BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 *Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası* 2012

УДК 519.622

ОБ ОДНОМ ИССЛЕДОВАНИИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ[1]

Г.Ю.МЕХТИЕВА, В.Р.ИБРАГИМОВ, М.Н.ИМАНОВА
Бакинский Государственный Университет
imn_bsu@mail.ru

На кафедре вычислительной математики БГУ исследованием дифференциальных уравнений занимались многие ученики проф. Я.Д.Мамедова. Ими построены разные методы для решения дифференциальных уравнений как для обыкновенных, так и для уравнений в частных производных.

В данной работе рассматривается численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Найдена связь между некоторыми известными численными методами. Дан способ для построения гибридных методов с высокой точностью. А также построен конкретный гибридный метод со степенью $p \le 4$, использующий две узловые точки и устойчивые методы со степенью $p \le 8$, использующие три узловые точки, в то время как соответствующие известные методы имеют степень $p \le 2$ и $p \le 4$.

Ключевые слова: гибридные методы**,** двухшаговые методы Рунге-Кутты, начальная задача, степень и устойчивость.

Рассмотрим следующую классическую задачу:

$$y' = f(x,y),\ y(x_0) = y_0,\ x_0 \le x \le X. \qquad (1)$$

Предполагаем, что задача (1) имеет единственное непрерывное решение, определенное на отрезке $[x_0, X]$. Цель данной работы заключается в построении численного метода с высокой точностью для решения задачи (1). В связи с этим отрезок $[x_0, X]$ с помощью постоянного шага $h > 0$ разбиваем на N равных частей и точки разбиений определяем в виде: $x_i = x_0 + ih$, $(i = 0,1,...,N)$. Обозначим через y_i - приближенное, а через $y(x_i)$ - точное значение решения задачи (1) в точках x_i $(i = 0,1,2,...,N)$.

Как известно, решением дифференциальных уравнений занимались многие учёные, начиная с Ньютона. Однако, как было отмечено в

[1] Данная работа выполнена при финансовой поддержке Фонда Развития Науки при Президенте Азербайджанской Республики № EIF-2011-1(3)-82/27/1

[1, 295], прямой численный метод для решения задачи (1) построен Эйлером, который сохранял популярность до настоящего времени. Метод Эйлера развивался в двух направлениях, в результате чего построены одно и многошаговые методы, известными представителями которых являются методы Рунге-Кутты и Адамса (см. [1, 293]). Очевидно, что каждый из этих методов имеет некоторые преимущества и недостатки. Поэтому учёные из разных стран построили методы, которые обладали некоторыми улучшенными свойствами этих методов. Таким образом, в научной литературе появились новые понятия, как неявные и двухшаговые методы Рунге-Кутты, многошаговые методы с переменными коэффициентами, многошаговые методы с постоянными коэффициентами, гибридные методы и т.д.

К началу XX века образовался арсенал численных методов для решения задачи (1), который можно разделить на два класса: одно и многошаговые методы.

Учёные в 40-ые годы XX века пришли к такому мнению, что дать преимущество какому-нибудь методу из этих классов невозможно, поскольку каждый из этих методов имеет некоторые преимущества и недостатки. Обычно методы сравнивали по их точности и устойчивости (см. напр.[2]). Очевидно, что до построения методов Адамса и Рунге-Кутты, существовал только один явный метод Эйлера. Однако, после публикаций методов Адамса и Рунге-Кутты, количество методов увеличивалось, поэтому для их сравнения использовали критерий точности и область устойчивости (см. напр. [3]). Последнее время при сравнении методов учитывают некоторые свойства, таких как возрастания и убывания решений исходной задачи. В результате таких сравнений появились разные модификации понятия устойчивости (см. [4]-[7]). Отметим, что построение методов, обладающих свойствами решений задачи (1), является одним из развивающихся направлений в теории численных методов. Однако эти исследования носят частный характер. Например, при определении области устойчивости метода, используется модельная задача (см. напр. [4]-[6]). Поэтому построение устойчивых методов с высокой точностью, является одним из основных вопросов современной вычислительной математики. Как отмечено в [1, 293], метод Адамса является развитием метода Рунге-Кутты, обобщение которого можно написать в виде:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i f_{n+i}. \tag{2}$$

