

УДК 517.956

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕКОТОРЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ С ДОМИНИРУЮЩЕЙ СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Ш.Ш.ЮСУБОВ

Бакинский Государственный Университет
yusubov_sh@mail.ru

В работе для гиперболического уравнения высокого порядка с доминирующей смешанной производной с негладкими коэффициентами доказана корректная разрешимость некоторых нелокальных граничных задач.

Ключевые слова: нелокальная граничная задача, гиперболическое уравнение, доминирующая производная.

В области $G = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_i \in G_i = (x_i^0, x_i^1), i = 1, 2, 3\}$ рассмотрим уравнение

$$(l_{n_1 n_2 n_3} u)(x) \equiv D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{n_3} u + \sum_{\substack{i_1+i_2+i_3 < n_1+n_2+n_3, \\ i_k=0, n_k, k=1,2,3}} a_{i_1 i_2 i_3}(x) D_{x_1}^{i_1} D_{x_2}^{i_2} D_{x_3}^{i_3} u = \varphi_{n_1 n_2 n_3}(x). \quad (1)$$

Уравнение (1) является нестрогим гиперболическим, для которого плоскости $x_i = const, i = 1, 2, 3$ являются характеристическими плоскостями.

Уравнение (1) и его частные случаи с достаточно гладкими коэффициентами при различных локальных и нелокальных краевых условиях исследованы, например, в работах [1-5].

Данная работа посвящена исследованию корректной разрешимости уравнения (1) с нелокальными краевыми условиями в случае негладких коэффициентов без условий согласования.

Рассмотрим уравнение (1) с условиями

$$(l_{i_1 0 0} u)(x_2, x_3) \equiv D_{x_1}^{i_1} u(x_1^0, x_2, x_3) = \varphi_{i_1 0 0}(x_2, x_3), (x_2, x_3) \in G_2 \times G_3, i_1 = \overline{0, n_1 - 1}, \quad (2)$$

$$(l_{n_1 i_2 0} u)(x_1, x_3) \equiv D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{i_2} u(x_1, x_2^0, x_3) = \varphi_{n_1, i_2 0}(x_1, x_3), (x_1, x_3) \in G_1 \times G_3, i_2 = \overline{0, n_2 - 1}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
(l_{n_1 n_2 i_3} u)(x_1, x_2) &\equiv \sum_{k_3=0}^{n_3-1} \left[\alpha_{i_3 k_3} D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{k_3} u(x_1, x_2, x_3^0) + \beta_{i_3 k_3} D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{k_3} u(x_1, x_2, x_3^1) \right] = \\
&= \varphi_{n_1 n_2 i_3}(x_1, x_2), (x_1, x_2) \in G_1 \times G_2, i_3 = \overline{0, n_3 - 1}, \quad (4)
\end{aligned}$$

здесь $u(x) = u(x_1, x_2, x_3)$ - искомая функция, $\alpha_{i_3 k_3}$ и $\beta_{i_3 k_3}$ - заданные числа, $a_{i_1 i_2 i_3}(x)$ - заданные измеримые на G функции, удовлетворяющие условиям: $a_{i_1 i_2 i_3}(x) \in L_p(G)$, $i_k = \overline{0, n_k - 1}$, $k = 1, 2, 3$, и существуют функции

$$a_{n_1 i_2 i_3}^0(x_2, x_3) \in L_p(G_2 \times G_3), a_{i_1 n_2 i_3}^0(x_1, x_3) \in L_p(G_1 \times G_3),$$

$$a_{i_1 i_2 n_3}^0(x_1, x_2) \in L_p(G_1 \times G_2), a_{n_1 n_2 i_3}^0(x_3) \in L_p(G_3), a_{n_1 i_2 n_3}^0(x_2) \in L_p(G_2),$$

$$a_{i_1 n_2 n_3}^0(x_1) \in L_p(G_1), i_k = \overline{0, n_k - 1}, k = 1, 2, 3$$

