

UOT 538.97; 539.23

YARIMMAQNİT YARIMKEÇİRİCİLƏRDƏ ELEKTRON
QAZININ PAULİ PARAMAQNİTİZMİ

B.M.ƏSGƏROV, M.M.MAHMUDOV

*Bakı Dövlət Universiteti**mmm@bsu.az*

Kvantlayıcı olmayan xarici maqnit sahəsində yarımmaqnit yarımkeçiricilərdə elektron qazının paramaqnit maqnitlənmə əmsalının ümumi ifadəsi tapılmışdır. Bu ifadə elektron qazının cırılma dərəcəsinə və maqnit sahəsinin qiymətinə görə müxtəlif xüsusi hallarda tədqiq edilmişdir. Limit hallarında maqnit qavrayıcılığının elektron qazının konsentrasiyası, maqnit sahəsinin qiyməti, temperatur və yarımmaqnit yarımkeçiricinin zona parametrlərindən aşkar asılılıqları nəzəri olaraq təhlil edilmişdir.

Açar sözlər: yarımmaqnit yarımkeçirici, Pauli paramaqnetizmi, maqnit qavrayıcılığı, spin parçalanması, mübadilə qarşılıqlı təsiri.

Təqdim olunmuş iş kvantlayıcı olmayan xarici bircins maqnit sahəsində yarımmaqnit yarımkeçiricidə elektron qazının enerji spektrində spin parçalanması nəzərə alınmaqla paramaqnit qavrayıcılığının hesablanmasına - Pauli paramaqnetizminin nəzəri tədqiqinə həsr olunmuşdur. Bu məqsədlə əvvəlcə elektron qazının maqnitlənmə vektoru (paramaqnit momenti) üçün ümumi ifadə tapılmışdır. Tapılmış ifadə elektron qazının cırılmamış və güclü cırılmış halları üçün ayrı-ayrılıqda nəzəri tədqiq edilmişdir. Göstərilmişdir ki, klassik elektron qazı üçün zəif maqnit sahəsində paramaqnit qavrayıcılığı konsentrasiya ilə düz, temperaturla tərs mütənasib olub, yarımmaqnit yarımkeçiricinin mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisindən asılı deyil. Bundan başqa cırılmamış halda təyin edilmişdir ki, elektron qazının enerji spektrində spin parçalanmasının nəzərə alınması kimyəvi potensialın qiymətini azaldır. Tam cırılmış elektron qazının paramaqnit qavrayıcılığı isə temperaturdan asılı deyil və Fermi sərhədində elektron qazının hal sıxlığı funksiyası ilə təyin olunur.

Məlum olduğu kimi, elektron qazında hər bir elektron spinlə əlaqədar Bor maqnetonuna bərabər olan μ_B məxsusi maqnit momentinə malikdir. Xarici maqnit sahəsi olmadıqda hər bir kvant halında Pauli prinsipinə görə

spinləri (maqnit momentləri) bir-birinin əksinə yönəlmiş iki elektron olduğundan maqnit momentləri kompensasiya olunur və nəticədə elektron qazının bütövlükdə maqnit momenti sıfıra bərabər olur.

Elektron qazını xarici bircins \vec{B} maqnit sahəsinə daxil etdikdə sahə istiqamətində düzülən elektronların sayı əks istiqamətdə düzülənlərin sayından çox olur və bunun nəticəsində elektron qazı paramaqnit momentinə malik olur.

Bütövlükdə elektron qazının paramaqnit momentini hesablamaq üçün

$$M = \mu_B (N^+ - N^-), \quad (1)$$

düsturundan istifadə etmək lazımdır [1]. Burada $\mu_B = e\hbar/2m$ - Bor maqnetonu, e - elektronun yükü, m - elektronun kütləsi, N^+ - spinləri \vec{B} maqnit sahəsinə paralel olan elektronların sayı, N^- - spinləri \vec{B} maqnit sahəsinin əksinə yönələn elektronların sayıdır.

