

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ФОРМФАКТОРА КАОНА
 $F_K(Q^2)$ С ПОМОЩЬЮ НОВЫХ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Е.В.МАМЕДОВА

Бакинский Государственный Университет

В работе оценены степенно-подавленные поправки к электромагнитному форм-фактору $F_M(Q^2)$ каона, полученного с помощью метода бегущей постоянной взаимодействия. В вычислениях использована функция распределения мезонов в приближении «наивной неабелизации». Полученные результаты сравниваются как с результатами, полученными с помощью обычных ФР и метода бегущей постоянной взаимодействия, также с результатами, полученными в приближении фиксированной постоянной.

Исследование электромагнитных формфакторов (фф) $F_M(Q^2)$ мезонов является одной из интереснейших проблем в КХД [1-3]. Непертурбативная, но универсальная величина-функция распределения (ФР) $\Phi_M(x, \mu_F^2)$, входящая в фф несет важную информацию о структуре мезона М. Эти функции распределения могут быть использованы для исследования и вычисления других эксклюзивных процессов, включающих М. Сравнение полученных формфакторов с экспериментальными данными, дает возможность выявить вид этих ФР. Но прежде нужно учитывать все поправки к формфактору, по крайней мере, вычисляемых в рамках пКХД. Некоторые из таких поправок к $F_M(Q^2)$, рассмотрены в [4-8]. В первую очередь, эта поправка следующего порядка к амплитуде $T_H(x, y; Q^2, \mu_F^2, \mu_R^2)$ жесткого подпроцесса $q\bar{q}' + \gamma^* \rightarrow q\bar{q}'$, вычисленная в раб.4, двухпетлевые поправки к ядру $V[x, y; \alpha_s(Q^2)]$ Бродского-Лепажя в эволюционном уравнении для ФР мезонов, а также к самим ФР, полученным в [5]. ФФ $F_M(Q^2)$, с одноглюонной обменной амплитудой жесткого рассеяния T_H и ФР, учитывающими поперечные импульсы кварков и глюонов, включая фф Судакова и спиральные компоненты ($h_1 + h_2 = \pm 1$) волновых функций, вычислены в раб. [6-8].

Помимо вышеперечисленных радиационных поправок к фф $F_M(Q^2)$, в экспериментально-доступном энергетическом режиме ($Q^2 \sim a \text{ few } GeV^2$), для объяснения опытных данных важную роль играют степенные по переданному импульсу поправки. Для оценки таких поправок в раб. [9] и [10] были использо-

ваны метод бегущей константы взаимодействия и схема инфракрасного отображения.

В этой статье мы вычислили электромагнитный фф каона, используя метод бегущей константы взаимодействия и ФР мезонов, недавно полученных в раб. [11] в приближении «наивной неабелизации» (NNA).

Известно, что при больших переданных импульсах электромагнитный фф мезона М определяется следующим выражением [1]

$$F_M(Q^2) = \int_0^1 \int_0^1 dx dy \Phi_M^*(y, \mu_F^2) T_H(x, y, Q^2, \mu_F^2, \mu_R^2) \Phi_M(x, \mu_F^2), \quad (1)$$

где $Q^2 = -q^2$ - переданный импульс в процессе (q^2 - квадрат 4-импульса виртуального фотона γ^*), μ_R^2 , μ_F^2 масштабы перенормировки и факторизации, соответственно.

В главном порядке пКХД амплитуда жесткого подпроцесса $T_H(x, y, Q^2, \mu_R^2, \mu_F^2)$ не зависит от факторизационного масштаба μ_F^2 , а от μ_R^2 зависит только через $\alpha_S(\mu_R^2)$. В следующем порядке T_H зависит от μ_R^2 , μ_F^2 благодаря членам, пропорциональным $\ln(Q^2/\mu_F^2)$ и $\ln[(1-x)(1-y)Q^2/\mu_R^2]$ (см. раб. [4]). Выбор этих масштабов, минимизирующих вклады высших порядков к $F_M(Q^2)$ и дающих возможность оценить степенно-подавленные поправки к $F_M(Q^2)$, важная проблема в пКХД [4,9,10,12]. Для факторизационного масштаба μ_F^2 естественным выбором является $\mu_F^2 = Q^2$, который ликвидирует логарифмы Q^2/μ_F^2 . В раб. [9] масштаб перенормировки μ_R^2 выбран как