такие, что почти всюду на G выполняются условия

$$\left| a_{n_1 i_2 i_3}(x) \right| \leq a_{n_1 i_2 i_3}^0(x_2, x_3), \left| a_{i_1 n_2 i_3}(x) \right| \leq a_{i_1 n_2 i_3}^0(x_1, x_3),$$

$$\left| a_{i_1 i_2 n_3}(x) \right| \leq a_{i_1 i_2 n_3}^0(x_1, x_2), \left| a_{n_1 n_2 i_3}(x) \right| \leq a_{n_1 n_2 i_3}^0(x_3),$$

$$\left| a_{n_1 i_2 n_3}(x) \right| \leq a_{n_1 i_2 n_3}^0(x_2), \left| a_{i_1 n_2 n_3}(x) \right| \leq a_{i_1 n_2 n_3}^0(x_1), i_k = \overline{0, n_k - 1}, k = 1, 2, 3;$$

а

$$\varphi_{i_1 00}(x_2, x_3) \in W_p^{(n_2, n_3)}(G_2 \times G_3), \varphi_{n_1 i_2 0}(x_1, x_3) \in W_p^{(0, n_3)}(G_1 \times G_3),$$

$$\varphi_{n_1 n_2 i_3}(x_1, x_2) \in L_p(G_1 \times G_2), i_k = \overline{0, n_k - 1}, k = 1, 2, 3,$$

заданные функции.

Ставится задача: найти решение задачи (1)-(4) в пространстве С.Л.Соболева

$$W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G) = \left\{ u \in L_p(G) \mid D_{x_1}^{i_1} D_{x_2}^{i_2} D_{x_3}^{i_3} u \in L_p(G), i_k = \overline{0, n_k}, k = 1, 2, 3 \right\}$$

с доминирующей смешанной производной $D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{n_3} u$. Норму в нём определим равенством

$$\|u\|_{W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)} = \sum_{\substack{i_k=0 \\ k=1, 2, 3}}^{n_k} \|D_{x_1}^{i_1} D_{x_2}^{i_2} D_{x_3}^{i_3} u\|_{L_p(G)}.$$

Исследуем корректную разрешимость задачи (1)-(4). Введя оператор $l = (l_{n_1 n_2 n_3}, l_{i_1 00}, i_1 = \overline{0, n_1 - 1}, l_{n_1 i_2 0}, i_2 = \overline{0, n_2 - 1}, l_{n_1 n_2 i_3}, i_3 = \overline{0, n_3 - 1})$, задачу (1)-(4) запишем в операторном виде

$$lu = \varphi, \quad (5)$$

где

$$\varphi = (\varphi_{n_1 n_2 n_3}(x), \varphi_{i_1 00}(x_2, x_3), i_1 = \overline{0, n_1 - 1}, \varphi_{n_1 i_2 0}(x_1, x_3), i_2 = \overline{0, n_2 - 1},$$

$$\varphi_{n_1 n_2 i_3}(x_1, x_2), i_3 = \overline{0, n_3 - 1}) \in H_p^{(n_1, n_2, n_3)},$$

$$H_p^{(n_1, n_2, n_3)} = L_p(G) \times \prod_{i_1=0}^{n_1-1} W_p^{(n_2, n_3)}(G_2 \times G_3) \times \prod_{i_2=0}^{n_2-1} W_p^{(0, n_3)}(G_1 \times G_3) \times \prod_{i_3=0}^{n_3-1} L_p(G_1 \times G_2).$$

Норму в $H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$ определим равенством

$$\begin{aligned} \|\varphi\|_{H_p^{(n_1, n_2, n_3)}} &= \|\varphi_{n_1 n_2 n_3}\|_{L_p(G)} + \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \|\varphi_{i_1 00}\|_{W_p^{(n_2, n_3)}(G_2 \times G_3)} + \\ &+ \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \|\varphi_{n_1 i_2 0}\|_{W_p^{(0, n_3)}(G_1 \times G_3)} + \sum_{i_3=0}^{n_3-1} \|\varphi_{n_1 n_2 i_3}\|_{L_p(G_1 \times G_2)}. \end{aligned}$$

Отметим, что при наложенных условиях на коэффициенты задачи (1)-(4) оператор $l: W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G) \rightarrow H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$ линеен и ограничен.

