \operatorname{div}(\omega_\varepsilon(x) a(x) |\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u) = 0 \quad (1)$$

с положительным весом $\omega_\varepsilon(x)$ и показателем $p(x)$, которые сейчас определим. Здесь $a(x) = \{a_{ij}(x)\}$, действительная симметрическая матрица с измеримым элементами. Предположим, что относительно коэффициентов оператора L выполнены условия

$$\mu |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \leq \mu^{-1} |\xi|^2, \mu \in (0,1] \quad (2)$$

Предполагается, что область D разделена гиперплоскостью $\Sigma = \{x : x_n = 0\}$ на части $D^{(1)} = D \cap \{x : x_n > 0\}$, $D^{(2)} = D \cap \{x : x_n < 0\}$ и

$$\omega_\varepsilon(x) = \begin{cases} \omega(x), & \text{если } x \in D^{(1)}, \\ \omega(x), & \text{если } x \in D^{(2)}, \end{cases} \quad \varepsilon \in (0,1], \quad (3)$$

$$p(x) = \begin{cases} q, & \text{если } x \in D^{(1)}, \\ p, & \text{если } x \in D^{(2)}, \end{cases} \quad 1 < q < p. \quad (4)$$

где $\omega(x)$ -вес удовлетворяют A_p -условию Макенхаупта.

Для определения решения уравнения (1) введем класс функций, связанный с показателем $p(x)$:

$$W_{loc}(D) = \{u : u \in W_{loc}^{1,1}(D), |\nabla u|^{p(x)} \in L_{loc}^1(D)\},$$

где $W_{loc}^{1,1}(D)$ -Соболевское пространство функций, локально суммируемых в D вместе с обобщенными производными первого порядка.

Под решением уравнения (1) понимается функция $u \in W_{loc}(D)$, удовлетворяющая интегральное тождество

$$\int_D \omega_\varepsilon(x) |\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u \cdot \nabla \varphi dx = 0 \quad (5)$$

на пробных функциях $\varphi \in C_0^\infty(D)$.

Для показателя $p(\cdot)$, заданного равенством (4), гладкие функции плотны в $W_{loc}(D)$ (см. [1]), вследствие чего в интегральном тождестве (5) в качестве пробных функций можно брать финитные функции из $W_{loc}(D)$.

В работе [2] было показано, что классическое неравенство Харнака для решений уравнения (1), в котором $\varepsilon=1$ и $p < q$, не имеет места. Данное неравенство нарушается в шарах B_R с центром на гиперплоскости Σ . Для формулировки полученного в [1] результата обозначим через $B_{\bar{R}}$ множество $\{x \in B_R : x_n < -R/2\}$. Установлено, что если u есть неотрицательное решение уравнения (1) в шаре $B_{8R} \subset D$ с центром на гиперплоскости Σ , то в концентрическом шаре B_R радиуса R справедливо неравенство

$$\inf_{B_R} u + R \geq C(n, p, q, \mu) \sup_{B_{\bar{R}}} u. \quad (6)$$

Настоящее сообщение посвящено установлению неравенства Харнака вида (6) с постоянной C , не зависящей от ε . Основной результат состоит в утверждении.

Теорема. Если u есть неотрицательное решение уравнения (1) в шаре $B_{8R} \subset D$ с центром на гиперплоскости Σ , то в концентрическом шаре B_R радиуса R справедливо неравенство (6), в котором постоянная C зависит только от n, p, q, μ .

Литература

1. Гусейнов С.Т. Неравенства Харнака для решений p -Лапласиана с частично макенхаунтовым весом, Диф. уравнения, Т.53, N.5, (2017), 653-664.
2. Serrin J., Local behavior of solutions of quasilinear elliptic equations, Acta Mathematica, V.111, (1964), pp.247-302.

РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ

РУХАНГИЗ ТАЛЕХ КЫЗЫ ИБРАГИМОВА

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

В сепарабельном гильбертовом пространстве H рассмотрим краевую задачу для уравнения

$$\begin{aligned} L(\lambda)u &:= \lambda u(x) - a(x)u''(x) + Au(x) = f(x), \\ x &\in (-1,0) \cup (0,1), \end{aligned} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} L_1 u &:= u'(1) + Bu(-1) = f_1, \\ L_2 u &:= u'(-1) = f_2 \end{aligned} \quad (2)$$

и с условиями сопряжения в точке $x = 0$,

$$\begin{aligned} L_3(\lambda)u &:= u'(0-) + \alpha u(0+) = f_3, \\ L_4 u &:= u'(0+) + \beta u(0-) = f_4, \end{aligned} \quad (3)$$

где λ комплексный параметр; α, β некоторые комплексные числа; A φ -позитивный оператор в H ;

$$a(x) = \begin{cases} a_1 > 0, x \in [-1,0), \\ a_2 > 0, x \in (0,1], \end{cases} \quad a_1 \neq a_2.$$

Определение. Линейный замкнутый оператор A в гильбертовом пространстве H будем называть φ -позитивным, если его область определения $D(A)$ плотна в пространстве H и при некотором $\varphi \in [0, \pi)$, для всех точек из угла $|\arg \lambda| \leq \varphi$ (включая $\lambda = 0$) существуют операторы $(A + \lambda I)^{-1}$, для которых, при этих λ , имеет место оценка

$$\|(A + \lambda I)^{-1}\| \leq C(1 + |\lambda|)^{-1},$$

где I - единичный оператор в H , $C = \text{const} > 0$.

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

- 1) α, β некоторые комплексные числа,
- 2) A является φ -позитивным оператором в H ,
- 3) Линейный неограниченный оператор B ограниченно действует из $H(A^{1/2})$ в H и из $H(A)$ в $H(A^{1/2})$.

Тогда, для $L(\lambda): u \rightarrow L(\lambda)u := (L(\lambda)u, L_1u, L_2u, L_3u, L_4u)$ для $\lambda \in \mathbb{C}$ с достаточно большой нормой $|\lambda|$, принадлежащей углу α $|\arg \lambda| \leq \varphi$ является изоморфизмом из $W_p^2((-1,0); H(A), H) + W_p^2((0,1); H(A), H)$ в $L_p((-1,0); H) + (H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}$ и верна

следующая оценка для решения задачи (1), (3)

$$\begin{aligned} & |\lambda| \|u\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} + \\ & + \|u''\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} + \|Au\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} \leq \\ & \leq C \left[|\lambda|^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2p}} \|f\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} + \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^4 \left(\|f_k\|_{(H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p}} + |\lambda|^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2p}} \|f_k\|_H \right) \right]. \end{aligned}$$

В случае, когда $a(x) \equiv 1$ и условия сопряжения отсутствуют, то разрешимость краевой задачи (1)-(3) изучена в работе [1].

Литература

1. Aliev B.A., Yakubov Ya., Second order elliptic differential operator equations with unbounded operator boundary conditions in UMD Banach spaces. Integral Equations and Operator Theory, vol. 69 (2011), pp.269-300.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ АКУСТИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ

СЕВДА ЭЛЬХАН ГЫЗЫ ИСАЕВА

Бакинский Государственный Университет
isayevasevda@rambler.ru

Пусть $\Omega \subset R^n$ ($n \geq 1$) – ограниченная область с гладкой границей Γ_1 , $\Omega_2 \subset \Omega$

– ее подобласть с гладкой границей Γ_2 , причем $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$ и $\Omega_1 = \Omega \setminus (\Omega_2 \cup \Gamma_2)$ – подобласть с границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. В области Ω рассмотрим следующую смешанную задачу с нелинейными акустическими условиями сопряжения:

$$u_{tt} - \Delta u + |u_t|^{q_1-1} u_t = \lambda_1 f(u) \quad \text{в } \Omega_1 \times (0, \infty), \quad (1)$$

$$v_{tt} - \Delta v + |v_t|^{q_2-1} v_t = \lambda_2 g(v) \quad \text{в } \Omega_2 \times (0, \infty), \quad (2)$$

$$M\delta_{tt} + D\delta_t + K\delta = -u_t \quad \text{на } \Gamma_2 \times (0, \infty), \quad (3)$$

$$u = 0 \quad \text{на } \Gamma_1 \times (0, \infty), \quad (4)$$

$$u = v, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial v}{\partial \nu} + \rho(u_t) = \delta_t \quad \text{на } \Gamma_2 \times (0, \infty), \quad (5)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega_1, \quad (6)$$

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad v_t(x, 0) = v_1(x), \quad x \in \Omega_2, \quad (7)$$

$$\delta(x, 0) = \delta_0(x), \quad \delta_t(x, 0) = \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - \frac{\partial v_0}{\partial \nu} + \rho(u_1) \equiv \delta_1(x), \quad x \in \Gamma_2, \quad (8)$$

где ν – внешняя нормаль к границе Γ ; $q_i > 1$, λ_i , $i = 1, 2$ – некоторые постоянные;

$f, g, \rho: R \rightarrow R$, $M, D, K: \Gamma_2 \rightarrow R$, $u_0, u_1: \Omega_1 \rightarrow R$, $v_0, v_1: \Omega_2 \rightarrow R$, $\delta_0: \Gamma_2 \rightarrow R$ –

заданные функции.

Отметим, что задачи с акустическими граничными условиями или акустическими условиями сопряжения представляют большой интерес (см., напр. [1-4]).

Под слабым решением задачи (1)-(8) понимаем тройку функций $(u(x, t), v(x, t), \delta(x, t))$, $u: \Omega_1 \times [0, T] \rightarrow R$, $v: \Omega_2 \times [0, T] \rightarrow R$, $\delta: \Gamma_2 \times [0, T] \rightarrow R$, если

$$u \in L^\infty(0, T; H_{\Gamma_1}^1(\Omega_1)), \quad v \in L^\infty(0, T; H^1(\Omega_2)), \quad \gamma_0(u) = \gamma_0(v) \quad \text{п. в. на } \Gamma_2 \times (0, T),$$

$$u_t \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega_1)) \cap L^{q_1+1}(\Omega_1 \times (0, T)), \quad v_t \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega_2)) \cap L^{q_2+1}(\Omega_2 \times (0, T)),$$

$$\delta, \delta_t \in L^\infty(0, T; L^2(\Gamma_2))$$

и выполнены следующие равенства:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}(u_t, \Phi)_1 + (\nabla u, \nabla \Phi)_1 + (|u_t|^{q_1-1} u_t, \Phi)_1 + \frac{d}{dt}(v_t, \Psi)_2 + (\nabla v, \nabla \Psi)_2 + (|v_t|^{q_2-1} v_t, \Psi)_2 + \\ & + (\rho(\gamma_0(u_t)), \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} - (\delta_t, \gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2} = (f(u), \Phi)_1 + (g(v), \Psi)_2 \end{aligned}$$

для $\forall \Phi \in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)$, $\forall \Psi \in H^1(\Omega_2)$ таких, что $\Phi = \Psi$ на Γ_2 , в смысле распределений в $D'(0, T)$ и

$$\frac{d}{dt}(\gamma_0(u) + M\delta_t, e)_{\Gamma_2} + (D\delta_t + K\delta, e)_{\Gamma_2} = 0$$

для $\forall e \in L^2(\Gamma_2)$, в смысле распределений в $D'(0, T)$, а также:

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x) \quad \text{п. в. в } \Omega_1,$$

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad v_t(x, 0) = v_1(x) \quad \text{п. в. в } \Omega_2,$$

$$\delta(x, 0) = \delta_0(x), \quad \delta_t(x, 0) = \delta_1(x) \quad \text{п. в. на } \Gamma_2.$$

Задача (1)-(8) исследована при выполнении следующих условий:

$$M, D, K \in C(\Gamma_2); \quad M > 0, D > 0, K > 0 \quad \text{для } \forall x \in \Gamma_2;$$

$$f, g \in C^1(-\infty; +\infty), \quad |f(s)| \leq c_1 |s|^p, \quad |f'(s)| \leq c_2 |s|^{p-1}, \quad |g(s)| \leq c_3 |s|^p, \quad |g'(s)| \leq c_4 |s|^{p-1} \\ (c_i > 0, i = 1, 2, 3, 4);$$

$$p > 1 \quad \text{если } n = 1, 2 \quad \text{и} \quad 1 < p \leq \frac{n}{n-2} \quad \text{если } n \geq 3;$$

$\rho(s)$ – монотонно возрастающая дифференцируемая функция на $(-\infty; +\infty)$ и

$$|\rho(s)| \leq c_5 |s|^{q_1}, \quad \text{где } c_5 > 0.$$

Исследована смешанная задача (1)-(8) с дефокусирующими нелинейными источниками, то есть случай: $\lambda_i < 0, i = 1, 2$. Изучено поведение решений при $t \rightarrow \infty$.

Доказано, что соответствующая динамическая система имеет ограниченное поглощающее множество.

Литература

1. Beale J.T., Rosencrans S.I., Acoustic boundary conditions, Bull. Amer. Math.Soc., 80, no. 6, 1974, 1276-1278.
2. Aliev A.B., Isayeva S.E., Exponential stability of the nonlinear transmission acoustic problem, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 41, no. 16, 2018, 7055-7073.
3. Aliev A.B., Isayeva S.E., Existence and nonexistence of global solutions for nonlinear transmission acoustic problem, Turkish Journal of Mathematics, 42, 2018, 3211-3231.
4. Graber P.J., Wave equation with porous nonlinear acoustic boundary conditions generates a well-posed dynamical system, Nonlinear Anal. 73, 2010, 3058-3068.

О СВОЙСТВАХ ПОДПРОСТРАНСТВ ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ ГРАНД ЛЕБЕГА, ПОРОЖДЕННЫХ ОПЕРАТОРОМ СДВИГА

МИГДАД ИМДАД ОГЛЫ ИСМАЙЛОВ

Бакинский Государственный Университет,
migdad-ismailov@rambler.ru

В работе посредством оператора сдвига определяется сепарабельное подпространство весового пространства гранд Лебега. Найдены условия на весовую функцию, при которых множества бесконечно дифференцируемых финитных функций плотно в этом подпространстве. Доказана базисность системы экспонент в этом подпространстве с весовой функцией, удовлетворяющей условию Макенхоупта.

Пусть $\rho \in L_1(a, b)$, $A_p(a, b)$, $p > 1$, - класс Макенхоупта $([1, 2])$, $L_{p, \rho}(a, b)$ - весовое пространство гранд Лебега ([3]), т.е. банахово пространство измеримых на $[a, b]$ функций f с конечной нормой

$$\|f\|_{p, \rho} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left(\frac{\varepsilon}{b-a} \int_a^b |f(t)|^{p-\varepsilon} \rho(t) dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}}.$$

Через $G_{p, \rho}(a, b)$ обозначим замыкание в $L_{p, \rho}(a, b)$ линейного многообразия функций $f \in L_{p, \rho}(a, b)$ таких, что

$$\|T_\delta f - f\|_{p, \rho} \rightarrow 0 \text{ при } \delta \rightarrow +0,$$

где T_δ - оператор сдвига, т.е. $T_\delta f(x) = f(x + \delta)$, $x + \delta \in [a, b]$ и $T_\delta f(x) = 0$, $x + \delta \notin [a, b]$.

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть $\rho \in L_1(a, b)$ и существует $\varepsilon \in (0, p-1)$ такой, что $\rho^{-1} \in L_{\frac{1}{p-\varepsilon-1}}(a, b)$. Тогда множество $C_0^\infty([a, b])$ плотно в $G_{p, \rho}(a, b)$.

Теорема 2. Пусть $\rho \in A_p(-\pi, \pi)$. Тогда система экспонент $\{e^{int}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ образует базис в $G_{p, \rho}(-\pi, \pi)$.

Литература

1. Hunt R.A., Muckenhoupt B., Wheeden R.L., Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform, Trans. of Amer. Math. Soc., 1973, 176, 227-251.
2. Билалов Б.Т., Некоторые вопросы аппроксимации, Баку: Элм, 2016.
3. Kokilashvili V.M., Meskhi A., Rafeiro H., Samko S., Integral Operators in Non-Standard Function Spaces, v. 2, Variable exponent Holder, Morrey-Companato and Grand spaces, Birkhauser, 2016.



О K -ФРЕЙМАХ, ПОРОЖДЕННЫХ БИЛИНЕЙНЫМИ ОТОБРАЖЕНИЯМИ

МИГДАД ИМДАД ОГЛЫ ИСМАЙЛОВ, ЛЯМАН САЯВУШ ГЫЗЫ ФАТАЛИЕВА

Bakı Dövlət Universiteti,
migdad-ismailov@rambler.ru, fatalliyevaleman1999@gmail.com

Пусть X, H - гильбертовы пространства, $K \in L(H)$, Y - банахово пространство, $b: X \times Y \rightarrow H$ - билинейное отображение удовлетворяющее условию

$$\exists M > 0 : \|b(x, y)\|_H \leq M \|x\|_X \|y\|_Y, \quad x \in X, y \in Y.$$

Для фиксированных $h \in H$ и $y \in Y$ положим $\omega_b(h, y) \in X$:

$$(\omega_b(h, y), x)_X = (h, b(x, y))_H, \quad x \in X.$$

Определение. Систему $\{y_n\} \subset Y$ назовем b - K -фреймом в H , если

$$\exists A, B > 0 : \forall h \in H$$

$$A \|K^* h\|_H^2 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \|\omega_b(h, y_n)\|_X^2 \leq B \|h\|_H^2.$$

Всякий b - K -фрейм является b -фреймом в H , и следовательно ([1]), определен линейный ограниченный оператор $T: l_2(X) \rightarrow H: T(\{x_n\}_{n \in N}) = \sum_{n=1}^{\infty} b(x_n, y_n)$.

Теорема. Система $\{y_n\} \subset Y$ является b - K -фреймом в H тогда и только тогда, когда $\text{Im} K \subset \text{Im} T$.

Литература:

1. Ismailov M., Guliyeva F., Nasibov Y., On a generalization of the Hilbert frame generated by the bilinear mapping, J. of Func. Spaces, 2016, 1-8.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

ГЮЛЬНАР НИЗАМЕДДИН КЫЗЫ ИСКЕНДЕРОВА, АЗИЗАХАНУМ АГАДЖАФАР КЫЗЫ
ХУДАВЕРДИЕВА

Bakı Dövlət Universiteti
gulnar_bsu@list.ru, xudaverdiyeva2502@mail.ru,

Современные проблемы естествознания приводят к необходимости постановки и исследования качественно новых задач, ярким примером которых является класс нелокальных задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Исследование таких задач вызвано как теоретическим интересом так и практической необходимостью.

Среди нелокальных задач можно выделить класс задач с интегральными условиями. Условия такого вида появятся при математическом моделировании явлений, связанных с физической плазмы [1], распространением тепла [2], [3], процессом влагопереноса в капиллярно-простых средах [4], вопросами демографии и математической биологии, а также при исследовании некоторых обратных задач математической физики.

В предлагаемой работе рассмотрена задача с нелокальным по времени интегральными условиями второго рода для уравнения третьего порядка. Рассмотрим для уравнения [5,6].

$$u_{ttt}(x,t) - u_{xxx}(x,t) + u_{tt}(x,t) - \alpha u_{xx}(x,t) = a(t)u(x,t) + f(x,t) \quad (1)$$

в области $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ краевую задачу с нелокальными по времени условиями

$$u(x,0) + \delta u(x,T) = \varphi_0(x) + \int_0^T w_0(t)u(x,t)dt,$$

$$u_t(x,0) + \delta u_t(x,T) = \varphi_1(x) + \int_0^T w_1(t)u(x,t)dt,$$

$$u_{tt}(x,0) + \delta u_{tt}(x,T) = \varphi_2(x) + \int_0^T w_2(t)u(x,t)dt \quad (0 \leq x \leq 1) \quad (2)$$

граничным условием

$$u_x(0,t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0, \quad (0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

где $0 < \alpha < 1$, δ - заданные числа, $a(t)$, $f(x, t)$, $\varphi_i(x)$, $w_i(t)$ ($i = 0, 1, 2$) - заданные функции, а $u(x, t)$ - искомая функция.

Введем обозначение:

$$\tilde{C}^{2,3}(D_T) = \{u(x, t) : u(x, t) \in C^2(D_T), u_{xx}(x, t), u_{xt}(x, t) \in C(D_T)\}$$

Определение. Под классическим решением задачи

(1) – (4) будем понимать функцию $u(x, t) \in \tilde{C}^{2,3}(D_T)$, удовлетворяющую уравнению (1) в D_T , условию (2) в $[0, 1]$ и условиям (3), (4) в $[0, T]$ обычном смысле.

В работе изучается вопрос о разрешимости краевой задачи для уравнения третьего порядка с нелокальными интегральными условиями. Получены достаточные условия однозначной разрешимости поставленной задачи.

Литература

1. Самарский А.А. О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения 1980, т.16, №11, с.1925-1935.
2. Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math., 1963, v.5, 21, p.155-160.
3. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Дифференциальные уравнения, 1977, т.13, №2, с.294-304.
4. Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приближения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференциальные уравнения, 1982, т.18, №1, с.72-81.
5. Варламов В. В. Об одной начально-краевой задаче для гиперболического уравнения третьего порядка // Дифференциальные уравнения, 1990, т.26, №8, с. 1455-1457.
6. Варламов В.В. О фундаментальном решении одного уравнения, описывающего распространение продольных волн в диспергирующей среде // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1987, т. 27, №4, с. 629–633.

О БАЗИСНОСТИ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ТОЧКОЙ РАЗРЫВА В ПРОСТРАНСТВАХ GRAND-LEBESGUE

ТЕЛЬМАН БЕНСЕР ОГЛЫ КАСУМОВ, АЛИРЗА ГАДЕР КЫЗЫ АХМЕДОВ,
НУРИДА САМЕДДИН КЫЗЫ МУСЕЙБОВА

Бакинский Государственный Университет
telmankasumov@rambler.ru, ehmedov-elirza@mail.ru, nurida_museyibzade@mail.ru

Рассмотрим следующую модельную спектральную задачу для разрывного дифференциального оператора второго порядка

$$-y''(x) + q(x)y = \lambda y(x), \quad x \in (-1, 0) \cup (0, 1), \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{cases} y(-1) = y(1) = 0, \\ y(-0) = y(+0) = y(0), \\ y'(-0) - y'(+0) = \lambda m y(0), \end{cases} \quad (2)$$

где $m \neq 0$ – некоторое комплексное число, $q(x)$ – суммируемая комплекснозначная функция. Подобные спектральные задачи возникают при решении методом Фурье задачи колебания нагруженной струны с закрепленными концами и с грузом, помещенном в середине струны [1]. В работе [2] изучены спектральные свойства задачи (1),(2) в лебеговых пространствах и доказано, что спектр задачи (1),(2) состоит из двух серий асимптотически простых собственных значений $\lambda_{i,n} = \rho_{i,n}^2, i=1,2$, где $\rho_{1,n}$ и $\rho_{2,n}$ имеют асимптотику

$$\rho_{1,n} = \pi n + \frac{\alpha_1}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right), \quad \rho_{2,n} = \pi n + \frac{\alpha_2}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$$

соответственно, и им соответствуют собственные функции $y_{i,n}(x)$, которые имеют асимптотику

$$y_{i,n}(x) = \begin{cases} \sin \pi n x + O(1/n), & x \in [-1, 0], \\ \gamma_{i,n} \sin \pi n x + O(1/n), & x \in [0, 1], \end{cases}$$

где числа $\alpha_i, \gamma_{i,n}$ явно выражаются через коэффициенты задачи.

В настоящей работе мы изучаем базисные свойства собственных функций задачи (1),(2) в пространствах grand-Lebesgue. Пространство grand-Lebesgue определяется как пространство всех измеримых по Лебегу на $[-1, 1]$ функций с конечной нормой

$$\|f\|_{L_p, (-1, 1)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left(\frac{\varepsilon}{2} \int_{-1}^1 |f(t)|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} < +\infty.$$

Относительно этой нормы $L_p(-1,1)$ является несепарабельным банаховым пространством. С помощью оператора сдвига вводится его сепарабельное подпространство $G_p(-1,1)$, в котором плотно множество бесконечно дифференцируемых финитных на отрезке $[-1,1]$ функций. В пространстве $G_p(-1,1) \oplus C$ строится оператор L , который линейризует задачу (1),(2). Собственными векторами оператора L являются $\{\hat{y}_k\}_{k=0}^{\infty}$, где $\hat{y}_{2n-1} = (y_{1,n}(x); my_{1,n}(0))$, $\hat{y}_{2n} = (y_{2,n}(x); my_{2,n}(0))$.

Справедливы следующие теоремы.

Теорема 1. Система $\{\hat{y}_k\}_{k=0}^{\infty}$ собственных и присоединенных векторов оператора L , линейризующего задачи (1), (2) образует базис в пространстве $G_p(0,1) \oplus C, 1 < p < +\infty$.

Теорема 2. Если $\alpha_1 \neq 0$, то при больших значениях n_0 исключая функцию $y_{1,n_0}(x)$, а если $\alpha_2 \neq 0$, то при больших значениях n_0 исключая функцию $y_{2,n_0}(x)$ из системы собственных и присоединенных функций задачу (1), (2) получим базис пространства $G_p(0,1) \oplus C, 1 < p < +\infty$.

Литература

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1999.
2. Gasymov T.B., Huseynli A.A. The basis properties of eigenfunctions of a discontinuous differential operator with a spectral parameter in boundary condition // Proceed. of IMM of NAS of Azerb. vol. XXXV(XLIII), 2011, pp. 21-32.

РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО –ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

ВУГАР ЗАКУЛЛА ОГЛЫ КЕРИМОВ

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет
vuqarkerimli@mail.ru

В сепарабельном гильбертовом пространстве H рассмотрим краевую задачу для уравнения

$$\begin{aligned} L(\lambda)u &:= \lambda u(x) - a(x)u''(x) + \\ &+ Au(x) = f(x), \quad x \in (-1,0) \cup (0,1), \end{aligned} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} L_1 u &:= u'(1) + B_1 u(-1) = f_1, \\ L_2 u &:= u'(-1) = f_2, \end{aligned} \quad (2)$$

и с условиями сопряжения в точке $x = 0$.

$$\begin{aligned} L_3 u &:= u'(0+) + B_2 u(0-) = f_3, \\ L_4 u &:= u'(0-) = f_4, \end{aligned} \quad (3)$$

где λ - комплексный параметр; A - линейный замкнутый оператор с плотной областью определения $D(A)$ в H и резольвентой, убывающей как $|\lambda|^{-1}$ при достаточно больших $|\lambda|$ в некоторых углах, содержащих отрицательную полуось; B_1, B_2 - линейные замкнутые операторы в H и подчинены оператору $A^{1/2}$;

$$a(x) = \begin{cases} a_1 > 0, & x \in (-1,0) \\ a_2 > 0, & x \in (0,1), \quad a_1 \neq a_2; \end{cases}$$

$u^{(j)}(0-), u^{(j)}(0+), j = \{0,1\}$ соответственно, левые и правые предельные значения $u^{(j)}(x)$ в точке $x = 0$.

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1. A является линейным замкнутым, плотно определенным оператором в H и

$$\|R(\lambda, A)\| \leq C(1 + |\lambda|)^{-1}, \quad |\arg \lambda| \geq \pi - \varphi.$$

2. Линейные операторы B_1 и B_2 ограничено действуют из $H\left(A^{\frac{1}{2}}\right)$ в H и из $H(A)$ в

$$H\left(A^{\frac{1}{2}}\right).$$

Тогда оператор $L(\lambda): u \rightarrow L(\lambda)u := (L(\lambda)u, L_1u, L_2u, L_3u, L_4u)$ для $\lambda \in \mathbb{C}$ с достаточно большой нормой $|\lambda|$, из угла $|\arg \lambda| \leq \varphi$ является изоморфизмом из $W_p^2((-1,0); H(A), H) + W_p^2((0,1); H(A), H)$ в

$$L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H) + \sum_{k=1}^4 \left((H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, p} \right)$$

и верна следующая оценка для решения задачи (1), (3)

$$\begin{aligned} & \left| \lambda \right| \|u\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} + \|u''\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} + \\ & \|Au\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} \leq C \left[\left| \lambda \right|^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2p}} \|f\|_{L_p((-1,0); H) + L_p((0,1); H)} + \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^4 \left(\|f_k\|_{(H(A), H)_{\frac{1}{2} + \frac{1}{2p}, 1}} + \left| \lambda \right|^{\frac{1}{2} - \frac{1}{2p}} \|f_k\|_H \right) \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что в случае, когда в уравнении (1) $a(x) = 1$ и условия сопряжения (3) отсутствуют, то задача (1), (2) изучена в работе [1].

Литература

1. Aliev B.A., Yakubov Ya. Second order elliptic differential-operator equations with unbounded operator boundary conditions in UMD Banach spaces. Integral equations and operator theory . 2011, v.69, pp.269-300

ОБ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

ЭЛЬЧИН МУСА ОГЛЫ МАМЕДОВ

Институт Математики и Механики, НАН Азербайджана
elchin_mamedov@hotmail.com

Рассматривается задача

$$u_{tt} + \Delta^2 u - \Delta u_t + \alpha u_t + f(u) = 0, (x, t) \in \Omega \times [0, T] \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), u_t(x, 0) = u_1(x), x \in \Omega \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial n} = g(u), (x, t) \in \partial \Omega \times [0, T] \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0, (x, t) \in \partial \Omega \times [0, T] \quad (4)$$

где $\Omega \subset R^n$ -ограниченная область с достаточно гладкой границей $\partial \Omega$, $u_0(x) \in W_2^1(\Omega)$, $u_1(x) \in L_2(\Omega)$, $\alpha > 0$ -некоторое число, $f(u)$ и $g(u)$ - некоторые нелинейные функции, $\Delta^2 u = \Delta(\Delta u)$, $\frac{\partial}{\partial n}$ -производное по направлению внешней нормали к $\partial \Omega$.

Вопросам локальной разрешимости и поведение решений различных задач для уравнения типа (1) посвящена серия работ (см. например, [1]-[4] и литературы приведенные в них). В основном, в этих работах поставленный вопрос исследуется в случае, когда нелинейности имеются только в уравнении.

Поведение решения для уравнения типа (1) рассмотрена в работах [5] и [6] и при условии роста на нелинейности в уравнении получен результат о стабилизации решений.

В данной работе изучен вопрос о стабилизации решений задачи (1)-(4), когда нелинейная граничная функция обладает некоторыми свойствами гладкости.

