

**HƏCMI VƏ SƏTHİ QÜVVƏLƏRLƏ YÜKLƏNMİŞ  
MÜRƏKKƏB ANİZOTROP SİLİNDRİK BORUNUN  
ELASTİKİ MÜVAZİNƏTİNİN TƏHLİLİ**

**T.B.ABDULLAYEV**  
**«Dənizneftqazlayihə» DETLİ**

*Dənizdə neft-qaz quyularının qazılmasında çox saylı problemlərdən biri də qazma prosesində istifadə edilən boruların gərginlikli deformasiya vəziyyətinin tədqiqidir. Bu məsələlər elastiklik nəzəriyyəsinin xətti və qeyri-xətti tənliklərini tətbiq etməklə həll olunur. Eyni zamanda həcmi və səthi qüvvələr ilə yüklənən borunun elastiki təsiri müxtəlifdir. Bu tədqiqat çox maraq kəsb edir, belə ki, elastiklik nəzəriyyəsinin bir sıra xətti və qeyri-xətti tənlikləri bu şəkildə olan məsələlərə gətirir. Boru elastiki anizotrop mühit ilə əhatə olunmuş müxtəlif elastiki anizotrop materialların bir-birinə toxunmayan m sayda paralel bütöv elementlərdən ibarət olduğu qəbul edilərək məsələ həll olunur.*

Neftqazçıxarma sənayesi Azərbaycan Respublikasının iqtisadiyyatının əsasını təşkil edən sahələrdən biridir. Respublikanın xalq təsərrüfatının sonrakı inkişafı dəniz neft-qaz yataqlarının mənimsənilməsi ilə sıx bağlıdır. Bununla əlaqədar olaraq neft-qaz quyularının qazılmasında çoxsaylı problemlərdən biri də qazmada istifadə olunan boruların gərginlikli deformasiya vəziyyətinin tədqiqidir. Bu məsələlər elastiklik nəzəriyyəsinin xətti və qeyri-xətti tənliklərini tətbiq etməklə həll olunur [1-2]. Eyni zamanda, həcmi və səthi qüvvələrlə yüklənən borunun elastiki təsiri müxtəlifdir. Bu tədqiqat çox maraq kəsb edir, belə ki, elastiklik nəzəriyyəsinin bir sıra xətti və qeyri-xətti tənlikləri bu şəkildə olan məsələlərə gətirilir. Bu məqsədlə aşağıdakı məsələyə baxılmışdır.

Fərz edək ki, boru elastiki anizotrop mühitlə əhatə olunmuşdursa, bir-birinə toxunmayan müxtəlif elastiki anizotrop materiallar m sayda paralel bütöv elementlərdən ibarətdir. Boru və elastiki mühit  $F_1$  silindrik yan səthilə əhatə olunmuşdur. Belə borunun S en kəsiyi müvafiq olaraq sərhədləri  $L_c$  olan bir əlaqəli və L sərhədli  $S_0$  çoxəlaqəli oblastlardan ibarətdir

$$\left( L \equiv \sum_{i=1}^m L_i \right).$$

Koordinat mərkəzini bərkidilmiş oturacağı ümumiləşmiş ətalət mərkəzində götürək,  $o\xi$  və  $o\eta$  oxlarını isə ümumiləşmiş baş oxlar istiqamətində yönəldək. Onda  $o\xi$   $F_c$  yan səthə paralel olacaqdır [1,4,5].

Fərz edək ki, yan  $F_o$  səthində və iki mühiti ayıran  $F$  səthində ( $c=1,2,\dots,m$ ) boru həcmi və səthi qüvvələrlə yüklənmişdir. Həmçinin sərbəst oturacağa  $\xi = l$  tətbiq olunan xarici qüvvələrin baş momenti və baş vektorun komponentləri verilmişdir.

Yerdəyişmələr kiçik və bir materialdan digər materiala keçdikdə kəsilməzdir, gərginlik isə mütənasiblik həddini aşmır və aşağıdakı düsturla təyin olunur [3].

