BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2007

СТАНОВЛЕНИЕ ИДЕИ ДВИЖЕНИЯ В МАТЕМАТИКЕ МУСУЛЬМАНСКОГО СРЕДНЕВЕКОВЬЯ

Г.З.КУЛИЕВА
Бакинский Государственный Университет

Известно, что математика стран ислама оказала исключительное влияние на развитие математики как на Востоке, так и на Западе. В данной статье освещается вопрос введения понятия «движение» в трактатах таких ученых как Бану Муса (IX в.), Ибн Курры (836-901), Ибн Хайсама (965-1039). Работы этих ученых, способствовавшие созданию замечательных трудов Насирэддина Туси, внесли, тем самым, важный вклад в подготовку создания математики переменных величин, приведшей к огромным успехам математиков нового времени.

Математика в истории науки XVII века занимает особое, весьма значительное место. XVII век открывает новый период – период математики переменных величин.

Решающим в переходе к математике переменных величин было появление новых понятий: переменной величины и функции. Вместе с тем, сами понятия переменной величины и функции возникли из изучения движения. Они были вызваны к жизни развитием механики. Самое же развитие механики побуждалось задачами техники и астрономии, которое, в свою очередь, было практически нужно для мореплавания.

В настоящей статье рассматриваются трактаты ученых стран ислама, в которых затронуты вопросы, связанные с применением движения в геометрии. Кроме того, делается попытка восстановить историю развития применения движения в математике в странах ислама.

Известно, что вопрос о движении находился в центре философской борьбы древнегреческих ученых. Философы ионийской школы и пифагорейцы признавали движение и широко пользовались им. Философы элейской школы, напротив, отрицали существование движения.

До нас дошли только формулировки теорем, доказанных основателем ионийской школы – Фалесом Милетским (ок. 620-550 до н.э.). Но уже из этих формулировок – деление круга пополам его диаметром, равенство углов при основании равнобедренного треугольника, равенство вертикальных углов, равенство треугольников по стороне и прилежащим к ней углам, теорема о том, что угол, вписанный в полукруг-прямой, видно, что доказательства Фаллеса, которые не могли еще быть логическими выводами из определений и аксиом, как у позднейших греческих геометров, могли осуществляться только путем наложения. Применяли движение к геометрии и пифагорейцы, которые определяли линию как след движущейся точки.

Крупнейший философ-материалист древней Греции Демокрит (ок. 460-370 до н.э.) считал, что математика, как и другие науки, изучает объекты реального мира. Демокрит считал, что все чувственно воспринимаемые вещи состоят из неделимых частиц-атомов. Эту точку зрения Демокрит распространял на движение и геометрические тела, считая, что движение состоит из перводвижений, а геометрические тела – из неделимых далее нечувствительно малых атомов пространства. Таким образом, для Демокрита движение и геометрия тесно связаны между собой.

Напротив, крупнейший философ-идеалист древней Греции Платон (429-348 до н.э.) считал первичным мир неподвижных идей, мир чувственных вещей он считал производным от мира идей, а математические объекты, по его мнению, занимают промежуточное место между миром идей и миром вещей и « от чувственных предметов отличаются тем, что они вечные и неподвижные, а от идей- тем, что этих вещей имеется некоторое количество, сходных друг с другом, сама же идея каждый раз только одна» (2, с.29). Таким образом, Платон считал объекты математики вечными и неподвижными.

Величайший философ древности Аристотель (IV век до н.э.) рассматривал движение только в мире реальных вещей и говорил, что, так как « природа есть начало движения и изменения, а предметом нашего исследования является природа, то нельзя оставлять невыясненным, что такое движение: ведь незнание движения необходимо влечет за собой незнание природы» (1, с. 49).

Но, признавая движение в физике, Аристотель считает, что «математические предметы чужды движению, за исключением тех, которые относятся к астрономии» (2, с. 33), так как математика изучает окружающие нас предметы, абстрагируя их от их чувственных свойств.

Под несомненным влиянием Аристотеля, Евклид (ок. III в. до н.э.) стремится пользоваться в своих «Началах» движением как можно меньше. Однако, он использует движение в своей аксиоме «И совмещающиеся друг с другом равны между собой» (4, т.1, с. 15), при доказательстве четвертого предложения первой книги: « Если два треугольника имеют по две стороны, равные каждая каждой, и по равному углу, содержащемуся между равными прямыми, то они будут иметь и основание, равное основанию, и один треугольник будет равен другому, и остальные углы, стягиваемые равными сторонами, будут равны остальным углам каждый каждому» (4, т. 1, с. 18), восьмого предложения первой книги: «Если два треугольника имеют две стороны, равные каждая каждой двум сторонам, имеют также и основание, равное основанию, то они будут иметь и угол, равный углу, заключенному между равными прямыми» (4, т. 1, с. 22) и двадцать четвертого предложения третьей книги: «На равных прямых подобные сегменты кругов равны между собой» (4, т.1, с.104).

