BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2015

УДК 517.95

НЕЛОКАЛЬНАЯ ОБРАТНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Г.Н.ИСКЕНДЕРОВА
Бакинский Государственный Университет
gulnar1890@mail.ru

В работе рассмотрена обратная краевая задача определения неизвестного коэффициента и свободного члена с интегральным краевым условием. Рассмотренная задача приводится к эквивалентной несамосопряженной задаче, для которой методом Фурье доказывается существования и единственность решения.

Полученные результаты применены для доказательства существования и единственности классического решения исходной задачи.

Ключевые слова: обратная краевая задача, гиперболическое уравнение, метод Фурье, классическое решение.

Современные проблемы естествознания приводят к необходимости постановки и исследования качественно новых задач, ярким примером которых является класс нелокальных задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Исследование таких задач вызвано как теоретическим интересом, так и практической необходимостью. Среди нелокальных задач большой интерес представляют задачи с интегральными условиями. Условия такого вида появятся при математическом моделировании явлений, связанных с физикой плазмы [1], распространением тепла [2], [3], процессом влагопереноса в капиллярно-простых средах [4],вопросами демографии и математической биологии, а также при исследовании некоторых обратных задач математической физики.

Постановка задачи и её сведение к эквивалентной задаче

Рассмотрим для уравнения

$$u_{tt}(x,t) - u_{xx}(x,t) = a_0(t)u(x,t) + a_1(t)g(x,t) + f(x,t) \quad (1)$$

в области $D_T = \{(x,t): 0 \le x \le 1, 0 \le t \le T\}$ обратную краевую задачу с начальными условиями

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x) \ (0 \le x \le 1), \quad (2)$$

краевым условием

$$u(0,t) = \beta\, u(1,t) \quad (0 \le t \le T), \quad (3)$$

нелокальным интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx = 0 \quad (0 \le t \le T) \tag{4}$$

и с дополнительными условиями

$$u(x_i,t) = h_i(t) \quad (i = 1,2;\ 0 \le t \le T), \tag{5}$$

где $x_i \in (0,1)\ (i = 1,2)$, $x_1 \ne x_2$ - фиксированные числа, $\beta \ne \pm 1$ - заданное число, $g(x,t),\ f(x,t),\ \varphi(x),\ \psi(x),\ h_i(t)\ (i = 1,2)$-заданные функции, а $u(x,t)$, $a_0(t)$ и $a_1(t)$ -искомые функции.

Определение. Под классическим решением обратной краевой задачи (1)-(5) будем понимать тройку $\{u(x,t), a_0(t), a_1(t)\}$ функций $u(x,t)$, $a_0(t)$ и $a_1(t)$, если $u(x,t) \in C^2(D_T)$, $a_0(t) \in C[0,T]$, $a_1(t) \in C[0,T]$ и выполняются соотношения (1)-(5) в обычном смысле.

Аналогично [5] доказывается следующая лемма

Лемма1. Пусть

$$h_i(t) \in C^2[0,T],\ h_i(t) \ne 0\ (i = 1,2; 0 \le t \le T),\ f(x,t) \in C(D_T),$$

$$\int_0^1 f(x,t)dx = 0\ (0 \le t \le T),\ g(x,t) \in C(D_T),$$

$$h_1(t)g(x_2,t) - h_2(t)g(x_1,t) \ne 0,$$

$$\varphi(x),\ \psi(x) \in C[0,1],\ \int_0^1 \varphi(x)dx = 0,\ \int_0^1 \psi(x)dx = 0$$

$$\varphi(x_i) = h_i(0), \quad \psi(x_i) = h_i'(0)\ (i = 1,2),$$

тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(5) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t) \in C^2(D_T)$, $a_0(t) \in C[0,T]$, $a_1(t) \in C[0,T]$, из (1)-(3) и

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) \quad (0 \le t \le T), \tag{6}$$

$$h_i''(t) - u_{xx}(x_i,t) = a_0(t)h_i(t) + a_1(t)g(x_i,t) + f(x_i,t)\ (i = 1,2;\ 0 \le t \le T). \tag{7}$$

Известно [6], что последовательности функций

$$X_0(x) = ax + b, \dots, X_{2k-1}(x) = (ax+b)\cos\lambda_k x,\ X_{2k}(x) = \sin\lambda_k x, \dots \tag{8}$$

$$Y_0(x) = 2, \dots, Y_{2k-1}(x) = 4\cos\lambda_k x,\ Y_{2k}(x) = 4(1-b-ax)\sin\lambda_k x, \dots \tag{9}$$

образуют биортогональную систему и система (8) образует базис Рисса в $L_2(0,1)$, где $a = (1-\beta)/(1+\beta) \ne 0,\ b = \beta/(1+\beta)$, $\lambda_k = 2k\pi\ (k = 1,2,\dots)$. Известно [6] ,что при любой функции $q(x) \in L_2(0,1)$ справедливы оценки:

$$r\|q(x)\|^2_{L_2(0,1)} \le \sum_{k=0}^{\infty} q_k^2 \le R\|q(x)\|^2_{L_2(0,1)},$$

