

PACS 64.75.Nx

***BİNAR BƏRK MƏHLUL XƏLİTƏLƏRİNDƏ TƏRKİB  
PAYLANMASININ DƏYİŞDİRİLMƏSİ VƏ ONUN TƏTBİQ SAHƏLƏRİ*****V.İ.TAHİROV\*, Ü.V.TAHİROV\*\*, S.R.SADIQOVA\*\*,  
S.S.LƏTİFOVA\*\*, N.F.QƏHRƏMANOV\*\******\*Bakı Dövlət Universiteti******\*\*Sumqayıt Dövlət Universiteti******n.gakhramanov@mail.ru***

*İşdə binar bərk məhlullardan istiqamətlənmiş kristallizasiya zamanı alınmış xəlitəni zona əritmə üsuluna məruz qoymaqla onda mövcud olan tərkib paylanması dəyişdirilmişdir. Burada  $k > 1$  halında ilkin prosesdə alınmış xəlitənin başlanğıcı son prosesdə də başlanğıc kimi götürülmüşdür. Hər iki prosesdə tərkibin paylanmasını müəyyən etmək üçün kəsilməzlik tənliyinin həllindən istifadə edilmişdir. Araşdırmalar göstərir ki, bu üsul tərkibi xüsusi paylanmaya malik olan binar bərk məhlulların monokristallarını yetişdirmək üçün qidalandırıcı xəlitə hazırlamaqdan ötrü istifadə edilə bilər. Lakin ondan maddəni aşqarlardan təmizləmək üçün istifadə etmək daha da əlverişlidir.*

**Açar sözlər:** bərk məhlul, monokristal, zona əritmə üsulu, xəlitə, kəsilməzlik tənliyi

Binar bərk məhlulların mükəmməl və bircins monokristallarının alınmasında qidalandırıcı xəlitələrin təbiiq mühüm rol oynayır [1]. Yetiştirilmiş monokristallarda çeşidli tərkib paylanmasını əldə etmək üçün istifadə olunan qidalandırıcıda komponentlərin paylanma qanunu qabaqcadan müəyyən edilməlidir. Bunun üçün müxtəlif yollardan istifadə edilir. Bəzən müəyyən bir texnologiya ilə əldə edilmiş xəlitədə tərkib paylanmasını daha əlverişli şəkə gətirmək üçün onu başqa bir üsulla yeniləşdirmək lazım gəlir. [2]-də biz istiqamətlənmiş kristallizasiya yolu ilə alınmış binar bərk məhlul xəlitəsində tərkib paylanmasının zona əritmə yolu ilə dəyişdirilməsi təklifinin bir variantını vermişik. Hazırkı işdə biz həmin təklifin digər variantını araşdıracağıq. [2]-də biz istiqamətlənmiş kristallizasiya üsulu ilə alınmış xəlitəni zona əritməklə yenidən kristallaşmaya uğradarkən onun sonunu başlanğıc kimi qəbul edirik. Həmin variantda yenidən alınmış xəlitə əsasən  $k > 1$  halında ( $k$ -ikinci komponentin paylanma əmsəlidir) qidalandırıcı kimi istifadə edilə bilər,

$k < 1$  olduqda isə onu yalnız bəzi xüsusi hallarda qidalandırıcı kimi istifadə etmək olar.

Hazırkı işdə istiqamətlənmiş kristallizasiya üsulu ilə alınmış binar bərk məhlul xəlitəsi zona əritməklə yenidən kristallaşmaya uğradılarkən onun başlanğıcı elə başlanğıc kimi də istifadə edilir. Bu halda ilkin xəlitə boyunca ikinci komponentin konsentrasiyasının ( $C_k$ ) paylanması belədir [2]:

$$C_k = kC_0 \left(1 - \frac{vt}{L}\right)^{k-1} \quad (1)$$

Burada  $C_0$  - ikinci komponentin ilkin xəlitədəki orta konsentrasiyası,  $L$  - xəlitənin uzunluğu,  $v$  - ərimiş zonanın yerdəyişmə sürəti,  $t$  - zamandır.

İkinci prosesdə xəlitə boyunca tərkibin paylanmasını kəsilməzlik tənliyindən müəyyən etmək üçün əvvəlcə ilkin əridilmiş zonada ikinci komponentin konsentrasiyasını müəyyən edək.