Для задачи (1)-(4) доказана следующая

Теорема. Пусть для функции $f(t)$ и $g(s)$ выполняются следующие условия

$$\left. \begin{aligned} F(u) &= \int_0^u f(\tau) d\tau \geq 0, f(0) = 0 \\ G(u) &= \int_0^u g(s) ds \geq 0, f(0) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

причем $\left. \begin{aligned} uf(u) - F(u) &\geq 0 \\ ug(u) - G(u) &\geq 0, \text{ для } \forall u \in R^1 \end{aligned} \right\}$

и пусть функция $g(s)$ удовлетворяет условию

$$G(u) \geq Mu^2, \forall u \in R^1 \quad (6)$$

где $M = \frac{3k+5}{2(k+4)}$, а k -выбирается из неравенства Пуанкаре:

$$\|u\|^2 \leq k(\|\nabla u\|^2 + \|u\|_{\Omega}^2) \quad (7)$$

Тогда, для всякого решения $u(x, t) \in W_2^1(0, T; W_2^2(\Omega)) \cap W_2^2(0, T; L_2(\Omega))$

1) существует $0 < \eta \leq \frac{3}{\delta}$ такое, что при $\frac{\eta(10-\eta)}{2(4-\eta)} \leq \alpha \leq \frac{2M - C\eta_1 + 2\eta}{2}$

$$M \geq \frac{\eta(10-\eta)}{2(4-\eta)} + \frac{\delta}{2}\eta - \eta$$

это решение стабилизируется в смысле $\|u_t\|_{L_2} + \|u(x, t)\|_{W_2^1(\Omega)} \rightarrow 0$, при $t \rightarrow \infty$

2) существует $0 < \eta \leq \frac{3}{2\delta}$ такое, что при $\frac{\eta(8-\eta)}{2(4-\eta)} \leq \alpha \leq \frac{2M - \eta(2\delta-1)}{2}$

$$M \geq \frac{\eta(8-\eta)}{4-\eta} + \delta\eta + \frac{1}{2}\eta$$

это решение стабилизируется в смысле $\|u_t\|_{L_2} + \|u(x, t)\|_{W_2^1(\Omega)} \rightarrow 0$, при $t \rightarrow \infty$

Литература

1. Лионс Ж. Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач //М, "Мир" , 1972, 588 стр.
2. Калантаров В.К., Ладыженская О.А. Стабилизация решений некоторого класса квазилинейных параболических уравнений при $t \rightarrow \infty$ // СМЖ, 1978, Т. 19, с. 1043-1052
3. Врагов В.Н. Неклассические задачи уравнений математической физики: сборник научных трудов Академия наук СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т математики, 1985, 211 стр.
4. Ларькин Н.А. Гладкие решения уравнений трансзвуковой газодинамики, Новосибирск, "Наука", Сиб. Отд., 1991, 143 стр.
5. Mamedov E. M. On the stabilization of solution for pseudohyperbolic equation with nonlinear boundary condition // Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan, 2012, XXXVII (XLV), 2012, pp. 89-94.
6. Mamedov E. M. On behavior of solution for nonlinear pseudohyperbolic equation of fourth order with linear and nonlinear boundary conditions //An international Workshop dedicated to the 80th anniversary of an academician Mirabbas Googja ogly Gasimov, Baku, 2019, pp. 103-104.

КРУЧЕНИЕ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО ФИЗИЧЕСКИ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОГО ТЕЛА

МЕХРИБАН АЛИ КЫЗЫ МАМЕДОВА

Институт Математики и Механики НАНА
meri.mammadova@gmail.com

Приведена постановка задачи линейного кручения призматического вязкоупругого тела произвольного поперечного сечения. Решение поставленной задачи представлено через решения соответствующей задачи упругого кручения.

Пусть к основаниям призматического тела приложены силы, проводящиеся к скручивающим парам. Будем считать, что боковая поверхность тела свободна от внешних сил и массовые силы отсутствуют. Механические свойства материала призматического тела описываются соотношениями физически линейной теории вязкоупругости [1]:

$$2G_0 e_{ij} = s_{ij} + \int_0^t \Gamma(t-\tau) s_{ij}(\tau) d\tau; \quad \theta = \sigma / K; \quad (1)$$

или

$$s_{ij} / 2G_0 = e_{ij} - \int_0^t R(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau; \quad \sigma = k\theta. \quad (2)$$

Здесь $i=1,2,3$; t - время; $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$ - девиатор тензора напряжений σ_{ij} ; $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}$ - девиатор тензора деформаций; ε_{ij} ; $\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ - среднее напряжение; $\varepsilon = \varepsilon_{ij} \delta_{ij} / 3$ - средняя деформация; G_0 - мгновенный модуль сдвига; K - модуль объемной деформации; $\theta = 3\varepsilon$ - объемная деформация; $\Gamma(t)$ и $R(t)$ взаиморезольвентные ядра наследственности. Между функциями $\Gamma(t)$ и $R(t)$ существует соотношение:

$$\Gamma(t) = R(t) + \int_0^t \Gamma(\tau) R(t-\tau) d\tau. \quad (3)$$

При стесненном кручении вязкоупругого призматического тела произвольного поперечного сечения, считаем, что в течении фиксированного промежутка времени: 1) поперечные сечения, находящиеся на равных расстояниях друг от друга закручиваются на равные углы; 2) поперечные сечения искривляются, причем все сечения одинаково; появляется деформация, пропорционально зависящей от времени угла кручения, что допустимо при линейном кручении. Отмеченные предположения математически запишем в виде:

$$u_1 = -\chi(t)x_2x_3, \quad u_2 = -\chi(t)x_1x_3, \quad u_3 = -\chi(t)\varphi(x_1x_2), \quad (4)$$

Здесь $\varphi(x_1, x_2)$ - функция деформации, $\chi = \chi(t)$ - относительный угол закручивания в момент t . При $\chi(t) \equiv \text{const}$ соотношения (4) совпадают с

соответствующими соотношениями Сен-Венана. Это свидетельствует тому, что формулы (4) написаны на основании соотношений Сен-Венана.

Задача кручения вязкоупругих призматических тел, аналогично задаче кручения в случае упругого тела, сводится к задаче Неймана для уравнения Лапласа. При этом можно показать, что условие существования решения задачи

Неймана $\oint_L \frac{\partial \Phi}{\partial n} ds = 0$ удовлетворяется.

Следуя [3], задача физически линейного кручения вязкоупругого призматического тела произвольного поперечного сечения полностью решается, если будет найдена функция депланации $\varphi(x_1, x_2)$.

Если каким-либо существующим методом решена задача упругого кручения призматического тела с заданным поперечным сечением при известных модуле сдвига G и крутящим моменте M , то мы находим величины перемещения, напряжения и деформации. После этого определяем искомое решение соответствующей вязкоупругой задачи. При решении отмеченных задач может быть применена также комплексная функция кручения [2].

Литература

1. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. Москва: Наука, 1972, 228с.
2. Амензаде Ю.А. Теория упругости. Москва: Высшая школа, 1971, 288с.
3. Mammadova M.A., TalyblyL.Kh. Exact solutions of quasi-static problems of the viscoelasticity linear theory and V.V. Moskvitin's nonlinear theory of viscoelasticity for mechanically incompressible bodies. Proceedings of IMM of NAS of Azerb., vol. XXIV (XXXII), 2006, p.205-210

ПРОСТЕЙШИЕ АДАПТИВНЫЕ МОДЕЛИ И ИХ СВОЙСТВА ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

СЕВДА МИНБАЛА КЫЗЫ МАММАДОВА

Азербайджанский Государственный Университет Нефти и Промышленности
sevda.mammadova@asoiu.edu.az

Временной ряд-это множество наблюдений, генерируемых последовательно во времени. Если время непрерывно, то временной ряд называется непрерывным, а если время меняется дискретно, то временной ряд называется дискретным. Наблюдения дискретного временного ряда сделанные в моменты времени $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_t, \dots, \tau_m$ обозначим через $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_t), \dots, x(t_n)$. Наблюдения в этом дискретном временном ряду проводятся через промежуток h . Когда имеется N последовательных значений такого ряда, то мы пишем значения $x_1, x_2, \dots, x_t, \dots, x_n$ обозначая так наблюдения сделанные в равностоящие моменты времени

$$t_0 + h, t_0 + 2h, \dots, t_0 + th, \dots, t_0 + Nh$$

Дискретные временные ряды могут образовываться следующим образом:

1.Выборкой из непрерывных временных рядов. Т.е. из непрерывного временного ряда считывают (определенным интервалом) значения для построения дискретного временного ряда (например, считывают показания температуры на определенном промежутке времени).

2.Накоплением переменной в течение некоторого периода времени (например, показания роста населения за такие периоды как день, месяц, год и т.д.)

Временные ряды так же могут быть детерминированными или случайными, если будущие значения временного ряда точно определены какой-либо математической функцией $x_t = f(t)$, то такой временной ряд называют детерминированным рядом. Если же будущие значения временного ряда быть описаны только с помощью распределения вероятностей, то временной ряд называют случайным.

Статистическое явление, развивающееся во времени согласно законам теории вероятности, называется стохастическим процессом. Исходя из этого определения мы, анализируя временной ряд, мы рассматриваем его как реализацию стохастического процесса.

Среди стохастических процессов выделим класс процессов, называемых стационарными. Стохастический процесс называется стационарными, если его свойства не изменятся во времени. В частности он имеет постоянное математическое ожидание.

$x_- = M(x_1)$ (т.е. среднее значение, относительно которого он варьирует), постоянную дисперсию

$$D(x) = M[(x_1 - x_-)^2] = \sigma_x^2$$

Определяющую разность его колебаний относительно среднего значения, а так же постоянную автоковариации.

Ковариация между значениями x_t и x_{t+1} отдаленной интервалом в k единиц времени, называется автоковариацией с лагом (задержкой) k и определяется, как

$$R_{xx}(k) = \text{cov}(x_t, x_{t+k}) = M[(x_t - x_-)^*(x_{t+k} - x_-)]$$

Для описания временных рядов используются математические модели. Представим, что временной ряд x_t , генерируемый некоторой моделью, можно представить в виде двух компонент

$$x_t = \xi_t + \varepsilon_t$$

где величина ε_t генерируется случайным неавтокоррелированными процессом с нулевыми математическим ожиданием и конечной (не обязательно постоянной) дисперсией, а величина ξ_t может быть генерирована или детерминирована функцией либо случайным процессом, либо какой-нибудь их комбинацией.

Литература

1. «Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики» 1981 г.
2. Горелова В.Л., Мельникова Е.Н. «Основы прогнозирования систем» 1986 г.
3. «Статистический анализ экспериментальных данных» 1987 г.
4. Лукашин Ю.П. «Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования» 1979 г.

ГЛОБАЛЬНАЯ БИФУРКАЦИЯ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА ПОЛУСОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

МАСУМА МАММАДГАШИМ КЫЗЫ МАМЕДОВА

Бакинский Государственный Университет,
memmedova.mesume@inbox.ru

Рассмотрим следующую нелинейную задачу на полусобственные значения

$$(p(x)y'')'' - (q(x)y')' = \lambda r(x)y + \varphi(x)y^+ + \psi(x)y^- + h(x, y, y', y'', y''', \lambda), \quad x \in (0, l), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y'(0) \cos \alpha - (py'')(0) \sin \alpha &= 0, \\ y(0) \cos \beta + Ty(0) \sin \beta &= 0, \\ y'(l) \cos \gamma + (py'')(l) \sin \gamma &= 0, \\ y(l) \cos \delta - Ty(l) \sin \delta &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $Ty \equiv (py'')' - qy'$, $y^+ = \max\{y, 0\}$, $y^- = (-y)^+$, $p \in C^2[0, l]$, $p > 0$, $q \in C^1[0, l]$, $q \geq 0$, $r \in C[0, l]$, $r > 0$, $\varphi, \psi \in C[0, l]$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – действительные постоянные такие, что $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in [0, \pi/2]$, $h = f + g$, где $f, g \in C([0, l] \times R^5)$ и удовлетворяет следующим условиям: существуют положительные постоянные M и χ такие, что

$$\left| \frac{f(x, y, s, \vartheta, w, \lambda)}{y} \right| \leq M, \quad x \in [0, l], (y, s, \vartheta, w) \in R^4, y \neq 0, |y| + |s| + |\vartheta| + |w| \leq \chi, \lambda \in R; \quad (3)$$

$$g(x, y, s, v, w, \lambda) = o(|u| + |y| + |v| + |w|) \quad (4)$$

в окрестности точки $(y, s, \vartheta, w) = (0, 0, 0, 0)$ равномерно по $(x, \lambda) \in [0, l] \times \Lambda$, для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R$.

Через $B.C.$ обозначим множество функций удовлетворяющих граничным условиям (2). Пусть $E = C^3[0, l] \cap B.C.$ – банахово пространство с нормой $\|y\|_3 = \sum_{i=0}^3 \|y^{(i)}\|_\infty$, где $\|\cdot\|_\infty$ – обычная $\sup$ -норма в $C[0, l]$. Кроме того, пусть S_k^ν , $k \in \mathbb{N}$, $\nu \in \{+, -\}$, – классы функций из E , которые определены в [1] и обладают осцилляционными свойствами собственных функций и их производных линейной задачи полученной из (1), (2) при $\varphi \equiv 0$, $\psi \equiv 0$ и $h \equiv 0$.

В работе [2] установлено, что существуют две последовательности $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$ и $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$ вещественных простых полусобственных значений задачи полученной из (1), (2) при $h \equiv 0$ такие, что

$$\lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \dots < \lambda_k^+ < \dots \quad \text{и} \quad \lambda_1^- < \lambda_2^- < \dots < \lambda_k^- < \dots$$

Лемма 1. Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого $\nu \in \{+, -\}$ множество точек бифуркации задачи (1), (2) по множеству $R \times S_k^\nu$ не пусто. Кроме того, если $(\lambda, 0)$ является точкой бифуркации задачи (1), (2) по множеству $R \times S_k^\nu$, то $\lambda \in I_k^\nu = [\lambda_k^\nu - M/r_0, \lambda_k^\nu + M/r_0]$, где $r_0 = \min_{x \in [0,1]} r(x)$.

Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν обозначим через D_k^ν объединение всех связных компонент множества решений задачи (1), (2) ответвляющихся из отрезка $I_k^\nu \times \{0\}$ по множеству $R \times S_k^\nu$.

Теорема 1. Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого $\nu \in \{+, -\}$ множество D_k^ν непусто, неограниченно в $R \times E$ и содержится в $R \times S_k^\nu$.

Литература

1. З.С. Алиев, О глобальной бифуркации решений некоторых нелинейных задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка // Матем. сб. 2016, т. 207, № 12, с. 3-29.
2. З.С. Алиев, М.М. Мамедова, Глобальная бифуркация решений некоторых полулинеаризуемых задач на собственные значения для обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка/ Azərbaycan xalqının Ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci ildönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat, mexanika və tətbiqləri" adlı Respublika elmi konfransının materialları, BDU, 24-25 may 2021-ci il, Bakı, с. 125-127

КОРРОЗИОННОЕ РАЗРУШЕНИЕ ПРИ ИЗГИБЕ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСА С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ

ХИДЖРАН АЛИ КЫЗЫ МАМЕДОВА

Институт Математики и Механики НАНА
creepimm@gmail.com

Известно, что каждый отказ на магистральных газопроводах происходит по причине коррозии. Более 70% дефектов, выявленных внутриутробной дефектоскопией имеют коррозионное происхождение. Таким образом, эксплуатационная надёжность металлоконструкции определяется, в основном, коррозионными процессами.

В этих условиях основной задачей становится определение времени докоррозионного разрушения металлов и металлических конструкций, зависящей от многих факторов, в том числе от напряжения, потенциала, времени, агрессивной среды и т.д. Существуют различные подходы к определению механизма разрушения металла в коррозионной среде. Среди них - гипотеза предложенная Ю.Н.Работновым [1]. На основе предложенного подхода к коррозионному разрушению при постоянной нагрузке (переменном напряжении) и постоянной деформации Ю.Н.Работновым выведены формулы для определения времени докоррозионного разрушения. Многие авторы, в том числе в работе [2], считают что гипотеза Работнова о возникновении процесса коррозии противоречит факту о влиянии поляризации на скорость растрескивания металлов.

В работе [4] предложен альтернативный способ вывода формул Ю.Н.Работнова для времени докоррозионного разрушения металлов в агрессивной среде при постоянном и переменном напряжении. При этом использован альтернативный подход [3] - концепция накопленных повреждений. Установлено, что эти формулы верны вне зависимости от механизма разрушения металлов и металлических элементов конструкций в коррозионной среде. Доказано, что эти формулы можно использовать для определения времени докоррозионного разрушения тел произвольной геометрии. Одна из этих формул для определения времени докоррозионного разрушения имеет вид:

$$t_* = A \left[\frac{\sigma_{eo}}{\sigma_s} \left(\lambda - \arctg \sqrt{\frac{\sigma_{eo}}{\sigma_s} - 1} \right) - \sqrt{\frac{\sigma_{eo}}{\sigma_s} - 1} \right] \quad (1)$$

Здесь σ_{eo} – номинальное напряжение; $\sigma_{eo} = \sigma_e(t)|_{t=0}$; σ_s – экспериментально определяемое напряжение, ниже которого в экспериментальном образце коррозионное разрушение не происходит; A, λ - экспериментально определяемые константы.

Используя формулу (1), определим время докоррозионного разрушения при изгибе призматического бруса с эллиптическим поперечным сечением, который находится в коррозионной среде. Призматический брус с эллиптическим поперечным сечением и длиной l закреплен одним концом, на свободном конце несёт нагрузку, статически эквивалентной силе P , перпендикулярной оси бруса. Она направлена вдоль оси x_1 и приложена в центре торца. Плоскости Ox_1 и Ox_2 являются плоскостями симметрии бруса. При этих условиях брус будет работать только на изгиб без кручения. Рассматриваемая задача без учета коррозии дана в [3], и получено упругое решение. Подставляя эти решения в формулу (1), определим время до коррозионного разрушения. Далее используя экспериментальные данные, производим численные расчеты. Анализируя эти расчеты, определяем, что коррозия рассматриваемого бруса начинается на свободным конце, там, где действует сила P .

Литература

1. Работнов Ю.Н. О возможном механизме разрушения металлов в коррозионной среде. / Изг.Тр.Проблемы механики деформируемого твердого тела. М. Наука. 1991
2. Романов В.В. Коррозионного растрескивание металлов. Москва. Гостехиздат. 1960. с.75-80
3. Амензаде Ю.А. Теория упругости. Москва. 1971.
4. Talybly L.Kh. On determining the time to corrosion fracture of metals. Transactions of National Academy of Sciences of Azerbaijan. Scr of physical - technical and mathematical. Sci. Issue mathematical and mechanics. Баку. "Елм" 2003. XXIII. N1

БАЗИСНЫЕ СВОЙСТВА КОРНЕВЫХ ВЕКТОРОВ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

ВУГАР АБДУЛЛА ОГЛЫ МЕХРАБОВ

Бакинский Государственный Университет
mvuqar-1969@mail.ru

Рассмотрим следующую граничную задачу

$$y^{(4)}(x) - (q(x)y'(x)) = \lambda y(x), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$y''(0) = 0, \quad Ty(0) - a\lambda y(0) = 0, \quad (2)$$

$$y''(1) - b\lambda y'(1) = 0, \quad Ty(1) - c\lambda y(1) = 0, \quad (3)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ – спектральный параметр, $Ty \equiv y''' - qy'$, q – абсолютно непрерывная на $[0, 1]$ функция, $q \geq 0$, a, b, c – действительные постоянные, причем $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$.

Задача (1)-(3) возникает при моделировании малых поперечных колебаний однородной балки Эйлера-Бернулли, в поперечных сечениях которой действует продольная сила, на левом конце сосредоточен груз, а на правом конце сосредоточен инерционный груз [1].

Задача (1)-(3) усиленно регулярна в смысле [2]; поэтому она имеет дискретный спектр.

Пусть $H = L_2(0, 1) \oplus \mathbb{C}^3$ гильбертово пространство со скалярным произведением

$$(\hat{y}, \hat{g})_H = (\{y, m, n, r\}, \{g, s, t, l\})_H = \int_0^1 y(x) \overline{g(x)} dx + |a|^{-1} m \bar{s} + |b|^{-1} n \bar{t} + |c|^{-1} r \bar{l}.$$

На области

$$D(L) = \{\hat{y} = \{y, m, n, r\} \in H : y \in W_2^4(0, 1), \ell(y) \in L_2(0, 1), \\ y''(0) = 0, m = ay(0), n = by'(1), r = cy(1)\},$$

которая всюду плотна в H , определим оператор L следующим образом:

$$L\hat{y} = \{\ell(y), Ty(0), y''(1), Ty(1)\}.$$

Очевидно, что оператор L определен в H корректно. Задача (1)-(5) эквивалентна спектральной задаче

$$L\hat{y} = \lambda \hat{y}, \quad \hat{y} \in D(L), \quad (4)$$

т.е. собственные значения λ_k , $k \in \mathbb{N}$, задачи (1)-(3) и (4) совпадают с учетом их кратности, а между корневыми векторами имеется взаимно-однозначное соответствие

$$y_k \leftrightarrow \hat{y}_k = \{y_k, m_k, n_k, r_k\}, m_k = ay_k(0), n_k = by'_k(1), r_k = cy_k(1).$$

Отметим, что L является несамосопряженным замкнутым оператором в H с компактной резольвентой.

Определим оператор $J : H \rightarrow H$ следующим образом:
 $J\{y, m, n, r\} = \{y, -m, -n, -r\}.$

Лемма 1. J является унитарным, симметрическим оператором в H . Его спектр состоит из двух собственных значений: -1 с кратностью 3 и единица с бесконечной кратностью.

Оператор J определяет пространство Понтрягина $\Pi_3 = L_2(0, 1) \oplus C^3$ с внутренним произведением [3]

$$\begin{aligned} (\hat{y}, \hat{g})_{\Pi_3} &= (\{y, m, n, r\}, \{g, s, t, l\})_{\Pi_3} = \\ &= \int_0^1 y(x) \overline{g(x)} dx + a^{-1} m \bar{s} + b^{-1} n \bar{t} - c^{-1} r \bar{l}. \end{aligned}$$

Теорема 1. L является J – самосопряженным оператором в Π_3 .

Пусть λ является собственное значением оператора L алгебраической кратности $\alpha(\lambda)$. Положим $\tau(\lambda)$ равным $\alpha(\lambda)$, если $\text{Im } \lambda \neq 0$, и равным целой части $[\alpha(\lambda)/2]$, если $\text{Im } \lambda = 0$.

Теорема 2. Справедливы следующие утверждения: (а) собственные значения оператора L расположены симметрично относительно вещественной оси; (б) для любой системы $\{\lambda_k\}_{k=1}^n$, $n \leq +\infty$, собственных значений оператора L имеет место неравенство

$$\sum_{k=1}^n \tau(\lambda) \leq 3.$$

Замечание 1. Из теоремы 2 следует, что оператор L может иметь либо алгебраически три пары сопряженных друг к другу невещественных собственных значений, либо максимум три вещественных кратных собственных значений, сумма кратностей которых не больше 7.

Теорема 3. Если L^* – оператор, сопряженный к оператору L в H , то $L^* = J L J$.

Теорема 4. Система $\{\hat{y}_k\}_{k=1}^\infty$ корневых векторов оператора L образует безусловный базис в H .

Литература

1. В.В. Болотин. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. Т. 1. Колебания механических систем / Москва: Машиностроение, – 1978.
2. А.А. Шкаликов. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений с параметром в граничных условиях // Труды семинара имени И.Г. Петровского, – Москва: Издательство МГУ, –1983, т. 9, – с. 190–229.
3. Т.Я. Азизов, И.С. Иохвидов. Основы теории линейных операторов в пространствах с индефинитной метрикой / Москва: Наука, – 1986.



О НЕКОТОРЫХ СВЯЗЯХ МЕЖДУ МНОГОШАГОВЫМИ И ГИБРИДНЫМИ МЕТОДАМИ

ГАЛИНА ЮРЬЕВНА МЕХТИЕВА, КУТАИС НАСИМИ КЫЗЫ ИСМАЙЛОВА,
ЭЛЬЧИН НУХБАЛА ОГЛЫ ДЖАФАРОВ

Бакинский Государственный Университет
imn_bsu@mail.ru, kutaisi1998@gmail.com,
elcincafarov33@gmail.com

Как известно, одним из популярных методов решения ОДУ и интегральных уравнений Вольтера является многошаговые методы с постоянными коэффициентами. Отметим, что в последние времена многошаговый метод успешно применяется к вычислению определенных интегралов. Здесь рассматривается применение методов типа гибридного к вычислению определенного интеграла. Известно, что

$$y(x) - y_0 = \int_{x_0}^x \varphi(s) ds, \quad x_0 \leq x \leq b. \quad (1)$$

Очевидно, что при $x = b$ получаем определенный интеграл. Следовательно, если $y_0 = 0$, то из равенства (1) следует

$$y(b) = \int_{x_0}^b \varphi(s) ds. \quad (2)$$

Отсюда, получаем, что к вычислению интеграла (2) можно применять следующие многошаговые методы с постоянными шагами:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i \varphi_{n+i}. \quad (3)$$

Дальквистом доказано, что если метод (3) устойчив и имеет степень p то $p \leq 2[k] + 2$. Отсюда получаем, что $p_{\max} = k + 2$ для четных k . Можно показать, что некоторые известные квадратурные методы являются частным случаем метода (3). Например, методы прямоугольников, трапеции, Симпсона и др. Однако существуют квадратурные методы, которые не являются частным случаем метода (3). Среди этих методов можно отметить метод Гаусса и Чебышева. Если обобщим эти методы, то получим, что:

$$\sum_{i=0}^k \bar{\alpha}_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \gamma_i \varphi_{n+i+\nu_i} \quad (|\nu_i| < 1; i = 0, 1, \dots, k). \quad (4)$$

Метод (4) отличается от других методов тем, что в его построении используется гибридные точки в виде $x_{n+i+\nu_i} = x_{n+i} + \nu_i h$. Если $\nu_i = 0$ ($i = 0, 1, \dots, k$), то из метода (4) следует метод (3).

Отметим, что класс методов (3) и (4) не совпадают, потому что метод (4) можно назвать методом с дробными шагами. Методы с дробными шагами были

исследованы академиком Яненко. А гибридные методы исследованы многими авторами. Отметим, что метод, исследованный Яненко, получается из метода (4), как частный случай. Например, следующий метод центральных разностей:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1/2}, y_{n+1/2}).$$

Методы гибридного типа обычно бывают более точными. Однако, в их применении к решению конкретных задач, возникают некоторые трудности связанные с вычислениями величин типа $y_{n+i+\nu_i}$, когда ν_i – иррациональное число. Чтобы облегчить указанную ситуацию, здесь предлагают рассмотреть случай, когда ν_i рациональные числа. С этой целью, рассмотрим следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + h(f_n + 3f_{n+2/3})/4. \quad (5)$$

Этот метод устойчив и имеет степень $p = 3$. Этот метод является гибридным и получается из метода (4) как частный случай. Но если сравним метод (5) с методами (3) и (4), то получаем что, значение f_n (т.е. первый член в нелинейной части метода (5)) содержится в методе (3), а второй член находится в методе (4). Таким образом, получаем, что метод (5) находится на стыке методов (3) и (4).

Учитывая вышеописанное, можно рассмотреть следующий метод:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+i} + h \sum_{i=0}^k \gamma_i f_{n+i+\nu}. \quad (6)$$

При $k = 1$ из метода (6) можно получить следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + h(f_{n+1/2-\alpha} + f_{n+1/2+\alpha})/2, \quad \alpha = \sqrt{3}/6.$$

Этот метод устойчив и имеет степень $p = 4$. Таким образом, получаем, что метод (6) является перспективным.

ОБ ОДНОМ ПРЕИМУЩЕСТВЕ ГИБРИДНЫХ МЕТОДОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЙ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

ГАЛИНА ЮРЬЕВНА МЕХТИЕВА, КУТАИС НАСИМИ КЫЗЫ ИСМАЙЛОВА

Бакинский Государственный Университет
imn_bsu@mail.ru kutaishi1998@gmail.com

Как известно, с исследованиями гибридных методов ученые занимались с XX века. Первые работы, посвященные построению гибридных методов, применяемые к решению задачи Коши для ОДУ, опубликованы в 1965 году. Отметим, что одним из известных представителей этого класса методов является метод центральных разностей. Академик Яненко развивал эту идею и исследовал методы, которые были названы методом с дробными шагами. Отметим, что гибридные методы являются более общим, чем методы с дробными шагами. Гибридные методы в основном применялись к решению задачи Коши для ОДУ. Но здесь рассматривается применение гибридных методов к вычислению определенных интегралов.

Рассмотрим вычисление следующего определенного интеграла.

$$I(f) = \int_a^b f(s) ds. \quad (1)$$

Как известно, одним из популярных квадратурных методов, применяемых к вычислению определенного интеграла (1), являются методы левых и правых прямоугольников, метод трапеции, метод Симпсона и др. Если обобщим все эти методы, то имеем:

$$I(f) = \int_a^b f(s) ds = h \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+i}.$$

Как известно, квадратурные методы обычно применяются к вычислению определенного интеграла в некотором подинтервале, а затем обобщается ко всем интервалам. С целью обобщения квадратурных методов отрезок $[a, b]$ с помощью постоянного шага $0 < h$ разбиваем на равные части, точки разбиений которых определены в виде $x_{i+1} = x_i + h$. Например, обобщенный метод трапеции можно представить в виде:

$$\int_{X_0}^{X_N} f(s) ds = h((f(X_0) + f(X_N))/2 + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i)). \quad (2)$$

Отметим, что в зависимости от точности методов на функции $f(x)$ налагают разные условия. Например, для построения метода (2) от функции требуется, отсутствие непрерывной производной второго порядка.

Если точки разбиений подберем в виде: $x_j = a + (j - \frac{h}{2})h$, то для вычислений определенного интеграла можно использовать следующий метод:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(s)ds = hf(x_i + h/2), \quad (3)$$

который называют методом центральных разностей. Точность метода (3) совпадает с точностью метода трапеции. Поэтому некоторые специалисты метода центральных разностей называют их альтернативными к методам трапеции. Если сравним эти методы (методы трапеции и центральных разностей), то получим, что метод центральных разностей предпочтительный, так как в использовании метода (3) функция $f(x)$ вычисляется один раз, но в методе трапеции два раза. И их порядки точности совпадают. Отметим, что в современной вычислительной математике методы, имеющие высокие точности, считаются наилучшими. Поэтому, рассмотрим построение более точных методов и в формуле (2) положим $N = 4$. Тогда точки разбиения определяются в виде: $x_0 = a, x_1 = a + h, x_2 = a + 2h, x_3 = a + 3h, x_4 = a + 4h$. В этом случае можно построить следующий метод:

$$\int_{x_0}^{x_4} f(s)ds = 2h(7f(x_0) + 32f(x_1) + 12f(x_2) + 32f(x_3) + 7f(x_4))/45. \quad (4)$$

Обычно, подобные методы называют симметричными. Если мы сравним выше приведенные методы, то получаем, что методы типа центральных разностей являются более точными, так как если в методе (2) использовать значение функции только в одной точке, тогда получаем, что этот метод будет иметь точность первого порядка. Следовательно, методы типа (3) являются более точными, которые обычно называют гибридным методом. Академик Яненко их называл методом с дробными шагами.

ОБ ОДНОМ ПРИМЕНЕНИИ ЯВНЫХ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

ГАЛИНА ЮРЬЕВНА МЕХТИЕВА, ЭЛЬЧИН НУХБАЛА ОГЛЫ ДЖАФАРОВ

Бакинский Государственный Университет
imn_bsu@mail.ru, elcincafarov33@gmail.com

Как известно, одним из популярных методов вычисления определенных интегралов является квадратурные методы. Среди них можно отметить методы трапеции, Симпсона, Гаусса и т.д. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки. Поэтому, каждый пользователь, прежде чем подобрать соответствующий метод, должен анализировать информацию об исследуемых объектах. Например, к вычислению определенного интеграла можно применить как метод левых прямоугольников, так и метод правых прямоугольников. Отметим, что методы имеют одинаковые точности.