где

$$q_k = (q(x), Y_k(x)) = \int_0^1 q(x) Y_k(x) dx \quad (k = 0,1,...),$$

$$r = \left\{ \frac{1}{3}\left(\left(a + \frac{3}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \right) + \frac{1}{2}\left(1 + \left\|(ax+b)^2\right\|_{C[0,1]}\right) \right\}^{-1},$$

$$R = 8\left(1 + \left\|(1-b-ax)^2\right\|_{C[0,1]}\right).$$

При предположениях $q(x) \in C^{2i-1}[0,1]$, $q^{(2i)}(x) \in L_2(0,1)$,

$$q^{(2s)}(0) = \beta q^{(2s)}(1), q^{(2s+1)}(0) = q^{(2s+1)}(1) \ (s = 0, \overline{i-1;\ i} \ge 1)$$

устанавливается справедливость оценок:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^{2i} q_{2k-1})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \le 2\sqrt{2} \left\| q^{(2i)}(x) \right\|_{L_2(0,1)}, \tag{10}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^{2i} q_{2k})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \le 2\sqrt{2} \left\| q^{(2i)}(x)(1-b-ax) - 2aiq^{(2i-1)}(x) \right\|_{L_2(0,1)}. \tag{11}$$

Далее, пусть

$$q(x) \in C^{2i}[0,1], \ q^{(2i+1)}(x) \in L_2(0,1)$$

$$q^{(2s)}(0) = \beta q^{(2s)}(1), \ q^{(2s-1)}(0) = q^{(2s-1)}(1) \quad (s = \overline{0,i};\ i \ge 1).$$

Тогда справедливы следующие неравенства:

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^{2i+1} q_{2k-1})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \le 2\sqrt{2} \left\| q^{(2i+1)}(x) \right\|_{L_2(0,1)}, \tag{12}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^{2i+1} q_{2k})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \le 2\sqrt{2} \left\| q^{(2i+1)}(x)(1-b-ax) - (2i+1)aq^{(2i-1)}(x) \right\|_{L_2(0,1)}. \tag{13}$$

Теперь, с целью исследования задачи (1)-(3), (6), (7), рассмотрим следующие пространства:

1. Обозначим через $B_{2,T}^{\alpha}$ [6] совокупность всех функций $u(x,t)$ вида

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x) \quad ,$$

рассматриваемых в D_T, где каждая из функций $u_k(t)$ непрерывна на $[0,T]$ и

$$J(u) \equiv \|u_0(t)\|_{C[0,T]} + \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^{\alpha} \|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2 \right\}^{1/2} + \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k^{\alpha} \|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]} \right\} < +\infty,$$

причем $\lambda_k = 2\pi k \quad (k = 1,2,...)$.

Норму в этом множестве определим следующим образом:

$$\|u(x,t)\|_{B_{2,T}^{\alpha}} = J\ (u).$$

Через E_T^{α} обозначим пространство $B_{2,T}^{\alpha} \times C[0,T] \times C[0,T]$ вектор функций $z(x,t) = \{u(x,t), a_0(t), a_1(t)\}$ с нормой

$$\|z(x,t)\|_{E_T^{\alpha}} = \|u(x,t)\|_{B_{2,T}^{\alpha}} + \|a_0(t)\|_{C[0,T]} + \|a_1(t)\|_{C[0,T]}.$$

Известно, что $B_{2,T}^{\alpha}$ и E_T^{α} являются банаховыми пространствами.

Исследование существования и единственности классического решения обратной краевой задачи

Так как система (8) образует базис Рисса в $L_2(0,1)$ и система (8) и (9) образует биортогональную в $L_2(0,1)$ систему функций, то первую компоненту $u(x,t)$ решения $\{u(x,t), a_0(t), a_1(t)\}$ задачи (1)-(3),(6),(7) будем искать в виде:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x), \tag{14}$$

где

$$u_k(t) = \int_0^1 u(x,t) Y_k(x) dx \ (k = 0,1,...)$$

является решением задачи:

$$u_0''(t) = a_0(t)u_0(t) + a_1(t)g_0(t) + f_0(t) \ (0 \le t \le T) \tag{15}$$

$$u_{2k-1}''(t) + \lambda_k^2 u_{2k-1}(t) = a_0(t)u_{2k-1}(t) + a_1(t)g_{2k-1}(t) + f_{2k-1}(t) \ (k = 1,2,...;\ 0 \le t \le T), \tag{16}$$

$$u_{2k}''(t) + \lambda_k^2 u_{2k}(t) = a_0(t)u_{2k}(t) + a_1(t)g_{2k}(t) + f_{2k}(t) - 2a\lambda_k u_{2k-1}(t) \quad (k = 1,2,...;\ 0 \le t \le T), \tag{17}$$

$$u_k(0) = \varphi_k, u_k'(0) = \psi_k \ (k = 0,1,...), \tag{18}$$

где

$$f_k(t)=\int_0^1 f(x,t)Y_k(x)dx,\quad g_k(t)=\int_0^1 g(x,t)Y_k(x)dx,\ \ \varphi_k=\int_0^1 \varphi(x)Y_k(x)dx,$$

$$\psi_k=\int_0^1 \psi(x)Y_k(x)dx\quad (k=0,1,...),$$

причем $X_k(x)$ и $Y_k(x)$ определены соотношениями (8) и (9), соответственно.