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= \sum_{n=1}^3 A_{in} \varepsilon_{nm} + A_{n4} \varepsilon_{12}, \\ \tau_{13} &= A_{55} \varepsilon_{13} + A_{56} \varepsilon_{23}, \\ \tau_{12} &= \tau_{44}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad \tau_{23} = A_{65} \varepsilon_{23} + A_{66} \varepsilon_{23}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Burada  $\xi_{in}$  -deformasiyaların komponentləri,  $A_{in}$ - elastiki sabitlərdir.

(1) tənliyindən alınır:

$$\varepsilon_{11} = E^{-1} (\sigma_{11} \tau_{11} - \sigma_{12} \tau_{22} - \sigma_{13} \tau_{33} - \sigma_{14} \tau_{12})$$

$$\varepsilon_{12} = E^{-1} (-\sigma_{14} \tau_{11} - \sigma_{24} \tau_{22} - \sigma_{34} \tau_{33} - \sigma_{44} \tau_{12})$$

$E, \sigma_{in}, \sigma_i, A_{in}$  - konkret asılılıqdan tapılmaqla müxtəlif materiallar üçün müxtəlifdir [1,2]. Baxılan məsələ  $\tau_{in}$  ( $in=1,2,3$ ) gərginliyinin borunun yerdəyişdiyi oblastda təyin olunmasını tələb edir.  $\tau_{in}$  təyin edilmiş borunun elastiki müvazinət tənliyindən

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^3 \frac{\partial \tau_{in}}{\partial \xi_n} + \sum_k \xi^k \frac{\partial H_i^{(k)}}{\partial \xi_j} &= 0 \\ \sum_{n=1}^3 \frac{\partial \tau_{3n}}{\partial \xi_n} + \sum_k \xi^k H_3^{(k)} &= 0, \quad i = 1, 2 \\ \xi_1 &\equiv \xi, \quad \xi_2 \equiv \eta, \quad \xi_3 \equiv \zeta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

verilmiş aşağıdakı şərtlər daxilində təyin edilir.

$F_o$  xarici yan səthində

$$(X_i)_o = \sum_k \zeta^k f_i^{(k)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

iki mühitin səthində

$$(X_i)_o - (X_i)_j = \sum_k \zeta^k (F_1^{(k)})_j, \quad (4)$$

$$X_i = \tau_{ij} l_1 + \tau_{i2} l_2, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Burada  $k=0,1,2,\dots$  qəbul olunur;  $H_i^{(k)}, f_i^{(k)}, F_i^{(k)}$  verilmiş funksiya-  
lar,  $\xi, \eta$ ;  $l_1 \equiv \cos(n, \xi)$ ,  $l_2 \equiv \cos(n, \eta)$ , borunun F yan səthinə normalın  
istiqamətlənmiş kosinuslarıdır. Axtarılan gərginliyin  $\tau_{in}$  komponentlərinə  
uyğun deformasiya komponentləri Sen-Venan şərtini birgəlik şərtinin ödəy-  
ir.  $\zeta = l$  oturacağına təsir qüvvəsi isə verilmiş qüvvəyə gətirilir.

Məsələ yarım əks Sen-Venan metodu ilə həll edilir.

Qəbul edək ki,

$$\begin{aligned}\tau_{in} &= \sum_k \zeta^k (\tau_{in}^* + k_2^{-1} \zeta^2 \Gamma_{in}) + \sigma_{in} j, n = 2 \\ \tau_{33} &= \sum_k \zeta^k [\tau_{33}^{(k)} + k_2^{-1} \zeta^2 (a^{(k_1)} E^{(1)} + P^{(k)} E^{(2)} + q^{(k)} E^{(3)})] + \alpha E^1 + \beta_1^{(1)} E^2 + \beta_2^{(1)} E^{(3)} \quad (5) \\ \tau_{i3} &= \sum_k \zeta^{k_1} \left( k \zeta^{-2} U_{i3}^{(k)} - \frac{\partial \psi_i^{(k)}}{\partial \xi_i} \right) + \gamma_1 T_{i3}^p + \gamma_2 T_{i3}^q + \tau_{i3}^{(0)}.\end{aligned}$$