$$\mu_R^2 = (1-x)(1-y)Q^2, \quad \bar{\mu}_R^2 = xyQ^2, \quad (2)$$

а в раб. 10 в виде

$$\mu_R^2 = (1-x)Q^2/2, \quad \bar{\mu}_R^2 = xQ^2/2. \quad (3)$$

Уравнение (2) описывает случай с двумя бегущими переменными (x, y) , тогда как в уравнении (3) мы заморозили одну из переменных, взяв ее среднее значение, $\langle y \rangle = 1/2$, а x бегущая переменная. Также, мы можем выбрать $\langle x \rangle = 1/2$, а y бегущей, т.к. благодаря симметрии T_H и ур. (1) относительно x, y , получится такой же результат. Конечно, во втором выборе, т.е. ур. (3), в NLO поправке возникают некоторые логарифмические члены. Но такой выбор дает возможность сравнить наши предсказания с результатами, полученными с помощью схемы инфракрасного отображения [13], которые хорошо согласуются между собой, а также с экспериментальными данными [10]. Поэтому мы будем пользоваться масштабом (3) в наших расчетах.

В главном порядке пКХД T_H имеет следующий вид:

$$T_H(x, y, Q^2, \alpha_S(\mu_R^2)) = \frac{16\pi C_F}{Q^2} \left[\frac{2}{3} \frac{\alpha_S(\mu_R^2)}{(1-x)(1-y)} + \frac{1}{3} \frac{\alpha_S(\bar{\mu}_R^2)}{xy} \right], \quad (4)$$

где $C_F = 4/3$ цветовой множитель.

Важным моментом в нашем исследовании является выбор функции распределения (ФР) мезона $\phi_M(x, Q^2)$ в ур. (1). ФР-феноменологические модельные функции, информация о виде которых может быть исчерпана как из экспериментальных данных, так и из непертурбативных вычислений. Эволюция $\phi_M(x, Q^2)$ является функцией факторизационного масштаба Q^2 и может быть найдена с помощью методов пКХД [1]. В литературе используются различные модельные ФР для пиона, каона и ρ_L -мезона [2,14,15]. Они получены методом правил сумм КХД. Но с самого начала эти ФР (ФР Черняк-Житницкого, ФР для пиона) были встречены критикой [16], которая возобновилась в связи с новыми экспериментальными данными о фф-е перехода $F_{\pi\gamma}(Q^2)$, полученными коллаборацией CLEO [17]. В раб. [18,19] авторы утверждают, что эти данные могут быть объяснены асимптотической или асимптотикоподобной ФР пиона и другими ФР [2]. В то же время асимптотикоподобная ФР пиона, примененная для вычисления электромагнитного фф-а $F_\pi(Q^2)$ дает результаты, находящиеся значительно ниже экспериментальных данных о $F_\pi(Q^2)$. Но как было доказано в раб. [9] и [10], степенные поправки, оцененные с помощью метода бегущей константы взаимодействия, увеличивают обычный результат КХД приблизительно в два раза и могут помочь в решении проблемы, связанной с $F_\pi(Q^2)$.

Недавно в раб. [11] авторы вычислили вклад цепочки вакуумных диаграмм к ядру Бродского-Лепаж $V[x, y; \alpha_S(Q^2)]$ в приближении «наивной неабелизации» (NNA) и в результате получили новые ФР для мезонов, учитывающие инфракрасно-ренормальные поправки

$$\phi_M(x, Q^2) = f_M [x(1-x)]^{1+\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} b_n(Q^2) A_n(\alpha_S) C_n^{3/2+\alpha}(2x-1), \quad (5)$$