Рассмотрим вычисление следующего определенного интеграла:

$$I = \int_{x_0}^b \varphi(s) ds. \quad (1)$$

Для подбора метода используем следующее равенство:

$$y(x_m) - y(x_n) = \int_{x_n}^{x_m} y'(s) ds. \quad (2)$$

Предположим, что $y'(x) = \varphi(x)$. Тогда интеграл (1) может быть представлен в следующей форме:

$$y(b) - y(x_0) = \int_{x_0}^b \varphi(s) ds.$$

Отсюда следует, что вычисление интеграла (1) эквивалентно решению следующей начальной задачи:

$$y'(x) = \varphi(x), \quad y(x_0) = 0, \quad x_0 \leq x \leq b. \quad (3)$$

К численному решению задачи (3), предлагается использовать следующий явный многошаговый метод с постоянными коэффициентами:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i \varphi_{n+i}, \quad (4)$$

здесь коэффициенты α_i, β_i ($i = 0, 1, \dots, k$) - некоторые действительные числа и $\alpha_k \neq 0$.

Отсюда имеем:

$$y_{n+k} = -\frac{1}{\alpha_k} \sum_{i=0}^{k-1} (\alpha_i y_{n+i} - h \beta_i \varphi_{n+i}). \quad (5)$$

При $k=1$, отсюда следует левый прямоугольный метод.

Решая задачи (3) с помощью метода (5) можно вычислить значение $y(b)$, который является приближенным значением интеграла (1). В равенстве (2) положим $m = n + k$ и к вычислению интеграла применим квадратурные формулы. Тогда имеем:

$$y_{n+k} - y_n = h \sum_{i=0}^{k-1} \beta_i \varphi_{n+i}. \quad (6)$$

Рассмотрим сравнение методов (5) и (6). Метод (6) устойчив и имеет степень $p \leq k$. Завися от значений коэффициентов метода (5), можно получить устойчивые и неустойчивые методы. Однако, подбирая коэффициенты α_i ($i = 0, 1, \dots, k$) из метода (5) можно получить устойчивые методы со степенью $p \leq k$. Отметим, что в классе методов (4) существует методы со степенью точности $p \leq 2k - 1$. Но методы имеющие степень точности $p > k$ являются устойчивыми. Таким образом, получаем, что класс методов (5) является более общим, чем класс методов (6).

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ К РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА

ГАЛИНА ЮРЬЕВНА МЕХТИЕВА, НАРМИН ЭТИБАР КЫЗЫ АКБЕРОВА-ГУЛИЕВА

Бакинский Государственный Университет,
imn_bsu@mail.ru, narmin313@bk.ru

Как известно, существуют некоторые классы численных методов для решения интегральных уравнений типа Вольтерра. Среди них популярным считают многошаговые методы с постоянными коэффициентами. По результатам Дальквиста получаем, что точность устойчивых методов ограничена с величинами $k+2$, где k -является порядком многошагового метода. Поэтому, для решения интегральных уравнений предложим использовать гибридные методы.

Рассматривается нахождение численных решений интегрального уравнения Вольтерра II рода, имеющий следующую форму:

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^x k(x, s, y(s)) ds, \quad x \in [x_0, X]. \quad (1)$$

В предположении, что уравнения (1) имеет единственное непрерывное решение, определенное на отрезке $[x_0, X]$. Отрезок $[x_0, X]$ с помощью постоянного шага h разбиваем на N равных частей точками $x_{i+1} = x_i + h$ ($i = 0, 1, \dots, N-1$). Через y_i и $y(x_i)$ обозначим приближенное и точное значение решений уравнения (1) в точках разбиений x_i , соответственно. Отметим, что в отличие квадратурных методов, здесь для решения уравнения (1) предлагается использовать многошаговые методы с постоянными коэффициентами, имеющие следующий вид:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = \sum_{i=0}^k \alpha_i f_{n+i} + h \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^k \beta_i^{(j)} K(X_{n+j}, X_{n+i}, y_{n+i}). \quad (2)$$

Отметим, что этот метод отличается от квадратурных методов с использованием вычислений функции $K(x, s, y)$ на каждом шагу с постоянным количеством. Например, метод трапеции можно представить в виде: $y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(K(x_n, x_n, y_n) + K(x_{n+1}, x_n, y_n) + 2K(x_{n+1}, x_{n+1}, y_{n+1}))/4$.

Теперь рассмотрим применение гибридных методов к решению уравнения (1), считая, что эти методы являются более точными. С этой целью, рассмотрим следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(K(x_{n+1/2}, x_{n+1/2}, y_{n+1/2}) + K(x_{n+1}, x_{n+1/2}, y_{n+1/2}))/2 \quad (3).$$

Отметим, что эти методы удовлетворяют необходимым условиям сходимости, т.е, сумма коэффициентов $\sum_{i=0}^k \alpha_i = 0$ и $\sum_{i=0}^k \beta_i = \sum_{i=0}^k i \alpha_i$.

Метод (3) имеет некоторое преимущество при применении к решению ОДУ. Легко понять, что при применении метода (3) к решению интегрального уравнения (1) возникает необходимость нахождения значений решения уравнения (1) в точке $x_{n+1/2}$, т.е $y_{n+1/2}$. С этой целью, можно использовать следующий метод прогноза:

$$y_{n+1/2} = y_n + f_{n+1/2} - f_n + h(K(x_{n+1/2}, x_n, y_n) + K(x_n, x_n, y_n))/2, \quad (4)$$



который является модификацией метода Эйлера. Надо отметить, что в использовании метода трапеции, также возникает необходимость использования метода прогноза. В этом случае предлагается следующий метод Эйлера:

$$y_{n+1} = y_n + f_{n+1} - f_n + h(K(x_{n+1}, x_n, y_n) + K(x_n, x_n, y_n))/2.$$

Методы трапеции и центральных разностей являются одношаговыми методами и имеют одинаковую степень точности.

Предложенные методы применим к решению модельного уравнения, результаты которого соответствуют теоретическим.

О НЕКОТОРЫХ СРАВНЕНИЯХ МНОГОШАГОВЫХ МЕТОДОВ ПРИМЕНЕННЫЕ К РЕШЕНИЮ НАЧАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДУ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

ГАЛИНА ЮРЬЕВНА МЕХТИЕВА, РАХШАНДА БАХТИЯР ГЫЗЫ СЕЙИДЗАДЕ

Бакинский Государственный Университет
raskhandaseyidzade@gmail.com

Как известно, существуют некоторые классы методов к решению начальной задачи для ОДУ первого порядка. Среди них самые популярные численные методы являются методы Рунге-Кутты, многошаговые методы, методы типа прогноза-коррекции, методы с забеганием вперед, гибридные методы. Отметим, что каждый из этих методов является отдельным объектом исследований. Учитывая, что в приложениях многошаговых метод очень часто возникает необходимость построить устойчивые методы с высокой точностью. Некоторые авторы предлагают использовать численные методов с вторыми производными. Одним из самых простых методов со вторыми производными является следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + hy_n^I + h^2 y_n^{II}, \quad (1)$$

Который при применении к начальной задаче:

$$y^I = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad x_0 \leq x \leq x, \quad (2)$$

Записывается

$$y_{n+1} = y_n + h f(x_n + y_n) + \frac{h^2}{2} g(x_n + y_n), \quad (3)$$

Здесь функция $g(x, y)$ определяется в виде :

$$G(x, y) = d f \left(x, \frac{y}{dx} \right), \text{ или } g(x, y) = f_x^I(x, y) + f_y^I(x, y) f(x, y)$$

Отсюда следует, что при вычислений значений функции $g(x, y)$, количество вычислительных работ увеличивается в два раза. Но, точность метода увеличивается на единицу, поскольку метод (1) имеет точность $p > 2$, который следует из разложений функции в ряд Тейлора. Действительно, рассмотрим следующую разложению Тейлора:

$$y(x + h) = y(x) + h^I y^I(x) + \frac{h^2}{2} y^{II}(x) + O(h^3),$$

Известно, что в этом разложений первый двух член совпадают с известным метода Эйлера, поэтому локальный погрешность метода Эйлера равно на $O(h^2)$. А локальный погрешность метода (1) равно на $O(h^3)$. Следовательно методы со вторыми производными являются более точными.

Если обобщим метод (1), то в одном варианте получим:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i f_{n+i} + h^2 \sum_{i=0}^k \gamma_i g_{n+i} \quad (4)$$

Здесь коэффициенты $\alpha_i \beta_i \gamma_i (0, 1, 2, \dots, n)$ некоторые действительные числа. Отметим что, метод (4) обычно исследуется в двух формах. Методы со вторыми

производными в общей форме используются в виде (4). Однако, завися от решаемых задач, этот метод может быть представлен как следующий метод :

$$\sum_{i>0}^k \alpha_i y_{n+i} = h^2 \sum_{i>0}^k \gamma_i g_{n+i} . \quad (5)$$

Отметим что, свойств методов(4) и (5) не совпадают. Поэтому они являются отдельным объектом исследований.

Самым простейшим методом полученный из формулы (5), можно написать в следующей форме:

$$y_{n+1} = y_n + h^2 g(x_n, y_n), \quad (6)$$

Который устойчив и имеет точность $p=1$. Следовательно точность метода Эйлера и метода (6) совпадают.

Литература

1. Mehdiyeva G.Yu.;İbrahimov.V.R.On the research of multi-step methods with constant coefficients.Monograph,Lambert.acad.publ., 2013, 314
2. Mehdiyeva G.Yu.;İbrahimov.V.R.;İmanova M.N.On the construction of the advanced Hybrid Methods and application to solving Volterra Integral Equation,WSEAS Weak transactions on systems and control,2019 V.14

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ТИПА ОБОБЩЕННОЙ ФУНКЦИИ

ЭЛЬДАР МАХМУД ОГЛЫ МУСТАФАЕВ

Бакинский Государственный Университет
dosent59@gmail.com

Пусть $q(x)$ обобщенная функция, которая порождается с комплексной мерой σ , т.е.

$$(q(x), \varphi) = \int_{E_3} \varphi(x) d\sigma(x).$$

Здесь σ комплекснозначная счетно-аддитивная мера, определенная на σ -алгебре подмножеств из E и удовлетворяет условиям:

а) $\int_{E_3} e^{\alpha|x|} |d\sigma(x)| < \infty, \alpha > 0;$

б) интеграл $\int_{E_3} \frac{|d\sigma(y)|}{|x-y|}$ существует и непрерывен по E ;

в) при $\mu \rightarrow +\infty$ имеет место $\int_{E_3} \frac{e^{-\mu|x-y|}}{|x-y|} |d\sigma(y)| \rightarrow 0$ равномерно по $x \in E$.

Определим в $L_2(E)$ оператор L :

$$D(L) = \{\psi \in L_2 | \psi \in C \cap L_\infty, -\Delta\psi + q\psi \in L_2\}, \quad L\psi = -\Delta\psi + q\psi \in L_2.$$

Обозначим через $H = L_2(E)$ гильбертово пространство комплекснозначных измеримых функций $f(x)$ с нормой

$$\|f\|_H^2 = \int_{E_3} |f(x)|^2 d\mu(x), \quad d\mu(x) = e^{-\alpha|x|} dx.$$

Определение. Решение $\psi(x, k, \omega)$ из H интегрального уравнения

$$\psi(x, k, \omega) = e^{ik(x, \omega)} - \int_{E_3} \frac{e^{ik|x-y|}}{4\pi|x-y|} \psi(y, k, \omega) d\sigma(y) \quad (1)$$

называется решением задачи теории рассеяния (з.т.р.) для уравнения

$$L\psi = \lambda\psi,$$

где $k^2 = \lambda$, ω – произвольный единичный вектор из E .

Перепишем уравнение (1) в виде

$$\psi(x, k, \omega) = e^{ik(x, \omega)} + T_k \psi(x, k, \omega) \quad (2)$$

где



$$T_k \psi(x, k, \omega) = \int_{E_3} G(x, y, k) \psi(y, k, \omega) d\sigma(y), \quad G(x, y, k) = \frac{e^{ik|x-y|}}{4\pi|x-y|}.$$

Рассмотрим однородное уравнение

$$f(x) = - \int_{E_3} G(x, y, k) f(y) d\sigma(y), \quad (3)$$

соответствующее уравнению з.т.р. (1). Доказаны следующие утверждения:

Теорема 1. Пусть $\operatorname{Im} k > -\alpha/2$ и $f(x) \in C \cap L_\infty$ является решением однородного уравнения (3). Тогда $f(x) \in H$ и $Lf = \lambda f$ в смысле обобщенных функций, где $k^2 = \lambda$.

Теорема 2. Уравнение (1) з.т.р. для оператора L разрешимо в H для всех k из области $D_\alpha = \{k | \operatorname{Im} k > \alpha/2\}$ за исключением, быть может, четного множества N точек с предельными точками на прямой $\operatorname{Im} k = -\alpha/2$.

Теорема 3. При условиях а), б), в) оператор L имеет лишь конечное число собственных значений и конечное число спектральных особенностей.

Литература

1. Розанов Ю.А. Об уравнениях типа Шредингера с обобщенным потенциалом. Матем. сборник, т.127, №4, 1985.

О ГЛОБАЛЬНОЙ БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ ИЗ НУЛЯ И БЕСКОНЕЧНОСТИ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

ФАИГ МИРЗАЛИ ОГЛЫ НАМАЗОВ

Бакинский Государственный Университет
faig-namazov@mail.ru

Рассмотрим следующую нелинейную граничную задачу

$$u^{(4)} - (q(x)u')' = \lambda u + h(x, u, u', u'', u''', \lambda), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$u''(0) = u''(1) = Tu(0) - a\lambda u(0) = Tu(1) - d\lambda u(1) = 0, \quad (2)$$

где $\lambda \in R$ – спектральный параметр, $q \in AC[0, 1]$, $q \geq 0$, $a > 0$, $d < 0$. Нелинейный член h имеет форму $f + g$, где $f, g \in C([0, 1] \times R^5)$ и удовлетворяют следующим условиям: существует постоянная $K > 0$ такая, что

$$\left| \frac{f(x, u, s, \vartheta, w, \lambda)}{u} \right| \leq K, \quad x \in [0, 1], (u, s, \vartheta, w) \in R^4, u \neq 0, \lambda \in R;$$

для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R$

$$g = o(|u| + |s| + |\vartheta| + |w|)$$

как при

$$|u| + |s| + |\vartheta| + |w| \rightarrow 0,$$

также и при

$$|u| + |s| + |\vartheta| + |w| \rightarrow \infty,$$

равномерно по $x \in [0, 1]$ и $\lambda \in \Lambda$.

Известно, что собственные значения линейной задачи полученной из (1)-(4) при $h \equiv 0$ являются неотрицательными и простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $0 = \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$. Собственная функция $y_k(x)$, $k \in \mathbb{N}$, соответствующая собственному значению λ_k , имеет в точности $k-1$ простых нулей в интервале $(0, 1)$ [1].

Пусть $E = \{u \in C^3[0, 1] : u''(0) = u''(1) = 0\}$ – банахово пространство с нормой

$$\|u\|_3 = \sum_{k=0}^3 \|u^{(k)}\|_\infty, \quad \|u\|_\infty = \max_{x \in [0, 1]} |u(x)|.$$

Определим непрерывную функцию $\beta(\lambda)$ на R равенством

$$\tan \beta(\lambda) = d\lambda.$$

Для каждой функции $u \in E$ определим непрерывные на $[0, 1]$ функции $\theta(u, \cdot)$ и $\varphi(u, \cdot)$ следующим образом:

$$\tan \theta(u, x) = \frac{Tu(x)}{u(x)}, \quad \tan \varphi(u, x) = \frac{u'(x)}{u''(x)}, \quad \varphi(u, 0) = \frac{\pi}{2}.$$

Для каждого $\lambda \in R$, каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого $\nu \in \{+, -\}$ пусть $S_{k,\lambda}^\nu$ – множество функций $u \in E$, удовлетворяющих следующим условиям:

(а) $\theta(u, 0) = \frac{\pi}{2} - \arctan a\lambda$, $\theta(u, 1) = \beta(\lambda) + k\pi$;

(б) $\varphi(u, l) = \frac{\pi}{2} + k\pi$;

(в) для фиксированной функции u при возрастании x функция $\theta(u, x)$ ($\varphi(u, x)$), строго возраста, принимает значения $\frac{m\pi}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$ ($s\pi$, $s \in \mathbb{Z}$); при убывании x функция $\theta(u, x)$ ($\varphi(u, x)$), строго убывающая функция принимает значения $\frac{m\pi}{2}$, $m \in \mathbb{Z}$ ($s\pi$, $s \in \mathbb{Z}$);

(г) функция $\nu u(x)$ положительна при малых $x > 0$.

Теперь для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого $\nu \in \{+, -\}$ определим множество S_k^ν следующим образом:

$$S_k^\nu = \bigcup_{\lambda \in R} S_{k,\lambda}^\nu.$$

Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого $\nu \in \{+, -\}$ пусть C_k^ν (D_k^ν) – объединение всех связных компонент множества нетривиальных решений отвечающих из $I_k \times \{0\}$ ($I_k \times \{\infty\}$) по множеству $R \times S_k^\nu$ [2].

Теорема 1. Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого $\nu \in \{+, -\}$ множества C_k^ν и D_k^ν содержатся в $R \times S_k^\nu$, причем C_k^ν является неограниченным в $R \times E$, а D_k^ν либо пересекает $\{(\lambda, 0): \lambda \in R\}$, либо $pr_R D_k^\nu$ неограниченна в R .

Литература

1. Z.S. Aliyev, F.M. Namazov, Spectral properties of a fourth-order eigenvalue problem with spectral parameter in the boundary conditions // EJDE, 2017. vol. 2017. no. 307. p. 1-11.
2. Ф.М. Намазов, О бифуркации решений из бесконечности некоторых нелинейных краевых задач на собственные значения / Материалы Международной научной конференции «Герценовские чтения – 2021», 5-10 апреля 2021 г., Санкт-Петербург, Россия, с. 67-68

СТРУКТУРА И ПОВЕДЕНИЕ ГЛОБАЛЬНЫХ КONTИНУУМОВ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕАРИЗИРУЕМОЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

ЛЕЙЛА ВИДАДИ КЫЗЫ НАСИРОВА

Сумгаитский Государственный Университет
leyla.ashurova25@gmail.com

Рассмотрим следующую нелинеаризируемую задачу Штурма-Лиувилля

$$-(p(x)u)' + q(x)u = \lambda \rho(x)u + h(x, u, u'), \quad x \in (0, 1), \quad (1)$$

$$\alpha_0 u(0) - \beta_0 u'(0) = 0, \quad \alpha_1 u(1) + \beta_1 u'(1) = 0, \quad (2)$$

где λ – спектральный параметр, p – положительная непрерывно-дифференцируемая на $[0, 1]$ функция, q – неотрицательная непрерывная на $[0, 1]$ функция, ρ – неотрицательная непрерывная тождественно отличная от нуля на $[0, 1]$ функция, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ – действительные постоянные такие, что $\alpha_i^2 + \beta_i^2 > 0$ и $\alpha_i \beta_i \geq 0$ при $i = 0, 1$. Функция h имеет вид $h = f + g$, где f, g – непрерывные функции на $[0, 1] \times R^3$ и удовлетворяют следующим условиям:

$$u f(x, u, s, \lambda) \leq 0 \quad \text{и} \quad u g(x, u, s, \lambda) \leq 0 \quad \text{при} \quad (x, u, s, \lambda) \in [0, 1] \times R^3; \quad (3)$$

существует положительная постоянная M такая, что

$$\left| \frac{f(x, u, s, \lambda)}{u} \right| \leq M \quad \text{при} \quad (x, u, s, \lambda) \in [0, 1] \times R^3; \quad (4)$$

для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R$

$$g(x, u, s, \lambda) = o(|u| + |s|) \quad \text{при} \quad |u| + |s| \rightarrow 0, \quad (5)$$

$$g(x, u, s, \lambda) = o(|u| + |s|) \quad \text{при} \quad |u| + |s| \rightarrow +\infty, \quad (6)$$

равномерно по $(x, \lambda) \in [0, 1] \times \Lambda$.

Собственные значения линейной задачи

$$\begin{aligned} -(p(x)u(x))' + q(x)u(x) &= \lambda \rho(x)u(x), \quad x \in (0, 1), \\ \alpha_0 u(0) - \beta_0 u'(0) &= 0, \quad \alpha_1 u(1) + \beta_1 u'(1) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

являются вещественными простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность

$$0 < \lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \dots < \lambda_k^+ < \dots$$

При каждом $k \in N$ собственная функция $u_k(x)$ соответствующая собственному значению λ_k имеет в точности $k - 1$ простых узловых нулей в интервале $(0, 1)$.

Пусть E – банахово пространство $C^1[0, 1] \cap B.C.$ с обычной нормой $\|u\|_1 = \|u\|_\infty + \|u'\|_\infty$, где $\|u\|_\infty = \max_{x \in [0, 1]} |u(x)|$, а $B.C.$ – множество функций удовлетворяющих граничным условиям (2).

В дальнейшем через σ (соответственно ν) будем обозначать либо $+$, либо $-$.

Пусть для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν через S_k^ν обозначено множество функций $u \in E$, удовлетворяющих следующим условиям: (i) $u(x)$ имеет в точности $k-1$ простых узловых нулей в интервале $(0, 1)$; (ii) $\lim_{x \rightarrow 0+} \nu u(x) = 1$.

Лемма 1. Пусть выполняются условия (3)-(5). Тогда для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν множество точек бифуркации задачи (1), (2) (относительно тривиальных решений) по множеству S_k^ν является непустым, причем если $(\lambda, 0)$ является точкой бифуркации задачи (1), (2) по множеству S_k^ν , то $\lambda \in I_k$, где $I_k = [\lambda_k, \lambda_{k,M}]$, $\lambda_{k,M}$ — k -е собственное значение линейной задачи, которая получается из (7) с заменой q на $q + M$.

Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν обозначим через C_k^ν объединение всех связных компонент множества нетривиальных решений задачи (1), (2) при выполнении условий (3)-(5), ответвляющихся из $I_k \times \{0\}$.

Теорема 1. Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν множество C_k^ν является непустым, содержится в $R \times S_k^\nu$ и неограничено в $R \times E$.

Лемма 2. Пусть выполняются условия (3), (4) и (6). Тогда для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν множество асимптотических точек бифуркации задачи (1), (2) по множеству S_k^ν является непустым, причем если (λ, ∞) является асимптотической точкой бифуркации задачи (1), (2) по множеству S_k^ν , то $\lambda \in I_k$.

Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν обозначим через D_k^ν объединение всех связных компонент множества нетривиальных решений задачи (1), (2) при выполнении условий (3), (4) и (6), ответвляющихся из $I_k \times \{\infty\}$.

Теорема 2. Для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν множество D_k^ν является непустым и выполняется хотя бы одно из следующих утверждений: (i) существует $(k', \nu') \neq (k, \nu)$ такая, что D_k^ν пересекает $I_{k'}^\sigma \times \{\infty\}$ по множеству $R \times S_{k'}^{\nu'}$; (ii) существует $\lambda \in R$ такое, что D_k^ν пересекает $R \times \{0\}$ в точке $(\lambda, 0)$; (iii) проекция множества D_k^ν на R неограничена в R .

Теорема 3. Пусть выполняются условия (3)-(6). Тогда для каждого $k \in \mathbb{N}$ и каждого ν справедливо соотношение $D_k^\nu \subset R \times S_k^\nu$, при этом утверждения (i) теоремы 2 не выполняется. Более того, если D_k^ν пересекает $R \times \{0\}$ при некотором $\lambda \in R$ то $\lambda \in I_k$, а если C_k^ν пересекает $R \times \{\infty\}$ при некотором $\lambda \in R$, то $\lambda \in I_k$.

Литературы

3. Э.Л. Айнс. Обыкновенные дифференциальные уравнения // ОНТИ: Харьков, 1939, 719 с.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТЕРЖНЕВОГО ТИПА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

САХИБ А. ПИРИЕВ

Азербайджанский Технический Университет
sahib.piriyev@aztu.edu.az

В статье рассматривается вопрос о кинетика накопления повреждений в конструктивных элементах стержневого типа при растяжении. Исходя из принципов механики разрушения рассмотрены некоторые простые математические модели кинетики накопления повреждений учетом этих особенностей.

В работе принято, что накопление повреждений изменяет деформированное состояние первоначально изотропного материала только через эффективное напряжение. Таким образом деформированное состояние поврежденного материала представлено определяющими уравнениями для неповрежденного материала, в потенциале которого напряжения заменены эффективным напряжением. Это накопление повреждений характеризуется параметром β , означающим уменьшение радиуса эффективной площади сечения образца. Если $F_0 = \pi R_0^2$ есть начальная площадь, то эффективная будет $S(t) = (1 - \beta(t))^2 S_0$, а эффективное напряжение $\sigma(t, \tau)$ есть

$$\sigma(t, \tau) = \frac{\sigma_0(\tau)}{(1 - \beta(t))^2}. \quad (1)$$

Допустим, что кинетическое уравнение накопления повреждений от действия относительной деформации имеет вид:

$$\frac{d\beta}{dt} = \varphi(\varepsilon) \quad (2)$$

Затем выражение, полученное (4), подставить в уравнение (9) получаем,

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = \frac{1}{E} \frac{1}{(1 - \beta(t))^2} \left(\sigma_0(t) + \int_0^t M(t - \tau) \sigma_0(\tau) d\tau \right). \quad (3)$$

Уравнение (11) позволяет по заданному закону изменения напряжений во времени определить закон изменения деформации и, в частности, описать явление ползучести (последствия) при постоянном напряжении. В этом случае $\sigma_0(t) = \sigma_0 = \text{const}$ и из уравнения (12) получаем.

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = \frac{1}{E} \frac{\sigma_0}{(1-\beta(t))^2} \left(1 + \int_0^t M(t-\tau) d\tau \right). \quad (4)$$

Приведём явный вид для времени начального разрушения для трех видов ядер $M(t-\tau)$, ($g = \sigma_0 / E$):

$$1. \quad M(t-\tau) = 1: \quad \beta(t) = 1 - \sqrt[3]{1 - 3g \left(t + \frac{t^2}{2} \right)}, \quad \psi(t) = \sqrt[3]{1 - 3g \left(t + \frac{t^2}{2} \right)},$$

$$2. \quad M(t-\tau) = e^{-\alpha(t-\tau)}: \quad \beta(t) = 1 - \sqrt[3]{\frac{\alpha^2 + 3g(1 - (\alpha + \alpha^2)t - e^{-\alpha t})}{\alpha^2}},$$

$$\psi(t) = \sqrt[3]{\frac{\alpha^2 + 3g(1 - (\alpha + \alpha^2)t - e^{-\alpha t})}{\alpha^2}},$$

$$3. \quad M(t-\tau) = (t-\tau)^{-\alpha}: \quad \beta(t) = 1 - \sqrt[3]{1 - 3g \left(t + \frac{t^{2-\alpha}}{(2-\alpha)(1-\alpha)} \right)}, \quad \psi(t) = \sqrt[3]{1 - 3g \left(t + \frac{t^{2-\alpha}}{(2-\alpha)(1-\alpha)} \right)}.$$

Литература

1. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. М., Мир, 1986, 360 с.
2. Гольдман А.Я. Прочность конструкционных пластмасс. Л. Машиностроение, 1979, 320с.
3. Деформирование и разрушение твердых тел. /Под ред. Н.И.Малинина и С.А.Шестериков, М.: Изд.МГУ, 1985, 185с.

О БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕАРИЗИРУЕМЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

КАМАЛЯ РАЗИМ КЫЗЫ РАГИМОВА

Бакинский Государственный Университет
rahimovakamala@yahoo.com

В ограниченной области $\Omega \subset R^n$ с гладкой границей $\partial\Omega$ рассмотрим следующую нелинейную задачу на собственные значения

$$-\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x,u,Du)u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x,u,Du)u_{x_i} + c(x,u,Du)u = \lambda a(x)u + h(x,u,Du,\lambda), \quad x \in \Omega, \quad u(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad (1)$$

где $\lambda \in R$ спектральный параметр, $Du = (u_{x_1}, u_{x_2}, \dots, u_{x_n})$, функции a_{ij}, b_i, c, a и $h = f + g$ являются непрерывно дифференцируемыми своих аргументов, $c \geq 0, a \geq a_0 > 0$, и оператор ℓ является равномерно эллиптическим. Кроме того, функции f и g удовлетворяет следующим условиям: существуют положительные постоянные M, K и $\chi \ll 1$ такие, что

$$f(x, s, u, \lambda) = M|u| + K|s|, \quad x \in \bar{\Omega}, \quad |u| + |s| \leq \chi, \quad \lambda \in R;$$

$$g(x, s, u, \lambda) = o(|u| + |s|) \quad \text{при } |u| + |s| \rightarrow 0,$$

равномерно по $x \in \bar{\Omega}$ и $\lambda \in \Lambda$, для каждого ограниченного промежутка $\Lambda \subset R$.

Пусть $\alpha \in (0, 1)$ и $E = \{u \in C^{1+\alpha}(\bar{\Omega}) : u(x) = 0, x \in \partial\Omega\}$ – банахово пространство с нормой

$$\|u\|_{1+\alpha} = \max_{x \in \bar{\Omega}} |u(x)| + \max_{1 \leq i \leq n} \max_{\bar{\Omega}} |u_{x_i}| + \max_{1 \leq i \leq n} \max_{\bar{\Omega}} \frac{|u_{x_i}(x) - u_{x_i}(y)|}{|x - y|^\alpha}.$$

Через P_1^+ обозначим множество функций $u \in E$, которые удовлетворяют условиям

$$(i) \quad u(x) > 0 \quad \text{при } x \in \Omega; \quad (ii) \quad \frac{\partial u(x)}{\partial \nu} < 0 \quad \text{при } x \in \partial\Omega.$$

Пусть $P_1^- = -P_1^+$ и $P_1 = P_1^+ \cup P_1^-$. Множества P_1^+, P_1^- и P_1 являются открытыми подмножествами в E и если $u \in P_1^\pm$, то существует точка $x_0 \in \Omega$ такая, что $u(x_0) = 0$, либо существует точка $x_1 \in \partial\Omega$ такая, что $\frac{\partial u(x_1)}{\partial \nu} = 0$, где $\frac{\partial u(x_1)}{\partial \nu}$ – производная функции $u(x)$ по внешней нормали в точке $x_1 \in \partial\Omega$.

Наряду с задачей (1) рассмотрим следующую линейную задачу на собственные значения

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x,0,0) \mathcal{G}_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n b_i(x,0,0) \mathcal{G}_{x_i} + c(x,0,0)u = \\
 & = \lambda a(x)u, \quad x \in \Omega, \quad \mathcal{G}(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega.
 \end{aligned} \tag{2}$$

В силу известной теоремы Крейна-Рутмана [1], наименьшее собственное значение λ_1 задачи (2) является положительным, а соответствующее ему собственная функция $\mathcal{G}_1 \in P_1$.

Отметим, что глобальная бифуркация решений задачи (1) при $f \equiv 0$ изучена в [2], где установлено, что существуют неограниченные континуумы $C_1^\pm$ множества решений задачи (1), которые содержат точку $(\lambda_1, 0)$ и содержится в $R \times P_1^\pm$.

