ПРОГРАММА
дисциплины «Методы вычислений»
(лекция-60 часов, семинар-60 часов)

VI-VII семестр

Предисловие

В процессе изучения дисциплины Методы вычислений студенты должны:

- закрепить на практике теоретические знания, полученные на лекциях, то есть по заданной задаче студент должен выбрать нужный метод, разработать алгоритм решения, соответствующий этому методу, написать программу на лабораторных компьютерах и получить решение задачи;
- на вычислительном практикуме получить опыт решения задач на компьютерах.

Для успешного усвоения дисциплины студенты должны хорошо знать математический анализ, линейную алгебру, дифференциальные уравнения (обыкновенные и с частными производными).

Изучение каждой темы следует завершить проведением контрольной работы.

Введение

Студенты должны обратить на то, что математика прилагается к решению многих задач, встречающихся не только в таких прикладных науках, как астрономия, геодезия, физика, биология, химия, космонавтика, но и в разных отраслях техники. При таких приложениях требуется часто не только устанавливать зависимость между разными

величинами, входящими в формулу, но и применять эту формулу к определенным частным случаям и найти численные величины искомых по данным.

Понятно, что необходимые для численного определения какой бы то ни было искомой величины, данные доставляются обыкновенными наблюдениями или измерениями.

Всем известно, что никакие измерения не могут быть произведены абсолютно точно; напротив, результат всегда заключает некоторую погрешность, которая обнаруживается при повторении измерения тем, что получается результат, отличающийся от первого. По этим отклонениям результатов друг от друга судят и о пределах погрешности в них.

Само собой понятно, что погрешность в данных переходит в определяемые по эти данным искомое, даже в том случае, когда вычисление производится по совершенно точным формулам и с полнейшей точностью. Поэтому, в таких случаях приходиться использовать методы вычислительной математики, называемые методами вычислений, Вычислительная математика – раздел математики, включающий круг вопросов, связанных с использованием компьютеров. Термин вычислительная математика нельзя считать установившимся, так как эта область математики интенсивно развивается в связи с быстро растущими применениями компьютеров в новых направлениях. Часто термин Вычислительная математики понимается как теория численных методов и алгоритмов решения типовых математических задач. Обычно типовые математические задачи указывают на задачи линейной алгебры, дифференциальные задачи, интегральные уравнения и т.п.

Математика возникла и развивается как часть естествознания, и долгое время ее развитие существенным образом определялось потребностями физики и механики. Требование математизации новых разделов науки неизбежно приводит к обратному влиянию этих разделов науки.

Первоначально элементы математики появились в связи с необходимостью решения практических задач: измерения на местности, навигации и т.д. Вследствие этого математика была численной математикой – ее целью являлось получение решения в виде числа.

Прикладные математические исследования имеют непосредственную отдачу; это усиливает доверие общества к науке, расширяет понимание ее проблем и имеет следствием усиленное вложение средств с целью ее развития.

Отметим, что применение математики в научно-технических задачах в экономике м в других отраслях естествознаний происходит с помощью методов вычислений. В последнее время бурно развиваются численные методы, которые связаны с применением компьютеров. Без применения компьютеров немыслимо решение таких проблем, как 1) овладение ядерной энергией, создание ядерных реакторов, 2)проектирование летательных аппаратов (самолетов и ракет), 3)динамика космических полетов, 4)изучение физики плазмы в связи с проблемой управляемого термоядерного синтеза и др.

В настоящее время появился новый способ теоретического исследования сложных процессов, допускающих математическое описание или математическое моделирование – вычислительный эксперимент, т.е. исследование реальных процессов средствами вычислительной математики.

Развитие и применение вычислительных методов тесно связано с развитием вычислительной техники, известным представителем которых является машина, построенная в 1641 году Блезом Паскалем и применено в сборе налогов у населений во Франции. До Паскаля механическая вычислительная машина построена В.Шикардом в 1623 г., который выполнял все четыре арифметических действия. Образец этой машины погиб при пожаре. Эскиз суммирующей вычислительной машины на десятичные числа найден в 1-м Мадридском кодексе Леонардо да Винчи (1452-1519).

В развитии вычислительной техники заслуга английского математика Чарльза Беббмджа бесспорна. Ему принадлежит идея построения вычислительной машины современного типа. Вообще говоря, до середины XX века идея опередила технику, но начиная с 1980-х годов происходит обратное. Теперь техника определяет идею. Признание которого служат мобильные телефоны. Последние годы в компьютерах стали использовать некоторые микросхемы из мобильных телефонов. Исходя из выше изложенного, студенты должны знать, что успех в прикладной науке требует широкой математической подготовки, поскольку только такая подготовка может обеспечить приспособленность к непрерывно меняющимся типам задач, предъявляемых к решению. Не следует думать, что совершенное знание математики, численных методов и навыки работы с компьютером позволяют сразу решить любую прикладную математическую задачу. Во многих случаях требуется доводка методов, приспособление их к решению конкретных задач. Следовательно, развитие методов вычислений является важнейшим разделом математики и имеет широкие перспективы. Теперь методы вычислений применяются во всех направлениях естествознаний, начиная от простого вычисления до управления летательных аппаратов, имеющие разные значения. Несколько лет тому назад одним из актуальных вопросов было решение задачи тренажера, который был связан с реконструкциями ПТУРСа (противно танковая управляемая ракетная система).