Однако, Евклид избегает применения движения при доказательстве других признаков равенства треугольников. В то же время, по видимому, под влиянием более старой традиции, в одиннадцатой книге «Начал» Евклид определяет сферу, конус и цилиндр с помощью движения: «Сфера будет, если при неподвижности диаметра полукруга, вращающийся полукруг снова вернется в то же самое [положение], из которого он начал двигаться, то охваченная фигура [и есть сфера]». «Конус будет: если при неподвижности одной из сторон прямоугольного треугольника, [прилежащих] к прямому углу, вращающийся треугольник снова вернется в то же самое [положение], и из которого он начал двигаться, то охваченная фигура [и есть конус]». «Цилиндр будет: если при неподвижности одной из сторон прямоугольного параллелограмма, [прилегающих] к прямому углу, вращающийся параллелограмм снова вернется в то же самое [положение], из которого он начал двигаться, то охваченная фигура [и будет цилиндром]» (4, т.3.); в то же время он определяет круг не применяя движение: « Круг есть плоская фигура, содержащаяся внутри одной линии, [которая называется окружностью], на которую все из одной точки внутри фигуры падающие [на окружность круга] прямые равны между собой (4, т.1, с. 12).

Архимед (281-212 до н.э.), один из величайших математиков всех времен и народов, в отличие от Евклида широко применял к математике механику. Эпоха Архимеда была временем наивысшего расцвета классической греческой школы. Лейбниц писал: «Внимательно читая сочинения Архимеда, перестаешь удивляться всем новейшим открытиям геометрии». Архимед применял статику в «Послании к Эратосфену» (3, с. 298-327) и в «Квадратуре параболы» (3, с. 77-94) и пользовался движением в первой книге трактата «О шаре и цилиндре» (3, с. 95-167) при рассмотрении вращения полукруга с вписанном в него правильным многоугольником вокруг одного из диаметров, в трактате «О коноидах и сфероидах» (3, с. 168-226) Архимед определяет эти поверхности с помощью вращения; в трактате «О спиралях» (3, с. 227-265) спираль определяется с помощью движения точки по вращающемуся лучу. Математическое наследие Архимеда вызывало большой интерес у математиков Ближнего и Среднего востока IX-XV вв. Уже в конце VIII – начале IX вв. ряд сочинений Архимеда были переведены на арабский язык и сопровождены комментариями.

Работы братьев Бану Муса (Мухаммед, Хасан, Ахмед бану Муса ибн Шакир, IX в.) и ибн Курры являются одним из первых трудов математиков Ближнего и Среднего Востока, написанных под влиянием древнегреческой математики. «Книга измерения плоских и шаровых фигур» братьев Бану Муса, написанная в середине IX в., свидетельствует о глубоком усвоении античных приемов измерения, в частности изложенных в «Измерении круга» Архимеда. В своей « Книге измерения плоских и шаровых фигур» Бану Муса посвящают три предложения решению классических задач- построения двух средних пропорциональных и три секции угла. При решении обеих этих задач Бану Муса пользуются движением. В первом из этих предложений Бану Муса излагают решение Архита, которое они приписывают александрийскому математику – Менелаю (I-II в.), а во втором предложении они описывают прибор для построения искомых отрезков. Задачу о трисекции угла Бану Муса, также как и Архимед, решают с помощью «вставки» (5).

