

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С НЕСАМОСОПРЯЖЁННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

А.М.ГУЛИЕВА

Бакинский Государственный Университет

В работе исследована одна обратная краевая задача для псевдогиперболического уравнения третьего порядка с несамосопряженными краевыми условиями. Сначала исходная задача сводится к эквивалентной задаче, для которой доказывается теорема существования и единственности. Далее, пользуясь этими фактами, доказывается существование и единственность классического решения исходной задачи.

Рассмотрим следующую задачу:

$$M\left(t, \frac{\partial}{\partial t}\right)u(x, t) = \frac{\partial}{\partial t}\left(a(t) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}\right) + f(x, t),$$

$$(x, t) \in D_T = \{(x, t) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq T\}, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial u(1, t)}{\partial x}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

$$U(u) \equiv u(1, t) + \int_0^1 \alpha(x)u(x, t)dx = h(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

где

$$M\left(t, \frac{\partial}{\partial t}\right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_0(t),$$

$a(t) > 0, \varphi(x), \psi(x), \alpha(x), h(t), f(x, t)$  - заданные функции, а  $u(x, t), a_0(t)$  - искомые функции, причем под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем следующее

**Определение.** Классическим решением обратной краевой задачи (1)-(4) назовем пару  $\{u(x, t), a_0(t)\}$  функций  $u(x, t), a_0(t)$ , удовлетворяющих условиям:

- 1) функция  $u(x, t)$  непрерывна в  $D_T$  вместе со всеми производными, входящими в уравнение (1);
- 2) функция  $a_0(t)$  непрерывна на  $[0, T]$ ;

3) уравнение (1) и все условия (2)-(4) удовлетворяются в обычном смысле. Доказывается следующая

**Лемма 1.** Пусть  $\varphi(x), \psi(x) \in C[0,1], \alpha(x) \in L_2(0,1), h(t) \in C^2[0,T], h(t) \neq 0$  при  $t \in [0,T]$  и выполняются условия согласования

$$U(\varphi) \equiv \varphi(1) + \int_0^1 \alpha(x)\varphi(x)dx = h(0), \quad (5)$$

$$U(\psi) \equiv \psi(1) + \int_0^1 \alpha(x)\psi(x)dx = h'(0). \quad (6)$$

Тогда задача (1)-(4) эквивалентна задаче определения функций  $u(x,t), a_0(t)$  из (1)-(3) и

$$h''(t) + a_0(t)h(t) = \frac{d}{dt}(a(t)U(\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2})) + U(f). \quad (7)$$

Известно [2], что последовательности

$$X_0(x) = x, \dots, X_{2k-1}(x) = x \cos \lambda_k x, X_{2k}(x) = \sin \lambda_k x, \dots, \quad (8)$$

и

$$Y_0(x) = 2, \dots, Y_{2k-1}(x) = 4 \cos \lambda_k x, Y_{2k}(x) = 4(1-x) \sin \lambda_k x, \dots \quad (9)$$

образуют в  $L_2(0,1)$  биортогональную систему и система (8) образует базис в  $L_2(0,1)$ , где  $\lambda_k = 2\pi k$ . Тогда произвольная функция  $g(x) \in L_2(0,1)$  разлагается в биортогональный ряд:

$$g(x) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k X_k(x),$$

где

$$g_k = \int_0^1 g(x) Y_k(x) dx \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Кроме того, для любой функции  $g(x) \in L_2(0,1)$  справедлива оценка:

$$\frac{3}{4} \|g(x)\|_{L_2(0,1)}^2 \leq \sum_{k=0}^{\infty} g_k^2 \leq 16 \|g(x)\|_{L_2(0,1)}^2.$$

Обозначим через  $B_{2,T}^4$  [3] совокупность всех функций  $u(x,t)$  вида

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x),$$

рассматриваемых на  $D_T$ , для которых все функции  $u_k(t) \in C[0,T]$  и

$$J_T(u) \equiv \left\{ \|u_0(t)\|_{C[0,T]}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (k^4 \|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2 + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} (k^4 \|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{1/2} < +\infty,$$

где  $X_k(x)$  ( $k=0,1,2,\dots$ ) определены соотношением (8). Нормы в этом множестве определяются так:

$$\|u\|_{B_{2,T}^4} = J_T(u).$$

Через  $E_T^4$  обозначим пространство вектор-функций  $\{u(x,t), a_0(t)\}$ , таких, что  $u(x,t) \in B_{2,T}^4, a_0(t) \in C[0,T]$ , снабженное нормой

$$\|z\|_{E_T^4} = \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^4} + \|a_0(t)\|_{C[0,T]}.$$

Известно, что  $B_{2,T}^4, E_T^4$  являются банаховыми пространствами.