Решая задачу (15)-(18), получаем:

$$u_0(t)=\varphi_0+t\psi_0+\int_0^t (t-\tau)F_0(\tau;u,a_0,a_1)d\tau\quad (0\le t\le T), \tag{19}$$

$$\begin{gathered} u_{2k-1}(t)=\varphi_{2k-1}\cos\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k-1}\sin\lambda_k t+ \\ +\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k-1}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau\ (k=1,2,...), \end{gathered} \tag{20}$$

$$\begin{gathered} u_{2k}(t)=\varphi_{2k}\cos\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k}\sin\lambda_k t+ \\ +\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau-at\varphi_{2k-1}\sin\lambda_k t- \\ -\frac{a}{\lambda_k}\left(\frac{1}{\lambda_k}\sin\lambda_k t-t\cos\lambda_k t\right)\psi_{2k-1}- \\ -\frac{2a}{\lambda_k}\int_0^t\left(\int_0^\tau F_{2k-1}(\xi;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(\tau-\xi)\,d\xi\right)\sin\lambda_k(t-\tau)d\tau \\ (k=1,2,...;\ 0\le t\le T)\ , \end{gathered} \tag{21}$$

где $F_k(t;u,a_0,a_1)=f_k(t)+a_0(t)u_k(t)+a_1(t)g_k(t)\quad (k=0,1,...)$.

После подстановки выражений $u_0(t)$, $u_{2k-1}(t)$, $u_{2k}(t)$, соответственно, (19), (20), (21) в (14) получаем:

$$u(x,t)=\left(\varphi_0+t\psi_0+\int_0^t (t-\tau)F_0(\tau;u,a_0,a_1)d\tau\right)X_0(x)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\varphi_{2k-1}\cos\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k-1}\sin\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k-1}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau\right)X_{2k-1}(x)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\varphi_{2k}\cos\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k}\sin\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau-\right.$$

$$-at\lambda_k\varphi_{2k-1}\sin\lambda_k t-\frac{a}{\lambda_k}\left(\frac{1}{\lambda_k}\sin\lambda_k t-t\cos\lambda_k t\right)\psi_{2k-1}-$$

$$-\frac{2a}{\lambda_k}\cdot\int_0^t\left(\int_0^\tau F_{2k-1}(\xi;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(\tau-\xi)\,d\xi\right)\sin\lambda_k(t-\tau)d\tau\Bigg)X_{2k}(x)\cdot \quad (22)$$

Теперь, с целью получения уравнения для компоненты $a_1(t), a_2(t)$ классического решения $\{u(x,t), a_1(t), a_2(t)\}$ из (7), с учетом (14), имеем:

$$h_i''(t)+\sum_{k=1}^{\infty}\left[u_{2k-1}(t)\lambda\left({}_k^2(ax_i+b)\cos\lambda_k x_i+2a\lambda_k\sin\lambda_k x_i\right)+u_{2k}(t)\lambda_k^2\sin\lambda_k x_i\right]=$$

$$=a_0(t)h_1(t)+a_1(t)g(x_i,t)+f(x_i,t)\quad\left(i=1,2;\ 0\le t\le T\right). \quad (23)$$

Предположим, что

$$h(t)=h_1(t)g(x_2,t)-h_2(t)g(x_1,t)\ne 0\quad\left(0\le t\le T\right). \quad (24)$$

Тогда из (23) с учетом (24), находим:

$$a_0(t)=\left[h(t)\right]^{-1}\{(h_1''(t)-f(x_1,t))g(x_2,t)-(h_2''(t)-f(x_2,t))g(x_1,t)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left[\left(\lambda_k^2(ax_1+b)\cos\lambda_{k_1}x_1+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_1\right)g(x_2,t)-\right.$$

$$\left.-\left(\lambda_k^2(ax_2+b)\cos\lambda_{k_1}x_2+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_2\right)g(x_1,t)\right]u_{2k-1}(t)+$$

$$\left.+\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^2\left(\sin\lambda_{k_1}x_1 g(x_2,t)-\sin\lambda_{k_1}x_2 g(x_1,t)\right)u_{2k}(t)\right\}, \quad (25)$$

$$a_1(t)=\left[h(t)\right]^{-1}\{(h_2''(t)-f(x_2,t))h_1(t)-(h_1''(t)-f(x_1,t))h_2(t)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left[\left(\lambda_k^2(ax_2+b)\cos\lambda_{k_1}x_2+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_2\right)h_1(t)-\right.$$

$$\left.-\left(\lambda_k^2(ax_1+b)\cos\lambda_{k_1}x_1+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_1\right)h_2(t)\right]u_{2k-1}(t)+$$

$$\left.+\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^2\left(h_1(t)\sin\lambda_{k_1}x_2-h_2(t)\sin\lambda_{k_1}x_1\right)u_{2k}(t)\right\}. \quad (26)$$