Statistik fizikadan məlum olduğu kimi elektronların tam sayını

$$N = \sum_{\vec{k}, \sigma} f(\vec{k}, \sigma) = \frac{V}{(2\pi)^3} \sum_{\sigma} \int f(\vec{k}, \sigma) d\vec{k}, \quad (2)$$

kimi yazıla bilər [2]. Burada $f(\vec{k}, \sigma)$ - Fermi paylanma funksiyası, \vec{k} - dalğa vektoru, $\sigma = \pm 1/2$ - elektronun spin kvant ədədi olub, mənfi işarəsi məxsusi maqnit momentləri (spinləri) sahə istiqamətində düzülən, müsbət işarəsi isə əks istiqamətdə olan elektronlara aiddir, V - elektron qazının həcmidir. Qeyd etmək lazımdır ki, (2) ifadəsi alınarkən $\sum_{\vec{k}} 1 \Rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\vec{k}$ qaydasından

istifadə edilərək \vec{k} - dalğa vektoruna görə cəmdən inteqrala keçilmişdir [1].

Göründüyü kimi elektronların tam sayını və o, cümlədən paramaqnit momentini hesablamaq üçün yükdaşıyıcıların dispersiya qanununu bilmək lazımdır.

İşdə yükdaşıyıcıların dispersiya qanunu olaraq xarici bircins maqnit sahəsində yerləşmiş yarımmaqnit yarımkeçiricidəki elektron qazının enerji spektri götürülmüşdür. Yarımmaqnit yarımkeçiricilərdəki yükdaşıyıcıların və maqnit ionlarının lokallaşmış spin momentləri arasındakı güclü mübadilə qarşılıqlı təsiri nəticəsində elektronlar sistemi iki alt zonaya parçalanır. Odur ki, hər iki elektron alt zonasını və elektronların spinini nəzərə almaqla yükdaşıyıcıların enerji spektrini aşağıdakı kimi yazıla bilər [3]:

$$\varepsilon_{k_i} = \varepsilon_i + \gamma k_i^2 + \sigma g_0 \mu_B B, \quad (3)$$

burada $\varepsilon_i = \varepsilon_g \mp A$, $\gamma = 2P^2/3\varepsilon_g$, $k_i^2 = k_{\perp}^2 + k_{z_i}^2$, $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$, $i = 1, 2$, ε_g - qadağan olunmuş zonanın eni, A - yükdaşıyıcıların və maqnit ionlarının lokallaşmış spin momentləri arasındakı mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisi [4],

P - Keyn parametri, $g_0 = (2s + 1)$ - spin parçalanmasının cırlaşma dərəcəsidir.

Əgər \vec{k} - fəzasında sferik koordinat sisteminə keçərək, bucaqlara görə inteqralın 4π olduğunu nəzərə alsaq və yarımmaqnit yarımqeçiricinin (3) enerji spektrinə əsasən (2)-də $d\vec{k}$ - ya görə inteqralı $d\varepsilon$ - a görə inteqralla əvəz etsək, hər iki elektron alt zonasındaki elektronların tam sayı üçün alarıq:

$$N_i = \frac{V}{(2\pi)^2 \gamma^{3/2}} \sum_{\sigma} \int_{\varepsilon'}^{\infty} f(\varepsilon_{k_i})(\varepsilon_{k_i} - \varepsilon_i + \sigma g_0 \mu_B B)^{1/2} d\varepsilon_{k_i}, \quad (4)$$

İnteqralın aşağı sərhədi $k_i(\sigma) = 0$ tənliyinin kökü olub, $\varepsilon' = \varepsilon_i - \sigma g_0 \mu_B B$ kimi təyin olunur. Bu ifadəni bir dəfə hissə-hissə inteqrallasaq

$$N_i = \frac{2}{3} \frac{V}{(2\pi)^2 \gamma^{3/2}} \sum_{\sigma} \int_{\varepsilon'}^{\infty} \left(-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{k_i}} \right) (\varepsilon_{k_i} - \varepsilon_i + \sigma g_0 \mu_B B)^{3/2} d\varepsilon_{k_i}, \quad (5)$$

olar. Əgər $\sigma = \pm 1/2$ - ə görə cəmləsək və $g_0 = 2$ götürsək, elektronların tam sayı aşağıdakı şəkildə yazıla bilər:

$$N = N_1^+ + N_2^+ + N_1^- + N_2^-. \quad (6)$$

Burada N_1^+ və N_2^+ birinci və ikinci elektron altzonasında spinləri \vec{B} maqnit sahəsinə paralel olan elektronların sayı, N_1^- və N_2^- birinci və ikinci elektron altzonasında spinləri \vec{B} maqnit sahəsinin əksinə yönələn elektronların sayı olub,