Как следует из выше изложенного, заниматься развитием методов вычислений очень трудно, поскольку при этом требует широкое знание во всех областях математики и очень важно, поскольку имеет широкое применение во всех направлениях естествознаний. От развития методов вычислений зависит дальнейшее развитие в науке и технике на современном этапе. Студенты должны понять, что на современном этапе найти задачи, имеющие широкое применение и решение, выраженное через элементарные функции, почти не возможно. Поэтому должны уметь выбирать оптимальный алгоритм для решения рассматриваемой задачи и построить программы для их реализации в компьютерах.

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Интерполирование и приближение функций.

Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена. Многочлены Чебышева. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа. Разделенные разности и интерполяционная формула Ньютона с разделенными разностями.

Конечные разности. Составление таблиц.

Численное дифференцирование. Вычислительная погрешность численного дифференцирования. Приближение сплайнов.

Численное интегрирование

Формулы Ньютона-Котеса: формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса и Чебышева. Составные квадратурные формулы. Привило Рунге практической оценки погрешности.

Численные методы алгебры

Метод Гаусса. Метод простой итерации. δ^2-процесс практической оценки погрешности и ускорения сходимости. Ускорение сходимости с использованием многочленов Чебышева. Методы Зейделя, релаксации, наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.

Методы решения частичной проблемы собственных значений.

Численные методы решения нелинейных задач

Метод простой итерации решения нелинейных уравнений. Методы Ньютона и хорд.

Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Одношаговые методы: Эйлера, Рунге-Кутта. Оценка погрешности метода Эйлера. Метод неопределенных коэффициентов.

Построение конечно-разностных методов. Исследование свойств конечно-разностных методов на модельных задачах.

Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

Оценка погрешности простейшей разностной схемы для уравнения второго порядка. Методы прогонки и стрельбы решения сеточных линейных краевых задач.

Разностные аппроксимации повышенной точности.

Методы решения нелинейных краевых задач.

Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными

Оценка погрешности простейших аппроксимаций уравнений Лапласа и теплопроводности.

Понятие аппроксимации, корректности, устойчивости и сходимости.

Связь между аппроксимацией, корректностью и сходимостью.

Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности и гиперболического уравнения. Методы исследования их устойчивости.

Численные методы решения интегральных уравнений

Метод механических квадратур. Метод регуляризации. Метод простой итерации. Случай вырожденного ядра.

Литература

1. Мамедов Я.Дж. Методы вычислений, 1978.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. М., Наука, 1975, 631 с.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений: в 2-х т. 3-е изд. М., Наука, 1966.
4. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И.Вычислительные методы: в 2-х т. М., Наука, 1976-1977.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики: Учеб. пособие. М., Наука, 1980, 535 с.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем: Учеб. пособие. М., Наука, 1983, 616 с.
7. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач, Учеб. пособие. М., Наука, 1979, 285 с.

Количество часов по темам

№	Темы	Кол. лек. часов	Кол. сем. часов
1	Интерполирование и приближение функций. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка остаточного члена. Многочлены Чебышева. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа. Разделенные разности и интерполяционная формула Ньютона с разделенными разностями. Конечные разности. Составление таблиц. Численное дифференцирование. Вычислительная погрешность численного дифференцирования. Приближение сплайнов.	10	10
2	Численное интегрирование. Формулы Ньютона-Котеса: формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса и Чебышева. Составные квадратурные формулы. Привило Рунге практической оценки погрешности.	8	8
3	Численные методы алгебры. Метод Гаусса. Метод простой итерации.	4	4

	δ^2- процесс практической оценки погрешности и ускорения сходимости. Ускорение сходимости с использованием многочленов Чебышева. Методы Зейделя, релаксации, наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов. Методы решения частичной проблемы собственных значений.		
4	Численные методы решения нелинейных задач. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений. Методы Ньютона и хорд.	8	8
5	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Одношаговые методы: Эйлера, Рунге-Кутта. Оценка погрешности метода Эйлера. Метод неопределенных коэффициентов. Построение конечно-разностных методов. Исследование свойств конечно-разностных методов на модельных задачах.	8	8
6	Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Оценка погрешности простейшей разностной схемы для уравнения	8	8

	второго порядка. Методы прогонки и стрельбы решения сеточных линейных краевых задач. Разностные аппроксимации повышенной точности. Методы решения нелинейных краевых задач.		
7	Численные методы решения краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Оценка погрешности простейших аппроксимаций уравнений Лапласа и теплопроводности. Понятие аппроксимации, корректности, устойчивости и сходимости. Связь между аппроксимацией, корректностью и сходимостью. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности и гиперболического уравнения. Методы исследования их устойчивости.	4	4
8	Численные методы решения интегральных уравнений. Метод механических квадратур. Метод регуляризации. Метод простой итерации. Случай вырожденного ядра.	10	10