Далее, после подстановки выражения $u_{2k-1}(t)$, $u_{2k}(t)$ из (20), (21) в (25), (26), соответственно, имеем:

$$a_0(t)=\left[h(t)\right]^{-1}\{(h_1''(t)-f(x_1,t))g(x_2,t)-(h_2''(t)-f(x_2,t))g(x_1,t)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left[\left(\lambda_k^2(ax_1+b)\cos\lambda_{k_1}x_1+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_1\right)g(x_2,t)-\right.$$

$$\left.-\left(\lambda_k^2(ax_2+b)\cos\lambda_{k_1}x_2+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_2\right)g(x_1,t)\right]\ \left[\varphi_{2k-1}\cos\lambda_k t+\right.$$

$$+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k-1}\sin\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k-1}(\tau;u,a,b)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau\Bigg]+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^2\left(\sin\lambda_{k_1}x_1 g(x_2,t)-\sin\lambda_{k_1}x_2 g(x_1,t)\right)\ \Big[\varphi_{2k}\cos\lambda_k t+$$

$$+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k}\sin\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau-$$

$$-at\varphi_{2k-1}\sin\lambda_k t-\frac{a}{\lambda_k}\left(\frac{1}{\lambda_k}\sin\lambda_k t-t\cos\lambda_k t\right)\psi_{2k-1}-$$

$$-\frac{2a}{\lambda_k}\int_0^t\left(\int_0^\tau F_{2k-1}(\xi;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(\tau-\xi)\,d\xi\right)\sin\lambda_k(t-\tau)d\tau\Bigg]\Bigg\}, \tag{27}$$

$$a_1(t)=\left[h(t)\right]^{-1}\Big\{\left(h_2''(t)-f(x_2,t)\right)h_1(t)-\left(h_1''(t)-f(x_1,t)\right)h_2(t)+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\Big[\Big(\lambda_k^2(ax_2+b)\cos\lambda_{k_1}x_2+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_2\Big)h_1(t)-$$

$$-\Big(\lambda_k^2(ax_1+b)\cos\lambda_{k_1}x_1+2a\lambda_{k_1}\sin\lambda_{k_1}x_1\Big)h_2(t)\Big]\ \Big[\varphi_{2k-1}\cos\lambda_k t+$$

$$+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k-1}\sin\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k-1}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau-$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^2\left(\left(h_1(t)\sin\lambda_{k_1}x_2-h_2(t)\sin\lambda_{k_1}x_1\right)\right)\ \Big[\varphi_{2k}\cos\lambda_k t+$$

$$+\frac{1}{\lambda_k}\psi_{2k}\sin\lambda_k t+\frac{1}{\lambda_k}\int_0^t F_{2k}(\tau;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(t-\tau)\,d\tau-$$

$$-at\varphi_{2k-1}\sin\lambda_k t-\frac{a}{\lambda_k}\left(\frac{1}{\lambda_k}\sin\lambda_k t-t\cos\lambda_k t\right)\psi_{2k-1}-$$

$$-\frac{2a}{\lambda_k}\int_0^t\left(\int_0^\tau F_{2k-1}(\xi;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(\tau-\xi)\,d\xi\right)\sin\lambda_k(t-\tau)d\tau\Bigg]\Bigg\}$$

$$-at\varphi_{2k-1}\sin\lambda_k t-\frac{a}{\lambda_k}\left(\frac{1}{\lambda_k}\sin\lambda_k t-t\cos\lambda_k t\right)\psi_{2k-1}-$$

$$-\frac{2a}{\lambda_k}\int_0^t\left(\int_0^\tau F_{2k-1}(\xi;u,a_0,a_1)\sin\lambda_k(\tau-\xi)\,d\xi\right)\sin\lambda_k(t-\tau)d\tau\Bigg]\Bigg\}. \tag{28}$$

Таким образом, решение задачи (1)-(3),(6),(7) свелось к решению системы (22),(27), (28) относительно неизвестных функций $u(x,t)$, $a_1(t)$ и $a_2(t)$.

Для изучения вопроса единственности решения задачи (1)-(3),(6),(7) важную роль играет следующая

Лемма 2. Если $\{u(x,t), a_1(t), a_2(t)\}$ – любое решение задачи ((1)-(3),(6),(7), то функции $u_k(t) = \int_0^1 u(x,t) Y_k(x) dx \ (k = 0,1,...)$ удовлетворяют на $[0,T]$ счетной системе (19), (20), (21) .