где $\{C_n^{3/2+\alpha}(2x-1)\}$ полиномы Гегенбауэра, $A_n(\alpha_S)$ постоянная нормировки, $b_n(Q^2)$ определяет эволюцию $\phi_M(x, Q^2)$ в зависимости от Q^2 и $\alpha \equiv \alpha_S(Q^2)\beta_0/4\pi$. Для каона суммирование ведется по нечетным n , так как ФР каона антисимметрична по отношению замены $2x-1 \leftrightarrow 1-2x$ (раб. [2]). В ур. (5) f_M - постоянная распада мезона M для каона, которая равна $f_K = 0.112 GeV$. С такой нормировкой и постоянной распада f_M , которая взята из раб. [11], $A_n(\alpha_S)$ определяется следующим выражением

$$A_n(\alpha_S) = \frac{\Gamma(3+2\alpha)}{\sqrt{3}\Gamma(1+\alpha)\Gamma(2+\alpha)} \frac{n!}{(2+2\alpha)_n} \frac{3+2\alpha+2n}{2+2\alpha+2n}, \quad (6)$$

где $\Gamma(z)$ Гамма-функция Эйлера, $(\alpha)_n$ символы Поххаммера, $(\alpha)_n = \Gamma(\alpha+n)/\Gamma(\alpha)$.

В этой работе мы пренебрегли зависимостью $\phi_M(x, Q^2)$ от факторизационного масштаба Q^2 , поэтому мы не приводим выражение для $b_n(Q^2)$. Нужно отметить, что ур. (5) и (6) верны для четных и нечетных значений n .

Как было сказано выше, здесь мы выбрали масштаб перенормировки μ_R^2 таким, как в ур. (3). Но при таком выборе электромагнитный фф с $\alpha_S[(1-x)Q^2]$ (и $\alpha_S(xQ^2/2)$) страдает от сингулярностей, спровоцированных поведением α_S в мягкой области $x \rightarrow 1; 0$. Так, фф $F_M(Q^2)$ можно вычислить после регуляризации $\alpha_S(\mu_R^2)$ в этой конечно-точечной области. Чтобы решить эту проблему, нужно выразить бегущую константу взаимодействия $\alpha_S(\lambda Q^2/2)$ через $\alpha_S(Q^2/2)$, с помощью уравнения ренормализационной группы [20]

$$\alpha_S(\lambda Q^2/2) = \frac{\alpha_S}{1 + \ln \lambda/t} - \frac{\alpha_S^2 \beta_1}{4\pi\beta_0} \frac{\ln[1 + \ln \lambda/t]}{[1 + \ln \lambda/t]^2}. \quad (7)$$

Здесь $t = 4\pi/\beta_0 \alpha_S(Q^2/2)$, $\alpha_S \equiv \alpha_S(Q^2/2)$ — однопетлевая константа взаимодействия КХД и β_0, β_1 — однопетлевое и двухпетлевое коэффициенты Бета функции КХД, соответственно,

$$\alpha_S(\mu^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)}, \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, \quad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3}n_f, \quad (8)$$

где n_f — число кварковых ароматов, Λ — параметр КХД, $\Lambda = 0.2 \text{ GeV}$.

Для наших вычислений целесообразно переписать мезонную ФР в следующей форме:

$$\phi_M(x, Q^2) = f_M [x(1-x)]^{1+\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} K_n(\alpha_S) x^n. \quad (9)$$

Выражения для новых коэффициентов $K_n(\alpha_S)$ даны в Приложении.

Если учесть ур. (4), (7) и (9) в ур. (1), преобразовав интегрирование по x с помощью обратного преобразования Лапласа [21]

$$\frac{1}{(t+z)^\nu} = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^\infty \exp[-u(t+z)] u^{\nu-1} du, \quad \text{Re } \nu > 0 \quad (10)$$

и

$$\frac{\ln(t+z)}{(t+z)^2} = \int_0^\infty \exp[-u(t+z)] (1-C - \ln u) u du, \quad (11)$$

где $z = \ln(1-x)$, то после интегрирования по y мы найдем следующее выражение для электромагнитного фф-а каона:

$$\begin{aligned} [Q^2 F_M(Q^2)]^{res} &= \frac{(16\pi f_K)^2}{9\beta_0} \left\{ 2 \sum_{n=0}^4 K_n B(2+n+\alpha, 1+\alpha) \right. \\ &\times \sum_{l=0}^3 K_l \int_0^\infty \exp(-tu) R(u, t) B(2+l+\alpha, 1+\alpha-u) du \\ &\left. + \sum_{n=0}^3 K_n B(2+\alpha, 1+n+\alpha) \right\} \end{aligned}$$

$$\times \sum_{l=0}^4 K_l \int_0^{\infty} \exp(-tu) R(u, t) B(2 + \alpha, 1 + l + \alpha - u) du, \quad (12)$$