Silindrik xəlitənin en kəsiyinin sahəsi  $S$ , ərimiş zonanın eni  $\ell$  olsun. İlkin əridilmiş zonada konsentrasiyanı tapmaq üçün istiqamətlənmiş kristallizasiyadan alınmış xəlitənin  $\ell$  uzunluqda ikinci komponentin kütləsini təyin edib onu zonanın  $\ell S$  həcminə bölmək lazımdır:

$$C_z(0) = \frac{\int_0^{t_1} C_k(t) S v dt}{\ell S} = \frac{1}{\ell S} \int_0^{t_1} S k C_0 v \left(1 - \frac{vt}{L}\right)^{k-1} dt = \frac{k v C_0}{\ell} \int_0^{t_1} \left(1 - \frac{vt}{L}\right)^{k-1} dt \quad (2)$$

Burada  $t_1 = \frac{\ell}{v}$  - dir. Belə əvəzləmə aparaq:

$$1 - \frac{vt}{L} = y, \quad dt = -\frac{L}{v} dy, \quad t=0\text{-da } y=1, \quad t=t_1\text{-də } y=1 - \frac{L}{v} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} C_z(0) &= \frac{k C_0 v}{\ell} \int_1^{1-\frac{\ell}{v}} y^{k-1} \left(-\frac{L}{v}\right) dy = -\frac{k C_0 L}{\ell} \int_1^{1-\frac{\ell}{v}} y^{k-1} dy = \\ &= -\frac{k C_0 L}{\ell} \cdot \frac{y^k}{k} \Big|_1^{1-\frac{\ell}{v}} = -\frac{C_0 L}{\ell} \left[ \left(1 - \frac{\ell}{v}\right)^k - 1 \right] = C_0 \frac{L}{\ell} \left[ 1 - \left(1 - \frac{\ell}{v}\right)^k \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Zona əritmə üsulunda ikinci komponentin maddəsinin kəsilməzlik tənliyi və onun həlli belədir [2]:

$$\dot{C}_o(t) + \frac{k v}{\ell} C_o(t) = C_k \frac{v}{\ell}, \quad (5)$$

$C_o$  - ərimiş zonada,  $C_x$  - ilkin xəlitədə ikinci komponentin konsentrasiyasıdır.

$$C_s(t) = \exp\left(-\int \frac{kv}{\ell} dt\right) \left\{ \int \frac{\nu}{\ell} C_k \exp\left(\int \frac{kv}{\ell} dt\right) dt + A \right\} \quad (6)$$

Burada  $A$ - inteqrallama sabiti,  $C_k$ - isə (1)-lə ifadə olunur.  $C_k$  ifadəsini yerinə yazıb inteqralları açaq:

$$\text{belə əvəzləmədən istifadə edək: } \frac{kv}{\ell} = x, \quad dt = \frac{\ell}{kv} dx \quad (7)$$

$$\begin{aligned} C_s(t) &= \exp\left(-\frac{kv}{\ell} t\right) \left\{ \frac{\nu}{\ell} k C_0 \int \left(1 - \frac{\nu t}{L}\right)^{k-1} \exp\left(\frac{kv}{\ell} t\right) dt + A \right\} = \\ &= \exp\left(-\frac{kv}{\ell} t\right) \left\{ \frac{\nu}{\ell} k C_0 \int \left(1 - \frac{\ell}{kL} x\right)^{k-1} \exp x \frac{\ell}{kv} dx + A \right\} = \\ &= \exp\left(-\frac{kv}{\ell} t\right) \left\{ C_0 \int \left(1 - \frac{\ell}{kL} x\right)^{k-1} \exp x dx + A \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

(8)-dəki inteqralı açmaq üçün  $k$ -nın qiyməti məlum olmalıdır.

