

FİZİKA

UOT 538.97; 539.23

KVANT ÇUXURUNDA ELEKTRONLARIN
HAL SİXLİĞİ FUNKSİYASI

B.M.ƏSGƏROV, S.R.FİQAROVA, G.N.ORUCOVA

*Bakı Dövlət Universiteti**figarov@bsu.az*

Təqdim edilən işdə potensialı $U = U_0 / \cos^2(z/L)$ şəklində olan kvant çuxurunda elektronların enerji spektrinin ümumi ifadəsi alınıb. Xüsusi hallarda bu enerji spektri ölçüyə görə kvantlanmış təbəqənin və harmonik ossilyatorun enerji spektrinə keçir. Tapılmışdır ki, baxılan spektr üçün elektronların hal sıxlığı funksiyası enerjinin pilləvari funksiyası olur. Harmonik ossilyator halı üçün elektronların hal sıxlığı funksiyası enerjinin ossilyasiya edən funksiyası olduğu göstərilmişdir.

Açar sözlər: kvant çuxuru, hal sıxlığı, enerji spektri, harmonik ossilyator

Hal sıxlığı funksiyasının açıq şəkli termodinamik xassələrdə və elektron köçürmə hadisələrində əks olunur. Xüsusilə aşağıölçülü sistemlərin fiziki xassələrində hal sıxlığı funksiyası mühüm yer tutur [1-3]. Bundan başqa elə fiziki kəmiyyətlər var ki, onlar bilavasitə hal sıxlığı funksiyası ilə mütənasib olur və tamamilə bu funksiya ilə təyin olunurlar. Bu kəmiyyətlərdən entropiya, istilik tutumu, maqnit qavrayıcılığı, kvantlayıcı maqnit sahəsində termo-elektrik hərəkət qüvvəsini göstərmək olar.

Hazırda kvant çuxurlarının düzbucaqlı [3], parabolik [4], üçbucaq şəkilli [6] və s. kimi müxtəlif növlərinə [4, 5] uyğun kvant strukturlarını yaratmaq üçün texnoloji imkanlar mövcuddur.

Təqdim olunmuş işdə potensialı $U = U_0 / \cos^2(z/L)$ şəklində olan kvant çuxurunun fiziki xassələri nəzəri tədqiq edilib [5]. Belə potensiallı kvant çuxurunda enerji spektri xüsusi hallarda düzbucaqlı potensial çuxurun (ölçüyə görə kvantlanmış təbəqə) və harmonik ossilyatorun enerji spektri ilə üst-üstə düşür. Potensialı $U = U_0 / \cos^2(z/L)$ şəklində olan kvant çuxurunun enerji spektri üçün elektronların hal sıxlığı funksiyası tapılmış və göstərilmişdir ki, bu funksiya enerjinin qiymətindən asılı olaraq ossilyasiya edir. Bundan başqa göstərilmişdir ki, hal sıxlığı funksiyası limit hallarında ölçüyə görə kvant-

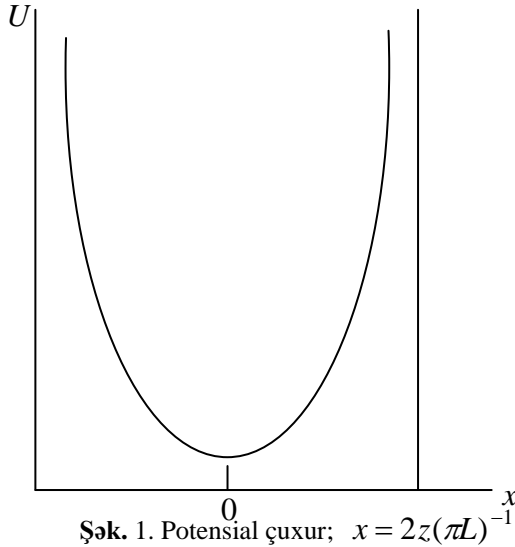
lanmış təbəqənin [7] və parabolik çuxurun [8] hal sıxlığı funksiyaları ilə üst-üstə düşür. Maqnit sahəsi olmayan hal üçün tapılmış hal sıxlığı funksiyasının ossilyasiyası perpendikulyar kvantlayıcı maqnit sahəsindəki hal sıxlığının ossilyasiyasına uyğun gəlir, bu isə çox güman ki, işdə baxılan enejji spektrinin şəkli ilə əlaqədardır.