с $R(u, t)$, которая определяется как

$$R(u, t) = 1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} u(1 - C - \ln t - \ln u).$$

В ур. (12), $B(x, y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$ - Бета функция, $C \approx 0.577216$ постоянная Эйлера-Маскерони.

Как показано в раб. [9], интегрированием в ур. (1) в рамках метода бегущей константы взаимодействия с использованием преобразования Лапласа можно получить Борелевское преобразование $B[Q^2 F_M](u)$ и пересуммированное выражение для $Q^2 F_M(Q^2)$.

Обратное Борелевское преобразование (ур.(12)) имеет бесконечное число инфракрасно-ренормальных полюсов в точках $u = N + \alpha$ в Борелевской плоскости. Это очевидно из следующей формулы для $B(\alpha, \beta)$

$$B(\alpha, \beta) = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{k(k + \alpha + \beta)}{(k + \alpha)(k + \beta)}, \quad (13)$$

и $N = 1; k + 1, k + l + 1$.

После регулировки этих инфракрасно (ик) ренормальных полюсов с помощью метода главного значения (см. раб. [20] и [22]), ур. (12) становится пересуммированным выражением фф-а $[Q^2 F_M(Q^2)]^{res}$.

Если сравнить эти результаты с результатами, полученными в рамках этого же метода, но с использованием обычной ФР ($\alpha \equiv 0$, в ур. (5)) [9,10], то увидим:

1. в случае новых ФР мы имеем бесконечное число ик ренормальных полюсов, тогда как раньше их число было конечным;
2. каждый ренормальный полюс в ур. (12) смещен на величину α .

Хорошо известно [9, 10], что ик ренормальный полюс в точке $u = u_0$ соответствует степенному вкладу к фф-у, пропорциональному $\sim (\Lambda^2 / Q^2)^{\mu_0}$. Даже если полюс локализован в точке $u = u_0 + \alpha$, его вклад имеет порядок $(\Lambda^2 / Q^2)^{\mu_0} / e$. Поэтому, наша формула (12) для $Q^2 F_M(Q^2)$, учитывает степенно-подавленные поправки $C_p(Q^2)(\Lambda^2 / Q^2)^p$, $p = 1, 2, 3, \dots$ к фф-у мезона. Коэффициентные $C_p(Q^2)$ зависят от конкретных мезонных ФР. Следует отметить, что рецепт «главного значения» сам порождает ик ренормальные неопределенности высших твистов $\mathcal{S}_p(Q^2)(\Lambda^2 / Q^2)^p$, которые аннулируются ультрафиолетовыми ренормальными поправками высших твистов к $Q^2 F_M(Q^2)$. В нашей работе мы пренебрегаем этими эффектами и не оцениваем $\mathcal{S}_p(Q^2)$.

Мы сравниваем наши результаты для электромагнитного фф-а $F_M(Q^2)$ каона, полученного в рамках метода бегущей константы взаимодействия с использованием ФР, учитывающих ик ренормалонные поправки (ур. (9)) и обычной ФР, также и с фф-ми, полученными с помощью приближения фиксированной константы взаимодействия. Отметим, что в таком приближении и с новыми ФР (9) $F_M(Q^2)$ может быть легко вычислен.