Этот метод основательно исследован Дальквистом (см. [4]) и получил популярность с помощью работы Хенричи (см. [8]). Отметим, что сходимость метода (2) исследована в работе [9] (см. также [10]), связь между степенью и порядком для устойчивых методов установлена в [4] и доказано, что если метод (2) устойчив, то $p \le 2[k/2]+2$, что обычно называют первым барьером Дальквиста (см. напр. [7, 345]). Отметим, что понятие устойчивости и степени метода (2) определяется также как в работе [4], а именно:

Определение 1. Говорят, что метод (2) устойчив, если корни характеристического многочлена

$$\rho(\lambda) = \alpha_k \lambda^k + \alpha_{k-1}\lambda^{k-1} + \ldots + \alpha_1 \lambda + \alpha_0$$

лежат внутри единичного круга, на границе которого нет кратных корней.

Определение 2. Для достаточно гладкой функции $y(x)$ целозначная величина $p > 0$ является степенью метода (2), если имеет место следующее

$$\sum_{i=0}^{k} \left(\alpha_i y(x+ih) - h\beta_i y'(x+ih)\right) = O(h^{p+1}),\ h \to 0, \tag{3}$$

здесь $x = x_0 + nh$ - фиксированная точка.

Для построения устойчивого метода со степенью $p > 2[k/2]+2$, учёные предлагали разные способы. В работах [11], [12] предложен многошаговый метод со второй производной. А в работах [13], [14] предложен многошаговый метод с переменными коэффициентами. В работе [15] доказано, что существуют устойчивые методы с забеганием вперёд со степенью $p > 2[k/2]+2$. Тем самым доказано преимущество методов с забеганием вперёд, получившиеся из формулы (2) при $\alpha_k = 0$ и $\beta_k \ne 0$. Методы с забеганием вперёд в общей форме могут быть записаны в виде:

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i f_{n+i} \quad (m > 0;\ \alpha_{k-m} \ne 0). \tag{4}$$

Подобные методы для решения задачи (1) предложены Коуэллом (см. напр. [16]). Методы типа (4) построены Лапласом, Стекловым (см. [17]). Однако точность всех этих методов удовлетворяет вышеуказанному ограничению Дальквиста. Отметим, что один из основных недостатков методов типа (4) заключался в том, что при их использовании возникает необходимость использования информации о решениях задачи (1) в последующих точках. Действительно, если из (4) определим значения величины y_{n+k-m}, то мы должны знать значения величин $y_{n+k-m+1},\ldots,y_{n+k}$. Для устранения указанного недостатка, в работе [18] построен специальный метод прогноза-коррекции. А также доказано, что если метод (4) устойчив, то существует метод со степенью $p = k+m+1$, для некоторых значений k и m (см. напр. [19]). Например, при $m = 1$ существует устойчивый метод типа (4) со степенью $p = k+2$ для $k \ge 3$.

В средине XX века учёные для решения задачи (1) предлагали использовать гибридные методы, учитывая, что эти методы обладают улучшенными свойствами методов Рунге-Кутты и Адамса (см. напр. [20]), поскольку они находятся на стыке этих методов. Гибридные методы типа Рунге-Кутты впервые построены в работе [21], а типа Адамса - в работах [22] и [23]. Здесь рассматриваем некоторые обобщения гибридных методов, которые в одном варианте имеют следующий вид:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k}\beta_i f_{n+i} + h\sum_{i=0}^{k}\gamma_i f_{n+i+\nu_i} \quad \left(|\nu_i| < 1;\ i = 0,1,2,...,k\right). \qquad (5)$$

Легко заметить, что из (5) при $\nu_i = 0$ $(i = 0,1,2,...,k)$ можно получить метод (4). Однако, из метода (4) с помощью подбора величин α_i, β_i $(i = 0,1,2,...,k)$ получить метод (5) невозможно. Учитывая, что метод (5) является более общим, чем метод (4), рассмотрим исследовании метода (5).