Очевидно, что если $u_k(t) = \int_0^1 u(x,t) Y_k(x) dx \ (k = 0,1,...)$ удовлетворяют на $[0,T]$ системе (19), (20), (21) , то тройка $\{u(x,t), a_0(t) \ , a_1(t)\}$ функций $u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) X_k(x)$ $a_0(t)$ и $a_1(t)$ является решением системы (22), (27), (28).

Из леммы 2 следует, что имеет место следующее

Следствие. Пусть система (22),(27), (28) имеет единственное решение. Тогда задача (1)-(3), (6),(7) не может иметь более одного решения, т.е. если задача (1)-(3), (6),(7) имеет решение, то оно единственно.

Рассмотрим в пространстве E_T^3 оператор

$$\Phi(u, a_0, a_1) = \{\Phi_1(u, a_0, a_1), \Phi_2(u, a_0, a_1), \Phi_3(u, a_0, a_1)\},$$

где

$$\Phi_1(u, a_0, a_1) = \tilde{u}(x,t) \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{u}_k(t) X_k(x),$$

$$\Phi_2(u, a_0, a_1) = \tilde{a}_0(t), \Phi_3(u, a_0, a_1) = \tilde{a}_1(t),$$

причем $\tilde{u}_0(t)$, $\tilde{u}_{2k-1}(t), \tilde{u}_{2k}(t)$, $\tilde{a}_0(t)$ и $\tilde{a}_1(t)$ равны, соответственно, правым частям (19), (20), (21), (27) и (28).

Теперь из (19)-(21), соответственно, получаем:

$$\|\tilde{u}_0(t)\|_{C[0?T]} \le |\varphi_0| + T|\psi_0| + T\sqrt{T}\left(\int_0^T |f_0(\tau)|^2 d\tau\right)^{1/2} +$$

$$+T^2\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\|u_0(t)\|_{C[0,T]} + T\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T |g_0(\tau)|^2 d\tau\right)^{1/2}, \quad (29)$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|\tilde{u}_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \sqrt{6}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\psi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{6}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\varphi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+\sqrt{6T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{6}\,T\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+\sqrt{6T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k-1}(\tau)|)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad , \tag{30}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|\tilde{u}_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \sqrt{10}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\psi_{2k}|)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{10}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k}|)^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+\sqrt{10T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k}(\tau)|)^2 d\tau\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{10}T\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+\sqrt{10T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k}(\tau)|)^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+\sqrt{10}aT\left(\sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k^3|\varphi_{2k-1}|\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{10}a(1+T)\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\psi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+2aT\sqrt{10T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|\right)^2 d\tau\right)^{1/2} + 2\sqrt{10}aT^2\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+2aT\sqrt{10T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k^2|g_{2k-1}(\tau)|\right)^2 d\tau\right)^{1/2}, \tag{31}$$

$$\|\tilde{a}_0(t)\|_{C[0,T]} \le \left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}\Big\{\left\|\left(h_1''(t)-f(x_1,t)\right)g(x_2,t)-\left(h_2''(t)-f(x_2,t)\right)g(x_1,t)\right\|_{C[0,T]} +$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}\Bigg[\left\|\left(3|a|+|b|\right)\left(|g(x_2,t)|+|g(x_1,t)|\right)\right\|_{C[0,T]}\Bigg[\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\psi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$+T\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}\Bigg]+$$

$$+\left(\|g(x_1,t)\|_{C[0,T]}+\|g(x_2,t)\|_{C[0,T]}\right)\left[\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\right.$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\psi_{2k}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$+T\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+.$$

$$+aT\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+a(1+T)\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\psi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+2a\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$+2aT\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$\left.\left.\left.+2a\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right]\right\}, \tag{32}$$

$$\|\tilde{a}_1(t)\|_{C[0,T]}\le\left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}\left\{\left\|\left(h_2''(t)-f(x_2,t)\right)h_1(t)-\left(h_1''(t)-f(x_1,t)\right)h_2(t\right\|_{C[0,T]}+\right.$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\left\|\left(3|a|+|b|\right)\left(|h_1(t)|+|h_2(t)|\right)\right\|_{C[0,T]}\left[\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\right.\right.$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\psi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$\left.+T\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}\right]+$$

$$+\left(\|h_1(t)\|_{C[0,T]}+\|h_2(t)\|_{C[0,T]}\right)\left[\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\right.$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\psi_{2k}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$+T\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}+\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+.$$

$$+aT\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3|\varphi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+a(1+T)\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|\psi_{2k-1}|)^2\right)^{\frac{1}{2}}+2a\sqrt{T}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|f_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$+2aT\|a_0(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^3\|u_{2k-1}(t)\|_{C[0,T]})^2\right)^{\frac{1}{2}}+$$

$$\left.\left.\left.+2a\sqrt{T}\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\left(\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}(\lambda_k^2|g_{2k-1}(\tau)|)^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right]\right\}. \qquad (33)$$

