ПРОГРАММА
дисциплины «Приближенные методы решения дифференциальных уравнений» (лекция-30 часов)

VII семестр

Приближенное решение дифференциальных уравнений.

Предисловие. Цель предмета заключается в следующем: изучение приближенных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дать студентам минимальные знания и приближенных методах. Рассмотреть итерационные методы и определить достаточные условия для сходимости итерационных методов.

Научить студентов находить численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью наиболее употребляемых методов. Закрепить полученные знания с помощью конкретных примеров.

Введение

Термин «Дифференциальные уравнения» был предложен Г.Лейбшницем (G.Ltibyiz, 1676). Первые исследования обыкновенных дифференциальных уравнений были проведены в конце 17 в. В связи с изучением проблем механики и некоторых геометрических задач. Обыкновенные дифференциальные уравнения широко используются в механике, астрономии, физике, во многих задачах

химии, биологии. Это объясняется тем, что весьма часто объективные законы, которым подчиняются те или иные явления (процессы) записываются в форме ОДУ(обыкновенные дифференциальные уравнения). А сами эти уравнения являются средством для количественного выражения этих законов. Например, законы механики Ньютона позволяют механическую задачу твердого тела свести к математической задаче нахождения решений ОДУ. Расчет радиотехнический устойчивости самолета в полете, все это производится путем изучения и решения ОДУ,

Простейшие ОДУ встречаются уже в анализе. Нахождение первообразной для данной непрерывной функции $f(x)$ является по существу задачей об определении такой неизвестной функции $y = y(x)$, которая удовлетворяет уравнению $y' = f(x)$. Найти точное решение ОДУ, выраженное через элементарные функции, удается не всегда. Однако, в середине XIX века были указаны первые примеры ОДУ, которые нельзя проигнорировать в квадратурах. В связи с потребностями практики, разрабатывались приближенные методы решения ОДУ. Приближенные методы решения ОДУ можно разделить на два больших класса: аналитические и численные. Отметим, что существуют и другие классы приближенных методов для решения ОДУ. Например, аналитико-численные или косвенно-численные, графические и др. Классическим представителем аналитических методов являются последовательные приближения Пикара, а численным методом является явный метод Эйлера. Вычислительная математика располагает широким арсеналом численных методов решения ОДУ. Эти методы представляют собой удобные алгоритмы вычислений с эффективными оценками точности, а современная вычислительная техника дает возможность экономно и быстро довести решение каждой задачи до числового результата.

При исследовании многих задач естествознаний возникла необходимость построить такие численные методы, которые сохраняли свойства решения исходной задачи. В связи с этим появились разные понятия. После построения первого прямого численного метода, появились понятия «точность метода». А при исследовании методов Адамса появились понятия «устойчивости». В настоящее время существуют некоторые понятия для сравнения численных методов ОДУ.

Отметим, что первым прямым численным методом для решения ОДУ является явный метод Эйлера, который развивался в двух направлениях, в результате чего были построены одно и многошаговые методы, каждый из которых имеет некоторые преимущества и недостатки. Поэтому в последнее время появилась идея о построении численных методов на стыке одно и многошагового методов, и эти методы назвали гибридными методами. Как известно, при решении задачи Коши стараются использовать только начальные значения решения задачи, определить ее значения в последующих точках с достаточно высокой точностью. Учитывая, что начальное значение в задаче Коши определяется из практики, которое не является точным значением решения задачи Коши в начальной точке. В связи с

этим в 1927 году Ричардсон предложил построить численный метод, который вычислял приближенные значения решения задачи в остальных точках так, чтобы их точности были не менее, чем точности ее значений в начальной точке. Эту задачу назвали проблемой Ричардсона, которая не решена и по сей день.

В прогрессивном обществе человек всегда старается выполнить такую работу, которая принесет людям благ на большой промежуток времени. Поэтому в теории численных решений ОДУ, специалисты старались построить наилучший метод, который позволил бы получить искомое решение с заданной точностью за минимальное машинное время. Для поиска наилучшего (оптимального) метода применяется постепенное сужение множество допустимых методов путем последовательного включения требований аппроксимации, устойчивости, экономичности и др. Важную роль играет общее требование: разностное у3равнение (дискретная модель) должно как можно лучше моделировать (приближать) свойства исходного дифференциального уравнения.