Построение гибридных методов

Гибридный метод при $\gamma_i = 0\ (i = 0,1,2,...,k)$ исследован в [24]. Обычно при исследовании многошаговых методов определяют некоторые естественные ограничения, налагаемые на их коэффициенты. Можно доказать, что если метод (5) является сходящийся, то его коэффициенты удовлетворяют следующим условиям:

A. Величины $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \nu_i$ $(i = 0,1,...,k)$ - некоторые действительные числа, причем $\alpha_k \neq 0$.

B. Многочлены

$$\rho(\lambda) \equiv \sum_{i=0}^{k}\alpha_i\lambda^i; \quad \sigma(\lambda) \equiv \sum_{i=0}^{k}\beta_i\lambda^i;\ \gamma(\lambda) \equiv \sum_{i=0}^{k}\gamma_i\lambda^{i+\nu_i}$$

не имеют общих множителей.

C. Имеет место: $\sigma(1) + \gamma(1) \neq 0$ и $p \geq 1$.

Учитывая, что свойства методов определяются по их коэффициентам, рассмотрим нахождение коэффициентов метода (5) в предположении, что он имеет степень p. С этой целью используем метод неопределенных коэффициентов, опирающийся на формулы Тейлора, который при применении функций $y(x+ih)$ и $y'(x+l_i h)$ имеет следующий вид:

$$y(x+ih) = y(x) + ihy'(x) + \frac{(ih)^2}{2!}y''(x) + ... + \frac{(ih)^p}{p!}y^{(p)}(x) + O(h^{p+1}), \quad (6)$$

$$y'(x+l_i h) = y'(x) + l_i hy''(x) + \frac{(l_i h)^2}{2!}y'''(x) + ... + \frac{(l_i h)^{p-1}}{(p-1)!}y^{(p-1)}(x) + O(h^p), \quad (7)$$

Поскольку метод (5) имеет степень p, то его можно переписать в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^{k}\left(\alpha_i y(x+ih)-h\beta_i y'(x+ih)-h\gamma_i y'(x+l_i h)\right)=O(h^{p+1}),\ h\to 0. \quad (8)$$

Учитывая тейлоровское разложение функций $y(x+ih)$, $y'(x+ih)$ и $y'(x+(i+\nu_i)h)$ в полученном асимптотическом равенстве (8), имеем:

$$\sum_{i=0}^{k}\left(\alpha_i y(x+ih)-h\beta_i y'(x+ih)-h\gamma_i y'(x+(i+\nu_i)h)\right)=$$

$$=\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y(x)+h\sum_{i=0}^{k}\left(i\alpha_i-\beta_i-\gamma_i\right)y'(x)+h^2\sum_{i=0}^{k}\left(\frac{i^2}{2!}\alpha_i-i\beta_i-(i+\nu_i)\gamma_i\right)y''(x)+\ldots+ \quad (9)$$

$$+h^p\sum_{i=0}^{k}\left(\frac{i^p}{p!}\alpha_i-\frac{i^{p-1}}{(p-1)!}\beta_i-\frac{(i+\nu_i)^{p-1}}{(p-1)!}\gamma_i\right)y^{(p)}(x)+O(h^{p+1}),\ h\to 0.$$

Если в полученном равенстве учтём асимптотическое соотношение (8), то имеем:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i=0,\ \sum_{i=0}^{k}(i\alpha_i-\beta_i-\gamma_i)=0,$$

$$\sum_{i=0}^{k}\left(\frac{i^l}{l!}-\frac{i^{l-1}}{(l-1)!}\beta_i-\frac{(i+\nu_i)^{l-1}}{(l-1)!}\gamma_i\right)=0,\ (l=2,3,\ldots,p). \quad (10)$$

Нетрудно заметить, что из вышесказанных следует следующая лемма.

Лемма. Пусть функция $y(x)$ достаточно гладкая. Тогда выполнение условий (10) является необходимым и достаточным условием для того, чтобы метод (5) имел степень p. Известно, что любое необходимое и достаточное условие можно принять в качестве определения для соответствующего понятия. Следовательно степень метода (5) можно определить в следующем виде.

Определение 3. Для достаточно гладкой функции $y(x)$ целозначная переменная $p>0$ является степенью метода (5), если коэффициенты метода (5) удовлетворяют условиям (10).