Основными результатами данной заметки являются следующие утверждения.

Теорема 1. Для каждого $\sigma \in \{+, -\}$ множество точек бифуркации задачи (1) по множеству $R \times P_1^\sigma$ непусто и содержится в $J_1 = [\lambda_1 - M - M_k, \lambda_1 + M + M_k]$, где M_k – положительная постоянная, зависящая от K .

Для каждого $\sigma \in \{+, -\}$ пусть $\tilde{D}_1^\sigma$ – объединение всех связных компонент множества нетривиальных решений задачи (1) ответвляющихся из $J_1 \times \{0\}$ по множеству $R \times P_1^\sigma$. Обозначим: $D_1^\sigma = \tilde{D}_1^\sigma \cup (J_1 \times \{0\})$.

Теорема 1. Для каждого $\sigma \in \{+, -\}$ связное множество D_1^σ содержится в $R \times P_1^\sigma$ и является неограниченным в $R \times E$.

Литература

1. М.Г. Крейн, М.А. Рутман, Линейные операторы, оставляющие инвариантным конус в пространстве Банаха, УМН, 1948, т.3, вып. 1(23), с. 3-95.
2. З.С.Алиев, К.Р. Рагимова, О бифуркации решений нелинейной задачи на собственные значения для одного класса квазилинейных эллиптических уравнений в частных производных // Материалы Республиканской научной конференции посвященной 98-летию со дня рождения Общенационального лидера Гейдара Алиева, 24-25 мая, 2021 г., БДУ, Баку, Азербайджан.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ УГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ 45 ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

ВУСАЛЕ БАЯЗХАН КЫЗЫ РЗАЕВА

Институт Математики и Механики НАНА
rzayevavusale01@gmail.com

Сталь 45 при высоких температурах проявляет свойства вязко упругости. В работе [1] представлены результаты экспериментов на ползучесть образца из стали 45 при температуре 500⁰С и различных постоянных напряжениях (140 МПа, 145 МПа, 150 МПа), а также при напряжении 150 МПа и различных постоянных температурах (475⁰С, 500⁰С, 575⁰С). С целью определения вязкоупругих свойств, произведена обработка данных экспериментов работы [1] на основе известной нелинейной вязкоупругой модели Москвитина [2]:

$$2G_0 e_{ij} = f(\sigma_i) s_{ij} + \int_0^t \Gamma(t - \tau) f(\sigma_i) s_{ij}(\tau) d\tau; \quad (1)$$

$$\varepsilon = 0. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) приняты следующие обозначения: $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}$ - девиатор напряжений σ_{ij} ; $\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$ - среднее напряжение; δ_{ij} - символы Кронекера; $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}$ - девиатор деформаций ε_{ij} ; $\varepsilon = \varepsilon_{ij} \delta_{ij} / 3$ - средняя деформация; G_0 - мгновенно-упругий модуль сдвига, функция $\Gamma(t)$, где t - время, характеризует реологические свойства материалов. Она является положительной монотонно убывающей функцией своего аргумента t . При $t \rightarrow \infty$, функция $\Gamma(t) \rightarrow 0$. При $t < 0$, $\Gamma(t) = 0$. Предполагается, что вязкоупругая среда не обладает объемными реологическими свойствами. Величина σ_i есть интенсивность

напряжений: $\sigma_i = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2}$ - f -функция нелинейности. Методика

экспериментального определения функций $\Gamma(t)$, $f(\sigma_i)$, а также константы G_0 приведены в [2]. С использованием этой методики были обработаны данные экспериментов работы [1] для стали 45. При этом граница между областями физической линейности и физической нелинейности оказалась $\sigma_s = 140 \text{ МПа}$. Для мгновенного модуля упругости E_0 получили значение $E_0 = 3,68 \cdot 10^4 \text{ МПа}$. График функции $\psi(t) = 1 + \int_0^t \Gamma(\zeta) d\zeta$ представлен на рис. 1.

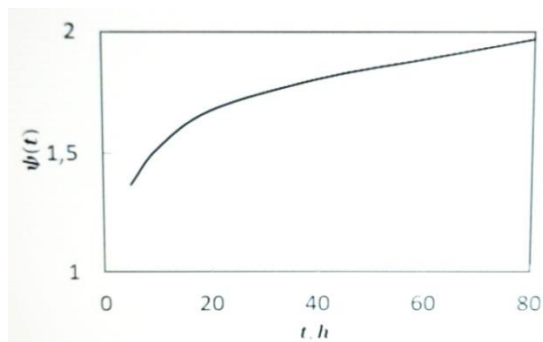


Рис.1

График же функции $f(\sigma_i) = f(\sigma_1)$, где σ_1 -растягивающее напряжение, представлен на рис.2.

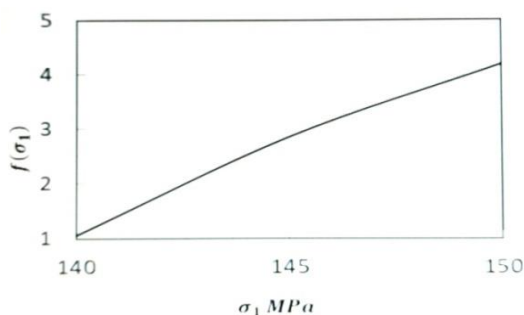


Рис.2

Анализ показал, что при температуре 500°C и напряжениях выше 140 МПа кривые ползучести стали 45 имеют область физической нелинейности, то есть кривые податливости $J(t) = \frac{\varepsilon_1(t)}{\sigma_1}$, где $\varepsilon_1(t)$ -деформация растяжения, σ_1 -осевое напряжение, зависят от величины σ_1 (рис.3).

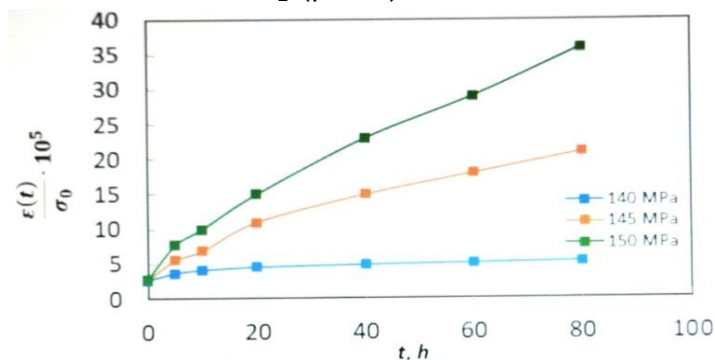


Рис.3

Кроме того, был сделан вывод о том, что кривые ползучести стали 45 при температуре 500°C и напряжениях выше 140 МПа, 145 МПа, и 150 МПа геометрически подобны, поэтому вязкоупругие свойства этой стали могут быть выражены соотношениями нелинейной вязкоупругости Москвитина[2].

Литература

1. YU Min, LUO Ying-she, PENG Xiang-hua. Creep testing and viscous behavior research on carbon constructional quality steel under high temperature. Journal of Central South University of Technology, 2008, 15 (s1):p.206-209.
2. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. Москва: Наука, 1972, 327с.

ОБ ОДНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ СУБДИФФЕРЕНЦИАЛА

МИСРАДДИН АЛЛАХВЕРДИ ОГЛЫ САДЫГОВ, АСЛАНЗАДЕ Н. Х.

Бакинский Государственный Университет
E-mail: nisa.aslanzade9@mail.ru

В работе дается одно определение субдифференциала и изучаются их свойства.

Пусть X банахово пространство, $\bar{R} = R \cup \{\pm \infty\}$, $R_{+\infty} = R \cup \{+\infty\}$, $f : X \rightarrow \bar{R}$, $\text{dom} f = \{x \in X : |f(x)| < +\infty\}$, $x_0 \in \text{dom} f$. Положим

$$f^-(x_0; x) = \lim_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0 + tx) - f(x_0)}{t}, \quad -f^-(x_0; -x) = \overline{\lim_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - tx)}{t}}$$

$$f'(x_0; x) = \lim_{t \downarrow 0} \frac{f(x_0 + tx) - f(x_0)}{t}, \quad f_{\downarrow}(x_0; x) = \max\{f^-(x_0; x), -f^-(x_0; -x)\}.$$

Множество $\partial_{\downarrow} f(x_0) = \{x^* \in X^* : \langle x^*, x \rangle \leq f_{\downarrow}(x_0; x), x \in X\}$ назовем субдифференциалом функции f в точке x_0 (см. [1]).

Положим $E(f) = \{(x, \alpha) \in X \times R : f(x) \leq \alpha\}$,

$$H(f) = \{(x, \alpha) \in X \times R : f(x) \geq \alpha\},$$

$$M(f, x_0) = (E(f) - (x_0, f(x_0))) \cap \{(H(f) - (x_0, f(x_0)))\}, \quad g(x) = f(x_0 + x) - f(x_0).$$

Пусть $C \subset X$ и $x_0 \in C$. Вектор x называется допустимым направлением множества C в точке x_0 , если найдется такое число $\alpha_0 > 0$, что $x_0 + \alpha x \in C$ для любого $\alpha \in (0, \alpha_0)$. Совокупность всех допустимых направлений в точке x_0 множества C обозначим через $\gamma(x_0; C)$. Далее обозначим $\gamma((0, 0); M(f, x_0))$ через $\gamma(M(f, x_0))$.

Лемма 1. Выполняется включение $\gamma(M(f, x_0)) \subset E(f_{\downarrow}(x_0; \cdot))$, а если $f'(x_0; x)$ существует при $x \in X$, то $\text{int} E(f_{\downarrow}(x_0; \cdot)) = \text{int} \gamma(M(f, x_0))$.

Лемма 2. Если f выпуклая (вогнутая) функция и $f(0) = 0$, то $M(f, 0) = E(f)$ ($M(f, 0) = -H(f)$).

Лемма 3. Если f собственная выпуклая функция и $x_0 \in \text{dom} f$, то $f_{\downarrow}(x_0; x) = f'(x_0; x)$ при $x \in X$.

Обозначим $\partial f(x_0) = \{x^* \in X^* : f'(x_0; x) \geq \langle x^*, x \rangle \text{ при } x \in X\}$. Если f собственная выпуклая функция и $x_0 \in \text{dom} f$, то из леммы 3 имеем, что $\partial_{\downarrow} f(x_0) = \partial f(x_0)$.

Лемма 4. Если $f : X \rightarrow R \cup \{-\infty\}$ вогнутая функция и $x_0 \in \text{dom} f$, то $f_{\downarrow}(x_0; x) = -f'(x_0; -x)$ при $x \in X$.

Если $C \subset X$, то положим $d(x) = d_C(x) = \inf \{\|y - x\| : y \in C\}$. Ясно, что $d_{\downarrow}(x_0, x) = d_C^-(x_0, x) \geq 0$ при $x \in X$. Поэтому $\partial_{\downarrow} d_{M(f, x_0)}(0, 0) \neq \emptyset$.

Положим $N_1(M(f, x_0)) = \{(x^*, \beta) \in X^* \times \mathbb{R} : \langle x^*, x \rangle + \alpha\beta \leq 0 \text{ при } (x, \alpha) \in \gamma(M(f, x_0))\}$.

Теорема 1. Выполняется включение

$\partial_{\downarrow} f(x_0) \subset \{x^* : (x^*, -1) \in N_1(M(f, x_0))\}$. Если $f'(x_0; x)$ существует и $\text{cl int } E(f^{\uparrow}(x_0; \cdot)) \supset E(f^{\uparrow}(x_0; \cdot))$, то $\partial_{\downarrow} f(x_0) = \{x^* : (x^*, -1) \in N_1(M(f, x_0))\}$.

Положим $\partial^- f(x_0) = \{x^* \in X^* : f^-(x_0; x) \geq \langle x^*, x \rangle, x \in X\}$,

$$\partial_- f(x_0) = \{x^* \in X^* : f^-(x_0; x) \leq \langle x^*, x \rangle, x \in X\}.$$

Если $x^* \in \partial_- f(x_0)$, то $f^-(x_0; -x) \leq \langle x^*, -x \rangle$ при $x \in X$ или $-f^-(x_0; -x) \geq \langle x^*, x \rangle$ при $x \in X$. Поэтому $\overline{\text{co}}(\partial^- f(x_0) \cup \partial_- f(x_0)) \subset \partial_{\downarrow} f(x_0)$. Отметим, что в общем случае множество $\overline{\text{co}}(\partial^- f(x_0) \cup \partial_- f(x_0))$ не совпадает с множеством $\partial_{\downarrow} f(x_0)$.

Пусть $f(x, y) = \|x\| - \|y\|$, где $x \in X$, $y \in Y$, Y -банахово пространство. Ясно, что $f^+((0, 0); (x, y)) = f^-((0, 0); (x, y)) = \|x\| - \|y\|$. Поэтому $\partial^- f(0) = \partial_- f(0) = \emptyset$. Так как $f_{\downarrow}((0, 0); (x, y)) = \|x\| - \|y\|$, то $\partial_{\downarrow} f(0) = \{0\}$. Получим, что $\overline{\text{co}}(\partial^- f(0) \cup \partial_- f(0)) \neq \partial f(0)$.

Теорема 2. Если $f'(x_0; x)$ существует при $x \in X$, то $\partial_{\downarrow}(-f)(x_0) = -\partial_{\downarrow} f(x_0)$.

Через $\partial_c f(x_0)$ обозначим субдифференциал Кларка (см.[1]) функции f в точке x_0 . Положим

$$f^o(x_0; x) = \overline{\lim}_{y \rightarrow x_0, \lambda \downarrow 0} \frac{f(y + \lambda x) - f(y)}{\lambda},$$

$$\partial_c f(x_0) = \{x^* \in X^* : f^o(x_0; x) \geq \langle x^*, x \rangle \text{ при } x \in X\}.$$

Теорема 3. Если f липшицева функция вблизи x_0 , то $\partial_{\downarrow} f(x_0) \subset \partial_c f(x_0)$.

Если функция f дифференцируема по Гато в точке x_0 , то имеем, что $f'(x_0; x) = f^+(x_0; x) = f^-(x_0; x) = \langle f'_G(x_0), x \rangle$. Поэтому $f_{\downarrow}(x_0; x) = \langle f'_G(x_0), x \rangle$. Тогда имеем, что $\partial_{\downarrow} f(x_0) = \{f'_G(x_0)\}$.

Отметим, что если функция f строго дифференцируема в точке x_0 , то $\partial_{\downarrow} f(x_0) = \partial_c f(x_0) = \{D_s f(x_0)\}$.

Если f произвольная функция, то определим субдифференциал следующим образом

$$\partial_D f(x_0) = \{x^* \in X^* : (x^*, -1) \in \bigcup_{\lambda \geq 0} \lambda \partial_{\downarrow} d_{M(f, x_0)}(0, 0)\}.$$

Литература

1. Садыгов М.А. Субдифференциал высшего порядка и оптимизация. Deutschland, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014, 359 p.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ МНОГОСЛОЙНОЙ СФЕРЫ С РАЗРЫВНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ КОНТАКТАМИ

ЮСИФ МАММАДАЛИ ОГЛЫ СЕВДИМАЛИЕВ

Бакинский Государственный Университет
yusifsev@mail.ru

Слоистые композиционные материалы активно используются в авиационной и ракетной технике, в машиностроении. Для механики деформируемого твердого тела особую роль играют модели слоистых композиционных материалов, в которых рассматриваются тела, объединенные в композит адгезионным слоем [1]. При моделировании прочности адгезионных соединений основным подходом является представление адгезионного слоя слоем нулевой толщины. При этом его механические свойства сводятся к адгезионным силам взаимодействия сопряженных слоев материалов, которые могут иметь разные механические или прочностные свойства. При таких условиях аналитические решения получаются, как правило, в рамках тех или иных упрощающих гипотез. Для моделей, в которых учитывается размер адгезионного слоя, но он существенно меньше сопрягаемых им тел, в работе вводится слой взаимодействия между лицевыми и внутренними слоями.

Постановка задачи производится с использованием цилиндрической системы координат, начало которой находится в центре сферы. Область решения

$$\begin{aligned}\Omega_1 &= \{a \geq r \geq b + h_3 + h_2, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\} \\ \Omega_2 &= \{b + h_3 + h_2 \geq r \geq b + h_3, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\} \\ \Omega_3 &= \{b + h_3 \geq r \geq b, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\},\end{aligned}$$

Предполагается, что в каждом слое сферы в отдельности выполняются уравнения движения, определяющие соотношения физических состояний и кинематические соотношения.

Однородные граничные условия на внутренней и внешней поверхности сферы имеют вид

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=a} &= 0, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)}\Big|_{r=a} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}^{(1)}\Big|_{r=a} = 0, \\ \sigma_{rr}^{(3)}\Big|_{r=b} &= 0, \quad \sigma_{r\theta}^{(3)}\Big|_{r=b} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}^{(3)}\Big|_{r=b} = 0,\end{aligned}\tag{6}$$

Для контактных условий на границе раздела двух соседних слоев сферы равными считаются только напряжения, но не смещения, т.е.

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(1)} \Big|_{r=a-h_1} &= \sigma_{ij}^{(2)} \Big|_{r=a-h_1} & \sigma_{ij}^{(2)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} &= \sigma_{ij}^{(3)} \Big|_{r=a-h_1-h_2}, \quad i, j = r, \theta, \varphi \\ u_r^{(1)} \Big|_{r=a-h_1} - u_r^{(2)} \Big|_{r=a-h_1} &= \frac{F_1 h_1}{\mu_1} \sigma_{rr}^{(1)} & u_\theta^{(1)} \Big|_{r=a-h_1} - u_\theta^{(2)} \Big|_{r=a-h_1} &= \frac{F_2 h_1}{\mu_1} \sigma_{r\theta}^{(1)} & u_\varphi^{(1)} \Big|_{r=a-h_1} - u_\varphi^{(2)} \Big|_{r=a-h_1} &= \frac{F_3 h_1}{\mu_1} \sigma_{r\varphi}^{(1)}, \\ u_r^{(2)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} - u_r^{(3)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} &= \frac{F_4 h_2}{\mu_2} \sigma_{rr}^{(3)}, & u_\theta^{(2)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} - u_\theta^{(3)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} &= \frac{F_5 h_2}{\mu_2} \sigma_{r\theta}^{(2)}, \\ u_\varphi^{(2)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} - u_\varphi^{(3)} \Big|_{r=a-h_1-h_2} &= \frac{F_6 h_2}{\mu_2} \sigma_{r\varphi}^{(2)} \end{aligned}$$

где F_i ($i=1,2,\dots,6$) – скаляр, принимающий свое значение из интервала $[0, \infty)$, а значение нуля (бесконечность) указывает на то, что между двумя рассматриваемыми соседними слоями произошел идеальный контакт (полное скольжение).

Решение краевой задачи получены аналитически с помощью потенциалов

Гельмгольца $\phi^{(k)}(r, \varphi, \theta, t)$, $\chi^{(k)}(r, \varphi, \theta, t)$ и $\psi^{(k)}(r, \varphi, \theta, t)$, и все механические величины представлены этими потенциалами.

$$\begin{aligned} u_r^{(k)} &= \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial^2 (r \chi^{(k)})}{\partial r^2} - r \nabla^2 \chi^{(k)}, \\ u_\theta^{(k)} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi^{(k)}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \chi^{(k)})}{\partial \theta \partial r}, \\ u_\varphi^{(k)} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial \varphi} - \frac{\partial \psi^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 (r \chi^{(k)})}{\partial \varphi \partial r}, \quad k=1,2,3 \end{aligned}$$

Каждый потенциал Гельмгольца представлен как

$$\begin{aligned} \phi^{(k)}(r, \varphi, \theta, t) &= \bar{\phi}^{(k)}(r, \varphi, \theta) e^{i\alpha t} & \chi^{(k)}(r, \varphi, \theta, t) &= \bar{\chi}^{(k)}(r, \varphi, \theta) e^{i\alpha t}, \\ \psi^{(k)}(r, \varphi, \theta, t) &= \bar{\psi}^{(k)}(r, \varphi, \theta) e^{i\alpha t} \end{aligned}$$

Безразмерные значения собственных частот, полученные для различных параметров задачи, приведены на графиках и в таблицах. Из численных результатов, приведенных в этих таблицах, установлено, что с увеличением значений параметров F_{kl} несовершенства соответствующие им значения основных частот уменьшаются. Этот эффект более значителен в контактной поверхности между прочным слоем и слабым слоем, которые облицованы в радиальном направлении к центру.

Литература

1. Y.M.Sevdimaliyev, S.D.Akbarov, N.Yahnioglu//The influence of imperfect contact conditions between layers of a hollow sandwich sphere on its natural frequencies//Mechanics of composite materials 2020.vol.56 №4 p.791-812.
2. Y.M.Sevdimaliyev, N.Yahnioglu//The effects of an imperfect contact conditions on the higher natural frequencies of a sandwich hollow sphere under torsional vibration mode//The 7th International Conference on COiA 2020.p410-412.



МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ

ЛАТИФ ХАЛИЛ ОГЛЫ ТАЛЫБЛЫ

Национальная Академия Авиации Азербайджана;
ИММ НАН Азербайджана
ltalybly@yahoo.com

Предложен один эффективный метод, который позволяет свести общие квазистатические задачи теории линейной изотропной вязкоупругости к интегральному уравнению Вольтера второго рода. Входящие в определяющие соотношения две функции ползучести (релаксации), соответствующие состояниям сдвига и объемного расширения, принимаются независимыми, то есть вязкоупругий коэффициент Пуассона считается переменным во времени. В отличие от многих существующих методов, здесь исключено традиционное применение интегральных преобразований. Апробация метода осуществлена на примере прикладной задачи о вращающемся круговом толстом диске.



ОБ ИНТЕГРАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ УЧЕБНЫХ ПРЕДМЕТОВ ЕСТЕСТВЕННО НАУЧНОГО ЦИКЛА

БАХАДУР ОМАР ОГЛЫ ТАХИРОВ, СОФЬЯ САХАВАТ ГЫЗЫ ИБРАГИМОВА

Бакинский Государственный Университет
qarabah48@mail.ru

Приоритетное направление современного образования на развитие личности требует новых подходов к построению содержания образования. В настоящее время идет интенсивный поиск, его новый парадигмы, основные черты которой - фундаментальность, целостность, направленность на удовлетворение интересов личности. В этих условиях необходима определенная корректировка содержания естественнонаучного образования и способов его развертывания в обучении.

Главной особенностью современных знаний является то, что процесс интеграции органично сопровождается дифференциацией наук. Эти два процесса неразрывно связаны.

Естественное развитие научного познания ведет к усилению дифференциации наук. В то же время развитие техники, технологии и производства во многом зависит не только от успехов отдельных отраслей науки, но и от междисциплинарного синтеза, интеграции их достижений. Вот почему интеграции наук, научных знаний должна находить свое отражение в образовании и обучении.

Ориентация образования на фундаментализацию его содержание требует внесения изменений в существующую систему учебных предметов. Сложившаяся в школе предметная система обучения отражает традиционное разделение предметных областей знания естественно. Необходимость интеграции содержания учебных предметов вызвано имеющихся в настоящее время противоречиями:

- между возросшими требованиями общества к общеобразовательной подготовке учащихся и фактическим ее уровнем;
- между большим объемом научных знаний и недопустимостью перегрузки у учащихся;
- между необходимостью полноценного образования и возможностями образовательных учреждений;
- между мощным потоком новой информации (математической, физической, биологической, химической, экономической и др.) и ее слабым отражением в учебных программах, учебниках и практике обучения.

Таким образом, актуальность данной проблемы социально и экономически обусловлена изменениями в науке, технике, технологии производства, которые вызывают необходимость модернизации обучения подрастающего поколения.

Интеграция систематизированных знаний, умений и навыков, которые включаются в учебные предметы естественнонаучного цикла и новых программ, стала возможной благодаря результатам последних исследований в области психологии.

Интеграция учебных предметов естественнонаучного цикла общеобразовательной школе наиболее эффективна и результативна при



дидактической инструментовки. Это способствует формированию единой естественнонаучной картины мира.

В современной педагогике вопрос о необходимости включения интегрированного обучения в систему образования интересует многих ученых, а также учителей, которые непосредственно реализует данный подход. Ведь главной их задачей остается формулирование у учащихся понимания взаимосвязей в мире, оценка их как единого целого, а также умение видеть существующие проблемы и вопросы и находить способы их решения.



СУТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧЕНИКА

БАХАДУР ОМАР ОГЛЫ ТАХИРОВ, ИРАДА ДЖУМШУД КЫЗЫ НОВРУЗОВА

Бакинский Государственный Университет
qarabah48@mail.ru

Под функциональной грамотности обычно понимается способность человека выступать в отношении с внешней средой и максимально быстро адаптироваться и функционировать в ней. Степень функциональной грамотности определяется знаниями, умениями и навыками, обеспечивающими формирование личности в системе социальных отношений. Функциональная грамотность необходима для осуществления жизнедеятельности в культурной среде.

Функциональная грамотность показывает, насколько человек может использовать полученные знания и умения и навыки в реальных жизненных ситуациях, она фиксирует необходимый уровень готовности личности для осуществления ее деятельности. Международное исследование PISA представляет функциональную грамотность представляет в виде составляющих:

- грамотность в чтении способность человека к пониманию письменных текстов и рефлексии на них, к использованию их содержания для достижения собственных целей, развития знаний и возможностей, для активного участия в жизни общества;
- грамотность в математике способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину;
- грамотности в области естествознания способность использовать естественно – научные знания для выделения в реальных ситуациях проблем, которые могут быть исследованы и решены с помощью научных методов для получения выводов, основанных на наблюдениях и экспериментах. Эти выводы необходимы для понимания окружающего мира и тех изменений, которые вносит в него деятельность человека, и для принятия соответствующего решения.

С 2012 года отдельным направлением оценки была включена финансовая грамотность, которая подразумевает знание и понимание финансовых понятий и финансовых рисков, а также навыки, мотивацию и уверенность, необходимые для принятия эффективных решений в разнообразных финансовых ситуациях способствующих улучшению финансового благополучия личности и общества, а также возможности участия в экономической жизни.

Развитие функциональной грамотности возможно на основе сформированной академической грамотности. Развитие компетенций являющихся основой функциональной грамотности, вплетенное в освоение предметного знания, – это не отдельная задача, а особенность учебного процесса при данном подходе.

В этих условиях происходит смещение акцентов с жесткой детальной фиксации материала обучения на образовательные результаты,



формулируемые в терминах деятельности учащихся: «что умеет ученик?», «насколько он владеет определенными компетенциями?».

При этом реализации компетентностной модели образования, способствующей развитию различных типов грамотности, в большей степени соответствует задачный подход.

Личностной подход к содержанию образования задает новые ориентиры для развития учебных задач, связанных с привлечением жизненного опыта обучающихся в различных видах деятельности межличностного взаимодействия. Такой личностный опыт предусматривает исполнение комплекса социальных ролей, наложивших отпечаток на понимание жизни и отношение к ее различным проявлениям, определивших содержание установок к знаниям человека, уровень развития его умений и ценностных установок. Именно эти ориентиры изменяют вектор развития задачного подхода от учебно-познавательных задач, традиционного образования, к комплексным заданиям с описанием реальных жизненных ситуаций, направленных на развитие и оценку функциональной грамотности, безусловно, не ограничивается указанными подходами и не может претендовать на универсальность.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА В УРАВНЕНИЕ БУССИНЕСКА ШЕСТОГО ПОРЯДКА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

АРАЗ САЛАМУЛЛА ОГЛЫ ФАРАДЖЕВ, ЯШАР ТОПУШ ОГЛЫ МЕГРАЛИЕВ

Азербайджанский государственный педагогический университет
Бакинский Государственный Университет
a.farajov@mail.ru, yashar_aze@mail.ru

Рассмотрим уравнение [1]

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) - u_{ttxx}(x, t) + u_{xxxx}(x, t) + u_{ttxxxx}(x, t) = a(t)u(x, t) + f(x, t) \quad (1)$$

в области $D_T = \{(x, t): 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ и поставим для него обратную краевую задачу с начальными условиями

$$u(x, 0) = \phi(x), u_t(x, 0) = \psi(x) \quad (0 \leq x \leq 1), \quad (2)$$

граничными условиями

$$u(0, t) = u_x(1, t) = u_{xx}(0, t) = u_{xxx}(1, t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

и с дополнительным интегральным условием

$$\int_0^T q(x)u(x, t)dx = h(t) \quad (0 \leq t \leq T), \quad (4)$$

где $f(x, t)$, $\phi(x)$, $\psi(x)$, $q(x)$, $h(t)$ – заданные функции, а $u(x, t)$ и $a(t)$ – искомые функции

где $f(x, t)$, $\phi(x)$, $\psi(x)$, $q(x)$, $h(t)$ – заданные функции, а $u(x, t)$ и $a(t)$ – искомые функции.

Определение 1. Классическим решением задачи (1)-(4) назовём пару $\{u(x, t), a(t)\}$ функций $u(x, t), a(t)$ обладающих следующими свойствами:

- 1) функция $u(x, t)$ непрерывна в D_T вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1);
- 2) функция $a(t)$ непрерывна на $[0, T]$;
- 3) уравнение (1) и условия (2)-(4) удовлетворяются в обычном смысле.

Сначала рассматривается вспомогательная обратная краевая задача и доказывается ее эквивалентность (в определенном смысле) исходной задаче. Для исследования вспомогательной обратной краевой задачи сначала используется метод разделения переменных. После применения формальной схемы метода разделения переменных решение прямой краевой задачи (при заданной неизвестной функции) сводится к решению задачи с неизвестными коэффициентами. После этого решение задачи сводится к решению некоторой счетной системы интегро-дифференциальных уравнений относительно неизвестного коэффициента. В свою очередь, последняя система относительно неизвестного коэффициента записывается в виде одного интегро-дифференциального уравнения относительно искомого решения. Затем, используя соответствующие дополнительные условия обратной вспомогательной краевой задачи, для определения неизвестных функций получаем систему двух нелинейных интегральных уравнений. Таким образом, решение вспомогательной обратной краевой задачи сводится к системе из двух нелинейных интегро-дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций. Строится конкретное банахово пространство. Далее, в шаре из построенного банахово

пространства с помощью сжатых отображений доказывается разрешимость системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, которая также является единственным решением вспомогательной обратной краевой задачи. С использованием эквивалентности задач доказывается существование и единственность классического решения исходной задачи.

Отметим что, прямые и обратные задачи для уравнения с частными производными шестого порядка рассматривались в работах [2-6].

Литература

1. G. Schneider, C.W. Eugene Kawahara dynamics in dispersive media, Physica. D. 152–153, 2001, 384–394.
2. Polat N. Existence and blow up of solutions of the Cauchy problem of the generalized damped multidimensional improved modified Boussinesq equation, Z. Naturforsch. 63a, 2008, pp. 543-552.
3. R. Xu , Y. Liu, B. Liu The Cauchy problem for a class of the multidimensional Boussinesq type equation, Nonlinear Anal. 74, 2011, pp. 2425–2437
4. А.С..Фараджев, Задача для уравнения Буссинеска шестого порядка с двойной дисперсией и нелокальными интегральными условиями //Proceedings of IAM. – 2021. – Т. 10. – №. 2. – С. 135-148.
5. А.С.Фараджев Об одной краевой задаче для дифференциального уравнения с частными производными шестого порядка с нелокальными условиями, Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем: сб. ст. по материалам XVI Междунар. науч.-техн. конф. г. Пенза, Россия, 1–4 декабря 2021 г.стр.57-62.
6. .A.S.Farajov, Inverse boundary value problem for the sixth-order Boussinesq equation with double variance, News of Baku university, series of physico-mathematical sciences, №3, 2021, p.16-26.