Kvant çuxurunda elektronların enerjisi spektri məlum olduğu kimi aşağıdakı şəkildədir:

$$\varepsilon_{n,k_x,k_y} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \varepsilon_n, \quad (1)$$

burada $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$ və x, y oxu boyunca enerji spektri kəsilməz, z oxu boyunca isə diskret qiymətlər alır.

Potensialı $U = U_0 / \cos^2(z/L)$ şəklində olan kvant çuxurunda ε_n enerji spektrini tapaq. Şəkil 1-də U funksiyasının z -dən asılılığı göstərilmişdir. U potensialının böyük qiymətlərində çuxurun divarları, demək olar ki, şaqulidir, yəni $U(z)$ potensialının profili düzbucaqlı potensial çuxura yaxındır. $z=0$ minimumu yaxınlığında isə bu profil parabola şəkillidir.



$U = U_0 / \cos^2(z/L)$ potensialı kvant çuxurunda elektron üçün Şredinger tənliyi aşağıdakı şəkli alır:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[\varepsilon - \frac{U_0}{\cos^2(z/L)} \right] \psi = 0. \quad (2)$$

Bu tənlikdə U_0 potensialın minimum qiyməti, L - çuxurun enidir. Burada potensial $z_1 \leq z \leq z_2$ intervalında təyin olunur, harada

$$z_1 = -\frac{\pi}{2}L, \quad z_2 = \frac{\pi}{2}L.$$

Bu tənliyin həlli üçün

$$\xi = \operatorname{tg} z/L, \quad q = \frac{\sqrt{2m\varepsilon}L}{\hbar}, \quad \frac{2mU_0L^2}{\hbar^2} = s(s+1), \quad s = \frac{1}{2} \left(-1 - \sqrt{1 + \frac{8mU_0L^2}{\hbar^2}} \right), \quad (3)$$

dəyişənlərini daxil etsək,

$$\frac{d}{d\xi} \left[(1-\xi^2) \frac{d\psi}{d\xi} \right] + \left[s(s+1) - \frac{q^2}{1-\xi^2} \right] \psi = 0 \quad (4)$$

- Lejandrın ümumiləşmiş tənliyini alarıq. Əgər

$$\psi = (1+\xi^2)^{\frac{q}{2}} W(\xi) \quad (1+\xi)/2 = u, \quad (5)$$

dəyişənlərini (4) tənliyində yerinə qoysaq, uyğun hesablamalardan sonra

$$u(1-u)W'' + (q+1)(1-2u)W' - (q-s)(q+s+1)W = 0 \quad (6)$$

- hipergeometrik tənliyi alarıq. Bu tənliyin həlli isə aşağıdakı kimidir:

$$\psi = (1+\xi^2)^{\frac{q}{2}} F[q-s, q+s+1, q+1, (1+\xi)/2]. \quad (7)$$

$u=1$ qiymətində tənliyin həllinin sonlu olması üçün aşağıdakı şərtlər ödənməlidir:

$$q-s = -n, \quad n = 0,1,2,\dots \quad (8)$$

q və s -in (3)-dəki qiymətlərini (8)-də nəzərə alsaq, $U = U_0/\cos^2(z/L)$ şəkilli kvant çuxurunda elektron üçün

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2}{8mL^2} \left(1 + 2n + \sqrt{1 + \frac{8mL^2U_0}{\hbar^2}} \right)^2, \quad (9)$$

enerji spektrini almış olarıq. (3)-dəki əvəzləmələrdən $\sqrt{2m\varepsilon}/\hbar = \chi$, $\sqrt{2mU_0}/\hbar = \beta$ dəyişənlərinə keçsək və (8)-i (7) tənliyində yerinə yazsaq, (9) şəklində olan enerji spektri üçün (7) dalğa funksiyası aşağıdakı şəkli alacaq:

$$\psi(z) = (\cos z/L)^{-\chi L} F(-n, n + \sqrt{1 + 4\beta^2 L^2}, \chi L + 1, 1). \quad (10)$$

Bu spektr iki halı özündə əks etdirir.