Исследование задачи (1)-(4) проводится на основе специального интегрального представления функции $u \in W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)$ в виде

$$\begin{aligned} u(x) = (Qb)(x) &= \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \frac{(x_1 - x_1^0)^{i_1}}{i_1!} b_{i_1 00}(x_2, x_3) + \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \frac{(x_2 - x_2^0)^{i_2}}{i_2!} \times \\ &\times \int_{x_1^0}^{x_1} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1-1}}{(n_1-1)!} b_{n_1 i_2 0}(\tau_1, x_3) d\tau_1 + \sum_{i_3=0}^{n_3-1} \frac{(x_3 - x_3^0)^{i_3}}{i_3!} \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1-1}}{(n_1-1)!} \times \\ &\times \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2-1}}{(n_2-1)!} b_{n_1 n_2 i_3}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2} \int_{x_3^0}^{x_3} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1-1}}{(n_1-1)!} \times \\ &\times \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2-1}}{(n_2-1)!} \frac{(x_3 - \tau_3)^{n_3-1}}{(n_3-1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \end{aligned} \quad (6)$$

с помощью элемента $b = (b_{n_1 n_2 n_3}(x), b_{i_1 00}(x_2, x_3), i_1 = \overline{0, n_1 - 1}, b_{n_1 i_2 0}(x_1, x_3), i_2 = \overline{0, n_2 - 1}, b_{n_1 n_2 i_3}(x_1, x_2), i_3 = \overline{0, n_3 - 1}) \in H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$.

Из формулы (6) следует, что любая функция $u \in W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)$ имеет следы $D_{x_1}^{i_1} u(x_1^0, x_2, x_3)$, $i_1 = \overline{0, n_1 - 1}$, $D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{i_2} u(x_1, x_2^0, x_3)$, $i_2 = \overline{0, n_2 - 1}$, $D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{i_3} u(x_1, x_2, x_3^0)$, $i_3 = \overline{0, n_3 - 1}$ и операции взятия этих следов непрерывны из $W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)$ в $W_p^{(n_2, n_3)}(G_2 \times G_3)$, $W_p^{(0, n_3)}(G_1 \times G_3)$, $L_p(G_1 \times G_2)$, соответственно.

Для этих следов справедливы также равенства $D_{x_1}^{i_1} u(x_1^0, x_2, x_3) =$

$$= b_{i_1 0 0}(x_2, x_3), i_1 = \overline{0, n_1 - 1}, D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{i_2} u(x_1, x_2^0, x_3) = b_{n_1 i_2 0}(x_1, x_3), i_2 = \overline{0, n_2 - 1},$$

$$D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{i_3} u(x_1, x_2, x_3^0) = b_{n_1 n_2 i_3}(x_1, x_2), i_3 = \overline{0, n_3 - 1}, D_{x_1}^{n_1} D_{x_2}^{n_2} D_{x_3}^{n_3} u(x) = b_{n_1 n_2 n_3}(x).$$

Легко показать, что существуют положительные постоянные c_1 и c_2 такие, что для любого элемента $b \in H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$ справедлива оценка

$$c_1 \|b\|_{H_p^{(n_1, n_2, n_3)}} \leq \|Qb\|_{W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)} \leq c_2 \|b\|_{H_p^{(n_1, n_2, n_3)}}.$$

Из этих неравенств следует, что оператор Q осуществляет изоморфизм между пространствами $H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$ и $W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)$. Поэтому пространства $W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)$ и $H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$ можно отождествить в смысле изоморфизма.