(5) tənliyində aşağıdakı işarələmələr qəbul edilmişdir.

$$\tau_{ii}^* = \tau_i^{(k)} + k_1 \psi_i^{(k)},$$

$$\tau_i^{(k)} = \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial \xi_\gamma^2} - H_i^{(k)} - k(k-1) \int_{\xi_1}^{\xi_1} U_{i3}^{(k)} d\xi_i,$$

$$\tau_{12}^* = -\frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial \xi \partial \eta},$$

$$\tau_{33}^{(k)} = \sigma_1 \tau_{11}^* + \sigma_2 \tau_{22}^* + \sigma_3 \tau_{12}^* + \tau_{33}^*,$$

$$\tau_{33}^* = k_1 E(\omega^{(k_1)} + a^{(k_1)} \sigma_3 \xi \eta + A_1 + A_2 - P^{(k)} \phi^{(2)} - q^{(k)} \phi^{(3)} - c^{(k)} \phi)$$

$$\psi_i^k = \int_{\xi_i}^{\xi_i} [P^{(k)} T_{i3}^{(p)} + q^{(k)} T_{i3}^{(q)} + c^{(k)} \tau_{i3}^{(0)} - \omega_i^{(k_1)} + a^{(k_1)} (U_i^{(1)} - 2^{-1} E \xi_i)] d\xi_i$$

$$A_i = 4^{-1} a^{(k_1)} [E \mu_{i3}^{-1} (\xi_i^2 - \nu_i \xi \eta) - 2 \sigma_i \xi_i^2], \quad \nu_i = \frac{\mu^1}{\mu_{j3}^1}$$

$$\tau_{i3}^{(0)} = \mu_{i3} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \xi_i} - \nu \xi_j \right) + \mu' \left( \frac{\partial \phi}{\partial \xi_j} - \nu \xi_j \right), \quad \nu = (-1)^j, k_j = k + i. \quad (6)$$

$$\tau_{i3}^{(p)} = \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi_i} - 2^{-1} (\sigma_1 \xi^2 - \sigma_2 \eta^2) - U^{(2)}, \quad U_1^{(1)} = \mu'_{13} U^{(1)} + \mu' \nu^{(1)},$$

$$\tau_{i3}^{(q)} = \frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial \xi_i} - (\sigma_1 - 2) \xi \eta - \sigma_3 \eta^2 - U^{(3)}, \quad U_2^{(1)} = \mu'_{23} \nu^{(1)} + \mu' U^{(1)},$$

$$\Gamma_{in} = P^{(k)} \tau_{in}^{(2)} + q^{(k)} \tau_{in}^{(3)} - a^{(k_1)} \tau_{in}^1, \quad \beta_i^{(1)} = \beta_i + \gamma_i (l - \zeta),$$

$$U_{i3}^{(k)} = \mu'_{13} U_i^{(k)} + \mu' U_j^{(k)}, \quad \phi^{(2)} = \chi^{(2)} - \xi \eta^2,$$

$$T_{13}^{(k)} = \mu_{13}^{(k)} \tau_{13}^{(k)} + \mu' U_{j3}^{(k)}, \quad \phi^{(3)} = \chi^{(3)} - \xi \eta^2, \quad \mu' = 2^{-1} A_{56},$$

$$E^{(1)} = E + \tau_{33}^{(1)}, \quad E^{(i+1)} = E \xi_i + \tau_{33}^{(i+1)}, \quad \mu'_{13} = 2^{-1} A_{55}, \quad \mu'_{33} = 2^{-1} A_{66},$$

Burada  $\varphi$ -məlum burulma funksiyası;  $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}$  məlum  $\xi$  O $\zeta$  və  $\eta$  O $\zeta$  müstəvisinə əyilmə funksiyası  $U^{(u)}, \nu^{(u)}, \tau_{ij}^{(u)}$  ( $u = 1, 2, 3$ ).

Köməkçi müstəvi deformasiya vəziyyəti məsələsinin məlum həlləridir [1,2,5].