Так как система (8) образует базис в  $L_2(0,1)$  и системы (8), (9) образуют биортогональную в  $L_2(0,1)$  систему функций, то первую компоненту  $u(x,t)$  классического решения  $\{u(x,t), a_0(t)\}$  задачи (1)-(4) можно искать в виде:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x), \quad (10)$$

где

$$u_k(t) = \int_0^1 u(x,t) Y_k(x) dx \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (11)$$

являются решением следующей задачи:

$$M(t, \frac{d}{dt}) u_0(t) = f_0(t), \quad (12)$$

$$M(t, \frac{d}{dt}) u_{2k-1}(t) + \lambda_k^2 \frac{d}{dt} (a(t) u_{2k-1}(t)) + f_{2k-1}(t), \quad (13)$$

$$M(t, \frac{d}{dt}) u_{2k}(t) + \lambda_k^2 \frac{d}{dt} (a(t) u_{2k}(t)) + 2\lambda_k \frac{d}{dt} (a(t) u_{2k-1}(t)) + f_{2k}(t), \quad (14)$$

$$u_k(0) = \varphi_k, \quad u'_k(0) = \psi_k \quad (k=0,1,2,\dots), \quad (15)$$

причем

$$\varphi_k = \int_0^1 \varphi(x) Y_k(x) dx, \quad \psi_k = \int_0^1 \psi(x) Y_k(x) dx,$$

$$f_k(t) = \int_0^1 f(x,t) Y_k(x) dx \quad (k=0,1,2,\dots).$$

Теперь, из (12)-(14), с учетом (15), находим:

$$u_0(t) = \varphi_0 + t\psi_0 + \int_0^t (t-\tau) F_0(u, a_0; \tau) d\tau, \quad (16)$$

$$u_{2k-1}(t) = \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) \varphi_{2k-1} +$$

$$+ \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \Psi_{2k-1} + \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \eta) \left( \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u_{2k}(t) = & \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) \Phi_{2k} + \\ & + \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \Psi_{2k} + \int_0^t F_{2k}(u, a_0; \eta) \left( \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta - \\ & - 2\lambda_k \left\{ \int_0^t \left[ (a'(\eta) - \lambda_k^2 a(\eta)) e^{-\lambda_k^2 \int_0^{\eta} a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 (a(\eta) + (a'(\eta) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^{\eta} e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^{\eta} a(s) ds} d\tau \right] \left( \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \cdot \Phi_{2k-1} + \right. \\ & \left. + \int_0^t (a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^{\eta} e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^{\eta} a(s) ds} d\tau) \left( \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \cdot \Psi_{2k-1} + \right. \\ & \left. + \int_0^t \left[ \int_0^{\eta} F_{2k-1}(u, a_0; \xi) \left[ a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_{\xi}^{\eta} e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^{\eta} a(s) ds} d\tau \right] d\xi \right] \times \right. \\ & \left. \times \left( \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

где

$$F_k(u, a_0; t) = f_k(t) - a_0(t)u_k(t) \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Дифференцируя (17) и (18) два раза, соответственно, получим:

$$\begin{aligned} u'_{2k-1}(t) = & \left[ -\lambda_k^2 a(t) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) + a(0) \lambda_k^2 \right] \Phi_{2k-1} + \\ & + \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) \Psi_{2k-1} + \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \eta) \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u'_{2k}(t) &= \left[ -\lambda_k^2 a(t) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) + a(0) \lambda_k^2 \right] \Phi_{2k} + \\
&+ \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) \Phi_{2k} + \int_0^t F_{2k}(u, a_0; \eta) \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta - \\
&- 2\lambda_k \left\{ \int_0^t \left[ (a'(\eta) - \lambda_k^2 a(\eta)) e^{-\lambda_k^2 \int_0^\eta a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 (a(\eta) + (a'(\eta) - \right. \right. \\
&- \left. \left. \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^\eta a(s) ds} d\tau \right] \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \cdot \Phi_{2k-1} + \right. \\
&+ \left. \int_0^t (a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^\eta a(s) ds} d\tau) \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \cdot \Psi_{2k-1} + \right. \\
&+ \left. \int_0^t \left[ \int_0^\eta F_{2k-1}(u, a_0; \xi) \left[ a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_\xi^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^\eta a(s) ds} d\tau \right] d\xi \right] \times \right. \\
&\left. \times \left( 1 - \lambda_k^2 a(t) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) d\eta \right\}, \tag{20}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u''_{2k-1}(t) &= \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) - \right. \\
&- \left. \lambda_k^4 a(t) a(0) \right] \Phi_{2k-1} + \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right] \Psi_{2k-1} + \\
&+ \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \eta) \left( -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right) d\eta + F_{2k-1}(u, a_0; t), \tag{21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u''_{2k}(t) = & \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) - \lambda_k^4 a(t) a(0) \right] \Phi_{2k} + \\
& + \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right] \Psi_{2k} + \\
& + \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \eta) \left( -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right) d\eta - \\
& - 2\lambda_k \left\{ \int_0^t \left[ (a'(\eta) - \lambda_k^2 a(\eta)) e^{-\lambda_k^2 \int_0^\eta a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 (a(\eta) + \right. \right. \\
& \left. \left. + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^\eta a(s) ds} d\tau \right] \left( -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \right. \right. \\
& \left. \left. - \lambda_k^2 a(t) \right) d\eta \cdot \Phi_{2k-1} + \int_0^t (a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^\eta a(s) ds} d\tau) \times \right. \\
& \left. \times \left( -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right) d\eta \cdot \Psi_{2k-1} + \right. \\
& \left. + \int_0^t \left( \int_0^\eta F_{2k-1}(u, a_0; \xi) \left[ a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_\xi^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^\eta a(s) ds} d\tau \right] d\xi \right) \times \right. \\
& \left. \times \left( -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right) d\eta \right\} + F_{2k}(u, a_0; t) + \\
& + \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \xi) \left( a(t) + (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\xi^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^t a(s) ds} d\tau \right) d\xi. \tag{22}
\end{aligned}$$