Введём обозначения

$$\gamma_{i_3 k_3} = \alpha_{i_3 k_3} + \frac{(x_3^1 - x_3^0)^{k_3}}{k_3!} \beta_{i_3 0} + \frac{(x_3^1 - x_3^0)^{k_3}}{(k_3 - 1)!} \beta_{i_3 1} + \dots + (x_3^1 - x_3^0) \beta_{i_3 k_3 - 1} + \beta_{i_3 k_3},$$

$$\gamma = (\gamma_{ik}) \quad i = \overline{0, n_3 - 1}, \quad k = \overline{0, n_3 - 1},$$

$$a_{i_3}(x_3) = \frac{(x_3^1 - x_3^0)^{n_3 - 1}}{(n_3 - 1)!} \beta_{i_3 0} + \frac{(x_3^1 - x_3^0)^{n_3 - 2}}{(n_3 - 2)!} \beta_{i_3 1} + \dots + \beta_{i_3 n_3 - 1}, x_3 \in G_3, i_3, k_3 = \overline{0, n_3 - 1}.$$

Если $\det \gamma \neq 0$, то задача (1)-(4) сводится к интегральному уравнению

$$(I + A_1 + A_2)b_{n_1 n_2 n_3} = \psi, \quad (7)$$

где I - единичный оператор в пространстве $L_p(G)$,

$$(A_1 b_{n_1 n_2 n_3})(x) \equiv \sum_{i_1=0}^{n_1-1} a_{i_1 n_2 n_3}(x) \int_{x_1^0}^{x_1} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - i_1 - 1}}{(n_1 - i_1 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, x_2, x_3) d\tau_1 +$$

$$+ \sum_{i_2=0}^{n_2-1} a_{n_1 i_2 n_3}(x) \int_{x_2^0}^{x_2} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - i_2 - 1}}{(n_2 - i_2 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(x_1, \tau_2, x_3) d\tau_2 +$$

$$+ \sum_{i_3=0}^{n_3-1} a_{n_1 n_2 i_3}(x) \int_{x_3^0}^{x_3} \frac{(x_3 - \tau_3)^{n_3 - i_3 - 1}}{(n_3 - i_3 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(x_1, x_2, \tau_3) d\tau_3 +$$

$$+ \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \sum_{i_2=0}^{n_2-1} a_{i_1 i_2 n_3}(x) \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - i_1 - 1}}{(n_1 - i_1 - 1)!} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - i_2 - 1}}{(n_2 - i_2 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, \tau_2, x_3) d\tau_1 d\tau_2 +$$

$$+ \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \sum_{i_3=0}^{n_3-1} a_{i_1 n_2 i_3}(x) \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_3^0}^{x_3} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - i_1 - 1}}{(n_1 - i_1 - 1)!} \frac{(x_3 - \tau_3)^{n_3 - i_3 - 1}}{(n_3 - i_3 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, x_2, \tau_3) d\tau_1 d\tau_3 +$$