УСЛОВИЯ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ВХОДНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДВОИЧНЫХ 3D- МНОГОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДУЛЯРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ФИКРАТ ГЮЛЬАЛИ ОГЛЫ ФЕЙЗИЕВ, МАРАЛ РЗАБАЛА КЫЗЫ МЕХТИЕВА

Сумгаитский госуниверситет университет,
Бакинский Государственный Университет
FeyziyevFG@mail.ru; mehdiyevamaral71@gmail.com

Рассматривается один класс двоичных 3D-многомерных нелинейных модулярных динамических систем (3D–МНМДС) с фиксированной памятью n_0 , ограниченной связью $P = P_1 \times P_2$, степенью S , с r входом и k выходом, которые описываются в следующем виде [1]:

$$\begin{aligned} y_v[n, c_1, c_2] = & \sum_{i=1}^S \sum_{\bar{\eta} \in \Lambda(i)} \sum_{\bar{w} \in \Psi(\bar{\eta})} \sum_{(\bar{j}, \bar{\mu}) \in L_1 \times L_2} \sum_{\bar{t} \in \Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m})[\bar{w}]} h_{v, i, \bar{\eta}, \bar{w}}[\bar{j}, \bar{\mu}, \bar{t}] \times \\ & \times \prod_{\ell \in Q_0(\bar{\eta})} \prod_{(\alpha_\ell, \beta_\ell, \sigma) \in Q''_\ell(\eta_\ell, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_\ell)} v_{\ell, i, \bar{\eta}, \bar{w}}[n\tau_\ell(\alpha_\ell, \beta_\ell, \sigma), c_1 + \\ & + p_1(j_{\alpha_\ell}(\ell)), c_2 + p_2(\mu_{\beta_\ell}(\ell))] , GF(2), \quad v = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) $n \in [0, N] \equiv \{0, 1, \dots, N\}$, $c_\alpha \in [0, C_\alpha] \equiv \{0, 1, \dots, C_\alpha\}$ и N, C_α есть заданные натуральные числа, $\alpha = \overline{1, 2}$; $P_\alpha = \{p_\alpha(1), \dots, p_\alpha(r_\alpha)\}$, $-\infty < p_\alpha(1) < \dots < p_\alpha(r_\alpha) < \infty$, $p_\alpha(\beta) \in Z$, $\beta = \overline{1, r_\alpha}$, $\alpha = \overline{1, 2}$; $y[n, c_1, c_2] \in GF^k(2)$ и $v_{i, \bar{\eta}, \bar{w}}[n, c_1, c_2] \in GF^r(2)$ есть выходная и входная последовательности 3D–МНМДС (1) соответственно;

$$\Lambda(i) = \{\bar{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_r) | \eta_1 + \dots + \eta_r = i, \eta_\alpha \in \{0, 1, \dots, (n_0 + 1)r_1 r_2\}, \alpha = \overline{1, r}\};$$

$$Q_0(\bar{\eta}) = \{\ell | \ell \in \{1, \dots, r\} \text{ и } \eta_\ell \neq 0; \eta_\ell - \ell\text{-ый компонент вектора } \bar{\eta}\};$$

$$\Psi(\bar{\eta}) = \{\bar{w} = (w_1, \dots, w_r) | w_\ell \in \{1, \dots, \lambda(\eta_\ell)\}, \ell \in Q_0(\bar{\eta}); w_\ell = 0, \ell \notin Q_0(\bar{\eta})\},$$

где $\lambda(\eta_\ell)$ есть количество элементов множества $F_\ell(\eta_\ell)$:

$$F_\ell(\eta_\ell) = \{(\gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_\ell) | \bar{m}_\ell = (m_{\ell, 1, 1}, \dots, m_{\ell, 1, \gamma_2(\ell)}, \dots, m_{\ell, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell)}),$$

$$\sum_{\alpha=1}^{\gamma_1(\ell)} \sum_{\beta=1}^{\gamma_2(\ell)} m_{\ell, \alpha, \beta} = \eta_\ell; m_{\ell, \alpha, \beta} \in \{0, \dots, n_0 + 1\}, \alpha = \overline{1, \gamma_1(\ell)}, \beta = \overline{1, \gamma_2(\ell)};$$

$$(\forall \alpha \in \{1, \dots, \gamma_1(\ell)\})(\exists \beta \in \{1, \dots, \gamma_2(\ell)\}) \Rightarrow (m_{\ell, \alpha, \beta} \neq 0),$$

$$(\forall \beta \in \{1, \dots, \gamma_2(\ell)\})(\exists \alpha \in \{1, \dots, \gamma_1(\ell)\}) \Rightarrow (m_{\ell, \alpha, \beta} \neq 0),$$

$$\gamma_{\sigma}(\ell) \in \{1, \dots, r_{\sigma}\}, \sigma = \overline{1, 2};$$

$$L_1 = \times_{\ell \in Q_0(\bar{\eta})} L_{\ell,1}(\gamma_1(\ell)), \quad L_2 = \times_{\ell \in Q_0(\bar{\eta})} L_{\ell,2}(\gamma_2(\ell)), \quad \text{где}$$

$$L_{\ell,1}(\gamma_1(\ell)) = \{j(\ell) = (j_1(\ell), \dots, j_{\gamma_1(\ell)}(\ell)) | 1 \leq j_1(\ell) < \dots < j_{\gamma_1(\ell)}(\ell) \leq r_1\}, L_{\ell,2}(\gamma_2(\ell)) = \{\bar{\mu}(\ell) = (\mu_1(\ell), \dots, \mu_{\gamma_2(\ell)}(\ell)) | 1 \leq \mu_1(\ell) < \dots < \mu_{\gamma_2(\ell)}(\ell) \leq r_2\};$$

$$\gamma_1 = (\gamma_1(1), \dots, \gamma_1(r)), \quad \gamma_2 = (\gamma_2(1), \dots, \gamma_2(r)), \quad \bar{j} = (\bar{j}(1), \dots, \bar{j}(r)), \quad \bar{\mu} = (\bar{\mu}(1), \dots, \bar{\mu}(r)), \\ \bar{m} = (\bar{m}_1, \dots, \bar{m}_r);$$

Набор $(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m})$ есть элементы множества $F(\bar{\eta}) = \times_{\ell \in Q_0(\bar{\eta})} F_{\ell}(\eta_{\ell})$;

$$\Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m}) = \times_{\ell \in Q_0(\bar{\eta})} \Gamma_{\ell}(\gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell}),$$

где при $\bar{\tau}_{\ell, \alpha, \beta} \in \Gamma_{\ell, \alpha, \beta}(m_{\ell, \alpha, \beta})$, $(\alpha, \beta) \in Q'_{\ell}(\eta_{\ell}, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell})$, $\alpha = \overline{1, \gamma_1(\ell)}$, $\beta = \overline{1, \gamma_2(\ell)}$, множество всех блочных векторов (наборов) $\bar{\tau}_{\ell}$ обозначено через $\Gamma_{\ell}(\gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell})$, причем

$$\Gamma_{\ell, \alpha, \beta}(m_{\ell, \alpha, \beta}) = \{\bar{\tau}_{\ell, \alpha, \beta} = (\tau_{\ell}(\alpha, \beta, 1), \dots, \tau_{\ell}(\alpha, \beta, m_{\ell, \alpha, \beta})) | 0 \leq \tau_{\ell}(\alpha, \beta, 1) < \dots < \tau_{\ell}(\alpha, \beta, m_{\ell, \alpha, \beta}) \leq n_0\}; \quad Q'_{\ell}(\eta_{\ell}, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell}) = \{(\alpha, \beta) | m_{\ell, \alpha, \beta} \text{ - компоненты набора } \bar{m}_{\ell} \text{ и}$$

$$m_{\ell, \alpha, \beta} \neq 0, \alpha = \overline{1, \gamma_1(\ell)}, \beta = \overline{1, \gamma_2(\ell)}\};$$

$$Q''_{\ell}(\eta_{\ell}, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell}) =$$

$$= \{(\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}, \sigma) | \sigma \in \{1, \dots, m_{\ell, \alpha_{\ell}, \beta_{\ell}}\}, (\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}) \in Q'_{\ell}(\eta_{\ell}, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell})\}.$$

В (1) на вход блока 3D-МНМДС, соответствующий тройке $\langle i, \bar{\eta}, \bar{w} \rangle$, поступают входные последовательности $\{v_{\ell, i, \bar{\eta}, \bar{w}}[n, c_1, c_2] : n \in [0, N], c_1 \in [0, C_1], c_2 \in [0, C_2]\}$, $\ell \in Q_0(\bar{\eta})$. Введ-

ем следующую $(N+1)(C_1+1)(C_2+1) \times 1$ мерную матрицу

$$V_0(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}, \bar{\mu}, \bar{\xi}) = \{\prod_{\ell \in Q_0(\bar{\eta})} \prod_{(\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}, \sigma) \in Q''_{\ell}(\eta_{\ell}, \gamma_1(\ell), \gamma_2(\ell), \bar{m}_{\ell})} v_{\ell, i, \bar{\eta}, \bar{w}}[n - \tau_{\ell}^{(\xi)}(\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}, \sigma), c_1 + p_1(j_{\alpha_{\ell}}(\ell)), c_2 + p_2(\mu_{\beta_{\ell}}(\ell))]\},$$

где $\tau_{\ell}^{(\xi)}(\alpha_{\ell}, \beta_{\ell}, \sigma)$ есть ℓ -ый компонент ξ -ого набора (т.е. $\bar{\tau}_{\xi}$) из $\Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m})[\bar{w}]$. Пусть

$$V_1(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}, \bar{\mu}) = (V_0(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}, \bar{\mu}, \bar{\tau}_1) \dots V_0(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}, \bar{\mu}, \bar{\tau}_{|\Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m})[\bar{w}]|})),$$

$$V_2(i, \bar{\eta}, \bar{w}) = (V_1(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}_1, \bar{\mu}_1), \dots, V_1(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}_{|L_1|}, \bar{\mu}_{|L_1|}), \dots, V_1(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}_{|L_1|}, \bar{\mu}_{|L_2|})),$$

где $|A|$ есть число элементов множества A . Блочные матрицы $V_1(i, \bar{\eta}, \bar{w}, \bar{j}, \bar{\mu})$ и $V_2(i, \bar{\eta}, \bar{w})$ имеют соответственно $|\Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m})[\bar{w}]|$ и $|L_1| \cdot |L_2|$ столбцов. Матрица

$V_2(i, \bar{\eta}, \bar{w})$ как обыкновенная матрица имеет размерность $(N + 1)(C_1 + 1)(C_2 + 1) \times R$, где $R = |\Gamma(\gamma_1, \gamma_2, \bar{m})[\bar{w}]| \cdot |L_1| \cdot |L_2|$. Пусть

$$\begin{aligned} & \{v_{\ell, i, \bar{\eta}, \bar{w}}[n, c_1, c_2] : n \in [0, N], c_1 \in [0, C_1], c_2 \in [0, C_2]\}, \\ & \ell \in Q_0(\bar{\eta}), \bar{w} \in \Psi(\bar{\eta}), \bar{\eta} \in \Lambda(i), i \in \{1, \dots, S\}, \end{aligned} \quad (2)$$

такие, что $V_2(i, \bar{\eta}, \bar{w})$ удовлетворяет условиям ортогональности

$$V_2(i, \bar{\eta}, \bar{w})^T V_2(i, \bar{\eta}, \bar{w}) = \text{diag}\{d_{1,1}(2, \bar{\eta}, \bar{w}), \dots, d_{R,R}(2, \bar{\eta}, \bar{w})\},$$

$$d_{\gamma, \gamma}(2, \bar{\eta}, \bar{w}) > 0, \gamma = 1, \dots, R.$$

Тогда входные последовательности (2) называются вспомогательными ортогональными входными последовательностями (ВОВП) для 3D-МНМДС (1). С помощью ВОВП строятся основные ортогональные входные последовательности (ООВП). ООВП используются при решении задачи синтеза 3D-МНМДС. В данном докладе приводятся условия ортогональности для входных последовательностей (2).

Литература

1. Ф.Г.Фейзи́ев, М.Р.Мехти́ева Аналитическое представление полной реакции одного класса двоичных 3D-многомерных нелинейных модулярных динамических систем// Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 49. С.82-91.

БАЗИСНЫЕ СВОЙСТВА СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

АЙНА ЭЛЬБРУС КЫЗЫ ФЛЕЙДАНЛЫ

Сумгаитский Государственный Университет
aynafleydanli@gmail.com

Рассмотрим следующую краевую задачу

$$y^{(4)}(x) - (q(x)y'(x))' = \lambda y(x), \quad x \in (0, 1), \quad (1)$$

$$y''(0) = a\lambda y'(0), \quad (2)$$

$$Ty(0) = b\lambda y(0), \quad (3)$$

$$y''(1) = c\lambda y'(1), \quad (4)$$

$$Ty(1) = d\lambda y(1), \quad (5)$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ – спектральный параметр, $q(x)$ является положительной абсолютно непрерывной на $[0, 1]$ функция, a, b, c, d – действительные постоянные такие, что $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Спектральная задача (1)-(5) возникает при разделении переменных в динамической краевой задаче, описывающей изгибные колебания однородной балки, в поперечных сечениях которой действует продольная сила и на обоих концах сосредоточен инерционный груз и действует следящая сила (см. [1]).

В настоящей заметке изучаются базисные свойства в пространстве $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, собственных функций спектральной задачи (1)-(5).

Расположение собственных значений на вещественной оси, структура корневых подпространств и осцилляционные свойства собственных функций задачи (1)-(5) изучены в [1], где установлено, что собственные значения этой задачи являются вещественными, простыми и образуют неограниченно возрастающую последовательность $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ такую, что $\lambda_1 = 0$ и $\lambda_k > 0$ при $k \geq 2$. Кроме того, собственная функция $y_k(x)$, $k \in \mathbb{N}$, соответствующая собственному значению λ_k , и ее производная $y'_k(x)$, обладают следующими осцилляционными свойствами: функция $y_1(x)$ не имеют нулей, $y_2(x)$ имеет ровно один нуль, а функция $y_k(x)$ при $k \geq 3$ имеет либо $k-2$ либо $k-1$ простых нулей в интервале $(0, 1)$; функция $y'_k(x)$ при $k \geq 2$ имеет ровно $k-2$ простых нулей в $(0, 1)$.

Пусть r, l, s, t – произвольные фиксированные различные натуральные числа и

$$\Delta_{r,l,s,t} = \begin{vmatrix} y'_r(0) & y_r(0) & y'_r(1) & y_r(1) \\ y'_l(0) & y_l(0) & y'_l(1) & y_l(1) \\ y'_s(0) & y_s(0) & y'_s(1) & y_s(1) \\ y'_t(0) & y_t(0) & y'_t(1) & y_t(1) \end{vmatrix}$$

Теорема 1. Если $\Delta_{r,l,s,t} \neq 0$, то система $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r,l,s,t}^\infty$ образуют базис в $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, причем при $p=2$ этот базис является безусловным базисом. Если $\Delta_{r,l,s,t} = 0$, то система $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r,l,s,t}^\infty$ неполна и неминимальна в $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$.

Замечание 1. Для каждого b существует $k_b \geq 3$ такое, что $y_k(x)$ имеет $k-2$ простых нулей при $k > k_b$.

Замечание 2. В силу леммы 2.1 из [2] имеют место соотношения

$$y(0, \mu_k) \neq 0, \quad y(0, \nu_k), \quad k \in \mathbb{N},$$

где μ_k и ν_k , $k \in \mathbb{N}$, являются собственными значениями задачи (1), (3)-(5) и $y'(0)\cos\alpha - y''(0)\sin\alpha = 0$, при $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi/2$ соответственно. Следовательно, для каждого $k \in \mathbb{N}$ существует $\rho_k \in (\mu_{k+1}, \nu_{k+2})$ такое, что $y(0, \rho_k) = 0$. Тогда, для каждого $k \geq 3$ существует такое b_k , что $\lambda_k = \rho_{k-2}$ при $b = b_k$.

Теорема 2. Пусть $r=1, l=2$ и s, t ($s < t$) – произвольные фиксированные натуральные числа такие, что s является четным, а t является нечетным. Если $b \geq b_s$ и $t \geq k_b$, то система $\{y_k(x)\}_{k=1, k \neq r,l,s,t}^\infty$ образуют базис в $L_p(0,1)$, $1 < p < \infty$, причем при $p=2$ этот базис является безусловным базисом.

Литература

1. Z.S. Aliyev, G.T. Mamedova, Some properties of eigenfunctions for the equation of vibrating beam with a spectral parameter in the boundary conditions // J. Differential Equations, 2020, vol. 269, no. 2, p. 1383-1400.
2. D.O. Banks, G.J. Kurowski, A Prüfer transformation for the equation of a vibrating beam subject to axial forces // J. Differential Equations, 1974, vol. 24, no. 1, p. 57-74.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО УРАВНЕНИЯ БЕННИ-ЛЮКА.

ГЮЛЬНАРА ДАДАШ КЫЗЫ ШУКЮРОВА, ДЖАЛАЛА ДЖАЛАЛ ГЫЗЫ МАМЕДОВА

Бакинский Государственный Университет

Рассмотрим уравнение

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) + \alpha u_{xxxx}(x, t) - \beta u_{xttt}(x, t) = f(x, t) \quad (1)$$

в области $D_T = \{(x, t): 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ и поставим для него краевую задачу с нелокальными начальными условиями

$$u(x, 0) + \delta u(x, T) = \phi(x), u_t(x, 0) = \psi(x) \quad (0 \leq x \leq 1), \quad (2)$$

граничным условием

$$u_x(0, t) = 0, u_x(1, t) = 0, u_{xxxx}(0, t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T) \quad (3)$$

и нелокальным интегральным условием

$$\int_0^1 u(x, t) dx = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (4)$$

где $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \leq \delta < 1$, - фиксированные числа, $\phi(x), \psi(x), f(x, t)$ - заданные функции, а $u(x, t)$ - искомая функция.

Определение. Под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем функцию $u(x, t)$, непрерывную в замкнутой области D_T вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1) и удовлетворяющую условиям (1)-(4) в обычном смысле.

Справедлива следующая

Лемма 1. Пусть $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \leq \delta < 1$,

$$\phi(x) \in C[0, 1], \int_0^1 \phi(x) dx = 0, \psi(x) \in C[0, 1], \int_0^1 \psi(x) dx = 0,$$

$$f(x, t) \in C(D_T), \int_0^1 f(x, t) dx = 0 \quad (0 \leq t \leq T).$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(4) эквивалентна задаче определения функций $u(x, t)$, из (1)-(3),

$$u_x(1, t) = 0 \quad (0 \leq t \leq T). \quad (5)$$

Теорема 1. Пусть $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $0 \leq \delta < 1$. Тогда задача (1)-(3), (5) не может иметь более одного решения, т.е. если задача (1)-(3), (5) имеет решение, то оно единственно.

Литература

1. Самарский, А.А. О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Диф. уравнения. – 1980. – Т. 16, № 11. – Р. 1925–1935.
2. Cannon, J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math.. – 1963. – Vol. 5, № 21. – Р. 155–160.
3. Ионкин, Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Диф. уравнения. – 1977. – Т. 13, № 2. – Р. 294–304.

ОБРАТНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

ЭЛЬМИРА ГАДЖИ КЫЗЫ ЮСИФОВА

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана
elmi.haciyeva79@mail.ru

Для уравнения

$$u_{ttt}(x,t) + u_{xx}(x,t) = a(t)u(x,t) + b(t)g(x,t) + f(x,t) \quad (1)$$

в области $D_T = \{(x,t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}$ рассмотрим обратную краевую задачу с граничными условиями

$$u(x,0) = \varphi_0(x) + \int_0^T p_0(t)u(x,t)dt, \quad u_t(x,T) = \varphi_1(x) + \int_0^T p_1(t)u(x,t)dt, \\ u_{tt}(x,0) = \varphi_2(x) + \int_0^T p_0(t)u(x,t)dt, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

условием Неймана

$$u_x(0,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

нелокальным интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

и с дополнительными условиями

$$u(0,t) = h_1(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

$$u(1,t) = h_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (6)$$

где $f(x,t)$, $\varphi_i(x)$, $p_i(t)$, $i=0,1,2$, $h_i(t)$, $i=1,2$ – заданные функции, а $u(x,t)$, $a(t)$ и $b(t)$ – искомые функции.

Отметим, что задача (1)–(6) возникает при изучении вопросов фильтрации флюидов в пористых средах, теплообмена в неоднородной среде, переноса влаги в почве, распространения акустических волн в слабо-неоднородной среде (см., напр., [1-3]).

Введем обозначение:

$$\tilde{C}^{2,3}(D_T) = \{u(x,t) : u(x,t) \in C^2(D_T), u_{ttt}(x,t) \in C(D_T)\}.$$

Определение. Под классическим решением обратной краевой задачи (1)–(6) понимаем тройку $\{u(x,t), a(t), b(t)\}$ функций $u(x,t) \in \tilde{C}^{2,3}(D_T)$, $a(t) \in C[0,T]$, $b(t) \in C[0,T]$ удовлетворяющих уравнению (1) и условиям (2)–(6) в обычном смысле.



С помощью метода Фурье, а также аналитических и теоретико-операторных методов доказано существование и единственность классического решения этой задачи.

Литература

1. A.M. Nakhushev. Equations of mathematical biology // Moskow, Vysshaya Shkola, 1995.
2. L.I. Rubinstein. On the question of the process of heat propagation in heterogeneous media // Izvestiya AN SSSR. Seriya geograficheskaya 1948, vol. 12, no. 1, 27-45 [in Russian].
3. O.V. Rudenko, S.I. Soluyan. Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics // Consultants Bureau, New York, USA, Consultants Bureau, 1977.
4. Z.S. Aliyev, Y.T. Mehraliyev, E.H. Yusifova, On some nonlocal inverse boundary problem for partial differential equations of third order // Turk. J. Math. 2021, vol. 45, 1871-1886.

APPLICATION OF A HYBRID METHOD TO SOLVE INITIAL-VALUE PROBLEM FOR THE VOLTERRA INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS

GULNARA HUSEYN ADAYEVA, ISABALA ELI QURBANOV

Baku State University
gulnaraadayeva@gmail.com, ibvaq47@mail.ru

As is known there are some classes methods for solving initial-value problem for Volterra integro-differential equations. Among of them the multistep methods with constant coefficients are popular. By using this, here suggested to solving of the above-named problem to apply the multistep methods. However, the hybrid methods have been proven to be more accurate than the multistep methods with constant coefficients. Considering these, here considered to application the simple methods of hybrid types.

Let us to consider the following initial-value problem for the Volterra integro-differential equations:

$$y'(x) = f(x, y) + \int_{x_0}^x k(x, s, y(s)) ds, y(x_0) = y_0, x \in [x_0, X]. \quad (1)$$

Assuming that the problem (1) has the unique solution, which is define in the segment $[x_0, X]$. This segment by the step-size $0 < h$ is divided into N equal parts and the mesh-points denote by the $x_{i+1} = x_i + h$ ($i = 0, 1, \dots, N-1$). Here, to solving problem (1) offered to use traditional schemes. In this case, receive:

$$Y'(x) = f(x, y) + v(x), y(x_0) = y_0, x_0 \leq x \leq X, \quad (2)$$

$$v(x) = \int_{x_0}^x k(x, s, y(s)) ds. \quad (3)$$

If the function $k(x, s, y)$ is degenerate and can be presented as follows:

$$k(x, s, y) = \sum_{j=1}^m a_j(x) b_j(s, y),$$

then from the (3) have:

$$V(x) = \sum_{j=1}^m a_j(x) \int_{x_0}^x f_j(s, y(s)) ds; \text{ or } v(x) = \sum_{j=1}^m a_j(x) \tau_j(x).$$

It follows from here, that

$$\tau_j = f_j(x, y(x)), \tau_j'(x_0) = 0, j = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

For solving this system of ODEs one can be used the simple multistep method. For example, the following methods:

$$\begin{aligned} \tau_j(x_{i+1}) &= \tau_j(x_i) + h b_j(x_i, y_i); \\ \tau_j(x_{i+1}) &= \tau_j(x_i) + h f_j(x_{i+1}, y_{i+1}); \\ \tau_j(x_{i+1}) &= \tau_j(x_i) + \frac{h(b_j(x_{i+1}, y_{i+1}) + b_j(x_i, y_i))}{2}; \end{aligned}$$

$$\tau_j(x_{i+e}) = \tau_j(x_i) + h_j \left(x_{i+1/2}, y_{i+1/2} \right), j=1, 2, \dots, m; 0 \leq i \leq N-1.$$

For the simplify let us consider the case $m=1$. In this case, receive:

$$v(x) = a(x) b(s, y) \text{ and } \tau'(x) = b(x, y(x)), \tau(x_0) = 0$$

And problem (2) in this case can be written as following:

$$y'(x) = f(x, y) + a(x) \int_{x,0}^x b(s, y(s)) ds, y(x_0) = y_0 \quad (5)$$

This initial value problem to write as the following:

$$y'(x) = f(x, y) + a(x) \tau(x), y(x_0) = y_0.$$

From here, receive

$$y_{n+1} = y_n + h(f_n + a_n \tau_n)$$

or

$$y_{n+1} = y_n + h(f_{n+1} + a_{n+1} \tau_{n+1}) \quad (6)$$

For the calculation of or one can be used the following Euler's methods:

$$\tau_{n+1} = \tau_n + h b_n \text{ or } \tau_{n+1} = \tau_n + h b_{n+1}$$

By using these values in the methods of (6) one can be solved the problem (5). Here as the simple hybrid method, here suggest to use the following midpoint method:

$$y_{n+1} = y_n + h y'_{n+1/2}$$

Which can be taken as the explicit method with the accuracy of $p=2$

Reference

5. Mehdiyeva G.Yu., Ibrahimov V.R., Imanova M.N., General hybrid thethod in solving the numerical solution for ODE of first and second order, Recent Advances in Engineering Mechanics, Structurs and Urban Planning, Cambridge, UK, 2013, p. 175-180.
6. On the application of the methods Covella type, News Baku University , fizmath ser,
7. Mehdiyeva G.Yu., Ibrahimov V.R., Imanova M.N., 2010, N:2, p. 92-99
8. One modification of quadrature method, News Baku State University, fizmah ser. 2009, N:3, p.101-108.

STABILITY ESTIMATES OF FEEDBACK CONTROLLER LINEAR FIRST ORDER NEUTRAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH VARIABLE COEFFICIENTS

AGAMALI QULU AGAMALIYEV

Baku State University

a_agamali@mail.ru

The problem of stabilizing a linear differential equation with neutral delay by means of linear feedback without neutral delay is considered. A sufficient condition on the open loop system is presented for the possibility of actualizing the arbitrarily prescribed degree of stability in the closed loop system [1-7].

Consider the linear delay linear differential equation

$$\dot{x}(t) = -a_0(t)x(t) + a_1(t)x(t-w) + a_2(t)\dot{x}(t-w) - b_0(t)u(t) + b_1(t)u(t-w) + b(t)\dot{u}(t-w), \quad t \geq 0 \quad (1)$$

$$x(t) = g(t), \quad -w \leq t \leq 0 \quad (w > 0)$$

where $t \geq 0$ represents time, $x(t), u(t) \in R$, $a_j(t)$ and $b_j(t)$, $(j = 0, 1, 2)$ are w -periodic continuous functions for $t \geq 0$, $g(t)$ is a continuously differentiable given function on the segment $[-w, 0]$. We introduce a state feedback controller $u(t)$ is given

$$u(t) = k(t)x(t)$$

where $k(t)$ is a w -periodic continuously differentiable function for all $t \in R$.

Theorem . Assume that $a(t) > 0$ and

$$|c(t)| + \left| \frac{b(t)}{a(t)} - c(t) \right| \leq 1$$

where

$$a(t) = a_0(t) + k(t)b_0(t), \quad c(t) = a_2(t) + k(t-w)b_2(t)$$

and

$$b(t) = a_1(t) + k(t-w)b_1(t) + \dot{k}(t-w)b_2(t)$$

for $t \in [0, \infty)$. Then for the solution of (1) the estimate

$$|x(t)| \leq \max \left\{ \max_{-w \leq t \leq 0} |g(t)|, \max_{-w \leq t \leq 0} \frac{|b(t+w)| + c(t+w)\dot{g}(t)}{a(t+w)} \right\},$$

$$\frac{|b(t)x(t) + c(t)\dot{x}(t)|}{a(t)} \leq \left\{ \max_{-w \leq t \leq 0} |g(t)|, \max_{-w \leq t \leq 0} \frac{|b(t+w)| + c(t+w)\dot{g}(t)}{a(t+w)} \right\}$$

holds $\forall t \in [0, \infty)$.

References

9. Ashyralyev A. and Akça H., Stability estimates of difference schemes for neutral delay differential equations, *Nonlinear Analysis* 44 (2001) 443-452.
10. Ikeda İ. and Ashida T., Stabilization of linear systems with time – varying delay, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.26, pp. 586-587, 1981.
11. Leitman G., Decentralized stabilizing state feedback controlles for a class of large-scale systems including state delays in the interconnections, *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol.100, no. 1, pp. 59-87, yanuary 1999.
12. Bellen A., Jackieüicz Z., and Zennaro M., Stability analysis of one-step methods for neutral-delay differential equations, *Numer.Math.* 52 (1998) 605-619.
13. Belman R. and Cooke K., *Differential – Difference Equations*. Academic Press, New York, 1963.
14. Elsgolts L.E. and Norkin S.B., *Introduction to the Theory and Application of Differential Equations with Deviating Arquments*, Akademik Press. New York, London, 1973.
15. Myshkis A.D., *Linear Differential Equations with a Retarded Arqument*. Ed. Gostekhizdat, Moscow-Leningrad, 1951, (in Russian, 2nd. Edit, 1972).

