

## МЕХАΝІКА

УДК 539.375

ДЛИТЕЛЬНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ТОЛСТОЙ ТРУБЫ ПРИ  
ПЕРЕМЕННОМ ВНУТРЕННЕМ ДАВЛЕНИИ

А.Ш.САДАЕВ\*, М.А.МАМЕДОВА\*\*

\*Бакинский Государственный Университет

\*\*Институт Математики и Механики НАН Азербайджана  
asadayev@mail.ru

*Выведены формула начального времени разрушения и уравнение движения фронта разрушения в толстой трубе для первичной стадии работы трубопровода, связанной с закачкой в него жидкого или газового продукта. Расчетные сравнительные кривые движения фронта разрушения показывают значительность учета первоначального периода роста внутреннего давления по сравнению со случаем пренебрежения этим периодом и принятием изначально постоянным внутреннего давления. Исследован вариант циклически изменяющегося внутреннего давления. Выведена формула критического числа циклов нагружения до первичного разрушения.*

**Ключевые слова:** рассеянное разрушение, повреждаемость, переменное нагружение, фронт разрушения, инкубационный период.

В работе [1] решена задача по исследованию рассеянного разрушения повреждающейся толстой трубы под действием постоянного внутреннего давления. Однако, известны случаи возникновения аварийной ситуации трубопровода в начальный период закачки в него жидкого или газового продукта. В связи с этим возникает необходимость исследования процесса деформирования и повреждаемости трубы в этот период, характеризуемый фактором монотонного роста внутреннего давления. В данной статье делается попытка оценки влияния этого фактора.

Рассмотрим толстую цилиндрическую трубу, находящуюся под действием монотонного возрастающего во времени и равномерно распределенного давления  $p(t)$ , при том, что внешняя поверхность трубы свободна от усилия. Примем, что материал трубы изотропный и упруго-повреждающийся. В этом случае в качестве деформационных уравнений

примем [1]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu}(1 + M^*)s_{ij} \\ \varepsilon = \frac{1}{3K}\sigma \end{cases}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$ ,  $\sigma$  - шаровые части, а  $\varepsilon_{ij}$ ,  $s_{ij}$  - девиаторы тензоров напряжений и деформаций:

$$\varepsilon = \varepsilon_{ii}; \quad \sigma = \sigma_{ii}; \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon}{3}\delta_{ij}; \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\sigma}{3}\delta_{ij}.$$

В соотношениях (1) объемной повреждаемостью пренебрегается.

Также в (1)  $M^*$  - оператор повреждаемости наследственного типа:

$$M^*s_{ij} = \sum_{k=1}^n \Phi(\sigma_i(t_k^+)) \int_{t_k^-}^{t_k^+} M(t_k^+ - \tau)s_{ij}(\tau)d\tau + \int_{t_{n+1}^-}^t M(t - \tau)s_{ij}(\tau)d\tau, \quad (2)$$

где  $(t_k^-, t_k^+)$  интервалы времени роста повреждаемости,  $\Phi(\sigma_i(t_k^+))$  - функция залечивания дефектов [2].

Для монотонно изменяющегося напряженного состояния оператор повреждаемости (2) переходит в обычный наследственный оператор вязкоупругости:

$$M^*s_{ij} = \int_0^t M(t - \tau)s_{ij}(\tau)d\tau. \quad (3)$$

Для повреждающейся изотропной среды в условиях сложного напряженного состояния критерий прочности примем как [1]:

$$\sigma_i + M^*\sigma_i = \sigma_0, \quad (4)$$

где  $\sigma_i = (s_{ij}s_{ij})^{1/2}$  интенсивность касательных напряжений, а  $\sigma_0$  - предел прочности бездефектного материала.

Так как в исследуемой задаче имеет место монотонный рост напряжений во времени, то оператор повреждаемости имеет вид (3). Тогда деформационные соотношения (1) идентичны соответствующим соотношениям теории вязкоупругости. Напряжения определяются на основании метода соответствия и имеют вид как для упругой задачи (здесь принято, что материал трубы несжимаем,  $\nu = 0,5$ ) [2]. Соответственно, интенсивность касательных напряжений будет:

$$\sigma_i = \sqrt{2}p(\tau) \frac{a^2b^2}{b^2 - a^2} \frac{1}{r^2}, \quad (5)$$

где  $a, b, r$  - соответственно внутренний, внешний и текущий радиусы трубы.