$$+ \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \sum_{i_3=0}^{n_3-1} a_{n_1 i_2 i_3}(x) \int_{x_2^0}^{x_2} \int_{x_3^0}^{x_3} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - i_2 - 1}}{(n_2 - i_2 - 1)!} \frac{(x_3 - \tau_3)^{n_3 - i_3 - 1}}{(n_3 - i_3 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(x_1, \tau_2, \tau_3) d\tau_2 d\tau_3 +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \sum_{i_3=0}^{n_3-1} a_{i_1 i_2 i_3}(x) \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2} \int_{x_3^0}^{x_3} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - i_1 - 1}}{(n_1 - i_1 - 1)!} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - i_2 - 1}}{(n_2 - i_2 - 1)!} \frac{(x_3 - \tau_3)^{n_3 - i_3 - 1}}{(n_3 - i_3 - 1)!} \times \\
& \times b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3, \\
& (A_2 b_{n_1 n_2 n_3})(x) \equiv - \sum_{i_3=0}^{n_3-1} \sum_{l_3=i_3}^{n_3-1} \sum_{k_3=0}^{n_3-1} \frac{(x_3 - x_3^0)^{l_3 - i_3}}{(l_3 - i_3)!} d_{l_3 k_3} \int_{x_3^0}^{x_3^1} a_{n_1 n_2 i_3}(x) \times \\
& \times b_{n_1 n_2 n_3}(x_1, x_2, \tau_3) + \sum_{i_1=0}^{n_1-1} a_{i_1 n_2 i_3}(x) \int_{x_1^0}^{x_1} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - i_1 - 1}}{(n_1 - i_1 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, x_2, \tau_3) d\tau_1 + \\
& + \sum_{i_2=0}^{n_2-1} a_{n_1 i_2 i_3}(x) \int_{x_2^0}^{x_2} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - i_2 - 1}}{(n_2 - i_2 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(x_1, \tau_2, x_3) d\tau_2 + \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \sum_{i_2=0}^{n_2-1} a_{i_1 i_2 i_3}(x) \times \\
& \times \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - i_1 - 1}}{(n_1 - i_1 - 1)!} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - i_2 - 1}}{(n_2 - i_2 - 1)!} b_{n_1 n_2 n_3}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 \left. \vphantom{\int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2}} \right] a_{k_3}(\tau_3) d\tau_3, \\
& \psi(x) = \varphi_{n_1 n_2 n_3}(x) - l_{n_1 n_2 n_3} \left(\sum_{i_1=0}^{n_1-1} \frac{(x_1 - x_1^0)^{i_1}}{i_1!} \varphi_{i_1 00}(x_2, x_3) + \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \frac{(x_2 - x_2^0)^{i_2}}{i_2!} \times \right. \\
& \times \int_{x_1^0}^{x_1} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - 1}}{(n_1 - 1)!} \varphi_{n_1 i_2 0}(\tau_1, x_3) d\tau_1 + \sum_{i_3=0}^{n_3-1} \sum_{k_3=0}^{n_3-1} \frac{(x_3 - x_3^0)^{i_3}}{i_3!} \times \\
& \left. \times \int_{x_1^0}^{x_1} \int_{x_2^0}^{x_2} \frac{(x_1 - \tau_1)^{n_1 - 1}}{(n_1 - 1)!} \frac{(x_2 - \tau_2)^{n_2 - 1}}{(n_2 - 1)!} \varphi_{n_1 n_2 k_3}(\tau_1, \tau_2) d_{i_3 k_3} d\tau_1 d\tau_2 \right),
\end{aligned}$$

а d_{ik} - элементы обратной матрицы γ^{-1} .

Справедливы теоремы.

Теорема 1. Пусть $\det \gamma \neq 0$. Для того, чтобы оператор $l = (l_{n_1 n_2 n_3}, l_{i_1 00}, i_1 = \overline{0, n_1 - 1}, l_{n_1 i_2 0}, i_2 = \overline{0, n_2 - 1}, l_{n_1 n_2 i_3}, i_3 = \overline{0, n_3 - 1})$ задачи (1)-(4) осуществлял гомеоморфизм между пространствами $W_p^{(n_1, n_2, n_3)}(G)$ и $H_p^{(n_1, n_2, n_3)}$, необходимо и достаточно, чтобы интегральное уравнение (7) для любого $\psi \in L_p(G)$ имело единственное решение $b_{n_1 n_2 n_3} \in L_p(G)$.

Теорема 2. Если $\det \gamma \neq 0$ и $c_1 < 1$, то уравнение (7) для любого $\psi \in L_p(G)$ имеет единственное решение $b_{n_1 n_2 n_3} \in L_p(G)$, для которого справедлива оценка:

