ПРОГРАММА
дисциплины «Вычислительная математика»
(лекция-30 часов)

VIII семестр

1. Многочлены Гаусса, Стирлинга, Бесселя и Эверитта. Центральные конечные разности и интерполяционные многочлены, полученные их погрешностью.

Взяв точки узлов интерполирования в порядке $x_0, x_0+h, x_0-h, \ldots,$ и использовав многочлен Ньютона с неравными шагами с заменой $x = x_0 + ht$ получим многочлен

$$f(x) = f(x_0+ht) = f_0 + tf^1_{1/2} + \frac{t(t-1)}{2!} f_0^2 + \frac{t(t^2-1)}{3!} f^3_{1/2} + \ldots +$$

$$+\frac{t(t^2-1)(t^2-2^2)\ldots[t^2-(n-1)^2]}{(2n-1)!} f^{2n-1}_{1/2} + ,$$

$$+\frac{t(t^2-1)\ldots[t^2-(n-1)^2](t-n)}{2n!} f_0^{2n}$$

который называется интерполяционным многочленом Гаусса вперед. Если точки узлов взять за $x_0, x_0-h, x_0+h, \ldots, x_0-nh, x_0+nh$, тогда многочлен будет иметь вид:

$$f(x) = f(x_0+ht) = f_0 + tf^1_{-1/2} + \frac{t(t+1)}{2!} f_0^2 + \frac{t(t^2-1^2)}{3!} f^3_{-1/2} + \ldots +$$

$$+\frac{t(t^2-1)\ldots[t^2-(n-1)^2]}{(2n-1)!} f^{2n-1}_{-1/2} + \frac{t(t^2-1)\ldots[t^2-(n-1)^2](t+n)}{2n!} f_0^{2n}$$

этот многочлен называется многочленом Гаусса назад. Среднее значение многочленов Гаусса вперед и назад

называется многочленом Стирлинга. Аналогично можно построить многочлены Бесселя и Эверита.

2. Сходимость интерполяционных процессов. Условия сходимости к исходной функции увеличение количества узлов точки построенных для данной функции последовательность интерполяционных многочленов.

Сходимость интерполяционных процессов. Здесь даны некоторые достаточные условия для равномерной сходимости и для сходимости последовательности построенных интерполяционных многочленов к данной функции с увеличением количества точек узлов.

3. Обратная интерполяция. Рассматривается обратная задача обратной интерполяционной задачи. Объяснение нахождения оценки аргумента соответствующей оценке данной функции.

Обратное интерполирование. Здесь рассматривается задача, обратная обычной интерполяционной задаче. Исследуется нахождение значения аргумента соответствующего известному значению данной функции. Здесь рассматривается случай, когда данная функция является монотонной и немонотонной функцией.

4. Приближенное решение многократных неявных интегралов. Применение некоторых случаев формулы Ньютона-Котеса к приближенному решению многогранных интегралов.

Применяются некоторые случаи формулы Ньютона - Котеса к приближенному решению многократных интегралов.

5. Приближенное вычисление несобственных интегралов.

Приближенное вычисление несобственных интегралов. Рассматривается два случая приближенного вычисления несобственного интеграла. Исследуются аддитивные и мультипликативные способы представления функции.

6. Метод Гавурина для повышения сходимости процесса итерации. Рассматривается задача улучшения найденного методом итерации линейной алгебраический системы уравнений.

Метод Гавурина для повышения скорости сходимости итерации. Известно, что существует множество итерационных методов для приближенного решения линейных алгебраических систем уравнений. Здесь применяется метод Гавурина устанавливается повышение скорости сходимости приближенного решения, по сравнению с итерационными методами.

7. Приближенное решение методом Пикара к поставленной задаче Коши для ОДУ.

Даны некоторые приложения метода Пикара для приближенного решения задачи коши и оцениваются погрешности.

а) Некоторые теоремы и дифференциальных и интегральных неравенствах.

б) Построение двусторонних приближений и их сходимости для приближенного решения поставленной задачи Коши для ОДУ.

Метод Пикара для приближенного решения задачи Коши для ОДУ. Рассматривается метод Пикара и его различные варианты для приближенного

решения задачи Коши, таким образом, здесь дан метод Тонелли, метод Эйлера.

8. Решение поставленной задачи Коши для ОДУ методом Чаплыгина.

Построение двусторонних приближений для приближенного решения граничной задачи и условия из сходимости к точному решению.

Метод Чаплыгина для приближенного решения задачи Коши для ОДУ. Очень широко используются теоремы о дифференциальных неравенствах Чаплыгина для задачи Коши. Поэтому рассмотрим сначала один вариант теоремы о дифференциальных неравенствах.

Теорема. Пусть $\varphi(x,y)$ непрерывная по аргументам в области $[y_0, X]\times[r_0, r_1]$. Допустим, что существует такая функция $V(x)$, определенная на $[y_0, X]$, которая удовлетворяет условиям

$$V'(x) \le \varphi[x, V(x)], \qquad V(x_0) \le y_0 .$$

Тогда справедливо следующее неравенство

$$V(x) \le u(x) \quad (x_0 \le x \le X),$$

где $u(x)$ есть решение следующей задачи

$$u'(x) = \varphi[x, \varphi(x)], \qquad u(x_0) = u_0 .$$

Здесь, пользуясь этой теоремой, для приближенного решения задачи Коши

$$y' = f(x,y), \;\; y(x_0) = y_0$$

строятся двусторонние (верхние и нижние) приближения:

$$\underline{y}'_{n+1} = f'_y(x,\underline{y}_n)(\underline{y}_{n+1} - \underline{y}_n) + f(x,\underline{y}_n) \qquad \underline{y}_{n+1}(x_0) = y_0,$$

$$\bar{y}'_{n+1} = \frac{f(x,\bar{y}_n) - f(x,\underline{y}_n)}{\bar{y}_n - \underline{y}_n}(\bar{y}_{n+1} - \underline{y}_n) + f(x,\underline{y}_n), \qquad \bar{y}_{n+1}(x_0) = y_0$$

,

и доказывается, что нижние приближения $\{\underline{y}_n(x)\}$ монотонно возрастают и ограничены сверху, а верхние $\{\bar{y}_n(x)\}$ приближения монотонно убывают и ограничены снизу.