$$N_i^{\pm} = \frac{2}{3} \frac{V}{(2\pi)^2} \left(\frac{k_0 T}{\gamma} \right)^{3/2} F_{3/2}(\eta_i^{\pm}), \quad (7)$$

kimi təyin olunur, burada $F_r(\eta) = \int_0^{\infty} (-\partial f / \partial x) x^r dx$ - birparametrlili Fermi

inteqralıdır [5], $\eta_i^{\pm} = \zeta^* - \varepsilon_i^* \pm \nu$, $\zeta^* = \zeta / k_0 T$, $\varepsilon_i^* = \varepsilon_i / k_0 T$, $\nu = \mu_B B / k_0 T$, k_0 - Bolsman sabitidir. Beləliklə, xarici bir cins maqnit sahəsində yerləşmiş yarımmaqnit yarımqeçiricidəki elektronların tam sayı üçün

$$N = \frac{2}{3} \frac{V}{(2\pi)^2} \left(\frac{k_0 T}{\gamma} \right)^{3/2} [F_{3/2}(\eta_1^+) + F_{3/2}(\eta_2^+) + F_{3/2}(\eta_1^-) + F_{3/2}(\eta_2^-)], \quad (8)$$

və (1)-ə uyğun olaraq elektron qazının paramaqnit momenti üçün

$$M = \frac{2}{3} \frac{V \mu_B}{(2\pi)^2} \left(\frac{k_0 T}{\gamma} \right)^{3/2} [F_{3/2}(\eta_1^+) + F_{3/2}(\eta_2^+) - F_{3/2}(\eta_1^-) - F_{3/2}(\eta_2^-)], \quad (9)$$

alarıq. Qeyd etmək lazımdır ki, maqnitlənmə üçün tapılmış (9) münasibəti, elektron qazının ixtiyari cırlaşma tərtibi və maqnit sahəsinin istənilən qiyməti

üçün (kvantlayıcı maqnit sahəsi istisna olmaqla) doğru olan ümumi ifadədir. Odur ki, (8) və (9) münasibətlərindən istifadə edərək, ayrı-ayrılıqda elektron qazının cırlaşmamış və cırlaşmış halları üçün maqnitlənmənin, o cümlədən paramaqnit qavrayıcılığının konsentrasiya, temperatur, maqnit sahəsinin qiyməti və zona parametrlərindən aşkar asılılıqlarını tapmaq olar.

a. Cırlaşmamış elektron qazı: $(\zeta - \varepsilon_i \pm \mu_B B) \ll k_0 T$.

Baxılan klassik halda birparametrlili Fermi inteqralının məlum asimptotikasından (bax [5]) istifadə etsək, (9) düsturundan maqnitlənmə üçün alırıq:

$$M = \frac{V\mu_B}{2} \left(\frac{3\varepsilon_g}{2P^2} \frac{k_0 T}{\pi} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g}{k_0 T}\right) ch\left(\frac{A}{k_0 T}\right) sh\left(\frac{\mu_B B}{k_0 T}\right), \quad (10)$$

şəklinə düşər. Buraya daxil olan kimyəvi potensial ζ (8)-dən tapılır:

$$\exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g}{k_0 T}\right) = 2 \frac{N}{V} \left(\frac{2P^2}{3\varepsilon_g} \frac{\pi}{k_0 T} \right)^{3/2} \left[ch\left(\frac{A}{k_0 T}\right) ch\left(\frac{\mu_B B}{k_0 T}\right) \right]^{-1}. \quad (11)$$

Cırlaşmamış elektron qazı üçün tapılmış bu ifadə güclü maqnit sahəsinin istənilən qiyməti üçün doğrudur. (11)-dən görünür ki, elektron qazının enerji spektrində spin parçalanmasının nəzərə alınması kimyəvi potensialın qiymətini azaldır. Kimyəvi potensialın bu ifadəsini (10)-da nəzərə alsaq, vahid həcmə düşən paramaqnit momenti üçün aşağıdakı məlum nəticəni alırıq:

$$M = N\mu_B th\left(\frac{\mu_B B}{k_0 T}\right), \quad (12)$$

Zəif maqnit sahəsində, yəni kvaziklassik yaxınlaşmada ($\mu_B B \ll k_0 T$ şərti ödəndikdə), cırlaşmamış klassik elektron qazı üçün vahid həcmə paramaqnit qavrayıcılığı

$$\chi = \frac{M}{VB} = \frac{n\mu_B^2}{k_0 T}, \quad (13)$$

olur, burada $n = N/V$ - elektronların konsentrasiyasıdır.