По видимому Сабит ибн Курра (836-901 гг.) был единственным арабским математиком, от которого остались произведения по механике. Ибн Курра в «Книге о том, что две линии, проведенные под углами, меньшими двух прямых, встретятся» говорит: «Большинство доказательств задач и предложений геометрической науки нуждается в указанном первом принципе, т.е. в применении упомянутого нами действия – приведения в движение одной из двух вещей, сравниваемых друг с другом, т.е. поднятия её с её места, переноса её и т.д. без изменения её формы при движении и наложении на другую в соответствии с её формой. Евклид нуждался в этом при доказательстве четвертого предложения первой книги его сочинения «Начала» и при доказательстве восьмого предложения той же книги (6, с.363-364). Далее, Ибн Курра устанавливает, что не только в четвертом и восьмом предложениях, а в самом первом предложении используется тот же «принцип», и что «именно так мы понимаем построение круга и его определение» (6, с. 364). Этим «принципом», т.е. применением движения, Ибн Курра пользуется для доказательств некоторых теорем, в том числе и для доказательства пятого постулата Евклида, основанном на доказательстве существования прямоугольника с помощью следующего предложения: «Всякое тело, которое мы представляем движущимся целиком в одну сторону одним простым движением в одном направлении, таково, что всякая его точка движется в этом направлении, поэтому линия, описываемая этой точкой, является прямой линией в нем» (6, с. 365). «Одно простое движение» -это движение вдоль прямой линии, причем Сабит ибн Курра имеет ввиду, разумеется, равномерное прямолинейное движение, при котором все точки движущегося тела «движутся в одном направлении», т.е, описывают параллельные прямые. Привлечение движения для геометрических доказательств в то время было весьма смелым поступком, так как противоречило догме Аристотеля: «Математические науки чужды движению». Последнее утверждение, равносильное утверждению о том, что геометрическое место точек плоскости, находящихся на равном расстоянии от прямой по одну сторону от нее, есть прямая, содержит в себе утверждение, эквивалентное пятому постулату. Ибн Курра облекает это утверждение в кинематическую форму. Кинематические рассуждения Сабита ибн Курры несомненно были связаны с занятиями механикой. Как известно, Сабит ибн Курра был наиболее крупным знатоком Архимеда на средневековом Востоке и переводчиком многих его сочинений, а также автором «Книги о рычажных весах».

Дальнейшее развитие применения движения к геометрии мы находим у Абу Али-Хасан ибн Хайсама (965-1039) – знаменитого Каирского астронома, математика. Его «Оптика» была настольной книгой всех западноевропейских астрономов вплоть до Кеплера. В своем «Трактате о сечении линии, примененном Архимедом, во второй книге» (7) Ибн Хайсам решает задачу, изложенную в четвертом предложении второй книги трактата Архимеда «О шаре и цилиндре». Ибн Хайсам дает два способа решения этой задачи, причем второй способ решения он начинает словами: «Другим способом, ………при помощи движения линий».

В своей «Книге комментариев к введениям книги Евклида «Начала» (8) Ибн Хайсам приводит четыре определения прямой, причем два последних определения основаны на применении движения: третье на наложении, четвертое на вращении в пространстве. Сам Ибн Хайсам четвертое определение называет «Наиболее совершенным определением» прямой. Ибн Хайсам отмечает, что если рассмотреть отрезок с закрепленным концом и вращать его вокруг этого конца до возвращения в первоначальное положение: «Этим движением описывается круг» (8). В вопросе о существовании острых, прямых и тупых углов он также пользуется движением.

Наиболее яркое применение движения к геометрии у Ибн Хайсама мы находим в той части рассматриваемого трактата, где он доказывает существование параллельных линий. Ибн Хайсам пишет: «Далее Евклид сказал: Параллельные прямые линии – такие, которые лежат в одной плоскости и если продолжить их в обе стороны бесконечно, они не пересекутся ни с одной из сторон... Для воображения этого нет пути, так как все, что воображается, конечно,...но понять существование двух линий, продолжающихся бесконечно в обе стороны и не пересекающихся, можно только сделав ясным существование прямых линий этого вида» (8). Для того, чтобы понять существование параллельных прямых Ибн Хайсам берет отрезок прямой и укратняет в ее направлении. Далее, восстанавливает перпендикуляр некоторой длины к полученной прямой линии в некоторой точке А и представляет этот перпендикуляр движущимся в одну сторону вдоль первой линии так, что он все время сохраняет перпендикулярность к ней. Далее, Ибн Хайсам объясняет, что конец перпендикуляра, отличный от точки А, описывает некоторую линию и доказывает, что эта линия – прямая, путем применения «простого движения», под которым он, как и Ибн Курра, понимает равномерное прямолинейное движение. Фактически, Ибн Хайсам доказывает, что совокупность точек, находящихся по одну сторону и на равном расстоянии от прямой-прямая. Далее, он рассматривает перемещение этого перпендикулярного отрезка в противоположную сторону и получает прямую, находящуюся на том же самом расстоянии от первой прямой, что и в случае перемещения в противоположную сторону. «Таким образом, можно получить две прямые линии, расположенные на одной плоскости, которые при бесконечном продолжении их в обе стороны не пересекутся ни с одной стороны, расстояния между этими прямыми в обе стороны всегда равны при их увеличении во всякую сторону и невозможно, чтобы они в каком-нибудь месте пересекались Таким образом, параллельные линии существуют и таким путем их можно представить» (8).