Как видно из вышеизложенного существует множество методов и множество задач. Студенты, изучая исходную задачу, должны выбирать подходящий численный метод, который является целью данного предмета.

Студенты должны быть ознакомлены свойствами каждого численного метода, уметь их сравнивать и выбирать наилучший метод для данной задачи.

Косвенно-численный метод и метод Эйлера.

Представление решений ОДУ в ряд Тейлора и в виде многочлена. Вычисление приближенных значений решения ОДУ с помощью многочленов. Метод Эйлера (по работе Эйлера). Неявные методы Эйлера. Геометрические интерпретации метода Эйлера. Некоторые модификации метода Эйлера и их геометрические интерпретации.

Одношаговые методы.

Неявные и полуявные методы Рунге-Кутта. Одношаговый метод и из сходимости. Экстраполяции Ричардсона.

K-шаговый метод с постоянными коэффициентами как обобщение методов Адамса. Метод неопределенных коэффициентов. Сходимость и устойчивости k-шагового метода. Естественные ограничения коэффициентов k-шагового метода. Теорема о сходимости k-шагового метода. Связь между точностями и количеством точек, используемых в устойчивом методе. Теоремы Дальквиста для явных и неявных методов. Определение знака для некоторых коэффициентов.

Способы увеличения точности k-шаговых методов и методы прогноза-коррекции.

Сравнение явных и неявных устойчивых методов. Применение простого метода итерации к реализации неявного метода. Методы прогноза-коррекции. Построение методов прогноза-коррекции в разных вариантах. Сходимость методов прогноза-коррекции. Использование методов прогноза-коррекции в определенных границах изменения шага интегрирования Хемминга.

Литература

1. Y.C.Məmmədov. Təqribi hesablama üsulları. Bakı, Maarif, 1986.
2. Эйлер Л. Интегральные исчисления. Гостехиздат, М. 1956.
3. Субботин М.Ф. Курс небесной механики. т.2, М; ОНТИ, 1937, 404 стр.
4. Dahlquist G.,Convergence and stability in the numerical integration of ODEs, Math.Scand, №4,1956, p.33-53.
5. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.2, Физматгиз, 1962, стр. 639.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы. М. Наука 1973, 631 стр.
7. Ибрагимов В.Р. Об одной связи между порядком и степенью для устойчевой формулы с забеганием вперед. Жур. ВМ и МФ, №7, т.29, стр. 1045-1056.
8. V.R. İbrahimov. Adams və Ştermer üsulları haqqında. Bakı-BDU, 1991. Metod. vəsait. 30 s.

Дополнительная литература

1. Ибрагимов В.Р. Сходимость метода прогноза-коррекции. Годш. на висшите учеб.завед. Прил.матем. София НРБ 1984, ст.187-197.
2. Ибрагимов В.Р. Об одном способе построения двусторонних методов. Годиш. На висшите учеб.завед. Прик.матем. София НРБ, 1984, ст. 199-207.
3. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Мир, 1990, 511 стр.

Количество часов по темам

№	Темы	Кол. лек. часов
1	Применение ряда Тейлора к решению задачи Коши.	2
2	Метод итераций и их сходимости.	2
3	Метод Чаплыгина.	2
4	О численном решении задачи Коши. Метод Эйлера.	2
5	О модификации метода Эйлера.	2
6	Методы Рунге-Кутта.	2
7	Классификация методов Рунге-Кутта.	2
8	Реккурентные соотнощения между коэффициентами методов Адамса.	2
9	Конечно-разностные методы (обобщение методов Адамса).	2
10	Об условиях налагаемых на коэффициенты конечно-разностных методов.	2
11	Сходимость конечно-разностных методов.	2
12	Устойчивые явные, неявные методы и максимальные значение их степени .	4
13	Методы прогноза-коррекции.	2
14	Двусторонние численные методы.	2