Согласно Л.М.Качанову [3] выразим  $\sigma_i$  посредством единой функ-

ции  $\beta(t)$  безразмерного радиуса фронта разрушения, приняв:

$$\frac{a}{b} = \beta(\tau); \quad \frac{r}{b} = \beta(t); \quad 0 < \tau < t. \quad (6)$$

Тогда для интенсивности касательных напряжений получим:

$$\sigma_i(t, \tau) = \sqrt{2} p(\tau) \frac{\beta^2(\tau)}{1 - \beta^2(\tau)} \frac{1}{\beta^2(t)}. \quad (7)$$

Так как наибольшее значение  $\sigma_i$  принимает на внутреннем контуре  $r = a$ , т.е.  $\beta = \beta_0 = \frac{a_0}{b}$ , где  $a_0$  - первоначальный внутренний радиус трубы до начала разрушения, то именно там разрушение и произойдет впервые. Пусть  $t_0$  начальное время разрушения внутреннего контура трубы, тогда для  $\tau < t \leq t_0$ , когда  $\beta(\tau) = \beta(t) = \beta_0$ , имеем:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{1 - \beta_0^2} p(t). \quad (8)$$

Для определения начального времени разрушения  $t_0$  подставим (8) в выражении критерия прочности (4), приняв при этом, что

$$p(t) = p_0 \cdot f(t), \quad (9)$$

где  $f(t)$  - размерная функция времени.

Тогда получим:

$$f(t_0) + \int_0^{t_0} M(t_0 - \tau) f(\tau) d\tau = g(1 - \beta_0^2). \quad (10)$$

Здесь принято, что

$$g = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2} p}. \quad (11)$$

Для получения уравнения движения фронта разрушения подставим (7) в критерий прочности (4). Тогда найдем:

$$\frac{f(t)}{1 - \beta^2(t)} + \frac{1}{\beta^2(t)} \int_0^t M(t - \tau) f(\tau) \frac{\beta^2(\tau)}{1 - \beta^2(\tau)} d\tau = g; \quad t > t_0. \quad (12)$$

Для постоянного внутреннего давления  $p = p_0$  и  $f(t) = 1$ . Для оценки влияния переходного периода закачки продукта в трубу, то есть роста давления  $p$  от нуля до  $p_0$  проанализируем ситуацию для простого случая, когда

$$M(t - \tau) = m = const; \quad f(t) = t^\alpha; \quad \alpha > 0. \quad (13)$$

В дальнейшем будем считать время  $t$  безразмерным посредством константы  $m$  и, поэтому далее принято  $m = 1$ .

Для начального инкубационного времени  $t_0$  получим:

$$t_0^\alpha + \frac{1}{1+\alpha} t_0^{1+\alpha} = g(1-\beta_0^2). \quad (14)$$

Для функции фронта разрушения получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{0,5(\alpha+t)t^{\alpha-1}\beta(1-\beta^2)}{g(1-\beta^2)^2 - t^\alpha}. \quad (15)$$

Оно должно решаться при начальном условии (14). Для постоянного давления  $p = p_0$  ( $\alpha = 0$ ) имеем:

$$t_0 = g(1-\beta_0^2) - 1, \quad (16)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{0,5\beta(1-\beta^2)}{g(1-\beta^2)^2 - 1}. \quad (17)$$

Для удобства в уравнениях (14) и (15) положим  $\alpha = 1$ , тогда

$$t_0 = -1 + \sqrt{1 + 2g(1-\beta_0^2)} \quad (18)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{0,5(1+t)\beta(1-\beta^2)}{g(1-\beta^2)^2 - t}. \quad (19)$$

Так как исследуется временной интервал возрастания внутреннего давления от нуля до  $p_0$ , то для размерных величин  $0 \leq f(t) \leq 1$  или в рассматриваемом частном случае  $0 \leq t \leq 1$ . Тогда из (18) получим

$$g(1-\beta_0^2) < 1,5. \quad (20)$$

Для безразмерного времени  $mt$  при  $\alpha = 1$  ограничительный интервал времени будет  $[0; m]$ . Также из (18) следует, что инкубационное время всегда имеет место, естественно в рамках ограничения (20).

Для начала движения фронта разрушения необходимо, чтобы правая часть (19) была положительной в момент времени  $t_0$ , откуда имеем условие:

$$g(1-\beta_0^2)^2 - \sqrt{1 + 2g(1-\beta_0^2)} > -1. \quad (21)$$

Аналогичные условия для  $p = p_0 = const$  будут:

$$g(1-\beta_0^2) > 1, \quad (22)$$

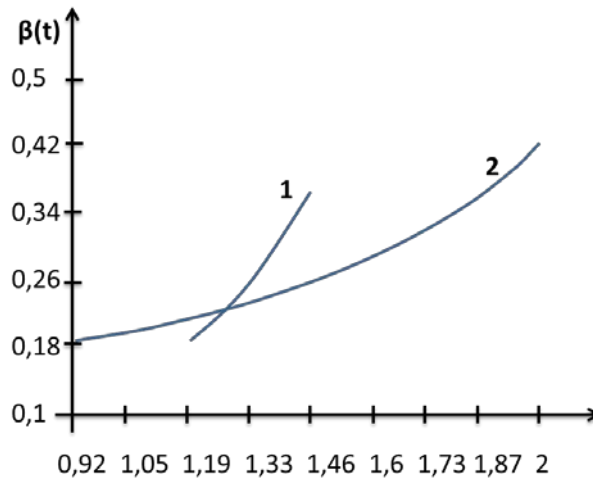
условия существования инкубационного времени;

$$g(1-\beta_0^2)^2 > 1, \quad (23)$$

условие страгивания фронта разрушения.