Как Ибн Курра, Ибн Хайсам существование параллельных линий вводит на основе кинематических рассуждений. Применение движения к геометрии – принципиальная установка как Ибн Курры, так и Ибн Хайсама, так как определение параллельных, как равноотстоящих прямых можно было бы определить без термина движение.

Применение движения к геометрии Ибн Куррой и Ибн Хайсамом было важным шагом вперед по пути создания математики переменных величин.

В противоположность Ибн Курре и Ибн Хайсаму, Абу Али Ибн Сина (980-1037) и Омар Хайам (1048-1131) в вопросе применения движения к геометрии придерживались позиции Аристотеля. Ибн Сина считает, что в математике «меньше неясностей и путаницы, потому что она удалена от движения и изменения и предметом ее в общем является «количество», а если ее расчленить,- то мера и число» (9) и далее он говорит: «Всякий раз, когда мы полагаем, что точка движется в пространстве, в нашем воображении ее движение образует линию. Всякий раз, когда мы предполагаем, что линия движется в другом направлении, ее движение образует плоскость. А плоскость движется в другом направлении по отношению к двум предыдущим, её движение образует толщину. Но не думай, что это рассуждение воспроизводит действительность. Оно служит лишь для примера, ибо люди полагают, что в действительности линия образуется от движения точки, но не учитывают, что это движение происходит в пространстве и пространство это обладает толщиной и [другими] измерениями до того, как точка образует линию, линия – плоскость, а плоскость толщину» (9, с. 155).

В своих «Комментариях к трудностям во введениях книги Евклида» Хайям отмечает, что ибн Хайсам в трактате «Разрешение сомнений в первой книге» изменил определение параллельности и сделал странные вещи, совершенно не в духе этого искусства. В частности, он говорил: если прямая линия, перпендикулярная к другой прямой линии, движется по ней, сохраняя перпендикулярность к этой линии, то её второй конец образует прямую линию и образованная, таким образом, линия параллельна неподвижной линии. Далее он берет эти две линии, двигает их, что совершенно не в духе этого искусства, и создает эти трудности и неприемлемые вещи для того, чтобы оправдать помещение этого постулата во введении. Эти слова ни в каком случае не имеют отношения к геометрии. Как может линия двигаться по двум линиям, сохраняя перпендикулярность к ним, и откуда следует возможность этого? Какое отношение имеется между геометрией и движением, и что следует понимать под движением? Согласно ученым, несомненно, что линия может существовать только на поверхности, а поверхность – в теле, т.е. линия может быть только в теле и не может предшествовать поверхности. Как же она может двигаться отвлеченно от её предмета? Как линия может быть образована движением точки, в то время как она предшествует точке по своему существу и по своему существованию?» (10, с. 115)

Несмотря на то, что Хайям считал недопустимым применения движения к геометрии, при доказательстве теорем, на основе которых доказывает пятый постулат, он пользуется наложением. Наглядным примером может служить доказательство теоремы, что равные углы при верхнем основании в двупрямоугольном четырехугольнике прямые (10, с. 122).

Как мы видим, предшественники Насирэддина Туси по вопросу о применении движения к геометрии придерживались различных взглядов. Если Ибн Сина и Хайям придерживались точки зрения Аристотеля о неприменимости движения к геометрии, то Ибн Корра и Ибн Хайсам были принципиальными сторонниками применения движения к геометрии.

В то же время мы видим, что и противники применения движения к геометрии — и Евклид в древности, и Ибн Сина и Хайям в средние века, фактически все же пользовались движением в своих геометрических доказательствах.

Уже систематическое применение движения к геометрии в математике находим у Насирэддина Туси как в форме наложения, так и в других формах. В своих «Комментариях к трактату Архимеда «О шаре и цилиндре»» Насирэддин Туси широко пользуется движением как там, где им пользуется Архимед, так и там, где он им не пользуется. В связи со сравнением прямых и круговых линий, плоских и кривых поверхностей Насирэддин Туси привлекает к математике еще одну форму движения – качение (11).