Kvant ədədlərinin böyük qiymətlərində və $8mL^2U_0/\hbar^2 \ll 1$ sərhədində (9) enerji spektri sonsuz dərin düzbucaqlı potensial çuxurun spektri ilə üst-üstə düşür. (10) dalğa funksiyası isə aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2 n^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2} \quad (11)$$

$$\psi(z) = (\cos z/L)^{-\chi L} F(-n, n + 2\beta L, \chi L + 1, 1),$$

burada $a = \pi L$ -potensial çuxurun enidir.

Əks halda, yəni n kvant ədədlərinin kiçik qiymətləri üçün $8mL^2U_0/\hbar^2 \gg 1$ sərhədində (9) ifadəsi harmonik ossilyatorun enerji spektri ilə üst-üstə düşür. (10) dalğa funksiyası aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$\varepsilon_n = U_0 + \hbar\omega_0\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{2U_0}{mL^2}} \quad (12)$$

$$\psi(z) = (\cos z/L)^{-\chi L} F(-n, n + 1, \chi L + 1, 1),$$

Deməli, düzbucaqlı potensial çuxurda zərrəciklərin və harmonik ossilyatorun enerji spektri (5) şəklindəki enerji spektrinin xüsusi hallarıdır. Qeyd edək ki, kvant ədədlərinə görə cəmləmə həmişəki kimi $n=1$ dən yox, $n=0$ dan aparılır.

Məlum olduğu kimi elektron qazının hal sıxlığı, yəni vahid enerji intervalına və vahid səthə düşən halların sayı aşağıdakı ümumi ifadə ilə təyin olunur:

$$g(\varepsilon) = \sum_{n, k_x, k_y} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{n, k_x, k_y}), \quad (13)$$

burada $\varepsilon_{n, k_x, k_y}$ (1) enerji spektri ilə təyin olunur. k_x, k_y -ə görə cəmləmədən inteqralla keçsək,

$$g(\varepsilon) = \frac{2L_x L_y}{(2\pi)^2} \sum_n \int dk_x dk_y \delta(\varepsilon - \varepsilon_z - \varepsilon_\perp), \quad (14)$$

alarıq. Son ifadədə $dk_x dk_y$ -ə görə inteqrallamadan polyar koordinatlara, yəni $dk_x dk_y = k_\perp dk_\perp d\varphi$ keçib, (14)-də nəzərə alsaq,

$$g(\varepsilon) = \frac{m}{\pi\hbar^2 L} \sum_n \int d\varepsilon_\perp \delta(\varepsilon - \varepsilon_z - \varepsilon_\perp), \quad (15)$$

olar. Burada $\varepsilon_\perp = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m}$, ε_z isə (9) şəklindədir.

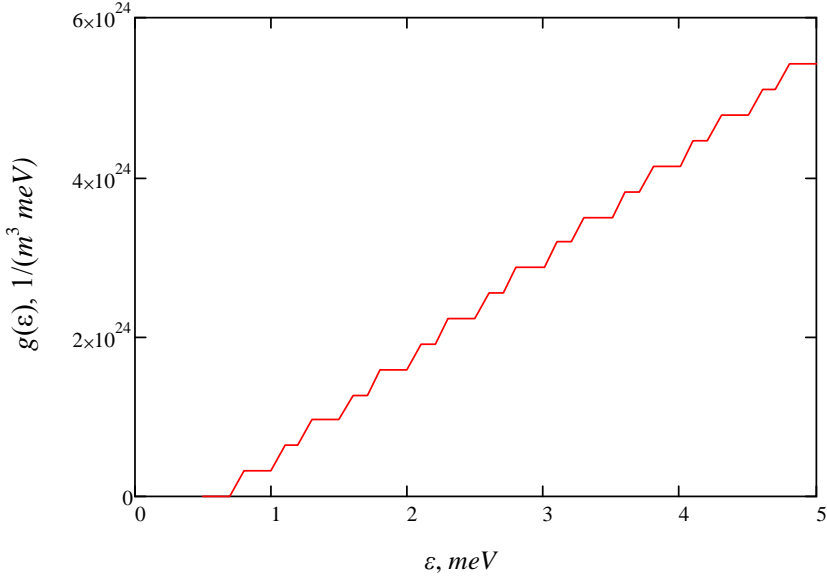
Bunları nəzərə alsaq, verilmiş enerji spektri üçün uyğun hesablamalardan sonra hal sıxlığı funksiyası aşağıdakı şəkildə düşər:

$$g(\varepsilon) = \frac{m}{\pi\hbar^2 L} \sum_n \Theta(\varepsilon - \varepsilon_n). \quad (16)$$