(5) və (6) düsturlarında olduğu kimi  $i = n = 1, 2, j = 3 - i, \xi_1 \equiv \xi, \xi_2 \equiv \eta$ .

(6) düsturundan

$$U_i^{(k)} = \int \left\{ P_i^{(k)} d\xi_i + d\xi_j \int \left[ \frac{\partial P_i^{(k)}}{d\xi_j} d\xi_j + \left( 2 \frac{\partial X_y}{\partial \xi_j} - \frac{\partial P_j^{(k)}}{d\xi_j} \right) d\xi_j \right] \right\}, \quad \alpha_{ij} = \sigma_i^2 - \sigma_j, \quad \alpha_{12} = \sigma_{12} + \sigma_1 \sigma_2$$

$$X_y^{(k)} = -E^{-1} (\sigma_{14} \tau_{11}^* + \sigma_{24} \sigma_{22}^* + \sigma_3 \tau_{33}^{(k)} - \sigma_4 \tau_{12}^*), \quad (7)$$

$$P_i^{(k)} = E^{-1} \left[ \alpha_i \left( \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial \xi^2} + X_j^{(k)} \right) - \alpha_{i2} \left( \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial \xi_i^2} + X_i^{(k)} \right) + \alpha_{i3} \frac{\partial^2 \Phi^{(k)}}{\partial \xi \partial \eta} - \sigma_i \tau_{33}^* \right]$$

$$X_i^{(k)} = H_i^{(k)} + k_i \Psi_i^{(k)} - K_1 K_2 \int^{\xi_j} U_{i3}^{(k_2)} d\xi_i,$$

$$\omega_i^{(k)} = \mu'_{13} \frac{\partial \omega^{(k)}}{\partial \xi_j} + \mu' \frac{\partial \omega^{(k)}}{\partial \xi_j}$$

Məsələnin həllində  $\Phi^{(k)}, \omega^{(k)}$  funksiyaları və  $P^{(k)}, q^{(k)}, c^{(k)}, a^{(k)}, \dots, j_2$  sabitləri hələlik məchul olub, axtarılır.

Gərginliyin komponentlərini (2) müvazinət tənliyində və onlara uyğun deformasiya komponentlərini Sen-Venanin birlik şərtində nəzərə alsaq, alarıq ki,  $\hat{O}^{(\hat{\epsilon})}$  və  $\omega^{(\hat{\epsilon})}$  funksiyaları hər bir  $S_j$  oblastın  $S$  kəsiyində aşağıdakı şərtləri ödəməlidir:

$$\sum_{i=1}^2 \left( \frac{\partial \omega_i^{(k)}}{\partial \xi_i} - k_2 k_3 \int^{\xi_i} U_{13}^{(k)} d\xi_i + k_1 \frac{\partial U_{i3}^{(k)}}{\partial \xi_i} - a^{(k)} \frac{\partial U_i^{(1)}}{\partial \xi_i} \right) - a^{(k_i)} \tau_{33}^{(1)} + k_1 \tau_{33}^{(k_i)} H_3^{(k)} = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\partial^2 P_i^{(k)}}{\partial \xi_1^2} = 2 \frac{\partial^2 X_y}{\partial \xi \partial \eta} \quad (9)$$

(5) tənliyindən  $\tau_{ij}$  qiymətini (3) və (4) sərhəd şərtlərində nəzərə almaqla  $\Phi^{(e)}$  və  $\omega^{(e)}$  təyini üçün S kəsiyinin  $L_j$  təyinetmə şərtləri konturunda alırıq .