Большинство упомянутых нами математиков были в то же время известными астрономами, физиками или врачами. Ибн Курра был крупным механиком, основные труды Ибн Хайсама относятся к оптике и астрономии, Ибн Сина к медицине, а О.Хайям и Насирэддин Туси возглавляли астрономические обсерватории в Исфагане и Мараге и были авторами астрономических таблиц. Именно изучение движения планет и различных механизмов в значительной степени стимулировало применение этими учеными движения в математике, а потребности практических вычислений приводили их к необходимости расширения понятия числа.

Математики стран Ближнего и Среднего востока, работы которых способствовали созданию замечательных трудов Насирэддина Туси (Комментарии к «Началам» Евклида»», Изложение книги «О шаре и цилиндре» Архимеда, «Книга о фигуре секущих»,...), внесли, тем самым, важный вклад в подготовку создания математики переменных величин, приведшей к огромным успехам математиков Нового времени.

Математика стран ислама оказала исключительное влияние на развитие математики как на Востоке, так и на Западе. Но особенно глубоко было её влияние на Европу (12, т. 1, с. 244).

Усвоение учеными Европы науки стран Ислама позволило начать строить европейскую науку на прочном фундаменте и не повторять заново весь пройденный их предшественниками путь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аристотель. Метафизика. Перевод и примечания А.В.Кубицкого, М.-Л., 1934.
2. Аристотель. Физика, перевод В.П.Карпова. М., 1937.
3. Евклид. Начала. Перевод с греческого и комментарии Д.Д.Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я.Выгодского и И.Н.Веселовского, М.-Л. 1950.
4. Архимед. Сочинения. Перевод, вступительная статья и комментарии И.Н.Веселовского. Перевод арабских текстов Б.А.Розенфельда, М., 1962.
5. Бану Муса. Книга измерения плоских и шаровых фигур. Перевод Дж.ад-Даббаха. Историко-математические исследования 1965 г., вып. 16.
6. Сабит ибн Курра. Книга о том, что две линии, проведенные под углами, меньшими двух прямых, встретятся. Историко-математические исследования вып. 15.
7. F.Woepcke, Dalgebre d Omar Alkhayyami. Paris, 1851, h.91-94.
8. Абу Али ибн Хайсам. Книга комментариев к введениям книги Евклида «Начала», (перевод Г.З. Кулиевой- приложения к канд. дис., 1967).
9. Абу Али ибн Сина. Данишнаме. Душанбе, 1957.
10. Омар Хайям. Трактаты . М., 1961.
11. Кубесов И.А. О комментариях Н.Туси к трактату Архимеда «О шаре и цилиндре». Вопросы истории естествознания и техники. Вып. 2, 1969.
12. История математики с древнейших времен до начала нового времени. Под ред. А.П.Юшкевича. М., 1970.

**RİYAZİYYATDA HƏRƏKƏT İDEYASININ
MÜSƏLMAN ORTA ƏSRLƏRİNDƏ TƏŞƏKKÜLÜ**

G.Z.QULİYEVA

XÜLASƏ

Orta əsr islam ölkələrində təşəkkül tapan riyaziyyat həm Şərqdə, həm də Qərbdə riyaziyyatın inkişafına böyük təsir göstərmişdir. Məqalədə «hərəkət» anlayışının Banu Musa, İbn Kurra, İbn Xaysam kimi görkəmli orta əsr riyaziyyatçılarının əsərlərində işlənib hazırlanması, bunun N.Tusinin görkəmli əsərlərinin yaranmasında rolu, dəyişən kəmiyyətlər riyaziyyatının hazırlanmasına verdiyi töhfələr və bunların nəticəsində yeni dövr riyaziyyatçılarının böyük müvəffəqiyyətlər qazanması işıqlandırılmışdır.

**THE FORMATION OF THE IDEA OF MOVEMENT
IN MATHEMATICS OF THE MOSLEM MIDDLE AGES**

Q.Z.QULIYEVA

SUMMARY

Its known that mathematics of Muslim countries had a special influence on the development of mathematics east as well as in the west too.

In the given work the formation of understanding 'Monument of scientific composition' of these scientists as: Banu Musa, Sabit ibn Kurra, Hasan ibn Khaysam, Omar Khayyam, ibn Sina is coveraged.

The works of these scientists who prepared the perfect works by N.Tusi: "Presentation Beginning" of Evklid, "The book about the crossing figure", "Presentation of the book" "about sphere and cylinder by Archimedes" carried great contribution in preparation of founding of math's changeable quantity and it will bring them to great success of mathematicians of nowadays.