Предположим, что данные задачи (1)-(3), (6),(7) удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi(x)\in C^2[0,1],\ \varphi'''(x)\in L_2(0,1),\ \varphi(0)=\beta\varphi(1),\ \varphi'(0)=\varphi'(1),\ \varphi''(0)=\beta\varphi''(1)$;

2. $\psi(x)\in C^1[0,1],\ \psi''(x)\in L_2(0,1),\ \psi(0)=\beta\psi(1),\ \psi'(0)=\psi'(1)$;

3. $f(x,t),\ f_x(x,t)\in C(D_T),\ \ f_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$,
   $f(0,t)=\beta f(1,t),\ f_x(0,t)=f_x(1,t)\quad (0\le t\le T)$.

4. $g(x,t),\ g_x(x,t)\in C(D_T),\ \ g_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$,
   $g(0,t)=\beta g(1,t),\ g_x(0,t)=g_x(1,t)\quad (0\le t\le T)$.

5. $h_i(t) \in C^2[0,T]$, $h(t) = h_1(t)g(x_2,t) - h_2(t)g(x_1,t) \neq 0 \left(i = 1,2; 0 \le t \le T\right)$.

Тогда из (29) -(33), с учетом (10)-(13), соответственно, получаем:

$$\left\|\tilde{u}(x,t)\right\|_{B^3_{2,T}} \le A_1(T) + B_1(T)\left(\left\|a_0(t)\right\|_{C[0,T]} + \left\|a_1(t)\right\|_{C[0,T]}\right)\left(\left\|u(x,t)\right\|_{B^3_{2,T}} + 1\right), \quad (34)$$

$$\left\|\tilde{a}_0(t)\right\|_{C[0,T]} \le A_2(T) + B_2(T)\left(\left\|a_0(t)\right\|_{C[0,T]} + \left\|a_1(t)\right\|_{C[0,T]}\right)\left(\left\|u(x,t)\right\|_{B^3_{2,T}} + 1\right), \quad (35)$$

$$\left\|\tilde{a}_1(t)\right\|_{C[0,T]} \le A_3(T) + B_3(T)\left(\left\|a_0(t)\right\|_{C[0,T]} + \left\|a_1(t)\right\|_{C[0,T]}\right)\left(\left\|u(x,t)\right\|_{B^3_{2,T}} + 1\right), \quad (36)$$

где

$$A_1(T) = a\left\|\varphi(x)\right\|_{L_2(0,1)} + aT\left\|\psi(x)\right\|_{L_2(0,1)} + T\sqrt{T}a\left\|f(x,t)\right\|_{L_2(D_T)} +$$
$$+ 4\left(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}aT\right) + 4(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a(1+T))\left\|\psi''(x)\right\|_{L_2(0,1)} +$$
$$+ 4\sqrt{T}(\sqrt{3} + 2aT)\left\|f_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_t)} + 8\sqrt{2}\left\|\varphi'''(x)(1-b-ax) - 3a\varphi''(x)\right\|_{L_2(0,1)} +$$
$$+ 8\sqrt{2}\left\|\psi''(x)(1-b-ax) - 2a\psi'(x)\right\|_{L_2(0,1)} + 8\sqrt{2T}\left\|f_{xx}(x,t)(1-b-ax) - 2af_x(x,t)\right\|_{L_2(D_T)},$$

$$B_1(T) = (\sqrt{6} + \sqrt{10} + (1 + 2\sqrt{10}a)T)T + T\sqrt{T}a\left\|g(x,t)\right\|_{L_2(D_T)} +$$
$$+ 4\sqrt{T}(\sqrt{3} + 2aT)\left\|g_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_t)} + 8\sqrt{2T}\left\|g_{xx}(x,t)(1-b-ax) - 2ag_x(x,t)\right\|_{L_2(D_T)},$$

$$A_2(T) = \left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}\left\{\left\|\left(h_1''(t) - f(x_1,t)\right)g(x_2,t) - \left(h_2''(t) - f(x_2,t)\right)g(x_1,t)\right\|_{C[0,T]} +\right.$$
$$+ \left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}\left[\left\|\left(3|a| + |b|\right)\left(|g(x_2,t)| + |g(x_1,t)|\right)\right\|_{C[0,T]}\left[\left\|\varphi'''(x)\right\|_{L_2(0,1)} +\right.\right.$$
$$\left. + \left\|\psi''(x)\right\|_{L_2(0,1)} + \left\|f_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_t)}\right] +$$
$$+ \left(\left\|g(x_2,t)\right\|_{C[0,T]} + \left\|g(x_1,t)\right\|_{C[0,T]}\right)\Big[\ \left\|\varphi'''(x)(1-b-ax) - 3a\varphi''(x)\right\|_{L_2(0,1)} +$$
$$+ \left\|\psi''(x)(1-b-ax) - 2a\psi'(x)\right\|_{L_2(0,1)} + \sqrt{T}\left\|f_{xx}(x,t)(1-b-ax) - 2af_x(x,t)\right\|_{L_2(D_T)} +$$
$$\left.\left.\left. + aT\left\|\varphi'''(x)\right\|_{L_2(0,1)} + a(1+T)\left\|\psi''(x)\right\|_{L_2(0,1)} + 2a\sqrt{T}\ \left\|f_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_t)}\right]\right]\right\}$$