Ур. (12) вместе с ур. (13) наш конечный результат и может быть использован для вычисления степенно-подавленных поправок к $F_M(Q^2)$. В численных расчетах в ур. (13) мы пользовались $N=120$ ик ренормалонными полюсами; этого достаточно для правильной оценки интеграла в ур. (12). Наши результаты для электромагнитного фф-а каона $F_K(Q^2)$ показаны на рис. 1. Очень интересно сравнить фф-ы, полученные с помощью обычной и с ик ренормалонными поправками ФР. На рис. 1 также изображены результаты, полученные в приближении фиксированной константы взаимодействия.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Коэффициенты $K_n(\alpha_s)$ в ур.(9)

$$K_0(\alpha_s) = A_0(\alpha_s) - b_1 A_1(\alpha_s)(3+2\alpha) + b_2 A_2(\alpha_s)(2+\alpha)(3+2\alpha) - \\ - \frac{1}{3} b_3 A_3(\alpha_s)(2+\alpha)(3+2\alpha)(5+2\alpha) + \\ + \frac{1}{8} b_4 A_4(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha) \left[1 + \frac{1}{3}(3+2\alpha)(7+2\alpha) \right],$$

$$K_1(\alpha_s) = 2b_1 A_1(\alpha_s)(3+2\alpha) - 2b_2 A_2(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha) + \\ + 2b_3 A_3(\alpha_s)(3+\alpha)(3+2\alpha)(5+2\alpha) - \\ - \frac{2}{3} b_4 A_4(\alpha_s)(3+\alpha)(3+2\alpha)(5+2\alpha)(7+2\alpha),$$

$$K_2(\alpha_s) = 2b_2 A_2(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha) - 2b_3 A_3(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha)(7+2\alpha) + \\ + 2b_4 A_4(\alpha_s)(4+\alpha)(3+2\alpha)(5+2\alpha)(7+2\alpha),$$

$$K_3(\alpha_s) = \frac{4}{3} b_3 A_3(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha)(7+2\alpha) - \\ - \frac{4}{3} b_4 A_4(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha)(7+2\alpha)(9+2\alpha),$$

$$K_4(\alpha_s) = \frac{2}{3} b_4 A_4(\alpha_s)(3+2\alpha)(5+2\alpha)(7+2\alpha)(9+2\alpha).$$

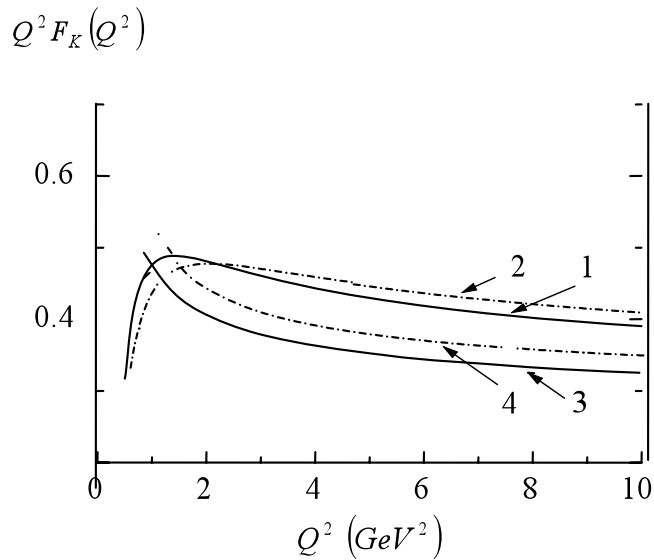


Рис. 1. Зависимость электромагнитного фф-а каона $F_K(Q^2)$ от Q^2 . Во всех кривых использованы асимптотические ФР. Кривые 1, 2 относятся к фф-ам, полученным с помощью метода бегущей константы взаимодействия: кривая 1 – с использованием ФР с ик ренормалонными поправками, кривая 2 – обычной ФР. Кривые 3 и 4 получены с помощью метода фиксированной константы взаимодействия: 3 – с ик ренормалонными поправками, 4 – без них.