Таким образом, для определения величины $\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\nu_i$ $\left(i=0,1,2,\ldots,k\right)$ получили систему уравнений (10), которая является однородной системой нелинейных алгебраических уравнений. Очевидно, что найти точное решение системы (10) непросто. Поэтому исследовали решение (10) для некоторых частных случаев. Отметим, что в этой системе количество уравнений равно $p+1$, а количество неизвестных равно $4k+4$ и система (10) всегда имеет тривиальное решение. Однако тривиальное решение не представляет интерес, поскольку в этом случае из формулы (5) получить какие-нибудь методы невозможно. Поэтому исследуем нетривиальное решение системы (10). Легко заметить, что если $p+1<4k+4$, то система (10) будет иметь нетривиальное решение. Отсюда следует, что между порядком и степенью метода (5) имеется следующая связь:

$$p \le 4k + 2. \tag{11}$$

Отметим, что полученное неравенство является ограничением для степени метода (5), поскольку порядок k считается известным. Однако, оценка (11) имеет место для всех методов типа (5). Но, если предположим, что метод типа (5) устойчив, то оценка (11) может не выполняться, поскольку устойчивость метода налагает некоторые дополнительные условия на коэффициенты α_i $(i = 0,1,2,...,k)$, которые ограничивают множество этих величин. Естественно, что такое ограничение уменьшает точность метода. Можно доказать, что существуют устойчивые методы типа (5) со степенью

$$p = 3k + 3. \tag{12}$$

Отметим, что полученную оценку (12) можно уточнить. Здесь при $k = 1$ и $k = 2$ построен метод типа (5). При $k = 2$ и $\beta_2 = \beta_1 = \beta_0 = 0$ из системы (10) имеем:

$$\begin{gathered}
\gamma_2 + \gamma_1 + \gamma_0 = 2\alpha_2 + \alpha_1, \\
l_2\gamma_2 + l_1\gamma_1 + l_0\gamma_0 = \frac{1}{2}\left(2^2\alpha_2 + \alpha_1\right), \\
l_2^2\gamma_2 + l_1^2\gamma_1 + l_0^2\gamma_0 = \frac{1}{3}\left(2^3\alpha_2 + \alpha_1\right), \\
l_2^3\gamma_2 + l_1^3\gamma_1 + l_0^3\gamma_0 = \frac{1}{4}\left(2^4\alpha_2 + \alpha_1\right), \\
l_2^4\gamma_2 + l_1^4\gamma_1 + l_0^4\gamma_0 = \frac{1}{5}\left(2^5\alpha_2 + \alpha_1\right), \\
l_2^5\gamma_2 + l_1^5\gamma_1 + l_0^5\gamma_0 = \frac{1}{6}\left(2^6\alpha_2 + \alpha_1\right).
\end{gathered} \tag{13}$$

В случае $k = 1$, решая систему (10) и учитывая полученное решение в (5), находим следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + h(f_{n+1} + f_n)/12 + 5h(f_{n+1/2-\sqrt{5}/10} + f_{n+1/2+\sqrt{5}/10})/12. \tag{14}$$

А в случае $\alpha_2 = 1,\ \alpha_1 = -1,\ \alpha_0 = 0$, решая систему (13), получим:

$$\begin{gathered}
\beta_2 = 5/18,\ \beta_1 = 8/18,\ \beta_2 = 5/18, \\
\gamma_2 = 3/2 + \sqrt{15}/10,\ \gamma_1 = 3/2,\ \gamma_0 = 3/2 - \sqrt{15}/10.
\end{gathered} \tag{15}$$

С учётом решения (15) в формуле (5) имеем:

$$y_{n+1} = y_n + h(5y'_{n+3/2+\sqrt{5}/10} + 8y'_{n+3/2} + y'_{n+3/2-\sqrt{5}/10})/18. \tag{16}$$

Как было отмечено выше, для увеличения точности многошагового метода, можно использовать метод со второй производной, исследованию которого посвящен следующий параграф.