Burada praktiki mənası olan ən sadə hal  $k = 2$  qiymətidir. Bu hal üçün (8)-dəki inteqralı ( $J$ ) həll edək:

$$\begin{aligned} J &= \int \left(1 - \frac{\ell x}{kL}\right) \exp x dx = \int \exp x dx - \frac{\ell}{kL} \int x \exp x dx = \exp x - \frac{\ell}{kL} x \exp x + \\ &+ \frac{\ell}{kL} \int \exp x dx = \exp x - \frac{\ell}{kL} x \exp x + \frac{\ell}{kL} \exp x = -\frac{\ell}{kL} x \exp x + \left(1 + \frac{\ell}{kL}\right) \exp x \end{aligned} \quad (9)$$

(9)-u (8)-də yerinə yazsaq və  $k = 2$  olduğunu da nəzərə alsaq:

$$\begin{aligned} C_s(t) &= \exp\left(-2\frac{kv}{\ell} t\right) \left\{ C_0 \left[ -\frac{\ell}{kL} x + \left(1 + \frac{\ell}{2L}\right) \right] \exp x + A \right\} = \\ &= \exp\left(-\frac{2\nu}{\ell} t\right) \left\{ C_0 \left[ -\frac{\nu t}{L} + \left(1 + \frac{\ell}{2L}\right) \right] \exp\left(\frac{2\nu t}{\ell}\right) + A \right\} = \\ &= C_0 \left(1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\nu t}{L}\right) + A \exp\left(-\frac{2\nu t}{\ell}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

$A$  sabitini başlanğıc şərtədən tapaq.  $t = 0$  olduqda  $C_s(t)$  (4) ifadəsinə bərabərdir. (10) –da  $t = 0$  yazıb onu (4)-lə bərabərləşdirək:

$$\begin{aligned} C_0 \left(1 + \frac{\ell}{2L}\right) + A &= C_0 \frac{L}{\ell} \left[ 1 - \left(1 - \frac{\ell}{L}\right)^2 \right] \\ A &= -C_0 \left(1 + \frac{\ell}{2L}\right) + C_0 \frac{L}{\ell} \left[ 1 - 1 + 2\frac{\ell}{L} - \frac{\ell^2}{L^2} \right] = C_0 \left[ -1 - \frac{\ell}{2L} + 2 - \frac{\ell}{L} \right] = C_0 \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\ell}{L}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

(11)-i (10)-da yerinə yazsaq:

$$C_s(t) = C_0 \left\{ \left( 1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\nu t}{L} \right) + \left( 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{\ell}{L} \right) \exp\left( -\frac{2\nu t}{\ell} \right) \right\} \quad 0 \leq t \leq \frac{L-\ell}{\nu} \quad (12)$$

Ərimiş zonanın ön cəbhəsi xəlitənin sonuna çatan ana qədər bu asılılıq öz gücündə qalacaq. Qeyd edək ki,  $t = 0$  olduqda (12)-dən alınan qiymət (4)-lə üst-üstə düşür.

Zona kristallaşmasından sonra xəlitənin  $L - \ell$  uzunluqda ikinci komponentin konsentrasiyasının paylanması belə olacaq:

$$\begin{aligned} C_x(t) &= kC_s(t) = 2C_0 \left\{ \left( 1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\nu t}{L} \right) + \left( 1 - \frac{3\ell}{2L} \right) \exp\left( -2\frac{\nu t}{\ell} \right) \right\} = \\ &= C_0 \left\{ \left( 2 + \frac{\ell}{L} - 2\frac{\nu t}{L} \right) + \left( 2 - 3\frac{\ell}{L} \right) \exp\left( -2\frac{\nu t}{\ell} \right) \right\}, \quad 0 \leq t \leq \frac{L-\ell}{\nu} \end{aligned} \quad (13)$$

Ərimiş zonanın ön cəbhəsi xəlitənin sonuna çatdığı andan başlayaraq kristallaşma rejimi dəyişir. Artıq proses istiqamətlənmiş kristallizasiya yolu ilə baş verir. Bu hissədə kəsilməzlik tənliyi belədir:

$$\dot{C}_s(t) = -\frac{\dot{V}_s(t) + k\dot{V}_k(t)}{\dot{V}_s(t)} C_s(t) \quad (14)$$

$V_s(t) - t$  anında ərintinin (ərimiş zonanın),  $V_k(t)$  -isə xəlitənin yenidən kristallaşmış hissəsinin həcmidir:

$$V_s(t) = SL - S\nu t, \quad V_k = S\nu \left( t - \frac{L-\ell}{\nu} \right) \quad (15)$$

(14)-ün həllini belə alarıq [2]:

$$C_s(t) = A_1 \left( \frac{L}{\nu} - t \right)^{k-1}, \quad \frac{L-\ell}{\nu} \leq t \leq \frac{L}{\nu} \quad (16)$$