Теперь для того, чтобы получить уравнение для второй компоненты  $a(t)$  классического решения  $\{u(x, t), a_0(t)\}$  задачи (1)-(4) подставим выражение (10) в условие (7):

$$a_0(t) = h^{-1}(t) \left\{ U(f) - h''(t) - \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \lambda_k^2 \frac{d}{dt} (a(t)u_{2k-1}(t)) P_{2k-1} + \right. \right. \\ \left. \left. + (\lambda_k^2 \frac{d}{dt} (a(t)u_{2k}(t)) + 2\lambda_k \frac{d}{dt} (a(t)u_{2k}(t))) P_{2k} \right] \right\}, \quad (23)$$

где

$$P_k = U(X_k(x)). \quad (24)$$

Теперь, в силу (13) и (14), с учетом (21), (22), имеем:

$$v_{2k-1}(t) \equiv -\lambda_k^2 \frac{d}{dt} (a(t)u_{2k-1}(t)) = u_{2k-1}''(t) - F_{2k-1}(u, a_0; t) = \\ = \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) - \right. \\ \left. - \lambda_k^4 a(t) a(0) \right] \varphi_{2k-1} + \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right] \psi_{2k-1} + \\ + \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \eta) (-\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t)) d\eta, \quad (25)$$

$$v_{2k}(t) \equiv -\lambda_k^2 \frac{d}{dt} (a(t)u'_{2k}(t)) - 2\lambda_k \frac{d}{dt} (a(t)u_{2k-1}(t)) = u_{2k}''(t) - F_{2k}(u, a_0; t) = \\ = \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \left( e^{-\lambda_k^2 \int_0^t a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau \right) - \right. \\ \left. - \lambda_k^4 a(t) a(0) \right] \varphi_{2k} + \left[ -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_0^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right] \psi_{2k} + \\ + \int_0^t F_{2k}(u, a_0; \eta) (-\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t)) d\eta - \\ - 2\lambda_k \left\{ \int_0^t \left[ (a'(\eta) - \lambda_k^2 a(\eta)) e^{-\lambda_k^2 \int_0^{\eta} a(s) ds} + a(0) \lambda_k^2 ((a'(\eta) - \right. \right. \\ \left. \left. - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^{\eta} e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^{\eta} a(s) ds} d\tau + a(\eta)) \right] (-\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_{\eta}^t e^{-\lambda_k^2 \int_{\tau}^t a(s) ds} d\tau - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\lambda_k^2 a(t) d\eta \cdot \Phi_{2k-1} + \int_0^t \left( a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_0^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^s a(s) ds} d\tau \right) (-\lambda_k^2 a(t) - \\
& -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^s a(s) ds} d\tau \Big) d\eta \cdot \Psi_{2k-1} + \\
& + \int_0^t \left( \int_0^\eta F_{2k-1}(u, a_0; \xi) \left[ a(\eta) + (a'(\eta) - \lambda_k^2 a^2(\eta)) \int_\xi^\eta e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^s a(s) ds} d\tau \right] d\xi \right) \times \\
& \times \left( -\lambda_k^2 (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\eta^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^s a(s) ds} d\tau - \lambda_k^2 a(t) \right) d\eta + \\
& + \int_0^t F_{2k-1}(u, a_0; \xi) \left( a(t) + (a'(t) - \lambda_k^2 a^2(t)) \int_\xi^t e^{-\lambda_k^2 \int_\tau^s a(s) ds} d\tau \right) d\xi. \tag{26}
\end{aligned}$$