Для сравнения процессов разрушения в обоих случаях и выяснения влияния учета периода закачки жидкого или газового продукта в трубопровод проведены числовые расчеты для значений:  $g = 2$ ;  $\beta_0 = 0,2$ . Кривые движения фронта разрушения приведены на рис. 1. При этом получено для начального времени разрушения с учетом периода закачки

$t_0 = 1,2$ , а без учета  $t_0 = 0,92$ .



**Рис.1.** Кривые движения фронта разрушения.  
1- с учетом периода закачки, 2- без учета периода закачки.

Приведенные кривые свидетельствуют о существенном влиянии учета периода заполнения трубопровода на ее дальнейшую несущую способность.

Теперь рассмотрим случай циклического изменения внутреннего давления:

$$f(x) = 1 + \alpha \sin \omega t, \quad (24)$$

где  $\alpha$  - безразмерная амплитуда изменения внутреннего давления,  $\omega$  - частота этого изменения.

Подставляя (24) в (9) и (8), а затем в критерий разрушения (3) с учетом вида оператора повреждаемости (2) получим следующее уравнение для определения инкубационного периода  $t_0$ :

$$1 + \alpha \sin \omega t_0 + \sum_{k=1}^n \Phi_k(t_k^+) \int_{t_k^-}^{t_k^+} M(t_k^+ - \tau) (1 + \alpha \sin \omega \tau) d\tau + \int_{t_{n+1}^-}^{t_0} M(t_0 - \tau) (1 + \alpha \sin \omega \tau) d\tau = g(1 - \beta_0^2), \quad (25)$$

где  $g$  по прежнему определяется формулой (11).

Уравнение движения фронта разрушения будет иметь вид:

$$\frac{1 + \alpha \sin \omega t}{1 - \beta^2(t)} + \frac{1}{\beta^2(t)} \left\{ \sum_{k=1}^n \Phi_k(t_k^+) \int_{t_k^-}^{t_k^+} M(t_k^+ - \tau) (1 + \alpha \sin \omega \tau) \frac{\beta^2(\tau)}{1 - \beta^2(\tau)} d\tau + \right. \\ \left. + \int_{t_{n+1}^-}^{t_0} M(t_0 - \tau) (1 + \alpha \sin \omega \tau) \frac{\beta^2(\tau)}{1 - \beta^2(\tau)} d\tau \right\} = g; \quad t > t_0. \quad (26)$$

Разберём уравнение инкубационного периода. Перепишем его в виде

$$1 + \alpha \sin \omega t_0 + \int_0^{t_0} M(\tau) d\tau + \alpha \left\{ \sum_{k=1}^n \Phi_k(t_k^+) \int_{t_k^-}^{t_k^+} M(t_k^+ - \tau) (1 + \alpha \sin \omega \tau) d\tau + \right. \\ \left. + \int_{t_{n+1}^-}^{t_0} M(t_0 - \tau) \sin \omega \tau d\tau \right\} = g(1 - \beta_0^2); \quad (27)$$

Примем, как и прежде, ядро оператора повраждаемости постоянным  $M(t - \tau) = m = const$ , тогда уравнение (27) будет:

$$1 + \alpha \sin \omega t_0 + m t_0 + \alpha m \left\{ \sum_{k=1}^n \Phi_k(t_k^+) \int_{t_k^-}^{t_k^+} \sin \omega \tau d\tau + \int_{t_{n+1}^-}^{t_0} \sin \omega \tau d\tau \right\} = g(1 - \beta_0^2). \quad (28)$$

Интервалы времен активного нагружения определим как интервалы времён положительности и роста дополнительной циклически изменяющейся части внутреннего давления:

$$(t_k^-; t_k^+) = \left( \frac{2\pi(k-1)}{\omega}; \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi(k-1)}{\omega} \right). \quad \text{Учи-}$$

тывая это в (28) и произведя интегрирование найдем:

$$1 + m t_0 + \alpha \sqrt{1 + \left(\frac{m}{\omega}\right)^2} \sin(\omega t_0 - \varphi) + \frac{\alpha m}{\omega} \left(1 + \sum_{k=1}^n \Phi_k\right) = g(1 - \beta_0^2), \quad (29)$$

где  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{m}{\omega}$ .