$A_1$  - inteqrallama sabitidir. Onu  $t = \frac{L-\ell}{\nu}$  anında (16) və (12) həllərinin

eyni olması şərtindən tapacağıq.  $t = \frac{L-\ell}{\nu}$  olduqda (12)-dən:

$$\begin{aligned} C_s(t) &= C_0 \left\{ \left( 1 + \frac{\ell}{2L} - \frac{\nu}{L} \cdot \frac{L-\ell}{\nu} \right) + \left( 1 - \frac{3\ell}{2L} \right) \exp\left( -\frac{2\nu}{\ell} \cdot \frac{L-\ell}{\nu} \right) \right\} = \\ &= C_0 \left\{ \frac{3\ell}{2L} + \left( 1 - \frac{3\ell}{2L} \right) \exp\left( -\frac{2(L-\ell)}{\ell} \right) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

(16)-dan isə:

$$C_s = A_1 \left( \frac{L}{\nu} - \frac{L-\ell}{\nu} \right) = A_1 \cdot \frac{\ell}{\nu} \quad (18)$$

(17) və (18)-in müqayisəsindən alarıq:

$$A_1 = \frac{\nu}{L} \cdot C_0 \left\{ \frac{3\ell}{2L} + \left( 1 - \frac{3\ell}{2L} \right) \exp\left( -\frac{2(L-\ell)}{\nu} \right) \right\} \quad (19)$$

Son ifadəni (16)-da nəzərə alaq:

$$C_s(t) = C_0 \frac{v}{L} \left\{ \frac{3\ell}{2L} + \left( 1 - \frac{3\ell}{2L} \right) \exp \left( -\frac{2(L-\ell)}{\ell} \right) \right\} \left( \frac{L}{v} - t \right) \quad (20)$$

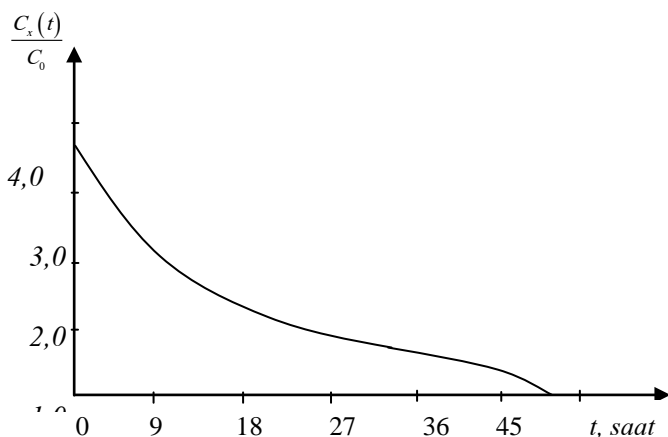
$$\frac{L-\ell}{v} \leq t \leq \frac{L}{v}$$

Xəlitənin son  $\ell$  uzunluğunda ikinci komponentin paylanmasını belə alırıq:

$$C_x(t) = kC_s(t) = 2C_0 \frac{v}{L} \left\{ \frac{3\ell}{2L} + \left( 1 - \frac{3\ell}{2L} \right) \exp \left( -\frac{2(L-\ell)}{\ell} \right) \right\} \left( \frac{L}{v} - t \right), \quad \frac{L-\ell}{v} \leq t \leq \frac{L}{v} \quad (21)$$

(13) və (21)-i birləşdirsək bütün xəlitə boyunca paylanmasını belə alırıq:

$$\frac{C_x(t)}{C_0} = \begin{cases} \left( 2 + \frac{\ell}{L} - \frac{2vt}{L} \right) + \left( 2 - 3\frac{\ell}{L} \right) \exp \left( -\frac{2vt}{\ell} \right), & 0 \leq t \leq \frac{L-\ell}{v} \\ \frac{v}{\ell} \left[ \frac{3\ell}{L} + \left( 2 - \frac{3\ell}{L} \right) \exp \left( -\frac{2(L-\ell)}{\ell} \right) \right] \left( \frac{L}{v} - t \right), & \frac{L-\ell}{v} \leq t \leq \frac{L}{v} \end{cases} \quad (22)$$



Sək. 1.