Построение гибридных методов с второй производной

Отметим, что обычный k-шаговый метод со второй производной записывается в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i f_{n+i} + h^2 \sum_{i=0}^{k} \gamma_i g_{n+i}, \tag{17}$$

здесь

$$g_m = g(x_m, y_m) \quad (m = 0,1,2,...), \quad g(x,y) = f'_x(x,y) + f'_y(x,y) f(x,y).$$

Метод (17) можно применить к решению задачи (1), а также к решению следующей задачи:

$$y'' = F(x, y, y'), \; y(x_0) = y_0, \; y'(x_0) = y'_0, \; x_0 \le x \le X. \tag{18}$$

Поэтому метод (17) перепишем в следующем виде как конечно-разностный метод

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i y'_{n+i} + h^2 \sum_{i=0}^{k} \gamma_i y''_{n+i}. \tag{19}$$

Отсюда следует, что метод (19) легко можно адаптировать к решению задачи (1) и (18).

Известно, что если метод (17) устойчив, то степень его удовлетворяет следующим условиям (см. напр. [25])

$$p \le 2k + 2. \tag{20}$$

Если сравним оценки (12) и (20), то получаем, что гибридные методы являются более точными, чем методы типа (17).

Применение гибридных методов к решению задачи (18) предложено в работе [26] и развивалось в работе [27]. Гибридные методы со второй производной можно построить в разных вариантах.

Вывод. Здесь, в хронологической форме сравнили некоторые известные методы, определили причины построения некоторых методов, а также предложили направления для построения методов с высокой точностью. Построенные конкретные методы применены к решению некоторых модельных задач, результаты которых согласуются с теоретическими выводами. Для использования некоторых конкретных методов построен алгоритм. Здесь не решены все вопросы, связанные с построением и применением гибридных методов в целом, что можно считать естественным. Далее показан приоритет исследований гибридных методов, их преимущества и недостатки. Подытоживая вышесказанное можно утверждать, что исследование гибридных методов является одним из приоритетных направлений в теории и применении численных методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов В.И. Сходимость и устойчивость численного решения дифференциального уравнения второго порядка//ДАН БССР. 1966, № 5, с.187-189.
2. G.Dahlquist. Convergence and stability in the numerical integration of ordinary differential equations. Math. Scand. 1956, №4, p.33-53.

3. Modern numerical methods for ODE. Edited by G.Holl, T.M.Uatt, M., 1979, 312 p.
4. Dahlquist G. A special stability problem for linear multistep methods, BIT-1963, №3-p.27-43.
5. Lapidus L., Seinfeld J.H. Numerical solution of ordinary differential equations. New York, London, 1971, 300 p.
6. Iserles A., Norsett S.P. Two-step methods and Bi-orthogonality, Math. of Comput. 1987, №180, p.543-552.
7. E. Hairier, S.P.Norsett, G.Wanner. Solving ordinary differential equations. (Russian) M.: Mir, 1990, 512 p.l
8. Henrici P. Discrete variable methods in ordinary differential equationa //Wiley, New York, 1962.
9. Shura-Bura, M.R. (1952). Error estimates of numerical integration of ordinary differential equations // Prikl. matem. i mekh., № 5, p.575-588.
10. Рябенький В.С., Филиппов А.Ф. Об устойчивости разностных уравнений. М.: Гостехиздат, 1956, 171 с.
11. Kobza J. Second derivative methods of Adams type. Applikace Mathematicky, 1975, №20, p.389-405.l
12. Enrite W.H. Second derivative multistep methods for stiff ordinary differential equations, SIAM, J.Numer.Anal., 1974, №2, p.321-332.
13. Brunner H. Marginal stability and stabilization in the numerical integration of ordinary differential equations. Math. of Coraput, 1970, №111, p.635-646.
14. Lambert J.D., Sigurdsson S.T. Multistep methods with variable matrix coefficients // J.SIAM.Numer.Anal. 1972, №9, p.715-733.
15. Ибрагимов В.Р. Связь между порядком и степенью устойчивой разностной формулы с забеганием вперед // Приближенные методы операторных уравнений / Баку, 1984, с.55-63.
16. Крылов В.И., Бобков В.В., Моностырный П.И. Вычислительные методы. Т.2. М.: Наука, 1977, 399 с.
17. Мухин И.С. К накоплению ошибок при численном интегрировании дифференциальных уравнений // Прикл.мат. и мех. 1952, в.6, с.752-756.
18. Ибрагимов В.Р. Сходимость метода прогноза-коррекции // Годишник на висшите учебни заведения. Прилежно математика / София, НРБ. 1984, № 4, с.187-197.
19. Ибрагимов В.Р. Об одной связи между порядком и степенью для устойчивой формулы с забеганием вперед. Ж.Вычис. мат. и мат. физ., № 7, 1990, с.1045-1056.
20. Скворцов Л.М. Явные двухшаговые методы Рунге-Кутты // Матем. моделирование, 21:9, 2009, с.54-65.
21. P.C. Hammer, J.W. Hollingsworth. Trapezoildal methods of approximating solution of differential equations, MTAC. v.9, 1955, p.92-96.
22. C.S Gear. Hybrid methods for initial value problems in ordinary differential equations. SIAM, J. Numer. Anal. v. 2, 1965, p. 69-86.
23. Butcher J.C. A modified multistep method for the numerical integration of ordinary differential equations. J. Assoc. Comput. Math., v.12, 1965, p.124-135.
24. Mehdiyeva G.Yu., Imanova M.N., Ibrahimov V.R. On one generalization of hybrid methods. Proceedings of the 4th international conference on approximation methodsn and numerical modeling in environment and natural resources Saidia, Morocco, may 23-26, 2011, 543-547.l
25. Dahlquist, G. (1959). Stability and Error bounds in the numerical integration of ordinary differential equations, Uppsala, Almqvist and Wiksells boktr, №130, p.5-92.
26. J.O. Ehigie, S.A.Okunuga, A.B. Sofoluwe, M.A.Akanbi. On generalized 2-step continuous linear multistep method of hybrid type for the integration of second order ordinary differential equations. Archives of Applied Research, 2010, 2(6), p.362-372.