Далее, из (23), с учетом (25) и (26), находим:

$$a(t) = h^{-1}(t) \left\{ U(f) - h''(t) - \sum_{k=1}^{\infty} (v_{2k-1}(t) P_{2k-1} + v_{2k}(t) P_{2k}) \right\}. \tag{27}$$

Легко доказывается следующая

**Лемма 2.** Если  $\{u(x, t), a_0(t)\}$  — любое классическое решение задачи (1)-(4), то функции  $u_k(t)$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ), определенные соотношением (11), удовлетворяют на  $[0, T]$  счетной системе (16)-(18) нелинейных интегро-дифференциальных уравнений.

Таким образом, решение задачи (1)-(4) свели к решению системы (16)-(18), (27), причем нужно иметь в виду обозначения (10), (25), (26).

Справедлива следующая

**Теорема.** Пусть

1.  $\varphi(x) \in C^{(5)}[0, 1]$ ,  $\varphi^{(6)}(x) \in L_2(0, 1)$  и  $\varphi^{(2s)}(0) = 0$ ,  $\varphi^{(2s+1)}(0) = \varphi^{(2s+1)}(1)$  ( $s = 0, 1, 2$ ).
2.  $\psi(x) \in C^{(3)}[0, 1]$ ,  $\psi^{(4)}(x) \in L_2(0, 1)$  и  $\psi^{(2s)}(0) = 0$ ,  $\psi^{(2s+1)}(0) = \psi^{(2s+1)}(1)$  ( $s = 0, 1$ ).
3.  $f(x, t) \in C^{(3,0)}(D_T)$ ,  $\frac{\partial^4 f(x, t)}{\partial x^4} \in L_2(D_T)$  и  $\frac{\partial^{2s} f(0, t)}{\partial x^{2s}} = 0$ ,  $\frac{\partial^{2s+1} f(0, t)}{\partial x^{2s+1}} = \frac{\partial^{2s+1} f(1, t)}{\partial x^{2s+1}}$  ( $s = 0, 1$ ).

4.  $a(t) \in C^1[0, T]$ ,  $a(t) > 0$  при  $t \in [0, T]$ .  
 5.  $h(t) \in C^2[0, T]$ ,  $h(t) \neq 0$  при  $t \in [0, T]$  и

$$\varphi(1) + \int_0^1 \alpha(x) \varphi(x) = h(0),$$

$$\psi(1) + \int_0^1 \alpha(x) \psi(x) = h'(0).$$

Тогда при малых значениях  $T$  задача (1)-(4) имеет единственное классическое решение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Намазов Г.К. Обратные задачи теории уравнений математической физики. Баку: Изд. АГУ им. С.М.Кирова, 1984, 128 с.
2. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием. ДУ, 1977, т. 13, №2, с. 294-304.
3. Худавердиев К.И., Исмаилов А.И. Исследование классического решения одной несамосопряженной одномерной обратной краевой задачи для одного класса полулинейных дифференциальных уравнений третьего порядка. –Рукопись депонирована в Аз НИИТИ, 03.07.1998, № 2566-Аз 98, 110 с.

#### ÜÇÜNCÜ TƏRTİB PSEVDOHİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN ÖZ-ÖZÜNƏ QOŞMA OLMA-YAN SƏRHƏD ŞƏRTLİ BİR TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ HAQQINDA

A.M.QULIYEVA

#### XÜLASƏ

İşdə üçüncü tərtib psevdohiperbolik tənlik üçün öz-özünə qoşma olmayan sərhəd şərtli bir tərs məsələ tədqiq olunur. Bunun üçün əvvəlcə qoyulmuş məsələ ekvivalent məsələyə gətirilir və bu məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi isbat edilir. Sonra isə bunlardan istifadə edərək qoyulmuş məsələnin klassik həllinin varlığı və yeganəliyi isbat edilir.

#### ON SOLVABILITY OF A INVERSE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE PSEUDOHYPERBOLIC EQUATION OF THIRD ORDER WITH NONSELFADJOINT BOUNDARY CONDITIONS

A.M.QULIYEVA

#### SUMMARY

In this work the inverse problem for the pseudohyperbolic equation of third order with nonselfadjoint boundary conditions is investigated. First of all the initial problem reduces to the equalent problem, for which the theorem of existence and uniqueness of the classical solution is proved. Then using this fact the theorem of existence and uniqueness of the classical solution of the initial problem also is proved.