ON THE SPECTRUM OF GENERALIZED GEOMETRIC PROGRESSION

ALI MUSTAFA AKHMEDOV, SEVİL FAZİL ALIYEV

Baku State University
ali.akhmedov@rambler.ru, sevilalyeva98@gmail.com

In this work we generalized some results from work ([1] , [2]) and also find the spectrum of considered difference operator-matrix $B(r,s,t,u)$ in the space c . Here c is a Banach spaces of the convergent sequences. We consider the sequence

$$a_{n-2} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1} \quad (1)$$

where q_1, q_2 are complex quantities. (a_n) is a sequences of complex numbers. Suppose that $q_1 + q_2 = 1$ and $a_1 = a, a_2 = b$. If subtracting a_{n+1} from both sides and using $q_1 = 1 - q_2$ we get

$$a_{n+2} - a_{n+1} = q_1 a_n + q_2 a_{n+1} - a_{n+1} = q_1 a_n - (1 - q_2) a_{n+1} = -q_1 (a_{n+1} - a_n),$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = -q_1 (a_{n+1} - a), \quad n = 1, 2, \dots$$

So, we have the next sequences

$$a_2 - a_1 = b - a, \quad a_3 - a_2, \dots, a_{n+1} - a_n$$

Such that (beginning form second term) every term subordinates preceding then. It is geometrical progression with common multiplier $-q_1$. Summing then we get

$$(a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_{n+1} - a_n) = a_{n+1} - a_1 = a_{n+1} - a$$

or

$$a_{n+1} - a = \frac{b - a - (-q_1)^{n+1}(b - a)}{1 - (-q_1)} \quad (2)$$

By the condition $|q_1| + |q_2| = 1$, and so $|q_1| < 1$. Then we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{aq_1 + b}{1 + q_1}.$$

Theorem. If $|q_1| + |q_2| = 1$ and $a_n = q_1 a_{n-2} + q_2 a_{n-1}; \quad n \geq 3$

Then the sequence (a_n) converges. Where $a = a_1$ and $b = a_2$. In other words, the next assertions are true

1) $(a_n) \in c$

2) The spectrum of $B(r,s,t,u)$

$$\sigma(B(r,s,t,u)) = \{\lambda \in c, |\lambda - r| \leq |s| + |t| + |u|\}$$

References

16. Ali M. Akhmedov, Ilgar V. Safarli. On the Recurrences Sequences and Their Applications. News of Baku University, 2020 .
17. Ali M. Akhmedov, Babayev R.M. On the iterative sequences of the linear bounded operators and applications. Вестник БГУ, сер. физ-мат. наук, 2020, 8 сәһ.

ON HESSIAN TYPE METRICS

SALEH ASHRAF ALIYEV, ARIF AGACAN SALIMOV

Baku State University
asalimov@hotmail.com; aliyevsaleh22@gmail.com

We consider a two-dimensional dual algebra $\square(\varepsilon)$, $\varepsilon^2 = 0$ (ε is nilpotent) with a standard basis $\{e_1, e_2\} = \{1, \varepsilon\}$ and structural constants

$C_{\alpha\beta}^\gamma: e_\alpha e_\beta = C_{\alpha\beta}^\gamma e_\gamma$, $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2$, where $C_{11}^1 = C_{12}^2 = C_{21}^2 = 1$, $C_{12}^1 = C_{21}^1 = C_{22}^1 = C_{11}^2 = C_{22}^2 = 0$ are components of the (1,2)-tensor $C: \square(\varepsilon) \times \square(\varepsilon) \rightarrow \square(\varepsilon)$. It is well known that the dual-holomorphic multi-variable function $F = F(Z^1, \dots, Z^n)$, $Z^i = x^i + \varepsilon x^{n+i}$, $i = 1, \dots, n$ has the following form [1]:

$$F(Z^1, \dots, Z^n) = f(x^1, \dots, x^n) + \varepsilon(x^{n+1} \partial_s f + g(x^1, \dots, x^n)), \quad (1)$$

where $g = g(x^1, \dots, x^n)$ is any real multi-variable C^∞ -function.

Let now M_n be a differentiable manifold and $T(M_n)$ its tangent bundle, and π the projection $T(M_n) \rightarrow M_n$. Let $(U, x = (x^1, \dots, x^n))$ be a coordinate chart in M_n . Then it induces local coordinates $(x^1, \dots, x^n, x^{n+1}, \dots, x^{2n})$ in $\pi^{-1}(U)$, where $x^{n+1}, \dots, x^{2n}$ represent the components of $v \in T_x(M_n)$ with respect to local frame $\{\partial_i\}$. If $(U', x' = (x'^1, \dots, x'^n))$ is another coordinate chart in M_n , then the induced coordinates $(x'^1, \dots, x'^n, x'^{n+1}, \dots, x'^{2n})$ in $\pi^{-1}(U')$, will be given by

$$x'^i = x'^i(x^i), \quad x'^{\bar{i}} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^i} x^{\bar{i}}, \quad i = 1, \dots, n, \quad \bar{i} = n+1, \dots, 2n. \quad (2)$$

The tangent bundle $T(M_n)$ carries a natural dual structure

$$\varphi = (\varphi_\beta^\alpha) = \begin{pmatrix} \varphi_j^i & \varphi_{\bar{j}}^i \\ \varphi_j^{\bar{i}} & \varphi_{\bar{j}}^{\bar{i}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

where $\varphi^2 = 0$, $I = (\delta_j^i)$. Therefore with each induced coordinates $(x^i, x^{\bar{i}})$ in $\pi^{-1}(U) \subset T(M_n)$, we associate the local dual coordinates $X^i = x^i + \varepsilon x^{\bar{i}}$, $\varepsilon^2 = 0$. Using (2) we see that the local dual coordinates $X^i = x^i + \varepsilon x^{\bar{i}}$ transformed by

$$X^{i'} = x^{i'}(x^i) + \varepsilon x^{\bar{s}} \partial_s (x^{i'}(x^i)). \quad (3)$$

The equation (3) shows that the quantities $X^{i'}$ are dual-holomorphic functions of $X^i = x^i + \varepsilon x^{\bar{i}}$ (see (1) with $g(x^1, \dots, x^n) = 0$). Thus the tangent bundle $T(M_n)$ with a natural integrable φ -structure is a real modelling of dual-holomorphic manifold $X_n(\square(\varepsilon))$ ($\dim X_n(\square(\varepsilon)) = n$). In such modelling there exists a one-to-one

correspondence between dual tensor fields on $X_n(\square(\varepsilon))$ and pure tensor fields with respect to φ -structure on $T(M_n)$. We consider the tensor field of type (1.0), i.e. the dual vector field on $X_n(\square(\varepsilon))$ and the corresponding real vector field on $T(M_n)$, which by convenience is pure.

In a tangent bundle $T(M_n)$ with dual structure φ , a vector field $\tilde{V} = (\tilde{v}^\alpha) = (\tilde{v}^i, \tilde{v}^{n+i}) = (\tilde{v}^i, \tilde{v}^{\bar{i}})$ is called a dual-holomorphic vector field if $L_{\tilde{V}}\varphi = 0$ [1]. Such vector field is a real modelling of corresponding dual-holomorphic vector field $V = (V^i)$ on $X_n(\square(\varepsilon))$, where $V^i = \tilde{v}^i + \tilde{v}^{\bar{i}}\varepsilon$. The condition of dual-holomorphy of a vector field $\tilde{V}$ on $T(M_n)$ may be now locally written as follows:

$$L_{\tilde{V}}\varphi_\beta^\alpha = \tilde{v}^\sigma \partial_\sigma \varphi_\beta^\alpha - (\partial_\sigma \tilde{v}^\alpha) \varphi_\beta^\sigma + (\partial_\beta \tilde{v}^\sigma) \varphi_\sigma^\alpha = 0.$$

From here follows that a real dual-holomorphic vector field $\tilde{V}$ on tangent bundle can be written in the form

$$\tilde{V} = (\tilde{v}^\alpha) = \begin{pmatrix} \tilde{v}^i \\ \tilde{v}^{\bar{i}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^i(x^1, \dots, x^n) \\ x^{\bar{j}} \partial_j v^i + w^i(x^1, \dots, x^n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^i \\ x^{\bar{j}} \partial_j v^i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ w^i \end{pmatrix} = {}^c v + {}^v w,$$

where ${}^c v$ and ${}^v w$ are the complete and vertical lifts of vector fields $v = (v^i)$ and $w = (w^i)$ from M_n to tangent bundle $T(M_n)$, respectively [9]. If ${}^v w = -\gamma(\nabla v) = -(0, x^{\bar{i}} \nabla_i v^h)$, then we have the horizontal lift ${}^c v - \gamma(\nabla v) = {}^H v$ in the tangent bundle $T(M_n)$, where ∇ is a covariant derivative. Thus we have

Theorem: *The horizontal lift of vector field to tangent bundle is a dual holomorphic vector field.*

References

18. Salimov A.A., Cengiz N., Behboudi Asl M. On holomorphic hypercomplex connections // *Adv. Appl. Clifford Algebr.* 23(2013), no. 1, 179–207.

HOLOMORPHIC HORIZONTAL LIFTS OF CONNECTIONS TO TANGENT BUNDLE

LALE YASHAR ALLAHVERDIYEVA, ARIF AĞACAN SALIMOV

Baku State University

l.allahverdiyeva95@gmail.com; asalimov@hotmail.com

Let $\tilde{\nabla}$ be a connection with components $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\gamma}$ on the tangent bundle $T(M_n)$ preserving the dual structure φ . That connection is called a pure connection by definition if

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\sigma}\varphi_{\sigma}^{\gamma} = \tilde{\Gamma}_{\sigma\beta}^{\gamma}\varphi_{\alpha}^{\sigma} = \tilde{\Gamma}_{\alpha\sigma}^{\gamma}\varphi_{\beta}^{\sigma}.$$

From the purity condition we have

$$\tilde{\Gamma}_{\bar{i}j}^k = \tilde{\Gamma}_{i\bar{j}}^k = \tilde{\Gamma}_{\bar{i}\bar{j}}^k = \tilde{\Gamma}_{i\bar{j}}^{\bar{k}} = 0.$$

The pure connection $\tilde{\nabla}$ with components $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\gamma}$ is called a dual-holomorphic connection, if [1]

$$(\Phi_{\varphi}\Gamma)_{\alpha\beta}^{\gamma} = \varphi_{\tau}^{\sigma}\partial_{\sigma}\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^{\gamma} - \varphi_{\alpha}^{\sigma}\partial_{\tau}\tilde{\Gamma}_{\sigma\beta}^{\gamma} = 0.$$

The equation $(\Phi_{\varphi}\Gamma)_{\alpha\beta}^{\gamma} = 0$ reduces to

$$\tilde{\Gamma}_{ij}^k = \Gamma_{\bar{i}j}^{\bar{k}} = \tilde{\Gamma}_{i\bar{j}}^{\bar{k}} = \Gamma_{ij}^k(x^1, \dots, x^n), \quad \tilde{\Gamma}_{ij}^{\bar{k}} = x^{\bar{i}}\partial_i\Gamma_{ij}^k + H_{ij}^k(x^1, \dots, x^n),$$

where $H_{ij}^k(x^1, \dots, x^n)$ are components of any tensor field H of type (1,2) on M_n , i.e. $\tilde{\nabla} = {}^c\nabla + \tilde{H}$.

If $\tilde{H}$ has components $H_{\alpha\beta}^{\gamma}$ such that $H_{ij}^{\bar{k}} = -x^{\bar{s}}R_{sij}^k$, all others being zero, then we have the horizontal lift ${}^c\nabla + \gamma R = {}^H\nabla$ in the tangent bundle $T(M_n)$, where ∇ is the connection on M and γR is a special tensor field of type (1,2) in the tangent bundle:

$$\gamma R = (x^{\bar{s}}R_{sij}^k)\frac{\partial}{\partial x^{\bar{k}}} \otimes dx^i \otimes dx^j.$$

Thus we have

Theorem: *The horizontal lift of connection to tangent bundle is a dual holomorphic connection.*

References

19. [1] Salimov A., Aslanci S., Jabrailzade F. Dual-holomorphic functions and problems of lifts // *Chin. Ann. Math. Ser. B.* 43(2022), no. 2, 223-232.



COMPLETENESS OF ELEMENTARY SOLUTIONS OF DIFFERENTIAL-OPERATOR EQUATIONS FIRST ORDER IN HILBERT SPACE

HAMDULLA ISRAFIL ASLANOV, MAMMADALI MUSA MAMMADOV, FEYRUZ MISIR HASANOV

Institute Mathematics and Mechanics of ANAS,
Sumgait State University, Baku State University
aslanov.50@mail.ru, integral-59@mail.ru, feryruz.hasanov@inbox.ru

Let's consider in Hilbert space H the Cauchy problem for perturbed homogeneous equation of the first order

$$u'(t) = Au(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$u(0) = u_0 \quad (2)$$

Let's find the conditions, which provides the approximation of Cauchy problem (1)-(2) by the linear combinations of elementary solutions of equation (1).

Denote by λ_j the eigen-values of the operator $A+B$ subject to the algebraic multiplicity. If $u_{j0}, \dots, u_{jk_j}$ is a chain of root vectors of the operator $A+B$ corresponding to λ_j then the function

$$u_j(t) = e^{\lambda_j t} \left(\frac{t^{k_j}}{k_j!} u_{j0} + \frac{t^{k_j-1}}{(k_j-1)!} u_{j1} + \dots + \frac{t}{1!} u_{j,k_j-1} + u_{jk_j} \right) \quad (3)$$

is an elementary solution of equation (1).

Theorem. Let:

- 1) the operator A in H have dense domain of determination;
- 2) at some $p > 0$ and $\lambda_0 \in \rho(A)$ the operator $R(\lambda_0, A) \in \sigma_p(A)$;
- 3) there exist the rays $l_k(a)$ with angles between the neighbouring rays not bigger

$\frac{\pi}{p}$ and the number $\alpha > 0, \beta \in (0, 1]$ such that

$$R(\lambda, A) \leq |\lambda|^{-\beta}, |\arg \lambda| \leq \frac{\pi}{2} + \alpha, \lambda \in l_k(a);$$

- 4) B is an operator in $H : D(B) \supset D(A)$ and for any $\varepsilon > 0$

$$\|Bu\| \leq \varepsilon \|Au\|^\beta \|u\|^{1-\beta} + c(\varepsilon) \|u\|, u \in D(A);$$

- 5) $u_0 \in D(A)$.

Then problem (1)-(2) has a unique solution $u(t)$, $u \in C((0, T], H) \cap C'((0, T], H(A), H)$ and there exist the numbers c_{jn} such that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{t \in [0, T]} \left\| u(t) - \sum_{j=1}^n c_{jn} u_j(t) \right\|_H = 0,$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{t \in [0, T]} \left\| u'(t) - \sum_{j=1}^n c_{jn} u_j'(t) \right\|_H + \left\| Au(t) - \sum_{j=1}^n c_{jn} Au_j(t) \right\|_H = 0$$

where $u(t)$ is a solution of the problem (1)-(2) and $u_j(t)$ are elementary solutions (3) of equation (1).

References

20. Hamidulla I. Aslanov, Muhammedali M. Mammadov, Completeness of elementary solutions of differential-operator equations, Transactions of NASA, Mathematics and Mechanics, vol.XXVIII, N 1, 2008, p.25-32

SIMULTANEOUS DETERMINATION OF THE RIGHT-HAND SIDE AND THE COEFFICIENT OF THE LOWEST DERIVATIVE IN A TWO-DIMENSIONAL PARABOLIC EQUATION

ELVIN İBRAHİM AZİZBAYOV, YASHAR TOPPUŞ MEHRALİYEV

Academy of Public Administration under the President of the Republic of Azerbaijan,
Baku State University
eazizbayov@dia.edu.az, yashar_aze@mail.ru

Let $T > 0$ be a fixed time moment and let $D_T = \overline{Q_{xy}} \times [0, T]$, denotes a closed bounded region in space, where Q_{xy} defined by the inequalities $0 < x < 1, 0 < y < 1$. We consider the problem of determining the unknown functions $u(x, y, t) \in C^{2,2,1}(D_T)$ and $a(t), b(t) \in C[0, T]$, such that the triplet $\{u(x, y, t), a(t), b(t)\}$ satisfies the two-dimensional parabolic equation

$$\begin{aligned} u_t(x, y, t) - c(t)(u_{xx}(x, y, t) + u_{yy}(x, y, t)) = \\ = a(t)u(x, y, t) + b(t)g(x, y, t) + f(x, y, t), \quad (x, y, t) \in D_T, \end{aligned} \quad (1)$$

with the nonlocal initial conditions

$$u(x, y, 0) + \delta u(x, y, T) + \int_0^T p(t)u(x, y, t)dt = \varphi(x, y), \quad (x, y) \in \overline{Q_{xy}}, \quad (2)$$

the boundary conditions

$$u(0, y, t) = u_x(1, y, t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$u_y(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

and overspecified conditions

$$u(1, 0, t) = h_1(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (5)$$

$$u(x_0, y_0, t) = h_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad x_0, y_0 \in Q_{xy}, \quad (6)$$

where $\delta \geq 0$ is given number, $0 < c(t)$, $0 \leq p(t)$, $f(x, y, t)$, $g(x, y, t)$, $\varphi(x, y)$, $h_1(t)$, and $h_2(t)$ are known functions.

Note that the related inverse problems for two-dimensional parabolic equation was studied in the papers [1,2] and the references therein.

Theorem 1. Assume that $\delta \geq 0$, $0 < c(t) \in C[0, T]$, $0 \leq p(t) \in C[0, T]$, $f(x, y, t), g(x, y, t) \in C(D_T)$, $\varphi(x, y) \in C(\overline{Q_{xy}})$, $h_1(t), h_2(t) \in C^1[0, T]$, $h(t) \equiv h_1(t)g(x_0, y_0, t) - h_2(t)g(1, 0, t) \neq 0$, $0 \leq t \leq T$ and the compatibility conditions

$$\begin{aligned} h_1(0) + \delta h_1(T) + \int_0^T p(t)h_1(t)dt = \varphi(1, 0), \\ h_2(0) + \delta h_2(T) + \int_0^T p(t)h_2(t)dt = \varphi(x_0, y_0), \end{aligned} \quad (7)$$

hold. Then the problem of finding a classical solution of (1)-(6) is equivalent to the problem of determining the functions $u(x,y,t) \in C^{2,2,1}(D_T)$, $a(t) \in C[0,T]$, and $b(t) \in C[0,T]$ satisfying (1)-(4), and the conditions

$$\begin{aligned} h_1'(t) - c(t)(u_{xx}(1,0,t) + u_{yy}(1,0,t)) = \\ = a(t)h_1(t) + b(t)g(1,0,t) + f(1,0,t), \quad 0 \leq t \leq T, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} h_2'(t) - c(t)(u_{xx}(x_0,y_0,t) + u_{yy}(x_0,y_0,t)) = \\ = a(t)h_2(t) + b(t)g(x_0,y_0,t) + f(x_0,y_0,t), \quad 0 \leq t \leq T. \end{aligned} \quad (9)$$

We impose the following conditions on the data of problem (1)-(4), (8), (9):

$$C_1) \varphi(x,y), \varphi_x(x,y), \varphi_{xx}(x,y), \varphi_y(x,y), \varphi_{xy}(x,y), \varphi_{yy}(x,y) \in C(\overline{Q_{xy}}),$$

$$\varphi_{xxy}(x,y), \varphi_{xyy}(x,y), \varphi_{xxx}(x,y), \varphi_{yyy}(x,y) \in L_2(Q_{xy}),$$

$$\varphi(0,y) = \varphi_x(1,y) = \varphi_{xx}(0,y) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1,$$

$$\varphi_y(x,0) = \varphi(x,1) = \varphi_{yy}(x,1) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1;$$

$$C_2) f(x,y,t), f_{xx}(x,y,t), f_{xy}(x,y,t), f_{yx}(x,y,t) \in C(D_T),$$

$$f_{xxy}(x,y,t), f_{xyy}(x,y,t), f_{xxx}(x,y,t), f_{yyy}(x,y,t) \in L_2(D_T),$$

$$f(0,y,t) = f_x(1,y,t) = f_{xx}(0,y,t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$f_y(x,0,t) = f(x,1,t) = f_{yy}(x,1,t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T;$$

$$C_3) g(x,y,t), g_{xx}(x,y,t), g_{xy}(x,y,t), g_{yx}(x,y,t) \in C(D_T),$$

$$g_{xxy}(x,y,t), g_{xyy}(x,y,t), g_{xxx}(x,y,t), g_{yyy}(x,y,t) \in L_2(D_T),$$

$$g(0,y,t) = g_x(1,y,t) = g_{xx}(0,y,t) = 0, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T,$$

$$g_y(x,0,t) = g(x,1,t) = g_{yy}(x,1,t) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T;$$

$$C_4) 0 < c(t) \in C[0,T], 0 \leq p(t) \in C[0,T], h_1(t), h_2(t) \in C^1[0,T],$$

$$h(t) \equiv h_1(t)g(x_0,y_0,t) - h_2(t)g(1,0,t) \neq 0, \quad 0 \leq t \leq T.$$

The following theorems are valid.

Theorem 2. Let the conditions $C_1) - C_4)$ be satisfied. Then, problem (1)-(4), (8), (9) has a unique solution for the small values of time T .

Theorem 3. Suppose that all assumptions of Theorem 1, and the compatibility conditions (7) hold. Then problem (1)-(6) has a unique classical solution for the small values of time.

References

21. E.I.Azizbayov, Y.T.Mehrallyev. Nonlocal inverse boundary-value problem for a 2D parabolic equation with integral overdetermination condition // Carpathian Mathematical Publications, 2020, vol.12, no.1, pp. 23-33.
22. N.Y.Kinash. An inverse problem for a 2D parabolic equation with nonlocal overdetermination condition // Carpathian Mathematical Publications, 2016, vol.8, no.1, pp. 107-117.



TWO-WEIGHTED INEQUALITIES FOR MULTIDIMENSIONAL HARDY OPERATOR IN LOCAL MORREY SPACES

ZULEYXA O. AZIZOVA

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan
zuleyxa_azizova@mail.ru

We consider the following multidimensional Hardy operator

$$Hf(x) = \int_{|y| \leq |x|} |f(y)| dy.$$

Let $L_{p,\omega}(R^n)$ be the space of measurable functions on R^n such that

$$\|f\|_{L_{p,\omega}(R^n)} = \left(\int_{R^n} |f(x)|^p \omega(x) dx \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty.$$

Definition 1. The weight functions (ω_1, ω_2) belong to the class $\tilde{A}_p(R^n)$ for $1 < p < \infty$, if the following statement

$$\sup_{x \in R^n, r > 0} \left(\int_{B(x,r)} \omega_2^p(y) dy \right)^{1/p} \left(\int_{B(x,r)} \omega_1^{-p'}(y) dy \right)^{1/p'} < \infty.$$

Now we define weighted local modified Morrey spaces as follows.

Definition 2. Let $1 \leq p < \infty$, $0 \leq \lambda \leq n$, $[t]_1 = \min\{1, t\}$ and ω be a nonnegative measurable function on R^n . We define weighted local modified Morrey spaces $\tilde{L}_{p,\lambda,\omega}^{(0)}(R^n)$ as the set of all locally integrable functions f such that

$$\|f\|_{\tilde{L}_{p,\lambda,\omega}^{(0)}(R^n)} = \sup_{r>0} [r]_1^{-\frac{\lambda}{p}} \|f\|_{L_{p,\omega}(R^n)} < \infty.$$

Theorem. Let $1 < p < \infty$, $0 \leq \lambda < n$. Then operator H is bounded on $\tilde{L}_{p,\lambda,\omega_1}^{(0)}(R^n)$ to $\tilde{L}_{p,\lambda,\omega_2}^{(0)}(R^n)$ if and only if $(\omega_1, \omega_2) \in \tilde{A}_p(R^n)$.

BİPOLAR SOFT METRIC SPACES

KİRA VLADİSLAVOVNA BALDINA, SADİ ANDAM BAYRAMOV, AFAQ AZİZ GUSEYNOVA

Baku State University, Azerbaijan
keira.b.2000@mail.ru, baysadi@gmail.com, afaqhuseynova@mail.ru

The fixed point theorems on bipolar soft metric spaces are proved in this work.

Definition 1. Let $SP(X, E)$ and $SP(Y, E)$ be nonempty sets of soft points and

$$d : SP(X, E) \times SP(Y, E) \rightarrow \tilde{\mathbb{R}}^+$$

be a function, where $\tilde{\mathbb{R}}^+$ denotes the set of nonnegative soft real numbers. Consider the following properties:

For all $x_{e_1}^1, x_{e_2}^2 \in SP(X, E)$, and $y_{e_1}^1, y_{e_2}^2 \in SP(Y, E)$,

(SB0) If $d(x_e, y_e) = 0$ then $x_e = y_e$ for all $(x_e, y_e) \in SP(X, E) \times SP(Y, E)$,

(SB1) If $x_e = y_e$, then $d(x_e, y_e) = 0$, for all $(x_e, y_e) \in SP(X, E) \times SP(Y, E)$,

(SB2) $d(x_e, y_e) = d(y_e, x_e)$ for all $x_e, y_e \in SP(X, E) \cap SP(Y, E)$,

(SB3) $d(x_{e_1}^1, y_{e_2}^2) \leq d(x_{e_1}^1, y_{e_1}^1) + d(x_{e_2}^2, y_{e_1}^1) + d(x_{e_2}^2, y_{e_2}^2)$.

Then,

i If (SB1) and (SB2) hold, then d is said to be a bipolar soft pseudo semimetric on the pair:

$$(SP(X, E), SP(Y, E)).$$

ii. If d is a bipolar soft pseudo semimetric satisfying (SB3), it is called a bipolar soft pseudo metric on the pair:

$$(SP(X, E), SP(Y, E)).$$

iii. Bipolar soft pseudo metric d satisfying (SB0), it is called a bipolar soft metric on the pair:

$$(SP(X, E), SP(Y, E)).$$

A bipolar soft metric space is denoted by (X, Y, E, d) . Also, d is a bipolar soft metric on $SP(X, E) \times SP(Y, E)$.

Definition 2. (X_1, Y_1, E, d_1) and (X_2, Y_2, E, d_2) be bipolar soft pseudo semimetric spaces

$$f : ((X_1 \cup Y_1), E) \rightarrow ((X_2 \cup Y_2), E)$$

be a soft function. If $f((X_1, E_1)) \subset (X_2, E)$ and $f((Y_1, E)) \subset (Y_2, E)$, then f is called a covariant map from (X_1, Y_1, E, d_1) to (X_2, Y_2, E, d_2) .

Definition 3. Let (X_1, Y_1, E, d_1) and (X_2, Y_2, E, d_2) be bipolar soft pseudo semimetric spaces. If $f : (X_1, Y_1, E, d_1) \rightarrow (X_2, Y_2, E, d_2)$ is a covariant map, then f is called contravariant map from

$$(X_1, Y_1, E, d_1) \text{ to } (X_2, Y_2, E, d_2).$$

In general, a bipolar soft semimetric only deal with distance between points that are in different poles of space. However, it also provides some information about the inner structure of these poles.

Now, the functions in the following 2 definitions are called inner pseudo metrics generated by (X, Y, E, d) .

Theorem 1. Let (X, Y, E, d) be a complete bipolar soft metric space a contraction

$$f : (X, Y, E, d) \rightarrow (X, Y, E, d)$$

Then the soft function $f : (X \cup Y, E) \rightarrow (X \cup Y, E)$ has a unique soft fixed point.

Theorem 2. Let (X, Y, E, d) be a complete bipolar soft metric space and given a contravariant contraction

$$f : (X, Y, E, d) \rightarrow (X, Y, E, d)$$

Then the function $f : (X \cup Y, E) \rightarrow (X \cup Y, E)$ has a unique soft fixed point.

Reference

23. Molodtsov, D. 1999. Soft set theory-First results, *Comput. Math. Appl.* 37 (4/5), 19–31.
24. Mutlu, A. 2016. Bipolar metric spaces and some fixed point theorems, *Journal of Nonlinear Science and Applications*, 9, 5362-5373.
25. Sedghi, S., Shobe, N. and Aliouche, A. 2012. A generalization of fixed point theorem in metric spaces. *Matematicki Vesnik*, 64:3, 258-266.

LINEAR NON-UNIFORMLY ELLIPTIC EQUATION INVOLVING MEASURE DATA

KHAYALA A. GASIMOVA

Mathematics and Mechanics Institute of National Academy of Sciences

khayala.gasimova21@gmail.com

In this paper, we study of the existence results of the Dirichlet problem for linear non-uniformly degenerate elliptic equation

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial z_i} \left(a_{ij}(z) \frac{\partial u}{\partial z_j} \right) = f(z), & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{in } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

where the function $f \in L_1(D)$. (see, e.g., [2])

Moreover, we assume that there exist the positive constants such as, c_1, c_2 , following condition satisfies,

$$c_1(\omega(x)|\xi|^2 + |\eta|^2) \leq A(z)\zeta \cdot \zeta \leq c_2(\omega(x)|\xi|^2 + |\eta|^2) \quad (2)$$

a.e. $z \in \Omega$, with $\forall \zeta = (\xi, \eta) \in R^N, N = n + m, \xi \in R^n, \eta \in R^m$.

Let set the Sobolev type weighted space

$$W^{1,q}(\Omega; \omega dz) = \{u \in L^1(\Omega): u_x \in L_{q,\omega}(\Omega), u_y \in L_q(\Omega)\}$$

with the norm

$$\|u\|_{W^{1,q}(\Omega; \omega dz)} = \|u\|_{L^1(\Omega)} + \|u_x\|_{L_{q,\omega}} + \|u_y\|_{L_q}$$

The solution of the problem (1) is understood in the distributional sense and $f(z)$ is a bounded Radon measure on Ω that is $f: C(\Omega) \rightarrow R$ and $|\langle f, \varphi \rangle| \leq c \|\varphi\|_{C(\Omega)}, \forall \varphi \in C(\Omega)$, where $\langle f, \varphi \rangle = \int \varphi d\mu$ is satisfied. (see, e.g., [1])

Theorem: Let the condition (2) be satisfied for the matrix $A(z) = \{a_{ij}(z)\}$ and $f(z)$ be a Radon measure. Then there exists a weak solution u of the problem (1).

References

26. L. Boccardo, T. Gallouet: Nonlinear elliptic and parabolic equations involving measure data - J. Funct. Anal. 87 (1989), 149 -169.
27. F.I. Mamedov, A Poincare's inequality with non-uniformly degenerating gradient, Monatshefte für Mathematik, 194(1), 151-165, 2021.

AN INCREASE THEOREM FOR THE POSITIVE SOLUTIONS OF THE PARABOLIC EQUATION SECOND ORDER

ABDURRAHIM FARMAN GULIYEV, AYDAN JAFAR ABDULLAYEVA

Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS
 abdurrahim_57@yahoo.com, aydan_abdullayeva_96@mail.ru

In a classic case [1] and in further developments [2] of this type lemmas or theorems for solutions of parabolic equations all results are studied in commensurable cylinders, with measures of the order ρ and ρ^2 . In this work the increase theorem is proved in special trapezoids for positive solutions of the heat equation, which more accurately characterizes important local properties. Consider the linear uniformly parabolic equation second order $s > 0, \beta > 0$

$$\sum_{i,k=1}^n a_{ik}(t, x) u_{x_i x_k} - u_t(t, x) = 0 \quad (1)$$

with symmetric coefficients: $a_{ik}(t, x) = a_{ki}(t, x)$ in the $D \subset R^{n+1}$ bounded domain. Let $s > 0, \beta > 0$ are the fixed positive numbers. Denote the function of Weierstrass type kernel in R^{n+1} as

$$K_{s,\beta}(t, x) = \begin{cases} t^{-s} \exp \left\{ -\frac{|x|^2}{4\beta t} \right\}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

and for $\lambda > 1$ and $m \in N = N \cup \{0\}$ the paraboloids: $P_m(\lambda) = \{(t, x) \mid |x|^2 < -\lambda^m \cdot t, t < 0\}$.

Let $B \subset R^{n+1}$ and $P_B(t, x) = \int_B K(t - \tau, x - \xi) d\mu(\tau, \xi)$ be parabolic potential with generated of Weierstrass type kernel, here B is a Borel set and μ is a Borel measure.