27. G.Y.Mehdiyeva, Ibrahimov V.R., Imanova M.N. Application of multi step methods to the solving second order ordinary differential equation. The Third international Conference “Problems of Cybernetics and Informatics”, Baku: Azerbaijan, 2010, p. 255-258

ADİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİN ƏDƏDİ HƏLLİNİN TƏDQİQİ

Q.Y.MEHDİYEVA, V.R.İBRAHİMOV, M.N.İMANOVA

XÜLASƏ

ADU-nun hesablama riyaziyyatı kafedrasında diferensial tənliklərin tədqiqi ilə prof. Y.C.Məmmədovun tələbələri məşğul olmuşlar. Onlar tərəfindən adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həlli üçün müxtəlif üsullar qurulmuşdur.

Təqdim olunan işdə adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həllinin tədqiqinə baxılmışdır. Bəzi məlum ədədi üsullar arasındakı əlaqədən istifadə edərək, yüksək tərtibli hibrid üsulların qurulması üçün bir sxem təklif olunmuşdur. İki düyün nöqtəsindən istifadə etməklə dəqiqliyi $p \le 4$ və üç düyün nöqtəsindən istifadə etməklə dəqiqliyi $p \le 8$ olan dayanıqlı hibrid üsullar qurulmuşdur. Qeyd edək ki, məlum uyğun üsulların dəqiqliyi $p \le 2$ və $p \le 4$ şərtlərini ödəyirlər.

Açar sözlər: hibrid üsulları, ikiaddımlı Runge-Kutta üsulu, Koşi məsələsi, üsulun dərəcəsi və dayanıqlığı.

ON THE INVESTIGATION OF NUMERICAL SOLUTION OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

G.Y.MEHDIYEVA, V.R.IBRAHIMOV, M.N.IMANOVA

SUMMARY

Students of the Department of Computational Mathematics of BSU have investigated differential equations under Y.D.Mammadov’s supervision. They have constructed different methods for solving, both ordinary and partial differential equations.

The paper considers the solution of the initial value problem for ordinary differential equations. The connection between some of the known numerical methods is determined and a way to the constructed hybrid methods with high accuracy is offered. A concrete hybrid method with the degree $p \le 4$, using two mesh points, and the degree $p \le 8$ using three mesh points, while the corresponding well-known methods have the degree $p \le 2$ and $p \le 4$ are constructed.

Key words: hybrid methods, two step Runge-Kutta method, the initial value problem, order of accuracy and stability.

Поступила в редакцию: 17.07.2012 г.
Подписано к печати: 20.10.2012 г.