$$\|b_{n_1 n_2 n_3}\|_{L_p(G)} \leq \frac{1}{1 - c_1} \|B\| \|\psi\|_{L_p(G)},$$

где $B = (I + A_1)^{-1}$, $c_1 = \|B\|c$,

$$c = \sum_{i_3=0}^{n_3-1} \sum_{i_2=i_3}^{n_2-1} \sum_{k_3=0}^{n_3-1} \frac{(x_3^1 - x_3^0)^{i_3 - i_2}}{(i_3 - i_2)!} |d_{i_3 k_3}| M_{k_3} \left(\|a_{n_1 n_2 i_3}^0\|_{L_p(G_3)} + \right. \\ \left. + \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \|a_{i_1 n_2 i_3}^0\|_{L_p(G_1 \times G_3)} \frac{(x_1^1 - x_1^0)^{n_1 - i_1 - \frac{1}{p}}}{(n_1 - i_1 - 1)!((n_1 - i_1 - 1)q + 1)^{\frac{1}{q}}} + \right. \\ \left. + \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \|a_{n_1 i_2 i_3}^0\|_{L_p(G_2 \times G_3)} \frac{(x_2^1 - x_2^0)^{n_2 - i_2 - \frac{1}{p}}}{(n_2 - i_2 - 1)!((n_2 - i_2 - 1)q + 1)^{\frac{1}{q}}} + \right. \\ \left. + \sum_{i_1=0}^{n_1-1} \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \|a_{i_1 i_2 i_3}^0\|_{L_p(G)} \frac{(x_1^1 - x_1^0)^{n_1 - i_1 - \frac{1}{p}}}{(n_1 - i_1 - 1)!((n_1 - i_1 - 1)q + 1)^{\frac{1}{q}}} \times \right. \\ \left. \times \frac{(x_2^1 - x_2^0)^{n_2 - i_2 - \frac{1}{p}}}{(n_2 - i_2 - 1)!((n_2 - i_2 - 1)q + 1)^{\frac{1}{q}}} \right), \\ M_{k_3} = \frac{1}{(n_3 - 1)!} \frac{(x_3^1 - x_3^0)^{n_3 - 1 + \frac{1}{q}}}{((n_3 - 1)q + 1)^{\frac{1}{q}}} |\beta_{k_3 0}| + \dots + (x_3^1 - x_3^0)^{\frac{1}{q}} |\beta_{k_3 n_3 - 1}|.$$

Из теорем 1, 2 следует

Теорема 3. Если $\det \gamma \neq 0$ и $c_1 < 1$, то задача (1)-(4) везде корректно разрешима.

ЛИТЕРАТУРА

1. Di Vincenzo R. and Vilani A. On a boundary value problem for a third-order linear equation of hyperbolic type // Existence, uniqueness and representation of the solution. (Italian) *Matematiche (Catania)* 32, 1977, №2, p.211-238.
2. Жегалов В.И. Трёхмерный аналог задачи Гурса // Неклассическое уравнение и уравнение смешанного типа. Новосибирский институт математики, СО АН СССР, 1990, с.94-98.
3. Жегалов В.И., Уткина Е.А. Об одном уравнении в частных производных четвёртого порядка с тремя независимыми переменными // *Дифференц. уравнения*, 2002, т.38, №1, с.93-97.
4. Джохадзе О.М. О трёхмерной обобщенной задаче Гурса для уравнения третьего

- порядка и связанные с ней общие двумерные интегральные уравнения Вольтерра первого рода // Дифференц. уравнения, 2006, т.42, №3, с.385-394.
5. Джохадзе О., Мидодашвили Б. Пространственные гиперболические уравнения высокого порядка с доминированными младшими членами // Изв. вузов. Математика, 2006, т.529, №6, с.25-34.

DOMINANT QARIŞIQ TÖRƏMƏLİ TƏNLİK ÜÇÜN BƏZİ LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLL OLUNMASI HAQQINDA

Ş.Ş.YUSUBOV

XÜLASƏ

İşdə hamar olmayan əmsallı dominant qarışıq törəmli yüksək tərtibli hiperbolik tənlik üçün bəzi lokal olmayan sərhəd məsələlərinin korrekt həll olunması isbat edilmişdir.

Açar sözlər: lokal olmayan sərhəd məsələsi, hiperbolik tənlik, dominant törəmə.

ON THE SOLVABILITY OF SOME NON-LOCAL BOUNDARY PROBLEMS FOR THE EQUATIONS WITH DOMINATING MIXED DERIVATIVES

Sh.Sh.YUSUBOV

SUMMARY

In the work correct solvability of some non-local boundary problems is proved for the high order hyperbolic equations with dominating mixed derivatives and non-smooth coefficients.

Key words: non-local boundary problem, hyperbolic equation, dominating derivative.

Поступила в редакцию: 15.02.2012 г.

Подписано к печати: 08.05.2012 г.