Cədvəl 1

$t$ saat	$\frac{C_x(t)}{C_0}$
0	3,8
2,5	2,62
5,0	2,13
7,5	1,88
10,0	1,73
12,5	1,61
15,0	1,50
17,5	1,40
20,0	1,30
22,5	1,20
25,0	1,10
27,5	1,00
30,0	0,90
32,5	0,80
35,0	0,70
37,5	0,60
40,0	0,50
42,5	0,40
45,0	0,30
45,5	0,027
46,0	0,024
46,5	0,021
47,0	0,018
47,5	0,015
48,0	0,012
48,5	0,009
49,0	0,006
49,5	0,003

(22) ilə ifadə olunan  $\frac{C_x(t)}{C_0}$  nisbətinin xəlitə boyunca dəyişmə qanunu

cədvəl 1-də və şəkil 1-də göstərilmişdir. Kristal boyunca aşqarın xüsusi bir paylanması tələb olunduqda bu cür xəlitədən istiadə etmək olar. Bərk məhlul monokristallarını yetişdirmək üçün tərkibi şəkil 1-də göstəriləni kimi paylanmış xəlitədən yalnız sonunu qidalandırıcınının başlanğıcı kimi götürməklə istifadə etmək olar. Bu halda alınan kristallardan varizionalı çeviricilər düzəltmək üçün istifadə etmək daha əlverişlidir. Lakin paylanma əyrisindən aydın olur ki, materialın təmizlənməsində bu üsuldən istifadə etmək daha əlverişlidir. Materialın təmizliyini daha da artırmaq üçün zona əritmə üsulunu eyni istiqamətdə təkrar yerinə yetirmək olar. Yüksək təmizlik tələb olunduqda xəlitənin orta hissəsindən istifadə etmək daha əlverişlidir. Çünki maddənin daxilində paylanma əmsalı  $k < 1$  olan və nəzarətsiz qalan aşqarlar da ola bilər.

#### ƏDƏBİYYAT

1. Тагиров В.И. Полупроводниковые твёрдые растворы германий-кремний. Баку: Элм, 1983, с. 208.
2. Тагиров В.И., Гулиев А.Ф., Гасанов З.Я., Гахраманов Н.Ф. Получение подпитувающих слитков бинарных твердых растворов с различным распределением состава. М.: Кристаллография, 2012 (в печати).

#### ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТАВА В СЛИТКАХ БИНАРНЫХ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ, ПОЛУЧЕННЫХ НАПРАВЛЕННОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИЕЙ, ПРИМЕНЕНИЕМ ЗОННОЙ ПЛАВКИ

**В.И.ТАГИРОВ, У.В.ТАГИРОВ, С.С.ЛЯТИФОВА,  
С.Р.САДЫГОВА, Н.Ф.КАХРАМАНОВ**

#### РЕЗЮМЕ

В работе использован метод зонной плавки для перераспределения состава вдоль слитка бинарных твердых растворов, полученных направленной кристаллизацией. Рассмотрен случай  $k > 1$ . Во втором процессе за начало принято начало первичного слитка. Решением уравнения непрерывности установлено распределение состава вдоль слитка для обоих случаев. Показано, что такие слитки могут быть использованы в качестве подпитки для выращивания бинарных твердых растворов со специальным распределением. В то же время метод более эффективно может быть применен для очистки материала.

**Ключевые слова:** твердые растворы, монокристалл, метод зонной плавки, слиток, уравнение непрерывности

**CONTENT DISTRIBUTION OF BINARY SOLID SOLUTION ALLOY PREPARED  
BY DIRECTIONAL CRYSTALLIZATION  
EXPOSING IT TO THE ZONE MELTS**

**V.I.TAHIROV, U.V.TAHIROV, S.S.LATIFOVA,  
S.R.SADIGOVA, N.F.GAHRAMANOV**

**SUMMARY**

A new method of content redistribution of binary feeding alloys has been offered. To redistribute the content of the binary feeding alloy prepared by directional crystallization, it is exposed to the zone melting. The content distribution is determined by solving the continuity equation. The beginning of the indicial alloy is used as the beginning in the zone melting.  $k > 1$  case is discussed. One can use the content of the redistributed alloys as feeding ones to grow binary solid solution single crystals with special content distribution. The method can be used in the purification technology of semiconductors as well.

**Key words:** solid solution, single crystal, method of content redistribution, alloy, the continuity equation

*Redaksiyaya daxil oldu: 12.08.2012-ci il.*

*Çapa imzalandı: 20.10.2012-ci il*