

İNFORMATİKA

УДК 01.23

ЛОГИЧЕСКИЙ ВЫВОД НА БАЗЕ НЕЧЕТКИХ
ПРАВИЛ АППРОКСИМАЦИИ В РАМКАХ FLb

У.Ш.РЗАЕВА

*Институт Кибернетики**Национальной Академии Наук Азербайджана**r.ulviyye@aseu.az*

Рассматривается задача получения нечеткого правила аппроксимации Мамдани как вывода из специальных аксиом. Для решения используется нечеткая логика в широком смысле (FLb). Представлен метод распознавания на основе естественного языка, по которому определяется специальный класс лингвистических синтагм в FLb. В работе также представлена попытка моделирования сочетаний информативных признаков, посредством которых происходит распознавание образов.

Ключевые слова: нечеткая логика в широком смысле, синтагма, предикат, интенсивность, лингвистическое описание, импликация.

Формализация интеллектуальных операций, моделирующих нечеткие высказывания человека о состоянии и поведении сложных явлений, образует сегодня самостоятельное направление научно-прикладных исследований, получившее название «нечеткое моделирование». Основные проблемы, решаемые в нечетком моделировании, связаны с моделированием интеллектуальных операций приближенных рассуждений человека. Согласно доказанной Бартоломеем Коско знаменитой теоремы FAT (Fuzzy Approximation Theorem), любая математическая система может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике. Другими словами, с помощью естественно-языковых высказываний «ЕСЛИ-ТО», с последующей их формализацией средствами теории нечетких множеств, можно сколько угодно точно описать произвольную взаимосвязь «входы-выход» без использования сложного аппарата дифференциального и интегрального исчисления, традиционно применяемого в управлении и идентификации. К числу интеллектуальных операций, используемых в приближенных рассуждениях человека относятся опреде-

ление семантики, смысла высказываний, определение «истинности» элементарных и составных высказываний, вывод «истинности» высказывания на основе логических рассуждений. Формализация нечеткой импликации позволила задать правила «ЕСЛИ-ТО» в виде нечетких продукционных правил и заложило основу нечеткого моделирования опыта и знаний экспертов, выраженных в виде приближенных зависимостей [7]. Понятие нечеткой логики обычно используется в двух смыслах - узком и широком. В узком смысле, нечеткая логика – это логическая система, являющаяся расширением многозначной логики. В широком смысле слова, который сегодня преобладает, нечеткая логика равнозначна теории нечетких множеств, то есть классов с неточными, размытыми границами [4]. Нечеткая логика в широком смысле (FLb) имеет возможность расширить возможности классической логики в тех областях, где классическая логика не может дать удовлетворительных решений. Существуют некоторые проблемы, связанные с естественным языком, для которого посредством FLb можно построить лучшую модель, нежели это возможно в классической логике, так как FLb нацелена на создание математической модели естественных человеческих рассуждений, в которых принципиальную роль играет человеческий язык. В данной работе FLb служит помощью при получении нечеткого правила аппроксимации Мамдани как вывода из специальных аксиом [12].

Постановка задачи

Композиционное правило нечеткого вывода Заде. Если известно нечеткое отношение \tilde{R} между x и y , то при нечетком значении входной переменной $x = \tilde{A}$ нечеткое значение выходной переменной y определяется следующим образом:

$$y = \tilde{A} \circ \tilde{R},$$

где знак "o" - максимная композиция.

Композиционное правило Заде составляет основу разнообразных алгоритмов нечеткого логического вывода.

Рассмотрим схему вывода Мамдани на базе нечетких правил. Пусть входная переменная x является каким-либо нечетким множеством A , и y - нечетким множеством B , тогда выходная переменная является нечетким множеством. Если задан факт $x = x_0$, $y = y_0$, то необходимо найти $z = z_0$.

Схема вывода на базе нечетких правил сводится к решению следующей задачи:

База правил

R_1 : если $A_1(x_1)$, то $B_1(y_1)$;

R_2 : если $A_2(x_2)$, то $B_2(y_2)$;

.....

R_n : если $A_n(x_n)$, то $B_n(y_n)$;

Факт: $x = x_0, y = y_0$. Следствие $z = ?$ [6]

В данной работе дано решение вышеприведенной задачи в терминах FLb, а также представлена попытка моделирования информационных сочетаний признаков, посредством которых происходит распознавание образов.