$$B_2(T) = \left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{\left\|\left(3|a| + |b|\right)\left(|g(x_2,t)| + |g(x_1,t)|\right)\right\|_{C[0,T]}\left(T +\right.\right.$$
$$\left. + 2\sqrt{2T}\left\|g_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_t)}\right] + \left(\left\|g(x_2,t)\right\|_{C[0,T]} + \left\|g(x_1,t)\right\|_{C[0,T]}\right)\left[(1+2a)T +\right.$$
$$\left.\left. + 2\sqrt{2T}\left\|g_{xx}(x,t)\right\|_{L_2(D_t)} + \sqrt{T}\left\|g_{xx}(x,t)(1-b-ax) - 2ag_x(x,t)\right\|_{L_2(D_T)}\ \right]\right\},$$

$$A_3(T) = \left\|h^{-1}(t)\right\|_{C[0,T]}\left\{\left\|\left(h_2''(t) - f(x_2,t)\right)h_1(t) - \left(h_1''(t) - f(x_1,t)\right)h_2(t\right\|_{C[0,T]} +\right.$$

$$+\left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2}\Big[(3|a|+|b|)\big(\|h_1(t)\|_{C[0,T]}+\|h_2(t)\|_{C[0,T]}\big)\Big[\|\varphi'''(x)\|_{L_2(0,1)}+$$
$$+\|\psi''(x)\|_{L_2(0,1)}+\|f_{xx}(x,t)\|_{L_2(D_t)}\Big]+$$
$$+\big\||h_1(t)|+|h_2(t)|\big\|_{C[0,T]}\Big[\ \|\varphi'''(x)(1-b-ax)-3a\varphi''(x)\|_{L_2(0,1)}+$$
$$+\|\psi''(x)(1-b-ax)-2a\psi'(x)\|_{L_2(0,1)}+\sqrt{T}\|f_{xx}(x,t)(1-b-ax)-2af_x(x,t)\|_{L_2(D_T)}+$$
$$+aT\|\varphi'''(x)\|_{L_2(0,1)}+a(1+T)\|\psi''(x)\|_{L_2(0,1)}+2a\sqrt{T}\ \|f_{xx}(x,t)\|_{L_2(D_t)}\Big]\Big]\Big\}$$

$$B_3(T)=\|h^{-1}(t)\|_{C[0,T]}\left(\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_k^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}\Big\{(3|a|+|b|)\big(\|h_1(t)\|_{C[0,T]}+\|h_2(t)\|_{C[0,T]}\big)\Big(T+$$
$$+2\sqrt{2T}\|g_{xx}(x,t)\|_{L_2(D_t)}\Big]+\big(\|h_1(t)\|_{C[0,T]}+\|h_2(t)\|_{C[0,T]}\big)\Big[(1+2a)T+$$
$$+2\sqrt{2T}\|g_{xx}(x,t)\|_{L_2(D_t)}+\sqrt{T}\|g_{xx}(x,t)(1-b-ax)-2ag_x(x,t)\|_{L_2(D_T)}\Big]\Big\}.$$

Из неравенств (34)- (36) заключаем:

$$\|\tilde{u}(x,t)\|_{B^3_{2,T}}+\|\tilde{a}_0(t)\|_{C[0,T]}+\|\tilde{a}_1(t)\|_{C[0,T]}\le A(T)+$$
$$+B(T)\big(\|a_0(t)\|_{C[0,T]}+\|a_1(t)\|_{C[0,T]}\big)\left(\|u(x,t)\|_{B^3_{2,T}}+1\right), \tag{37}$$

где

$$A(T)=A_1(T)+A_2(T)+A_3(T),\ B(T)=B_1(T)+B_2(T)+B_3(T).$$

Итак, можно доказать следующую теорему:

Теорема 1. Пусть выполнены условия 1-4 и

$$B(T)(A(T)+3)^2<1. \tag{38}$$

Тогда задача(1)-(3), (6), (7) имеет в шаре $K=K_R(\|z\|_{E^3_T}\le A(T)+3)$ пространства E^3_T единственное решение.

Доказательство. В пространстве E^3_T рассмотрим уравнение

$$z=\Phi z, \tag{39}$$

где $z=\{u,a_0,a_1\}$, компоненты $\Phi_i(u,a_0,a_1)(i=1,2,3)$ оператора $\Phi(u,a_0,a_1)$ определены правыми частями уравнений (22), (27), (28), соответственно. Рассмотрим оператор $\Phi(u,a_0,a_1)$ в шаре $K=K_R(\|z\|_{E^3_T}\le R=A(T)+3)$ из E^3_T.