Let $B_{m,k} = (P_{m+1} \setminus P_m) \cap \left[-t_k; -\frac{3t_k}{4} \right]$, where $t_{k+1} = \frac{t_k}{4}, k \in N, t_0 > 0$ and denote cylinders $C_{m,k} = \{(t, x) \mid -t_k < t < 0, |x| < a \cdot \rho_{m,k}\}$, where $a > 0$ – constant and denote by $S_{m,k}$ the lateral surface of the cylinder $C_{m,k}$. The measure μ on B called admissible, if

$$P_B(t, x) = \int_B K(t - \tau, x - \xi) d\mu(\tau, \xi) \leq 1 \quad (3)$$

in R^{n+1} . The number $cap_{s,\beta}(B) = \sup \mu B$, where the supremum is taken by the all possible admissible measures μ is called (s, β) -parabolic capacity of the set B . Let's call $T_{m,k} = C_{m,k} \setminus P_m$ trapezoids and denote by $T_{m,k}^{(j)}, j = 1, 2, \dots, n_0(n)$, corresponding minimal finite partition $T_{m,k}$, for which the following

$$|x - \xi| \leq |\xi| \quad (4)$$

inequality is fulfilled at $(t, x) \in T_{m,k+1}^{(j)}$ and $(t, \xi) \in T_{m,k}^{(j)}$ for every fixed $j \in \{1, \dots, n_0\}$.

Lemma 1. If $(x, t) \in T_{m,k+1}^{(j)}$ and $(y, \tau) \in T_{m,k}^{(j)}$, then

$$\frac{|x - y|^2}{t - \tau} \leq \frac{|y|^2}{-\tau}.$$

Lemma 2. There exist the following absolute constants $C_1 > 0$ and $C_2 > 0$, depending only on fixed numbers λ, a, s and β , such that holds

$$\sup_{S_{m,k}} P_{B_{m,k}}(t, x) \leq C_1 \cdot P_{B_{m,k}}(0, 0) \quad (5)$$

and also such finite partition that at some j

$$\inf_{T_{m,k+1}^{(j)}} P_{B_{m,k}}(t, x) \leq C_2 \cdot P_{B_{m,k}}(0, 0) \quad (6)$$

moreover $C_2 > C_1$.

Theorem. Let bounded domain $D \subset R^{n+1}$ containing in cylinder $C_{m,k}$, intersecting by cylinder $C_{m,k+1} : D \cap C_{m,k+1} \neq \emptyset$ and $u(t, x)$ be a solution of the equation (1) positive in D , continuous in $\bar{D}$ and vanishing on such part of the parabolic boundary $\partial_p D$ of the domain D , which lies strongly inside $C_{m,k}$. Then for every $j \in \{1, \dots, n_0\}$. We have

$$\sup_{D \cap T_{m,k}^{(j)}} u(t, x) \geq \left(1 + \eta P_{D^c \cap T_{m,k}^{(j)} \cap B_{m,k}}(0, 0)\right) \sup_{D \cap T_{m,k+1}^{(j)}} u(t, x) \quad (7)$$

where $\eta > 0$ —absolute constant.

References

28. Landis E.M. Second order equations of elliptic and parabolic types. M., Nauka, 1971, 288p. (Russian).
29. Guliev A.F. Capacity regularity conditions on boundary points for parabolic equations of second order. Izv. AN Azerb. SSR. FTMN. 1988, N.3. pp.23-29 (Russian).

UNILATERAL QLOBAL BIFURCATION IN SOME LINEARIZABLE EIGENVALUE PROBLEM

ULKAR VALIYADDIN GURBANOVA

Ganja State University
ulya1812dok2@mail.ru

Consider the following linearizable eigenvalue problem

$$-(p(x)y') + q(x)y = \lambda r(x)y + g(x, y, y', \lambda), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

$$b_0 y(0) = d_0 p(0) y'(0), \quad (2)$$

$$(a_1 \lambda + b_1) y(1) = p(1) y'(1), \quad (3)$$

where $\lambda \in R$ is a spectral parameter, $p \in C^1([0, 1]; (0, +\infty))$, $q \in C([0, 1]; [0, +\infty))$, $r \in C([0, 1]; R)$ and there exist points $\xi, \eta \in [0, 1]$ ($\xi \neq \eta$) such that $r(\xi)r(\eta) < 0$, b_0, d_0, a_1, b_1 are real constants such that

$$|b_0| + |d_0| > 0, \quad b_0 d_0 \geq 0 \text{ and, if } b_0 = 0, \\ \text{then } q(x) \neq 0 \text{ for any } x \in [0, 1]; \quad (4)$$

$$a_1 > 0, \quad b_1 \leq 0. \quad (5)$$

The function g is a real-valued continuous on $[0, 1] \times R^3$ and satisfy the following conditions:

$$y g(x, y, s, \lambda) \leq 0, \quad (x, y, s, \lambda) \in [0, 1] \times R^3; \quad (6)$$

$$g(x, y, s, \lambda) = o(|y| + |s|) \text{ as } |y| + |s| \rightarrow +\infty, \quad (7)$$

uniformly in $(x, \lambda) \in [0, 1] \times \Lambda$ for any bounded interval $\Lambda \subset R$.

By [1, Theorem 4.1] the corresponding linear eigen-value problem has a doubly infinite sequence of eigenvalues λ_k^+ and λ_k^- , $k = 1, 2, 3, \dots$, satisfying

$$0 < \lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \dots < \lambda_k^+ < \dots \quad \text{and} \quad 0 > \lambda_1^- > \lambda_2^- > \dots > \lambda_k^- > \dots$$

with the eigenfunction $y_k^\pm(x)$ corresponding to $\lambda_k^\pm$ having $k-1$ simple nodal zeros in the interval $(0, 1)$.

In equation (1) we put $g \equiv 0$. Then multiplying both parts of this equation by y , integrating the resulting equality in the range from 0 to 1, taking into account the boundary conditions (2) and (3), we obtain

$$\int_0^1 \{p(x)y'^2(x) + q(x)y^2(x)\} dx + N[y] = \\ = \lambda \left\{ \int_0^1 r y^2(x) dx + a_1 y^2(1) \right\}, \quad (8)$$

where $N[y] = \frac{b_0}{d_0} y^2(0) - b_1 y^2(1)$ if $d_0 \neq 0$, $N[y] = -b_1 y^2(1)$ if $d_0 = 0$. Then, by

conditions (4), (5), it follows from (8) that

$$\sigma \left(\int_0^1 r(x) (y_k^\sigma(x))^2 dx + a_1 (y_k^\sigma(1))^2 \right) > 0 \text{ for } \sigma \in \{+, -\}. \quad (9)$$

Let E be the Banach space with the norm

$$\|y\|_1 = \max_{x \in [0,1]} |y(x)| + \max_{x \in [0,1]} |y'(x)|.$$

For each fixed $\lambda \in R$, each $k \in N$, each $\sigma \in \{+, -\}$ and each $\nu \in \{+, -\}$ by $S_{k,\lambda}^{\sigma,\nu}$ we denote the set of functions $y \in E$ which satisfy the conditions:

- (i) $b_0 y(0) = d_0 p(0) y'(0)$;
- (ii) $y(x)$ has exactly $k-1$ simple nodal zeros in $(0, 1)$;
- (iii) $\sigma \left(\int_0^1 r(x) y^2(x) dx + a_1 y^2(1) \right) > 0$;
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 0+} \nu y(x) = 1$.

Now for each $k \in N$, each $\sigma \in \{+, -\}$ and $\nu \in \{+, -\}$ we define the set $S_k^{\sigma,\nu}$ as follows (see [2, p. 49]):

$$S_k^{\sigma,\nu} = \bigcup_{\lambda \in R} S_{k,\lambda}^{\sigma,\nu}.$$

It follows from [1, Theorem 4.1] and relation (10) that

$$y_k^\sigma \in S_k^\sigma = S_k^{\sigma,+} \cup S_k^{\sigma,-}.$$

The main result of this paper is the following theorem.

Theorem 1. For each $k \in N$, each $\sigma \in \{+, -\}$ and each $\nu \in \{+, -\}$ there exists a connected set $C_k^{\sigma,\nu}$ of nontrivial solutions to problem (1.1)-(1.3) and a neighborhood of the point $(\lambda_k^\sigma, \infty)$ such that

- (i) $C_k^{\sigma,\nu} \subset R^\sigma \times E$;
- (ii) $C_k^{\sigma,\nu} \cap Q_k^{\sigma,\nu} \subset R^\sigma \times S_k^{\sigma,\nu}$;
- (iii) either $C_k^{\sigma,\nu}$ meets $(\lambda_{k'}^\sigma, \infty)$ with respect to the set $R^\sigma \times S_{k'}^{\sigma,\nu'}$ for some $(k', \nu') \neq (k, \nu)$, or $C_k^{\sigma,\nu}$ meets $R \times \{0\}$ for some $\lambda \in R$, or the projection of $C_k^{\sigma,\nu}$ on $R \times \{0\}$ is unbounded.

References

30. P.A. Binding, P.J. Browne. Left definite Sturm-Liouville problems with eigenparameter dependent boundary conditions // Differential and Integral Equations. 1999. vol. 12, no. 2, p. 167–182.
31. U.V. Gurbanova, Bifurcation in nonlinear Sturm-Liouville problems with indefinite weight and spectral parameter in the boundary condition // Proc. IMM NAS Azerbaijan. 2021, vol. 47, no. 1, p. 46-54.



TWO-WEIGHTED INEQUALITIES FOR MAXIMAL OPERATOR IN GENERALIZED WEIGHTED MORREY SPACES

JAVANSHIR J. HASANOV, ZAMAN V. SAFAROV

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan
hasanovjavanshir@gmail.com and zsafarov@gmail.com

Let f be a locally integrable function on R^n . The so-called of Hardy-Littlewood maximal function is defined by the formula

$$Mf(x) = \sup_{r>0} |B(x,r)|^{-1} \int_{B(x,r)} |f(y)| dy,$$

where $|B(x,r)|$ is the Lebesgue measure of the ball $B(x,r)$.

Let $1 \leq p < \infty$, φ be a positive measurable function on $R^n \times (0, \infty)$ and ω be a non-negative measurable function on R^n . We denote by $M_{\omega}^{p,\varphi}$ the generalized weighted Morrey space, the space of all functions $f \in L_{p,\omega}^{loc}(R^n)$ with finite norm

$$\|f\|_{M_{\omega}^{p,\varphi}(R^n)} = \sup_{x \in R^n, r>0} \frac{\|f\|_{L_{p,\omega}(B(x,r))}}{\varphi(x,r)\|\omega\|_{L_p(B(x,r))}},$$

where the supremum is taken over all balls $B(x,r)$ in R^n and $L_{p,\omega}(R^n)$ be the space of measurable functions on R^n such that

$$\|f\|_{L_{p,\omega}(R^n)} = \left(\int_{R^n} |f(x)|^p \omega^p(x) dx \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty.$$

Definition 1. The weight functions (ω_1, ω_2) belong to the class $\tilde{A}_p(R^n)$ for $1 < p < \infty$, if the following statement

$$\sup_{x \in R^n, r>0} \left(\int_{B(x,r)} \omega_2^p(y) dy \right)^{1/p} \left(\int_{B(x,r)} \omega_1^{-p'}(y) dy \right)^{1/p'} < \infty.$$

Theorem. Let $1 < p < \infty$, $0 < \delta < 1$, $(\omega_1, \omega_2) \in \tilde{A}_p(R^n)$ and the function $\varphi_1(x,r)$ and $\varphi_2(x,r)$ satisfy the condition

$$\sup_{t>r} \frac{\text{essinf}_{t \leq s < \infty} \|\varphi_1(x,s)\|_{\omega_1^\delta} \| \omega_1^\delta \|_{L_p(B(x,s))}}{\|\omega_2^\delta\|_{L_p(B(x,t))}} \leq C \varphi_1(x,r),$$

where C does not depend on x and t . Then the operator M is bounded from the space $M_{\omega_1^\delta}^{p,\varphi_1}(R^n)$ to the space $M_{\omega_2^\delta}^{p,\varphi_2}(R^n)$.

ON CIRCLE PROBLEM

ILGAR SH. JABBAROV, GUNAY K. HASANOVA

Ganja State University

ilgar_js@rambler.ru, ginay.hasanova89@list.ru

In Number Theory one studies the question on the number of lattice points enclosed into various domains on the plane. Let $\Omega \subset R^2$ be some closed domain bounded by a smooth closed curve. Denote by $|\Omega|$ an area of the domain Ω . From geometric reasoning it is clear that the number of lattice points enclosed by the domain Ω is approximately equal to the area of the domain. When the domain is a polygon with vertexes at lattice points then the number T of lattice points is possible represent by the area of the polygon using known exact formula:

$$T = |\Omega| - 1,$$

moreover, $T = \sum \delta$ is a sum taken along all lattice points on the polygon where we put $\delta = 1$ for interior points, and $\delta = 1/2$ for lattice points on boundary (see [1]). But for other domains it is possible to write a formula

$$T = |\Omega| + R,$$

with some error term R . The question consists of defining possible exact estimation for the error term. Note that here we count all lattice points belonging to the closed domain with the boundary.

For the problem on lattice points in the circle $x^2 + y^2 \leq r^2$ with the center at origin it was got the following estimation by an elementary method:

$$R \leq 2\pi\sqrt{2}r, (K. Gauss (1834))$$

(see [2, p. 64]). V. Serpinskii (1906) ([3]) improved this estimation using analytic method to prove that:

$$R \ll r^{2/3}.$$

In 1917 I. M. Vinogradov found an elementary proof of the estimate (see [3, p. 192.]) $R \ll (r \log r)^{2/3}$. Despite that the method used by I. M. Vinogradov is elementary, the main result can't be improved by similar way which was shown by Yarnik. Later in this question one got the following results (see [5]):

$$R \ll r^{\frac{326}{494}+\varepsilon}, \text{ by Walfisz (1927),}$$

$$R \ll r^{\frac{15}{23}+\varepsilon}, \text{ by Titchmarsh (1935),}$$

$$R \ll r^{\frac{13}{20}+\varepsilon}, \text{ by Hua (1942).}$$

The best result for today is

$$R \ll r^{\frac{131}{208}+\varepsilon},$$

with arbitrary $\varepsilon > 0$ which was proven in 2003 by M. Huxley ([5]). There is a conjecture ([1, 2]) which states that

$$R \ll r^{\frac{1}{2}+\varepsilon}. \quad (1)$$

Hardy and Landau independently had shown that the estimation

$$R = o(r^2 \log r)^{\frac{1}{4}}$$

couldn't be proven.

In this work we study the question by a new method. The main method of investigation of the circle problem was Van der Korput's method of estimation of trigonometric sums. Here we consider this problem using estimations of trigonometric integrals.

The main result is as follows.

Theorem. Let $r > 1$ be a real number, $\delta > 0$ be a small real number. Then the number of lattice points enclosed by the circle of radius r , and the center at origin. Then we have

$$T(r) = \pi r^2 + R;$$

here

$$R < r\delta + \delta^{-1} \sum_{m \neq 0} \sum_{n \neq 0} \frac{|\sin 2\pi m \delta|}{|2\pi m|} \frac{|\sin 2\pi n \delta|}{|2\pi n|} \times \\ \times \left| \int_0^{r/\sqrt{2}} e^{2\pi i (mx + n\sqrt{r^2 - x^2})} dx \right|$$

and summation is taken over m and n not exceeding $c\delta^{-2}$ in modulus with positive absolute constant c .

This theorem after some transformations and estimations allows to prove the following corollary.

Corollary. Under the theorem conditions we have

$$T(r) = \pi r^2 + R$$

where

$$R \ll r^{2/3} \log r.$$

Reference

32. Vinogradov I. M. Osnovi teorii chisel, M.: Nauka, 1976.
33. Chandrasekharan Y. V. Introduction to Analytic Number Theory. Moscow, Mir, 1974, 187 pp. (rus).
34. Gelfand A. O., Linnik Y. V. Elementarnie metody v analiticheskoy teorii chisel. M.: Fizmatlit, 1962, 272 pp.(rus).
35. Vinogradov I. M. Osobie variant metoda trigonometri-cheskix summ. M.:Nauka, 1976.
36. Huxley M. N. Exponential Sums and Lattice Points III. Proc. London Math. Soc. **87**, 5910-609, 2003.

THE REGULARITY OF SOLUTIONS DEGENERATE NONLINEAR ELLIPTIC EQUATIONS

T.A. Maharramova

Naxçıvan Dövlət Universiteti
tarlanmaharramova@yahoo.com

We study the regularity of solutions of a degenerate non-divergence nonlinear elliptic equations.

Let us consider in some ball $B_{2r} \subset R^n$ with radius $2r, r \geq 1$, at center is 0, a solution $u(x)$ in $C(\bar{B}_{2r}) \cap W_{loc}^{2,n}(B_{2r})$ of nonlinear elliptic equation of non-divergence type

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, u(x), Du(x)) D^2 u(x) + f(x, u, Du(x)) = 0, \quad (1)$$

for a.e. $x \in B_{2r}$. Here $a_{ij} = a_{ji}$, i.e. $A(x, y, p)$ set of symmetric matrices of size $m \times n$ and $\forall y \in R, \forall x, p, \xi \in R^n$ coefficients satisfying

$$\begin{cases} \Lambda^{-1} \lambda(p) \omega(x) |\xi|^2 \leq (\xi, A(x, y, p) \xi) \leq \Lambda \lambda(p) \omega(x) |\xi|^2 \\ f(x, y, p) \leq \frac{1}{k} \Lambda (1 + \lambda(p)) (1 + |p|) \end{cases} \quad (2)$$

For some $\Lambda \geq 1, k > 1$ and some continuous mapping $\lambda: R^n \rightarrow R_+$, for which there exist λ_0 and $M > 0$ such that $\lambda(z) \geq \lambda_0$ for $|z| \geq M$. $\omega(x) A_p$ - is Muckenhoupt weight function. For study this problem we use stochastic differential equations and noisy systems.

BEAMS ON THREE PARAMETER ELASTIC MODELS FOUNDATION

GULNAR MIRZAYEVA

The Academy of Public Administration under The President of The Republic of Azerbaijan
Gulnar.mirzayeva@gmail.com

The model of a beam or plate on an elastic foundation is used to describe a lot of engineering problems like long steel pipe resting on soil, bridge deck, or floor structure consisting of a network of closely spaced bars, railway track supported on closely spaced sleepers and ballast, etc. This type of model can also be used to design the ship's bottom and similar structures. In such problems, the response of the structure and the supporting base are coupled and must be considered together. The prominent issue in such analysis is modeling the contact between the beam and the soil bed. The contact is simulated using spring elements in most cases as the main task is the analysis of the beam and not the soil bed. The stiffness of the spring describes the behavior of the elastic foundation.

Three Parameter Elastic Models

The three-parameter model constitutes a generalization of two-parameter models, the third parameter is used to make them more realistic and effective. This category includes the models developed by Kerr, Reissner, etc. One of the basic features of the three-parameter model is the flexibility and convenience that they offer in the determination of the level of “continuity” of the vertical displacement at the boundaries between the loaded and the unloaded surface of the soil.

Kerr model

The Kerr model was introduced as an attempt to produce a generalization of the two-parameter Pasternak model. A shear layer is introduced in the Winkler foundation and the spring constants above and below this layer are assumed to be different as per this formulation [1]. It consists of two linear elastic springs layers of constants c and k , respectively, interconnected by a unit thickness-shear layer of constant G . Figure 1. shows the physical representation of this mechanical model.

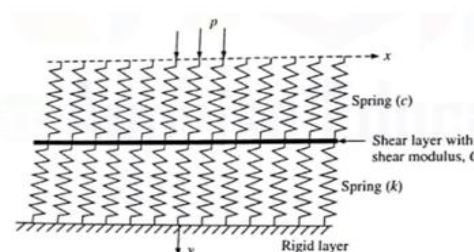


Figure 1. Representation of Kerr foundation model

Simplified -Continuum Models.

The evolution of single parameter models into multi-parameter models, and the analytical procedures associated with them, have initiated the development of “simplified continuum models” in which the development of the models always starts with the most complex case (the complete set of partial-differential equations defining the behavior of a linear-elastic continuum) after which various assumption is made with

regard to these equations in order to render the remaining equations easy to solve in an exact, closed-form manner. Such assumptions typically involve certain stresses and strain to be zero. The highest order simplifies- continuum model that has been developed to date is the Reissner Simplified Continuum Model.

Reissner solved the problem of the anisotropic, homogeneous elastic continuum of infinite lateral extent but finite thickness, H is shown in Figure 2. This layer is underlain by a rigid base and subjected to surface pressure p . In developing the necessary equilibrium conditions within this semi-bounded media, Reissner assumes that certain stresses ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) within the elastic layer resulting from the applied pressure, p to be zero.

The elastic layer is assumed to have a simplified behaviour made up of a weightless material. The horizontal normal and shear stresses are zero. The stress-displacement compability is neglected.

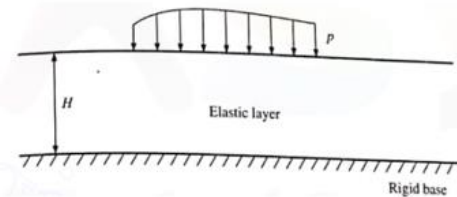


Figure 2. Representation of continuum model

Hybrid Model There are advantages and disadvantages to both structural models and continuum models. The structural model is easy to model, but the simple ones lack

accuracy. The more complex models are improved, but the difficulty to estimate realistic parameters increases. The continuum model is more accurate soil modeling and geotechnical engineers have relatively accurate methods to evaluate its parameters, but the model can be difficult to implement in existing

for

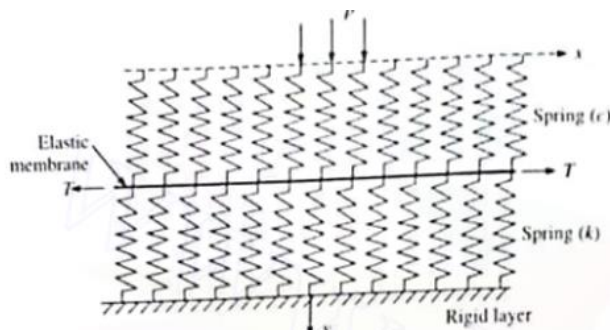


Figure 3. Representation of MK-R model.

structural design software. According to Horvath (2002). Kerr's shear layer is structurally equivalent to a deformed, pretension membrane. Horvath describes a modified Kerr's model which is named Modified Kerr-Reissner (MK-R). In the Mk-R model, the setup is the same as in Kerr's model, but the shear layer is replaced with a pre-tensioned membrane as shown in Figure 3.

As seen the procedure used for modeling soil range from the soil continuum discretization approach to the simple linear spring model. Although the increase is unattractive to many structural design engineers. The beam on the Winkler [2] foundation is widely used in soil-structure interaction studies due to its relative simplicity.



Reference

37. E.Avrמידis, K.Morfidis. Bending of beams on three-parameter elastic foundation. International Journal of Solids and Structures. Volume 43, Issue 2, January 2006, Pages 357-375.
38. V.C. Hacıyev, G.R. Mirzeyeva, A.I. Shiriyev. Effect of Winkler foundation, inhomogeneity and orthotropy on the frequency of plates. Journal of Structural Engineering & Applied Mechanics, 1 (1), 2018, pp.3-5.

ON HESSIAN TYPE METRICS

FATIME NATIG MUSAYEVA, ARIF AGACAN SALIMOV

Baku State University
fatime.musayeva.200@gmail.com; asalimov@hotmail.com

Let (M_{2r}, g) be a Riemannian manifold with a metric tensor g . The *gradient* of a function $f \in \mathfrak{S}_0^0(M_{2r})$ is the vector field metrically equivalent to the differential $df \in \mathfrak{S}_1^0(M_{2r})$. In terms of a coordinate system

$$gradf = (g^{ij} \partial_i f) \partial_j.$$

Thus

$$g(gradf, X) = g^{ij} (\partial_i f) X^k g_{jk} = Xf = (df)(X).$$

The *Hessian* of a function $f \in \mathfrak{S}_0^0(M_{2r})$ is its second covariant differential $h = \nabla(\nabla f) = \nabla^2 f$ with respect to the Levi-Civita connection ∇ of g , i.e. $h \in \mathfrak{S}_2^0(M_{2r})$.

Since $\nabla_Y f = Yf = (df)(Y)$ and $\nabla_X Y - \nabla_Y X - [X, Y] = 0$, we have

$$\begin{aligned} h(Y, X) &= (\nabla(\nabla f))(Y, X) = (\nabla(df))(Y, X) = X((df)(Y)) - (df)(\nabla_X Y) = XYf - (\nabla_X Y)f, \\ h(X, Y) &= (\nabla(\nabla f))(X, Y) = (\nabla(df))(X, Y) = Y((df)(X)) - (df)(\nabla_Y X) = YXf - (\nabla_Y X)f, \\ h(Y, X) - h(X, Y) &= XYf - (\nabla_X Y)f - (YXf - (\nabla_Y X)f) = [X, Y]f - (\nabla_X Y - \nabla_Y X)f \\ &= [X, Y]f - [X, Y]f = 0, \end{aligned}$$

i.e. h is a symmetric tensor field. Also, we see that

$$\begin{aligned} g(\nabla_X (gradf), Y) &= g(\nabla_X ((g^{ij} \partial_i f) \partial_j), Y) = g(X^s (\partial_s g^{ij}) (\partial_i f) \partial_j \\ &+ g^{ij} X^s (\partial_s \partial_i f) \partial_j + g^{ij} (\partial_i f) X^s \Gamma_{sj}^m \partial_m, Y^k \partial_k) = -X^s g^{ij} (\partial_s g_{jk}) (\partial_i f) Y^k \\ &+ g(g^{ij} X^s (\partial_s \partial_i f) \partial_j + g^{ij} (\partial_i f) X^s \Gamma_{sj}^m \partial_m, Y^k \partial_k) = (-\Gamma_{sj}^l g_{lk} - \Gamma_{sk}^l g_{jl}) X^s g^{ij} (\partial_i f) Y^k \text{ i.e.} \\ &+ X^s Y^k (\partial_s \partial_i f) g^{ij} g_{jk} + \Gamma_{sj}^m (\partial_i f) X^s Y^k g^{ij} g_{mk} = X^s Y^k (\partial_s \partial_k f) - X^s \Gamma_{sk}^l \partial_l (\partial_i f) Y^k \\ &= X^s \partial_s (Y^k \partial_k f) - X^s (\partial_s Y^k) \partial_k f - X^s \Gamma_{sk}^l (\partial_l f) Y^k = X^s \partial_s (Yf) \\ &- X^s (\partial_s Y^l + \Gamma_{sk}^l Y^k) \partial_l f = XYf - (\nabla_X Y)f, \\ h(X, Y) &= g(\nabla_X (gradf), Y). \end{aligned}$$

If $\text{Det } h \neq 0$, then $h = \nabla^2 f$ defines a new indefinite metric on M_{2r} , and is called a *Hessian metric* [1]. Let Γ_{ij}^p be the Christoffel symbols and R_{ijk}^m be the components of the curvature tensor fields produced by the Riemannian metric g . If h^{pk} are the contravariant components of the pseudo-Riemannian Hessian metric h , then the components of Levi-Civita connection ${}^h \tilde{\nabla}$ of h are given by the following formula

$${}^h \tilde{\Gamma}_{ij}^p = \Gamma_{ij}^p + \frac{1}{2} h^{pk} \left[(\nabla_i \nabla_j \nabla_k f) + (R_{ikj}^m + R_{jki}^m) \nabla_m f \right].$$



Azərbaycan Xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 99-cu ildönümünə həsr olunmuş «Riyaziyyat və Mexanikanın Aktual Problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransı

References

39. Salimov, A. Tensor operators and their applications. Mathematics Research Developments. Nova Science Publishers, Inc., New York, 2013. xii+186 pp.

BOUNDEDNESS OF MAXIMAL OPERATOR IN GENERALIZED LOCAL MORREY SPACES

MEHRIBAN NAZİM OMAROVA, KAZIM AZİM MUSTAFAYEV

Bakı Dövlət Universiteti

mehriban_omarova@yahoo.com, kazimmustafayev2@gmail.com

In this thesis we study the behaviour of Hardy-Littlewood maximal operator M in generalized Morrey spaces $M^{p,\varphi}(R^n)$.

Here and everywhere in the sequel $B(x, r) = \{y \in R^n : |x - y| < r\}$ is the ball in R^n of radius r centered at x .

Definition. Let $\varphi(x, r)$ be a positive measurable function on $R^n \times (0, \infty)$ and $1 \leq p < \infty$. We denote by $M^{p,\varphi} \equiv M^{p,\varphi}(R^n)$ the generalized Morrey space, the space of all functions $f \in L^p_{loc}(R^n)$ with finite quasinorm

$$\|f\|_{M^{p,\varphi}} = \sup_{x \in R^n, r > 0} \varphi(x, r)^{-1} |B(x, r)|^{-\frac{1}{p}} \|f\|_{L^p(B(x, r))}.$$

Also by $WM^{p,\varphi} \equiv WM^{p,\varphi}(R^n)$ we denote the weak generalized Morrey space of all functions $f \in WL^p_{loc}(R^n)$ for which

$$\|f\|_{WM^{p,\varphi}} = \sup_{x \in R^n, r > 0} \varphi(x, r)^{-1} |B(x, r)|^{-\frac{1}{p}} \|f\|_{WL^p(B(x, r))} < \infty,$$

where $WL^p(B(x, r))$ denotes the weak L^p -space consisting of all measurable functions f for which

$$\|f\|_{WL^p(B(x, r))} \equiv \|f \chi_{B(x, r)}\|_{WL^p(R^n)} < \infty.$$

Let us consider, for $f \in L^1_{loc}(R^n)$, the Hardy-Littlewood maximal operator M as

$$Mf(x) = \sup_{B(x, r)} \frac{1}{|B(x, r)|} \int_{B(x, r)} |f(y)| dy,$$

where $B(x, r)$ is the ball centered at x of radius r .

Theorem. Let $1 \leq q < \infty$ and the functions φ_1, φ_2 satisfy the condition

$$\sup_{r < t < \infty} \frac{\text{ess inf } \varphi_1(x, \tau) \tau^{\frac{n}{q}}}{t^{\frac{n}{q}}} \leq C \varphi_2(x, r),$$

where C does not depend on x and r . Then for $1 < q < \infty$ the maximal operator M is bounded from $M^{q,\varphi_1}(R^n)$ to $M^{q,\varphi_2}(R^n)$ and for $1 \leq q < \infty$ the operator M is bounded from $M^{q,\varphi_1}(R^n)$ to $WM^{q,\varphi_2}(R^n)$. Moreover, for $1 < q < \infty$

$$\|Mf\|_{M^{q,\varphi_2}} \leq C \|f\|_{M^{q,\varphi_1}},$$



where c does not depend on f and for $1 \leq q < \infty$

$$\|Mf\|_{WM^{q,q_2}} \leq c \|f\|_{M^{q,q_1}}$$

where c does not depend on f .

References

40. V.S. Guliyev, M.N. Omarova, M.A. Ragusa and A. Scapellato, *Commutators and generalized local Morrey spaces* // **Journal of Mathematical Analysis and Applications**, 2018, Vol. 457, No. 2, p. 1388-1402.