Отметим, что здесь нулевые нижние $\underline{y}_0(x)$ и верхние $\bar{y}_0(x)$ функции удовлетворяют условиям

$$\underline{y}_0'(x) < f(x,\underline{y}_0), \qquad \underline{y}_0(x_0) = y_0,$$
$$\bar{y}'_0(x) > f(x,\bar{y}_0), \qquad \bar{y}_0(x_0) = y_0$$
,

соответственно. А также доказывается, что для любого $n = 0,1,2,\ldots$

$$\underline{y}_n(x) \le y(x) \le \bar{y}_n(x)$$

9. Решение граничной задачи для ОДУ методом Чаплыгина.

Приведение поставленной граничной задачи для ОДУ к решению линейной алгебраической системы уравнений с помощью разностной схемы.

Метод Чаплыгина для граничной задачи ОДУ. Для приближенного решения граничной задачи методом Чаплыгина также используется аналогичная теорема о дифференциальных неравенствах.

Для приближенного решения граничных задач строятся двусторонние приближения (верхние и нижние) и исследуется сходимость соответственно

монотонно возрастая и монотонно убывая к точному решению и оценивается скорость сходимости.

10. Приближенное решение граничной задачи методом прогонки.

Метод прогонки для граничной задачи. Здесь граничные задачи для ОДУ приводятся к решению разностной схемы и системам линейных алгебраических уравнений и исследуются некоторые варианты известных методов прогонки.

11. Решение дифференциальных уравнений с частными производными методом прямых.

а) Решение эллиптических уравнений методом прямых;

b) Решение гиперболических уравнений методом прямых;

в) Приближенное решение параболических уравнений методом прямых;

Метод прямых для дифференциальных уравнений с частными производными.

а) Рассматривается задача Дирихле для эллиптических уравнений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y)$$

$$u(x,y_0) = \varphi_0(x), u(x,y_0+l) = \varphi_1(x) \quad (\alpha < x < \beta)$$
$$u(x,y) = \psi_0(y),\ u(\beta,y) = \psi_1(y) \quad (y_0 < y < y_0 + l)$$

и находится решение граничной задачи для системы прямых уравнений, соответствующих данной задаче и найденное решение берется как приближенное решение этой задачи.

Б) Рассматривается задача для гиперболического уравнения типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=f(x,t),$$

$$u\big|_{t=0}=\varphi_1(x),\frac{\partial u}{\partial t}\bigg|_{t=0}=\varphi_2(x)\quad (0\le x\le l);$$

$$u(0,t)=\psi_1(t),\ u(l,t)=\psi_2(t)\quad (0\le t<\infty)$$

Как и в эллиптических уравнениях, здесь, заменив данную задачу системой прямых уравнениями, решение полученной системы берется как приближенное решение данной задачи.

В) При решении параболических уравнений методом прямых

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=f(x,t),$$

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x)\quad (0\le x\le l)$$

$$u(0,t)=\psi_1(t),u(1,t)=\psi_2(t)\quad (0\le t<\infty)$$

задача приводится к соответствующей системе прямых уравнений. Решение последней системы берется как приближенное решение задачи.

12. Приближенное решение интегральных уравнений.

а) Исследуются некоторые варианты, методы итерации для приближенного решения линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.

Б) Исследуются некоторые варианты метода Чаплыгина для нахождения приближенного решения линейных и нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра.

Ədəbiyyat

1. Y.C. Məmmədov. Təqribi hesablama üsulları. Bakı, Maarif, 1986.
2. И.С. Берзин. Н.П. Жидков Методы вычислений. т. I, II. М, Наука, 1966.
3. Я.Дж. Мамедов. Односторонные оценки в условиях исследования решений дифференциальных уравнений в Банаховых пространствах. Баку, Елм, 1971.

Количество часов по темам

№	Темы	Кол. лек. часов
1	Многочлены Гаусса, Стирлинга, Бесселя и Эверитта. Центральные конечные разности и интерполяционные многочлены, полученные их погрешностью.	2
2	Сходимость интерполяционных процессов. Условия сходимости к исходной функции увеличение количества узлов точки построенных для данной функции последовательность интерполяционных многочленов.	2
3	Обратная интерполяция. Рассматривается обратная задача обратной интерполяционной задачи. Объяснение нахождения оценки аргумента соответствующей оценке данной функции.	2

4	Приближенное решение многократных неявных интегралов. Применение некоторых случаев формулы Ньютона-Котеса к приближенному решению многогранных интегралов.	2
5	Приближенное вычисление несобственных интегралов.	2
6	Метод Гавурина для повышения сходимости процесса итерации. Рассматривается задача улучшения найденного методом итерации линейной алгебраический системы уравнений.	2
7	Приближенное решение методом Пикара к поставленной задаче Коши для ОДУ.	4
8	Решение поставленной задачи Коши для ОДУ методом Чаплыгина.	4
9	Решение граничной задачи для ОДУ методом Чаплыгина.	4
10	Приближенное решение граничной задачи методом прогонки.	2
11	Решение дифференциальных уравнений с частными производными методом прямых.	2
12	Приближенное решение интегральных уравнений.	2