Аналогично (37) получаем, что для любых $z,z_1,z_2\in K_R$ справедливы оценки:

$$\|\Phi z\|_{E_T^3} \le A(T) + B(T)\left(\|a_0(t)\|_{C[0,T]} + \|a_1(t)\|_{C[0,T]}\right)\left(\|u(x,t)\|_{B_{2,T}^3} + 1\right), \quad (40)$$

$$\|\Phi z_1 - \Phi z_2\|_{E_T^3} \le B(T)R\left(\|a_{01}(t) - a_{02}(t)\|_{C[0,T]} + \|a_{11}(t) - a_{12}(t)\|_{C[0,T]} + \|u_1(x,t) - u_2(x,t)\|_{B_{2,T}^3}\right). \quad (41)$$

Тогда из оценок (40) и (41), с учетом (38), следует, что оператор Φ действует в шаре $K = K_R$ и является сжимающим. Поэтому в шаре $K = K_R$ оператор Φ имеет единственную неподвижную точку $\{u, a_0, a_1\}$, которая является решением уравнения (39).

Функция $u(x,t)$, как элемент пространства $B_{2,T}^3$, непрерывна и имеет непрерывные производные $u_x(x,t)$, $u_{xx}(x,t)$ в D_T.

Аналогично [5] можно показать, что $u_t(x,t)$, $u_{tt}(x,t)$ непрерывны в D_T.

Легко проверить, что уравнение (1) и условия (2), (3), (6), (7) удовлетворяются в обычном смысле. Значит, $\{u(x,t), a_0(t), a_1(t)\}$ является решением задачи (1)-(3), (6), (7). В силу следствия леммы 2 оно единственно в шаре $K = K_R$. Теорема доказана.

С помощью леммы 1, из последней теоремы немедленно вытекает однозначная разрешимость исходной задачи (1)-(5).

Теорема 2. Пусть выполняются все условия теоремы 1 и

$$\int_0^1 \varphi(x)dx = 0, \int_0^1 \psi(x)dx = 0, \int_0^1 f(x,t)dx = 0 \ \ (0 \le t \le T),$$

$$\varphi(x_i) = h_i(0), \quad \psi(x_i) = h_i'(0) \ (i = 1,2).$$

Тогда задача (1)-(5) имеет в шаре $K = K_R\left(\|z\|_{E_T^3} \le A(T) + 3\right)$ пространства E_T^3 единственное классическое решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А.А. О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения 1980, т.16, №11, с.1925-1935.
2. Cannon J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy // Quart. Appl. Math., 1963, v.5, 21, p.155-160.
3. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Дифференциальные уравнения, 1977, т.13, №2, с.294-304.
4. Нахушев А.М. Об одном приближённом методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приближения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференциальные уравнения, 1982, т.18, №1, с.72-81.
5. Y. T. Mehraliyev, G. N. Isgendarova On theidentification of a linear source for the second order hyperbolic equation withintegral condition. Applied Mathematical Sciences, Vol. 9, 2015, no. 30, 1463-1473

6. Y. T. Mehraliyev, On the identification of a linear source for the second order elliptic equation with integral condition, Proceedings of the Institute of Mathematics of NAS of Belarus, Vol. 21, No.2 (2013), 128-141.

İKİNCİ TƏRTİB HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN QEYRİ-LOKAL TƏRS SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

G.N.İSKƏNDƏROVA

XÜLASƏ

İşdə naməlum əmsalın və sərbəst həddin tapılması üçün inteqral sərhəd şərtli tərs sərhəd məsələsinə baxılır. Baxılan məsələ öz-özünə qoşma olmayan ekvivalent məsələyə gətirilir, hansı ki, onun üçün Furye üsulu ilə həllin varlıq və yeganəliyi isbat olunur.

Alınmış nəticələr qoyulmuş məsələnin klassik həllinin varlıq və yeganəliyinin isbatı üçün tətbiq olunur.

Açar sözlər: tərs sərhəd məsələsi, hiperbolik tənlik, Furye üsulu, klassik həll

NONLOCAL INVERSE BOUNDARY PROBLEM FOR HYPERBOLIC EQUATION OF THE SECOND ORDER

G.N.ISKANDAROVA

SUMMARY

In the present paper we consider an inverse boundary problem for determining of the unknown coefficients and independent term with integral boundary conditions. The considered problem is reduced to the non-self adjoint equivalent problem, for which uniqueness and existence of solutions of the latter problem proved by the Fourier's method.

Further, with the aid of the obtained results the uniqueness and existence of classical solution of the stated problem is proved.

Key words: Inverse boundary problem, hyperbolic equation, Fourier method, classic solution.

Поступила в редакцию: 08.01.2016 г.
Подписано к печати: 12.02.2016 г.