HOLOMORPHIC MANIFOLDS AND PROBLEMS OF LIFTS

ARIF AGACAN SALIMOV

Baku State University
asalimov@hotmail.com

In the first part of our presentation we give the fundamental results and some theorems concerning geometry of holomorphic hypercomplex manifolds which will be needed for the later treatment of special types of hypercomplex manifolds [1], [2]. Let now M_n be a differentiable manifold and $T(M_n)$ its tangent bundle. Two types of lift problems have been studied in the previous works: ı) The lift of structures (functions, vector fields, forms, tensor fields, linear connections, etc.) from the base manifold to the tangent bundle; ıı) The definition of geometric structures on the total manifold $T(M_n)$, by means of a specific geometric structure on M_n or on the fibre bundle $T(M_n)$. In the present working we continue such a study by considering the structure given by the dual numbers on the tangent bundle and defining new lifts of functions, vector fields, forms, tensor fields and linear connections. Also, we investigate the complete lift ${}^c\varphi_{T^*M}$ of almost complex structure φ to cotangent bundle and prove that it is a transform by $\omega^{\sharp}$ (symplectic-musical isomorphism) of complete lift ${}^c\varphi_{TM}$ to tangent bundle if the triple (M, ω, φ) is an almost holomorphic A -manifold.

References

41. Salimov, A. Tensor operators and their applications. Mathematics Research Developments. Nova Science Publishers, Inc., New York, 2013. xii+186 pp.
42. Salimov, A., Cengiz N., Behboudi Asl M. On holomorphic hypercomplex connections // *Adv. Appl. Clifford Algebr.* 23(2013), no. 1, 179–207.

PURE METRICS IN THE BUNDLE OF 2-JETS

TARANA TEYMUR SULTANOVA

Bakı Dövlət Universiteti
tsultanova92@mail.ru

Let $A_3 = R(\varepsilon^3)$ be an algebra of order 3 with a canonical basis $\{e_1, e_2, e_3\} = \{1, \varepsilon, \varepsilon^2\}$, $\varepsilon^3 = 0$. From

$$\begin{aligned} C_{11}^1 &= 1, C_{11}^2 = 0, C_{12}^1 = 0, C_{12}^2 = 1, C_{12}^3 = 0, \\ C_{13}^1 &= 0, C_{13}^2 = 0, C_{13}^3 = 1, C_{22}^1 = 0, C_{22}^2 = 0, C_{22}^3 = 1, \\ C_{23}^1 &= 0, C_{23}^2 = 0, C_{33}^1 = 0, C_{33}^2 = 0, C_{33}^3 = 0 \end{aligned}$$

we see that the matrices $C_\sigma = (C_{\alpha\beta}^\sigma)$, $\sigma = 1, 2, 3$ of regular representation of algebra $R(\varepsilon^2)$ have the following forms:

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

The Scheffers conditions have the following expressions:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y^1}{\partial x^2} &= \frac{\partial y^1}{\partial x^3} = \frac{\partial y^2}{\partial x^3} = 0, \\ \frac{\partial y^2}{\partial x^2} &= \frac{\partial y^1}{\partial x^1} = \frac{\partial y^3}{\partial x^3}, \\ \frac{\partial y^3}{\partial x^2} &= \frac{\partial y^2}{\partial x^1}. \end{aligned}$$

Let now $T^2(V_r)$ be the bundle of 2-jets, i.e. the tangent bundle of order 2 over the

Riemannian manifold (V_r, g) , $\dim T^2(V_r) = 3r$ and let $(x^i, x^{\dot{i}}, x^{\ddot{i}})$ be an induced coordinates system in $T^2(V_r)$. There exists an affinor field γ in $T^2(V_r)$ which has components of the form

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{pmatrix}, \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma^3 = 0.$$

The bundle $T^2(V_r)$ has a natural integrable structure $\Pi = \{I, \gamma, \gamma^2\}$ and second lift ${}^{II}g$ of a Riemannian metric g , i.e. the metric

$${}^{\Pi}g = \begin{pmatrix} x^{\bar{s}}\partial_s g_{ji} + \frac{1}{2}x^{\bar{t}}x^{\bar{s}}\partial_t\partial_s g_{ji} & x^{\bar{s}}\partial_s g_{ji} & g_{ji} \\ x^{\bar{s}}\partial_s g_{ji} & g_{ji} & 0 \\ g_{ji} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

is a pure Riemannian metric with respect to the structure $\Pi = \{I, \gamma, \gamma^2\}$.

Theorem. If V_r is a Riemannian manifold with metric g , then the triple $(T^2(V_r), \Pi, {}^{\Pi}g)$ is a Kahler-type manifold.

References

43. Kruckovic, G.I.: Hypercomplex structures on manifolds. I. Trudy Sem. Vektor. Tenzor. Anal. 16, 174-201 (1972)
44. Salimov, A., Cengiz, N., Behboudi Asl, M.: On holomorphic hypercomplex connections. Adv. Appl. Clifford Algebr. 23, 179-207 (2013)
45. Salimov, A.: On structure-preserving connections. Period. Math. Hungar. 77, 69–76 (2018)
46. Tachibana, S.: Analytic tensor and its generalization. Tohoku Math. J. 12, 208-221 (1960)
47. Vishnevskii, V.V., Shirokov, A.P., Shurygin V.V.: Spaces over Algebras. Kazanskii Gosudarstvennyi Universitet, Kazan (1985)
48. Yano, K., Ishihara, S.: Tangent and Cotangent Bundles. Marcel Dekker Inc., New York (1973)



M Ü N D Ə R İ C A T

Abasov V. M., Bağırov Ş.H. Yarım xətti parabolik tənlik üçün birinci qarışıq məsələnin həllinin yoxluğu	5
Abbasov Z.D. Mərkəzləşmiş qüvvənin təsiri altında sonlu sayda nöqtələrindən yana dartılmış simin yerdəyişməsinin təyini	6
Abdullayeva M.V. Riyaziyyatın tədrisinin səmərəliliyinin artırılmasında integrasiya mühüm amil kimi	8
Ağayarov M. H., Əliyev F. F. Mürəkkəb və qeyri-standart ifadələrin vuruqlara ayrılması	10
Allahverdiyeva N.Ə., Əliyeva A.R. Pauli operatorunun məxsusi ədədlərinin funksiyası üçün minimallaşdırma məsələsində optimal həllin varlığı haqqında	12
Allahverdiyeva S.İ. Ali məktəblərdə yeni informasiya texnologiyalarının (yit) səmərəli istifadəsi üçün elmi dəstək sistemi	14
Aslanov M.S., Nağıyev F.R. Özlü-elastiki maye qida mühitinə nanohissəciklərin təsiri	16
Axundov Ə. Y., Gülməmmədova S.F. Elliptik tənlikdə sağ tərəfin tapılması haqqında tərs məsələ	18
Ağayev E., Əliyev S. Ümumiləşmiş mənada törəmənin Riyazi analiz kursunda təlimi	20
Bağırov Ş.H., Haşımova A.R. Baş hissə biharmonik operator olan yarımxətti elliptik tənlik üçün sərhəd məsələsinin müsbət həllinin varlığı.	25
Bağırov Ş.H., Cəbrayılova Qeyri-məhdud oblastda yarım xətti elliptik tənliyin mənfi olmayan həllinin yoxluğu	26
Bağırov Ş.H., Quluyeva K.Ə. Yüksək tərtib yarım xətti elliptik tənlik üçün sərhəd məsələsinin həllinin varlığı	27



Bayramov S.Ə.Vəliyeva K.M., İsmayılova N.T. Soft çoxluqlarda neytrosofik topologiya	31
Bayramova N.S. Sonlu parçada yüksək tərtibli operator-diferensial tənliyin rezolventasi haqqında	29
Bəşirli A.B. (0,2) tipli tenzor reperlərinin laylanmaında bəzi strukturların tədqiqi	34
Cəfərov A.Q. Törəmə anlayışının köməyi ilə şagirdlərdə məntiqi təfəkkürün inkişaf etdirilməsi yolları	36
Cəfərova Ə.M. Daxilində topa qüvvə təsir edən lövhənin korroziya dağılmasının proqnozlaşdırılması	37
Cəfərquliyeva T.Q. Birinci yaxınlaşmaya görə tərs səpilmə məsələsi	38
Əfəndi S.N., Ömərli S.M. Pərgar və xətkəşlə qurma məsələsi həlli və həllin əsaslandırılması metodikası	39
Əfəndi S.N., İsmayılov Y.Z. Riyaziyyat təlimində qurma məsələsi həllinin şagirdlərin zehni fəaliyyətinin inkişafında rolu	42
Əhmədov Ə.M., Məmişli Ə.F. Bir sinif çoxbəndli fərq operator-matrislərin spektri haqqında	45
Əhmədov Ə.M., Mehdiyev V.Ə. Bir sinif rekurrent ardıcılıqlar haqqında	47
Əhmədova A.N. Diskret Morri fəzalarında diskret Hilbert çevirməsinin xassələri	49
Əhmədov Ə.M., Bağırov S.H. Bir sinif rekurrent ardıcılıqların tədqiqi	51
Əkbərov A.Ə., Nəsimzadə S.Ş. Ümumiləşmiş sürüşmə ilə bağlı sinqulyar inteqral üçün bir bərabərlik	53
Əliyev A.B., Nemətov K.İ. Mərkəzi dairəvi boşluğu olan lövhənin gərginlik vəziyyəti	55
ƏLİYEV M.İ. Cirləşən elliptik tənliklərin müsbət həllərinin araşdırılması	56



Əliyev Ə.B., Şəfiyeva G.X. Dəyişən dərəcəli qeyri-xəttiliyə malik hiperbolik tənliklər	60
Əliyev N. Y. Mehtiyeva M. B. V2İE3 səthləri və onların şəbəkəsi haqqında.	61
Əliyev R.Ə. , Həşimova F.V. Diskret Orliç fəzalarında diskret Hilbert çevirməsinin xassələri	63
Əliyev S.C., İsgəndərova G.N., Nəcəfzadə N.H. Köməkçi çevrə daxiletmə metodu ilə həndəsə məsələlərinin həlli	65
Əliyev S.C., Tahirova G.M., Məhərrəmov L.A. Riyazi teoremlərin isbatında sahələr metodu bir vasitə kimi	68
Əliyev M.İ., Əmirağayeva A. İ. Dirixle məsələsinin radial-simmetrik müsbət həlli haqqında	70
Əsədov T.B., Cabbarlı F.N. Hilbert fəzasındavolterra inteqro-diferensial tənliyi ilə bağlı operator-funksiyanın spektral xassələri	72
Əliyeva Y.N. Bir qeyri-xətti məsələnin birtərəfli asimptotik qlobal bifurkasiyası haqqında	74
Əlizadə L.Ş. P dərəcədən inteqrallanan funksiyalar fəzasında Hilbert çevirməsinin approksimasiyaları	76
Fəttayev H.D., Mahmudova A.H. Kotoxunan laylanma fəzasında parakompleks strukturlara dair	78
Fəttayev H.D, Süleymanova N.Ş. Toxunan laylanma fəzasında sanki kvaternion strukturların liftləri	80
Hacıyeva R.C. Siğorta tariflərinin hesablanması	82
Hacızadə T.R. Bayramov S.Ə., Abdullayev S.E., Tenzor hasilinin törəmə funktoru	85
Haşimova A.R. Baş hissə biharmonik operator olan yarımxətti parabolik tənlik üçün qarışıq məsələnin həllinin varlığı.	87
Həmidov R.A. Çoxölçülü oblastın sərhəddi vasitəsilə optimal idarəetmə məsələsi üçün zəruri şərt	88



Həsənova X.S., Heydərova M.N. Ali təhsil müəssisələrində riyaziyyatın tədrisində distant təhsil texnologiyalarından istifadənin pedaqoji şərtləri	91
Həziyeva S.A. Riyaziyyatda riyazi modelləşdirmənin konseptual əsasları	93
İbrahimova N.R. V-ix siniflərin riyaziyyat təlimində məlumatların statistik işlənməsində istifadə olunan bəzi əsas anlayışlar	94
İsgəndərov N.Ş., Əhmədov E.M., Yarimoxda səpilmə operatorunun xassələri	96
İsmayılov A.İ., İsamalıyev A.E. Bir sinif dördüncü tərtib xüsusi törəməli tənlik üçün qoyulmuş qarışıq məsələnin həlli	98
İsgəndərli F.M. Diskret Morri fəzalarında daxilolma münasibətləri	99
İsmailov X.K. Güclü qeyri-bircinslik xassəli halqalarla möhkəmləndirilmiş ortotrop silindrik örtüyün mayədə məcburi rəqsləri	100
İsmayılov A.İ., Qəhrəmanlı L.H. Bir sinif üçüncü tərtib xüsusi tənlik üçün qoyulmuş tərs sərhəd məsələsinin klassik həlli	102
İsmayılov M.İ., Həsənova N.Q. Grand Lebeq fəzalarında Riss tipli teorem haqqında	103
İsrayilova H.İ. Sərhəd məsələsinin həllinin və onun törəmələrinin qiymətlənmələri	104
Köçərli A.F., Nuriyeva A.A. Diferensial metrikalı çoxobrazlılar	106
Məmmədov V.M. Heydər Əliyev irsindən riyaziyyat təlimində istifadə	108
Maqsudova A.R. Kəsilmə şərti olan Şredinger tənliyinin yost həlli	110
Məmmədov O.M., Sarıyeva Ş.K. Baş konqruenslərin subtransferabelliyi haqqında	112
Məmmədov O.M., Niftəliyeva A.S. Müxtəlifliklərin ultrahasillərinin tətbiqləri haqqında	113



Məmmədov X.B., Fərəcova S.S. Radius boyu diskret yerləşən halqəşəkilli elastiki özüllərlə təmasda olan dairəvi lövhələrin gərginlik-deformasiya vəziyyəti	115
Məmmədova G.N. İdarəetmə orqanlarında kompüter şəbəkələrinin təhlükəsizlik problemlərinin araşdırılması	117
Məmmədova K.P. Avtomatlaşdırılmış idarəetmə sistemləri	120
Məmmədzadə N.M. Çoxfazlı mayenin boruda qərarlaşmış hərəkəti zamanı sürət profil	122
Mərdanov M.C., Quliyeva D.İ. İdarəedici funksiyada gecikmə olan məsələlərdə optimallıq üçün birinci tərtib zəruri şərtlər	124
Mərdanov M.C., Quliyeva D.İ. İdarəedici funksiyada gecikmə olan məsələlərdə optimallıq üçün ikinci tərtib zəruri şərtlər	126
Mərdanov M.C., Nəzərova F.A. Məxsusi idarəedicinin optimallığı üçün Q.Kelli şərti	128
Mirzəyev S.S., Qazilova A.T. Operator əmsallı üç tərtibli tənlik üçün bir sinif sərhəd məsələsinin həlli haqqında.	129
Mirzəyev S.S., Xəlilova P.S. Bir sinif differensial operatorun məxsusi ədədləri haqqında	130
Mirzəyev S.S., Manafli Bir sinif iki tərtibli operatorun spektri haqqında	131
Musayev H.K., Şəmsəddinova A.N. Abstrakt Koşi məsələsində operator əmsalının C0 yarımqrupluğu xassəsi	132
Musayev H.K., Fərmanova A.F. Operatorlar yarımqrupu və dissipativlik xassəsi	134
Musayev H.K., Fərmanova A.F. Operatorlar yarımqrupunun generatorunun maksimal dissipativliyi.	136
Mustafa V.H. Müasir cəmiyyətdə informatika elminin zəruriliyi.	138
Namazov F.M., Həmidova Ş.A., Məmmədli A.O.	



Bilik, bacarıq və vərdişlərin formalaşdırılması prosesinin idarə olunmasının ənənəvi vasitələri	141
Namazov F.M., Tahirova G.M., Budaqlı R.B. Parametrlərdən asılı məsələlərin qrafik üsulla həlli	144
Nəsirov N.İ. Dövlət idarəçiliyində intellektual sistemlərin təhlükəsizliyində neyron şəbəkələrin tətbiqi	147
Osmanova E.M. Tərs triqonometrik funksiyalar arasında əlaqə	150
Paşayev N.C. Hiperbolik tənlikdə fəza dəyişənindən asılı naməlum sağ tərəfin tapılması haqqında tərs məsələ	157
Pənahov E.S., Əlizadə T.A. Şturm-Liuvill operatorunun təyin edilməsi haqqında	153
Pənahov M.Q., Hüseynzadə N.E. Hiperbolik tip kvazixətti tənliklərin dövrü həlləri haqqında	154
Pənahov M.Q., Tağızadə S.Q. Müntəzəm sanki dövrü funksiyaların müxtəlif tərifləri, əsas xassələri, diferensial və integral tənliklərin sanki dövrü həllərinin tapılması	156
Pənahov E.S., İsmayılı S.A. Şturm-Liuvill operatoru üçün tərs məsələ	159
Pirməmmədov İ.T., Quliyev F.V. Qeyri-xətti özlü elastik çubuğun qruntda parametrik rəqslərinin Pasternak modelinə əsasən tədqiqatı	160
QAFAROV A.A. İnformatika müəllimliyi hazırlığında şəbəkə texnologiyalarının virtual simulyatorlar ilə tədrisi	162
Qasımov V.Ə., Hüseynova A.Ə., Əhmədova S.C. Kvaziperiodik çoxobrazlıların qraf və modullarla əlaqəsi haqqında	164
Qasımov V.Ə., Nəsibova L.M., Əliyeva N.İ. Hom-Li cəbrləri haqqında	166
Qasımov V.Ə., Qasımov H.M., Mahmudov M.Z. Xoxşild kohomologiyaları və asimptotik təsirlər	167
Qasımov E.A., Allahverdiyeva C. Bəzi funksional-transendent tənliklərin həlli metodikası	169



Qasımov E.A., Rəşidova G.Ə. Asimptotik metodların tətbiqi ilə bir transendent tənliyin həlli	171
Qasımov E.A., Ağamuradova S.R. Mürəkkəb funksiyanın qrafikinə qurulması metodikası	173
Qasımov E.A., Namazova S.Ş. Ənənəvi olmayan üsulların tətbiqi ilə tənliyin həlli	175
Qasımov T.M., Məmmədova A.M. Klassik olmayan sərhəd şərtləli simin rəqs tənliyi üçün ümumiləşmiş həllin varlığı və yeganəliyi	177
Qasımov T.B., Haşimova Ü.G., Qurbanova N.C. İndefinit çəki funksiyalı bir kəsik Şturm-Liuvill operatorunun spektral xassələri	178
Quliyev H.F., Əsgərov İ.M. Kəsik həllə malik ikitərtibli hiperbolik tənliyin baş əmsalının tapılması məsələsi	179
Qurbanova N.E. Riman genişlənməsinin sanki kompleks struktura nəzərən təmiz olması haqqında	181
Rzayev M.T. Aralıqlar (intervallar) metodundan istifadə edərək modul çalışmaların həlli	183
Sadıqov M.A., Nəbiyeva A.M. Qabarıq minimallaşdırma məsələsində stabil məsələ	185
Sadıqov M.A., Kərimova A.A. Qarışıq məhdudiyyətli optimal idarə məsələsi	187
Sadıqov M.A., Qasımlı E.B. Hamar olmayan funksiyanın subdiferensialı haqqında	189
Salmanova G.M., Əliyev A.B., Mahmudzadə T.M. İzotrop nazik divarlı elastiki dairəvi silindrik boruda özlü mayenin pulsasiyalı axını	191
Yaqubov M.H., Süleymanova A.E. Funksional məhdudiyyətlər olan bir optimal idarəetmə məsələsi..	193
SƏFİYEV S.İ. Ali təhsil islahatında təlim texnologiyaları və onların rolu	196
Səmədova J.N. Qeyri-xətti adi diferensial tənlik üçün qoyulan qeyri-klassik sərhəd şərtləli məsələnin həllinin araşdırılması	198



Sevdimaliyev Y.M., Şıxəliyeva X.D. Boyuna sıxılmış dəyişən sərtlikli çubuğun sürüncəklik deformasiyası prosesində qabarması	199
Şıxıyeva H.E. Həndəsi məzmunlu praktik məsələlərin həlli texnologiyası	201
Sofuyev A.H. Həndəsi silsilənin cəm düsturlarının bəzi tətbiqləri.	203
Səfərova A.N., Cəfərquliyeva T. Yarımoxda iki məsələyə görə tərs səpilmə məsələsi	205
TAĞIYEV E.N. Tədrisdə informasiya texnologiyalarından istifadə	207
Tağıyev M.M., Qafarova F.Ə. Çoxqatlı özlü-elastiki boruda mayenin döyüntülü axını	209
Tağıyev M.M., Əliyeva İ.S., Şahsuvarova P.E. Sıxılmayan özlü mayenin en kəsiyi düzbucaqlı olan boruda hərəkəti	211
Tağıyev M.M., Məhsimova S.N., Kazıxanova S.T. Sıxılmayan maye ilə dolu özlü-elastiki boruda dalğa məsələsinin tədqiqi	213
Xəlilov H.M. Riyaziyyatı niyə sevməliyik	214
Tahirov B.Ö., Əlili S.R. Riyaziyyat təlimində informasiya texnologiyalarının tətbiqi	215
Xəlilli V.E., Əliyev N. Y. Çoxobrazlı üzərində xarici diferensial formaların qurulması və onunla həll edilən məsələlər	217
Yaquboov M.M., Əhmədova M.M. Moment probleminə gətirilməsi	218
Yusifova Ş.S. Sərhəd şərtinə spektral parametr daxil olan bir qeyri-xətti Şturmlıvill məsələsinin həllərinin global bifurkasiyası	220
Yusubov Ş.Ş., Fərəcova N.E. İmpuls təsirli ikitərtibli tənlik üçün bir lokal olmayan sərhəd məsələsi	222
Yusubov Ş.Ş., Əliyeva H.Y. Dördölçülü fəzada beşərtibli hiperbolik tənlik üçün bir lokal	224



olmayan sərhəd məsələsinin korrekt həll olunması haqqında

Yusubov Ş.Ş., Ağamalıyev A.Q. Kaputo törəməli xətti diferensial tənliyin həllinin göstərilişi	226
Абдулкеримова, А.Р.Гурбанов И.А О некоторых применениях простых многошаговых методов к вычислению определенного интеграла..	228
Абдуллаев Ф. А., Вердиева Ж. Р. Оценки типа Маршо для частных модулей гладкости дробного порядка.	230
Абдуллаев Ф.А. Казимова А.А. Рабномерная оценка погрешности одной кубатурной формулы	231
Абдуллаева К.Ф. О равномерной сходимости рядов Фурье для одной спектральной задачи четвертого порядка	233
Абдуллаев С.К., Юсифова К.С., Карамова М.М. Весовые неравенства для следов функций, представленных оператором гармонического анализа Фурье-Бесселя	235
Абдуллаева Г.З., Амирли Н.Э. Переход от традиционного урока к интерактивному на педагогической практике	239
Абдуллаева Г.З., Амирли Н.Э. Образ современного учителя глазами учеников	241
Агаева Г.А. О фредгольмовости некоторых операторов для операторно-дифференциального уравнения второго порядка	243
Алиев З.С., Панахов М.Г. О бифуркации из бесконечности в некоторых нелинейных задачах на собственные значения для пары операторов Зиятхан Сейфаддин оглы Алиев,	245
Алиев А.Ю. Разностная схема повышенного порядка точности для решения разностного уравнения лапласа	247
Алиев Б.А. Об одной краевой задаче для эллиптического дифференциально-операторного уравнения второго порядка с комплексным параметром	249



Алиев Н.А., Мурсалова М.Б. Граничная задача для двумерного уравнения Лапласа с нелокальными граничными условиями на прямоугольнике	251
Алимарданова К.А., Башлинская Ф.Р. Задача рассеяния для системы трех гиперболических уравнений на полуоси в случае одной падающей волны	254
Ахмедов А.М., Асланбекова Г.Ф. Исследование одного итерационного процесса в пространстве	256
Ахмедов А.М., Масимова Х.С. О спектральности одного класса несамосопряженных Дифференциальных операторов	257
Ахыев С.С. Априорная оценка решения линейной нелокальной краевой задачи для гиперболического полунагруженного уравнения	259
Ахыев С.С. Априорная оценка решения одной линейной краевой задачи для гиперболического уравнения второго порядка с отклоняющимися аргументами	261
Бабаев Р.М. Некоторые свойства интеграла типа потенциала с ограниченной характеристикой по полупространству	263
Бабаев Р.М. О регуляризации некоторого интегрального уравнения	265
Гулиев Р. Интеллектуальный анализ баз данных.	270
Гулиева А.М., Агаева Н.Р. Применение метода трапеции к решению интегрального уравнения Вольтерра II рода с вырожденным ядром.	272
Гулиева А.М., Салманова Х.З. Применение метода с забеганием вперед к решению интегрального уравнения Вольтерра.	274
ГУМБАТАЛИЕВ Р.З. О внутренней компактности пространство обобщенных решений однородного уравнения	276



Гусейнов С.Т. О неравенстве харнака для нелинейных эллиптических уравнений, вырождающихся на части области	278
Ибрагимова Р. Т. Разрешимость одной краевой задачи для эллиптического дифференциально- -операторного уравнения второго порядка с условиями сопряжения	280
Исаева С.Э. Смешанная задача для нелинейных волновых уравнений с нелинейными Акустическими условиями сопряжения	282
Исмаилов М.И. О свойствах подпространств весовых пространств гранд Лебега, порожденных оператором сдвига	284
Исмаилов М.И., Фаталиева Л.С. О -фреймах, порожденных билинейными отображениями	285
Искендерова Г. Н., Худавердиева А.А., Об одной краевой задаче для уравнения третьего порядка с нелокальными Краевыми условиями	286
Касумов Т.Б., Ахмедов А.Г., Мусеибова Н.С. О базисности собственных функций одной спектральной задачи с точкой разрыва в пространствах grand-Lebesgue	288
Керимов В.З. Разрешимость одной краевой задачи для эллиптических дифференциально –операторных уравнений второго порядка с разрывным коэффициентом	290
Мамедов Э.М. Об одной смешанной задаче для одного нелинейного уравнения четвертого порядка	292
Мамедова М.А. Кручение призматического физически линейной вязкоупругого тела	294
Маммадова С.М. Простейшие адаптивные модели и их свойства Временные ряды и стохастические процессы	296



Мамедова М.М. Глобальная бифуркация решений некоторых нелинейных задач на полусобственные значения	298
Мамедова Х.А. Коррозионное разрушение при изгибе призматического бруса с эллиптическим поперечным сечением	300
Мехрабов В.А. Базисные свойства корневых векторов Одной краевой задачи на собственные значения	302
Мехтиева Г.Ю., Исмайлова К.Н. Джафаров Э.Н. О некоторых связях между многошаговыми и гибридными методами.	304
Мехтиева Г.Ю., Исмайлова К.Н. Об одном преимуществе гибридных методов и их применений к вычислению определенных интегралов.	306
Мехтиева Г.Ю., Джафаров Э.Н. Об одном применении явных многошаговых методов к вычислению определенных интегралов	308
Мехтиева Г.Ю., Акберова-Гулиева Н.Э. Применение многошаговых методов к решению интегральных уравнений Вольтера.	310
Мехтиева Г.Ю., Сейидзаде Р.Б. О некоторых сравнениях многошаговых методов примененные к решению начальной задачи для ОДУ первого порядка.	312
Мустафаев Э.М. Об одной задаче рассеяния с сингулярным потенциалом типа обобщенной функции	314
Намазов Ф.М. О глобальной бифуркации решений из нуля и бесконечности одной нелинейной краевой задачи	316
Насирова Л.В. Структура и поведение глобальных континуумов решений нелинеаризируемой задачи Штурма-Лиувилля	318



Пириев С.А. О математическом моделировании повреждаемости конструктивных элементов стержневого типа при растяжении	320
Рагимова К.Р. О бифуркации решений нелинеаризируемых задач для эллиптических уравнений в частных производных	322
Рзаева В.Б. Определение вязкоупругих свойств углеродистой стали 45 при высоких температурах	324
Садыгов М. А., Асланзаде Н. Х Об одном определении субдифференциала .	326
Севдималиев Ю. М. Исследование колебаний многослойной сферы С разрывными кинематическими контактами	328
Талыблы Л.Х. Метод решения общей квазистатической задачи теории линейной вязкоупругости и его применение	330
Тахиров Б.О., Ибрагимова С.С. Об интеграции содержания учебных предметов естественно научного цикла	331
Тахиров Б.О., Новрузова И.Д. Суть функциональной грамотности ученика	333
Фараджев А.С. , Мегралиев Я.Т. Обратная задача определения коэффициента в уравнение Буссинеска шестого порядка с дополнительным интегральным условием	335
Фейзиев Ф.Г., Мехтиева М.Р. Условия ортогональности вспомогательных входных последовательностей двоичных 3D- многомерных нелинейных модулярных динамических систем	337
Флейданлы А.Э. Базисные свойства собственных функций одной спектральной Задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений Четвертого порядка	340



Шукюрова Г.Д., Мамедова Дж. Дж. Об одной нелокальной краевой задаче для линеаризованного уравнения бенни-люка.	342
Юсифова Э.Г. Обратная краевая задача для уравнения третьего порядка с нелокальными Краевыми условиями	343
Adayeva G.H., Qurbanov I.E. Application of a hybrid method to solve initial-value problem for the Volterra integro-differential equations.	345
Agamaliyev A.Q. Stability Estimates of Feedback Controller Linear First Order Neutral Differential Equations with Variable Coefficients	347
Akhmedov A.M., Aliyeva S.F. On the spectrum of generalized geometric progression	349
Aliyev S.A., Salimov A.A. On hessian type metrics	350
Allahverdiyeva L.Y., Salimov A.A. Holomorphic horizontal lifts of connections to tangent bundle	352
Aslanov H.I., Mammadov M.M., Hasanov F.M. Completeness of elementary solutions of diferential-operator equations first order in Hilbert space	353
Azizbayov E.I., Mehraliyev Y. T. Simultaneous determination of the right-hand side and the coefficient of the lowest derivative in a two-dimensional parabolic equation	355
Azizova Z.O. Two-weighted inequalities for multidimensional Hardy operator in local Morrey spaces	357
Baldina K.V., Bayramov S.A., Guseynova A.A. BIPOLAR SOFT METRIC SPACES	358
Gasimova K.A. Linear non-uniformly elliptic equation involving measure data	359
Guliyev A.F., Abdullayeva A.J. An increase theorem for the positive solutions of the parabolic equation second order.	361
Gurbanova U.V.	



Unilateral global bifurcation in some linearizable eigenvalue problem	363
Hasanov J.J., Safarov Z.V. Two-weighted inequalities for maximal operator in generalized weighted Morrey spaces	365
Jabbarov İ.S., Hasanova G.K. On Circle Problem	366
Maharramova T.A. The regularity of solutions degenerate nonlinear elliptic equations.	368
Mirzayeva G. Beams on Three Parameter Elastic Models Foundation	369
Musayeva F.N., Salimov A.A. On holomorphic horizontal lifts	372
Omarova M. N., Mustafayev K.A. Boundedness of maximal operator in generalized local Morrey spaces	374
Salimov A.A. Holomorphic manifolds and problems of lifts	376
Sultanova Tarana Teymur Pure metrics in the bundle of 2-jets	377