Bu düstur alınarkən

$$\sum_n \int d\varepsilon_{\perp} \delta(\varepsilon - \varepsilon_z - \varepsilon_{\perp}) = \sum_n \Theta(\varepsilon - \varepsilon_n),$$

olduğu nəzərə alınmışdır [6], burada $\Theta(\varepsilon - \varepsilon_n)$ - pilləvari Hevisayd funksiyasıdır və ε_n (8) şəklindədir. Hal sıxlığı funksiyasının enerjiden asılılıq qrafiki şəkil 2-də göstərilmişdir. Burada $m=0, l m_0, L=10nm$.



Şəkil.2. $U = U_0/\cos^2(z/L)$ potensiallı kvant çuxurunun hal sıxlığı funksiyasının $g(\varepsilon)$ asılılığı.

Göründüyü kimi funksiyanın qrafiki pilləvari xarakter daşıyır. Xüsusi hallarda, harmonik ossilyator üçün hal sıxlığı funksiyası ossilyasiya edir.

ƏDƏBİYYAT

1. Шик А.Я., Л.Г.Бакуева., Мусихин С.Ф., Рыков С.А. Физика низкоразмерных систем // Санкт-Петербург: Наука, 2001,с.62-66.
2. Неверов В.Н., Титов А.Н. Физика низкоразмерных систем // Нанотехнологии и перспективные материалы. Екатеринбург, 2008, с.4-6,11-14.
3. Борисенко С.И. Физика полупроводников наноструктур // Издательство Томского политехнического университета, 2010, с.22, 41-44.
4. Демиховский В.Я., Вугалтер Г.А. Физика квантовых низкоразмерных структур // М.: Логос, 2000, с.17-22, 34-38.
5. Щварцбург А.Б. Дисперсия электромагнитных волн в слоистых и нестационарных средах // ЖЭТФ, №12, 2002, с.1321-1322.
6. Лыкова С.Н. Энергетические спектры наноструктур // Издательство Политехнического университета, Санкт-Петербург, 2008, с. 95-102.
7. Аскеров Б.М. Электронные явления переноса в полупроводниках // М.: Наука, 1985, с.294-297.

8. Гашимзаде Ф.М., Бабаев А.М., Гасанов Х.А. Термоздс полупроводниковой пленки с параболическим потенциалом в сильном магнитном поле // Физика твердого тела, 41 2001, с.1776-1778.

ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ В КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Б.М.АСКЕРОВ, С.Р.ФИГАРОВА, Г.Н.ОРУДЖЕВА

РЕЗЮМЕ

В данной работе рассматривался энергетический спектр электронов в квантовой яме с потенциальной энергией $U = U_0 / \cos^2(z/L)$. В предельных случаях этот энергетический спектр описывает размерно-квантованную пленку и гармонический осциллятор. Для рассматриваемого спектра плотность электронных состояний будет ступенчатой функцией энергии. В предельных случаях гармонического осциллятора плотность электронных состояний будет осциллирующей функцией энергии.

Ключевые слова: квантовая яма, плотность состояния, энергетический спектр, гармонический осциллятор.

DENSITY OF ELECTRONIC STATES IN A QUANTUM WELL

B.M.ASGAROV, S.R.FIGAROVA, G.N.ORUJOVA

SUMMARY

The present work studies the energy spectrum of electron with potential $U = U_0 / \cos^2(z/L)$. In limiting cases, this energy spectrum describes a size-quantized film and harmonic oscillator. For a considered spectrum, the density of electronic states will be the step function of energy. In a limiting case of harmonic oscillator the density of electronic states will be the oscillating function of energy.

Key words: quantum well, density of states, energy spectrum, harmonic oscillator.

Redaksiyaya daxil oldu: 20.11.2012-ci il.

Çapa imzalandı: 12.12.2012-ci il.