ЛИТЕРАТУРА

1. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Rev. D22, 2157 (1980); A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. Phys.Lett. B94, 245 (1980); A.Duncan, A.H.Mueller. Phys.Rev. D21, 1636 (1980).
2. V.L.Chernyak, A.R.Zhitnitsky. Phys.Rep. 112, 173 (1984).
3. G.Sterman, P.Storer. Ann.Rev. Nucl.Part.Sci. 47, 193 (1997).
4. R.D.Field, R.Gupta, S.Otto, L.Chang. Nucl. Phys. B186, 429 (1981); F.-M.Dittes, A.V.Radyushkin, Sov.J.Nucl.Phys. 34, 293 (1981); E.Braaten, S.-M. Tse. Phys.Rev. D35, 2255 (1987).
5. F.-M.Dittes, A.V.Radyushkin. Phys.Lett. B134, 359 (1984); M.H.Sarmadi. Phys.Lett. B143, 471 (1984); S.V.Mikhailov, A.V.Radyushkin. Nucl Phys. B254, 89 (1985); D.Muller. Phys.Rev. D51, 3855 (1995).
6. H.-N. Li, G.Sterman. Nucl. Phys. B381, 129 (1992).
7. R.Jakob, P.Kroll. Phys.Lett. B315, 463 (1993); B319, 545(E) (1993).

8. W.Wang, L.S.Kisslinger. Phys.Rev. D54, 5890 (1996).
9. S.S.Agaev. Phys.Lett. B360, 117 (1995); B369, 379(E) (1996); Mod.Phys.Lett. A10, 2009 (1995); A11, 957 (1996); A13, 2637 (1998).
10. S.S.Agaev. Proc.of the Conference on QCD 98, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 74, 155 (1999).
11. P.Godzinsky, N.Kivel. Nucl.Phys. B521, 274 (1998).
12. S.J.Brodsky, G.P.Lepage, P.B.Mackenzie. Phys.Rev. D28, 228 (1983).
13. B.R.Webber. JHEP 9810, 012 (1998).
14. G.R.Farrar, K.Huleihel, H.Zhang. Nucl.Phys. B349, 655 (1991); V.M.Braun, I.E.Filyanov. Z.Phys. C44, 157 (1989).
15. P.Ball, V.M.Braun. Phys.Rev. D54, 2182 (1996).
16. N.Isgur, C.H.Llewellyn Smith. Phys.Rev.Lett. 52,1080 (1984); Nucl.Phys. 317, 526 (1989).
17. J.Gronberg etal. CLEO collab., Phys.Rev. D57, 33 (1998).
18. P.Kroll, M.Raulfs. Phys.Lett. B387, 848 (1996).
19. S.J.Brodsky, C.-R. Ji, A.Pang, D.G.Robertson. Phys.Rev. D57, 245 (1998); A.V.Rad-yushkin. Jefferson Lab. Preprint, JLAB-THY-97-29, hep-ph/9707335.
20. H.Contopanagos, G.Sterman. Nucl.Phys. B419, 77 (1994).
21. A.Erdelyi. Tables of Integral Transforms (Mc-Graw-Hill, 1954), vol.1.
22. M.Beneke. Phys.Rep. 317, 1 (1999).

KAONUN ELEKTROMAGNİT FÖRMFAKTÖRÜNÜN $F_K(Q^2)$ YENİ PAYLANMA FUNKSİYALARININ KÖMƏYİ İLƏ HESABLANMASI

Y.V.MƏMMƏDOVA

XÜLASƏ

İşdə kaonun $F_K(Q^2)$ elektromagnit formfaktoruna dəyişən qarşılıqlı təsir sabiti üsulu çərçivəsində üstlü düzəlişlər qiymətləndirilmiş, hesablamalar zamanı “zəif qeyri-abelizasiya” yaxınlaşmasında tapılmış paylanma funksiyasından istifadə olunmuşdur. Alınmış nəticələr “adi” paylanma funksiyası və dəyişən qarşılıqlı təsir sabiti, eləcə də fiksə olunmuş qarşılıqlı təsir sabiti üsulunun və digər model paylanma funksiyalarının köməyi ilə tapılmış nəticələrlə müqayisə olunmuşdur.

CALCULATION OF ELECTROMAGNETIC FORM FACTOR OF KAON $F_K(Q^2)$ USING THE NEW DISTRIBUTION AMPLITUDES

Y.V.MAMEDOVA

SUMMARY

Power suppressed corrections to the kaon electromagnetic form factor $F_M(Q^2)$ are estimated by means of the running coupling constant method. In calculating the mesons distribution amplitudes (DAs) found, the “naive non-abelianization” approximation is used. Comparisons are made with $F_M(Q^2)$ obtained using the “ordinary” DAs and running coupling constant method, as well as with frozen coupling approximation’s results.