Beləliklə, məsələ elastiklik nəzəriyyəsinin  $\Phi^{(k)}$  və  $\omega^{(k)}$  funksiyalarını təyin etmək məsələsinə gətirilir. Uyğun olaraq  $\frac{\partial \Phi^{(k)}}{\partial \xi}, \frac{\partial \omega^{(k)}}{\partial \xi}, L_j$  konturunda birqiymətlik şərtindən təyin olunur.  $a^{(k)}$  sabiti  $\omega^{(e)}$ -nin varlıq şərtindən  $P^{(k)}, q^{(k)}, c^{(k)}$  – birqiymətlik şərtindən  $\alpha, \beta, \tau, \gamma, (i=1,2)$  sabitləri baş vektorun və kənarı  $\xi=1$  olduqda baş vektorun təsir qüvvələrinin baş momentinin komponentlərinin bərabərlik şərtindən təyin olunur. Qalan məhsulların qiymətini aşağıdakı ardıcılıqla təyin etmək olur. Məlum burulmada  $\varphi$  funksiyası  $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}$  əyilmə funksiyaları, həmçinin üç köməkçi məsələlərin həlli məlum olduqda  $P^{(k)}, q^{(k)}, C^{(k)}$  məchulları təyin olunur. Bundan sonra isə  $k$ -nın  $\Phi^{(k)}, w^{(k)}$  tapılır. Yuxarıda göstərilən bütün sabit kəmiyyətlər və funksiyaları təyin etdikdən sonra  $\alpha, \tau, \beta, \gamma, (i=1,2)$  sabitləri təyin edilir. Tapılan həlli ortotrop, transversial-izotrop və izotrop materialdan ibarət olan mürəkkəb boru üçün tətbiq etmək olar.

Bircinsli boru olan hal üçün

$$U^{(r)} = V^{(r)} = \tau_{in}^{(r)} = 0 \quad (r=1,2,3) \text{ qəbul etmək lazımdır.}$$

Aparılan tədqiqatın yekunu olaraq elastiklik nəzəriyyəsindən istifadə edərək neft-qaz quyularının qazılması zamanı layihə olunan quyu lüləsinin konstruksiyasında istifadə olunan qazma borularının dəqiq hesabını aparmaq olar.

## ƏDƏBİYYAT

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости . Издательство «Наука»1966.
2. Безухов Н.И. Теория упругости и пластичности. Гостиздат. 1953.
3. Лехинцкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. Гостиздат.1993.
4. Рухадзе А.К. К вопросу изгиба поперечной силой упругих брусьев, составленных из различных материалов. Издательство «Наука»1970.
- 5 Хатиашвили Г.М. Задача анализа для составного анизотропного цилиндрического тела. А.Н. Грузинская ССР. т.IV 1962.
6. Хатиашвили Г.М. Некоторые пространственные задачи для анизотропных цилиндрических тел. А.Н. Грузинская ССР. т.VII. 1972

**АНАЛИЗ ЭЛАСТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ СЛОЖНОЙ,  
АНИЗОТРОПНОЙ, ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ, НАГРУЖЕННОЙ  
ОБЪЕМНЫМИ И ПОВЕРХНОСТНЫМИ СИЛАМИ**

**Т.Б.АБДУЛЛАЕВ**

**АННОТАЦИЯ**

Один из многочисленных проблем при бурении морских, нефтегазовых скважин является исследование напряженной деформации состояния труб, используемых в процессе бурения. Эта задача решается путем использования линейных и нелинейных уравнений. Эластическое воздействие на трубу нагруженную одновременно объемными и поверхностными силами являются разными. Эти исследования вызывают большой интерес, так как приводят к решению линейных и нелинейных уравнений теории эластичности. Принимая что, труба состоит из некасаемых друг друга  $m$  количества параллельных, цельных элементов, охваченных эластической, анизотропной средой, решается данная задача.

**ANALYSIS OF ELASTIC EQUILIBRIUM OF THE COMPLEX ANISOTROPIC  
CYLINDRICAL PIPE LOADED WITH VOLUMETRIC  
AND SURFACE FORCES**

**T.B.ABDULLAYEV**

**ABSTRACT**

One of many problems on drilling sea and oil-gas wells is investigation of strained deformation of pipes state, used in the process of drilling. This problem is solved using linear and non-linear equations. Elastic effect on the pipe loaded simultaneously with volumetric and surface forces is different. These investigations are of great interest as lead to solution of linear and nonlinear equations of elasticity theory.

Taking into account that the pipe consists of  $m$  non contacting parallel whole elements surrounded by elastic anisotropic medium, the given problem is solved.