Göründüyü kimi klassik elektron qazı üçün paramaqnit qavrayıcılığı konsentrasiya ilə düz, temperaturla tərs mütənəsb olub, yarımmaqnit yarımkeçiricilər üçün spesifik olan mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisindən asılı deyil.

İndi isə paramaqnit qavrayıcılığının təcrübədə özünü doğruldan və kvant statistikasından alınan ifadəsini tapaq.

b. Cırlaşmış elektron qazı: $(\zeta_F - \varepsilon_i \pm \mu_B B) \gg k_0 T$.

Tam cırlaşmış elektron qazı üçün Fermi inteqralının məlum asimptotikasından (bax [5]) istifadə edərək, cırlaşmaya görə sıfırıncı yaxınlaşma ilə kifayətlənsək (8) və (9)-dan paramaqnit momenti üçün alırıq:

$$M = \frac{V\mu_B}{6\pi^2\gamma^{3/2}} \zeta_F^{3/2} \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_1 - \mu_B B}{\zeta_F}\right)^{3/2} + \left(1 - \frac{\varepsilon_2 - \mu_B B}{\zeta_F}\right)^{3/2} - \left(1 - \frac{\varepsilon_1 + \mu_B B}{\zeta_F}\right)^{3/2} - \left(1 - \frac{\varepsilon_2 + \mu_B B}{\zeta_F}\right)^{3/2} \right], \quad (14)$$

burada ζ_F - elektron qazının Fermi sərhədi olub (8) düsturundan tapılır.

Zəif maqnit sahəsi halında $\mu_B B \ll \mu_F$ şərti ödəndiyindən (14)-dən elektron qazının maqnitlənməsi

$$M = \frac{V}{\pi^2} \left(\frac{3\varepsilon_g}{2P^2} \right)^{3/2} \zeta_F^{1/2} \mu_B^2 B, \quad (15)$$

olar. Göstərmək olar ki, $\mu_B B / \mu_F \ll 1$ parametrinə görə birinci yaxınlaşmada (8) düsturundan tapılmış

$$n = \frac{2}{3\pi^2} \left(\frac{3\varepsilon_g}{2P^2} \right)^{3/2} \zeta_F^{3/2}, \quad (16)$$

konsentrasiyadan alınan Fermi sərhədi ζ_F mübadilə enerjisindən və maqnit sahəsindən asılı olmayıb

$$\zeta_F = \frac{2P^2}{3\varepsilon_g} \left(\frac{3}{2}\pi^2 n \right)^{2/3}, \quad (17)$$

münasibəti ilə təyin olunur [3].

Tam cırılmış kvant elektron qazının paramaqnit qavrayıcılığı $\chi_0 = M/VB$ üçün (15)-dən aşağıdakı sadə ifadəni alarıq:

$$\chi_0 = \mu_B^2 g(\zeta_F), \quad (18)$$

burada

$$g(\zeta_F) = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{3\varepsilon_g}{2P^2} \right)^{3/2} \zeta_F^{1/2} \quad (19)$$

- Fermi sərhədində kvant hallarının sıxlığı funksiyasıdır [6]. Tam cırılmış elektron qazının paramaqnit qavrayıcılığı üçün tapılmış (18) düsturunun təhlili göstərir ki, o, temperaturdan asılı deyil və Fermi sərhədində elektron qazının hal sıxlığı funksiyasının xüsusiyyətlərini təkrar edir.

Cırılmış elektron qazı üçün tapılmış χ_0 paramaqnit qavrayıcılığının (18) ifadəsini cırılmamış klassik elektron qazının χ qavrayıcılığı (13) ilə müqayisə etsək

$$\frac{\chi_0}{\chi} = \frac{k_0 T}{n} g(\zeta_F), \quad (20)$$

alarıq. Əgər $\mu_B B \ll \zeta_F$ yaxınlaşmasında konsentrasiyanın (16) və hal sıxlığının (19) ifadələrindən taparıq ki,

$$n = \frac{2}{3} \zeta_F g(\zeta_F). \quad (21)$$

Onda (20) nisbətini

$$\frac{\chi_0}{\chi} = \frac{3 k_0 T}{2 \zeta_F} = \frac{3 T}{2 T_0}, \quad (22)$$