Залечивание дефектов характеризует функции  $\Phi_k(t_k^+)$ , которую примем в следующем виде:

$$\Phi_k(t_k^+) = \begin{cases} 1; & \text{при отсутствии явления залечивания дефектов} \\ 0 & \text{при полном залечивании дефектов} \end{cases}$$

Допустим, что явление залечивания дефектов полностью отсутствует, то есть  $\Phi_k = 1$ . Тогда примем для  $t_0$  приближенно, что  $t_0 = \frac{2\pi m}{\omega}$  и из

(29), найдем приближенную оценку числа циклов нагружения, соответствующего инкубационному периоду:

$$n_{кр} = \frac{g(1-\beta_0^2)-1}{m(2\pi+\alpha)} \cdot \omega . \quad (30)$$

Согласно формуле (30) малым значениям среднего давления  $P_0$  соответствует конечное число циклов нагружения до первичного разрушения

$$n_{кр,0} = \frac{\sigma_0(1-\beta_0^2)}{\sqrt{2} m P_1} \cdot \omega , \quad (31)$$

где  $P_1 = \alpha P_0$  – конечная амплитуда дополнительной, циклически изменяющейся части внутреннего давления.

Мгновенное разрушение происходит при

$$P_{0,кр} = \frac{\sigma_0(1-\beta_0^2)}{\sqrt{2}} . \quad (32)$$

Кривая зависимости  $n_{кр}$  от  $P_0$  качественно имеет вид, указанный на рис.2.

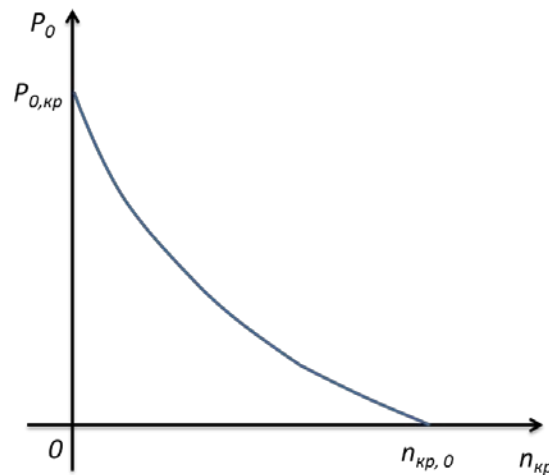


Рис.2. Кривая скрытой стадии разрушения в инкубационный период.

Эта кривая разделяет четверть плоскости  $(P_0 ; n_{кр})$  на область реализуемого рассеянного вида разрушения и область мгновенного разрушения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Суворова Ю.В., Ахундов М.Б. Длительное разрушение изотропной среды в условиях сложного напряженного состояния. Машиноведение, АН СССР, № 4, 1986, с.40-46.
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979, 744 с.
3. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974, 311с.

## DƏYİŞƏN DAXİLİ TƏZYİQƏ MƏRUZ QALAN QALINDIVARLI BORUNUN UZUNMÜDDƏTLİ DAĞILMASI

Ə.Ş.SADAYEV, M.A.MƏMMƏDOVA

### ХИЦЛАСЯ

Борунун башланьыг иш мярщялясинин, ону майе вя йа газла долдурулмасыны нязря алмагла башланьыг даьылма заманы цццн дцстур вя даьылма ьящбясинин тянлийи чыхарылмышдыр. Апарылан щесаблаамалар бу мярщялянин борунун узунмцддятли мящкямлийиня бюйцк тясирин олмасыны эюстярмишдир. Нәмчинин daxili təzyiqin dövrü dəyişmə halı araşdırılaraq, ilkin dağılmaya qədər olan yükləmə dövrlərinin sayı üçün düstur çıxarılmışdır.

**Açar sözlər:** səpələnmiş dağılma, zədələnmə, dəyişən yüklənmə, dağılma səbhəsi, inkubasiya dövrü.

## LONG DESTRUCTION OF THE THICK PIPE AT VARIABLE INTERNAL PRESSURE

A.Sh.SADAYEV, M.A.MAMMADOVA

### SUMMARY

The formula of the initial time of destruction and the equation of the motion of the destruction front in a thick pipe for the primary stage of work of the pipeline connected with infusion of a liquid or gas product in it are deduced. The calculated comparative curves of motion of the destruction front show the importance of the account of the initial period of an increase in internal pressure in comparison with a case of neglect of this period and acceptance of initially constant internal pressure. The variant of cyclically changing internal pressure is investigated. The formula of critical number of cycles of loading before primary destruction is deduced.

**Key words:** the dispersed destruction, damageability, variable loading, destruction front, the incubatory period.

*Поступила в редакцию: 10.12.2013 г.*

*Подписано к печати: 27.12.2013 г.*