şəklində yazmaq olar, burada $T_0 = \zeta_F / k_0$ - elektron qazının cırılma temperaturu olub $T_0 \approx 3 \cdot 10^4 K$ tərtibindədir. Beləliklə, otaq temperaturunda ($T \approx 3 \cdot 10^2 K$) bu nisbət üçün

$$\frac{\chi_0}{\chi} = 10^{-2} \ll 1, \quad (23)$$

taparıq. Paramaqnit qavrayıcılığının temperatur asılılığını tapmaq üçün (9)-dakı Fermi inteqrallarını hesablayarkən cırılma görə birinci yaxınlaşmanı nəzərə alsaq,

$$\chi_0 = \mu_B^2 g(\zeta_F) \left[1 - \frac{\pi^2 k_0 T + \varepsilon_g}{12 \zeta_F} \right], \quad (24)$$

olar. Elektron qazının güclü cırılmış halında $k_0 T + \varepsilon_g \ll \zeta_F$ olduğundan paramaqnit qavrayıcılığının temperaturdan asılı olaraq dəyişməsi çox kiçik olur.

(23) və (24) ifadələrindən görünür ki, cırılmış kvant elektron qazı üçün tapılmış paramaqnit qavrayıcılığı cırılmamış klassik elektron qazı halından qiymətə iki tərtib az və demək olar ki, temperaturdan çox zəif asılı olur. Bu isə Pauli paramaqnetizminin təcrübə ilə tam uyğun gələn nəticəsidir.

ƏDƏBİYYAT

1. Askerov B.M., Figarova S.R. Thermodynamics, Gibbs Method and Statistical Physics of Electron Gases, Berlin: Springer-Verlag, 2010, 374 p.
2. Аскеров Б.М. Термодинамика и статистическая физика. Баку: Бакинский Университет, 2007, 512 с.
3. Фигарова С.Р., Махмудов М.М. Влияние квантующего магнитного поля на термодинамические свойства электронного газа в полумагнитных полупроводниках. // Вестник Бакинского Университета, серия физ.-мат. наук, 2000, №3, с.83-89.
4. Фурдына Я.К., Косут Я. Полумагнитные полупроводники. М.: Мир, 1992, 496 с.
5. Askerov B.M., Electron transport phenomena in semiconductors. Singapore: World Scientific, 1994, 394 p.
6. Аскеров Б.М., Фигарова С.Р., Махмудов М.М. Термодинамические свойства электронного газа и недиссипативные кинетические эффекты в полумагнитных полупроводниках в квантующем магнитном поле. // Известия НАНА, серия физ.-мат. и тех. наук, 2003, т. XXIII, №5(I), с. 29-40.

ПАРАМАГНЕТИЗМ ПАУЛИ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В РАЗБАВЛЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Б.М.АСКЕРОВ, М.М.МАХМУДОВ

РЕЗЮМЕ

Найдено общее выражение магнитной восприимчивости электронного газа с учетом спинового расщепления энергетических уровней в разбавленных магнитных полупроводниках. Рассмотрены различные по степени вырождения электронного газа и величине магнитного поля предельные случаи. Изучено влияние спинового расщепления на магнитную восприимчивость, а также найдена зависимость ее от концентрации, величины магнитного поля, температуры и зонных параметров разбавленного магнитного полупроводника.

Ключевые слова: полумагнитный полупроводник, парамагнетизм Паули, магнитная восприимчивость, спиновое расщепление, обменное взаимодействие.

PAULI PARAMAGNETISM OF ELECTRON GAS IN DILUTED MAGNETIC SEMICONDUCTORS

B.M.ASGAROV, M.M.MAHMUDOV

SUMMARY

The general expression of the magnetic susceptibility of the electron gas with account of the spin splitting of the energy levels in the diluted magnetic semiconductors is obtained. The expressions of the magnetic susceptibility of the electron gas in limiting cases of the degeneracy of the electron gas and magnitude of the magnetic field are considered. The influence of the spin splitting on the magnetic susceptibility in these limiting cases is studied. The dependences of this quantity on the concentration of the electron gas, magnetic field, temperature, and the band parameters of diluted magnetic semiconductor are established.

Keywords: diluted magnetic semiconductor, Pauli paramagnetism, paramagnetic susceptibility, spin splitting, exchange interaction.

Redaksiyaya daxil oldu: 05.12.2012-ci il

Çapa imzalandı: 12.12.2012-ci il.