Методы решения

Для построения алгоритмов и программ в задачах распознавания образов, необходимо задать правила работы с единицами различных уровней естественного языка [3], так как определение информативных признаков в задачах распознавания образов является одним из наиболее важных и ответственных шагов. Основная проблема состоит в том, чтобы найти такую совокупность признаков, которая наилучшим образом отражала бы понятие сходства.

Варьирование информативности какого-либо признака осуществляется разными средствами, главным среди которых является *синтагматическое членение*. Обобщенные языковые единицы определяются понятием *синтагма*, а синтагматические описания могут отражать ту или иную специфику исследования. Наиболее информативные элементы смысла, описывающие отношения, возникают только на уровне синтагм, выделение которых требует применения нетривиальных алгоритмов синтаксического анализа [2].

Синтагма может также состоять из одного слова, может совпадать с целым предложением. Она также может совпадать или не совпадать со словосочетанием, но между ними сохраняются существенные различия: синтагма выделяется в предложении, является результатом его членения и существует только в нем, тогда как словосочетание не только выделяется в предложении, но наряду со словом служит готовым “строительным материалом” для предложения и является результатом не разложения на элементы, а синтеза элементов [5].

Синтагматические обороты обладают большой информативной нагруженностью: они содержат дополнительное сообщение, сопутствующее сообщению, содержащемуся в распространяемой части предложения, и характеризуются относительной информативной самостоятельностью.

Существуют три концепции в логическом анализе естественного языка: интенсивность, расширение и возможный мир.

Возможным миром называется категория модальной логики, используемая для установления истинности или ложности модальных вы-

сказываний. В общих чертах возможный мир можно интерпретировать как возможное положение дел, либо возможное развитие событий. Возможный мир может быть расширен за счет вовлечения тех языковых средств, которые предоставляют право выбора при расшифровке смысла сказанного [1].

Интенсивностью называется совокупность мыслимых признаков обозначаемого понятием предмета или явления, которая может привести к различным значениям истинности в различных возможных мирах [8]. В логике интенсивность представляет собой функцию, ставящую в соответствие значение истинности объекту в каждом возможном мире.

Расширением является множество элементов, определенное одной интенсивностью, которая входит в значение синтагм в данном возможном мире [8].

Определение 1. Пусть \mathcal{A} является оценочной синтагмой. Тогда синтагма

$$\langle \text{Существительное} \rangle \text{ есть } \mathcal{A}$$

называется оценочным предикатом.

Фиксируем некоторый многосортный язык J , который имеет конечное число сортов l и ставим в соответствие синтагмы из S элементам J . F_j - множество корректно построенных формул соответствующих синтагм.

Определение 2. Пусть $\mathcal{A} \in S$ является синтагмой, а $A(x_1, \dots, x_n) \in F_j$ является соответствующей ей формулой. Тогда множество

$$\mathbf{A}_{(x_1, \dots, x_n)} = \{a_{t_1, \dots, t_n} / A_{x_1, \dots, x_n}[t_1, \dots, t_n] \mid t_1 \in M_{l_1}, \dots, t_n \in M_{l_n}\},$$

где M_{l_1}, M_{l_2} - множества термов вычислимых формул, называемых **мультиформулой**, является интенсивностью \mathcal{A} .

Определение 3. Пусть $\mathcal{A}_i \in S$, $i=1, \dots, m$ являются синтагмами с интенсивностями \mathbf{A}_i .

Формальная теория FLb есть

$$\mathcal{T} = \{ \mathcal{A}_0[\mathbf{A}_0], \dots, \mathcal{A}_m[\mathbf{A}_m] \}. \quad (1)$$

Так как интенсивности являются мультиформулами, теория \mathcal{T} в (1) примыкает к нечеткой теории в узком смысле (FLn) T :

$$T = BT \cup \mathbf{A}_0 \cup \dots \cup \mathbf{A}_m,$$

где BT является вспомогательной нечеткой теорией [10]. Таким образом, все основные операции FLb могут трансформироваться в FLn.

Общую схему формальной теории \mathcal{T} формируем, используя естественный язык, при этом она ставится в соответствие нечеткой теории T в FLn. Затем в FLn производятся выводы. Результатом будет некоторая мультиформула, которую можно рассматривать как наиболее точную ин-

тенсивность соответствующей синтагмы, являющуюся выводом в FLb.

Введем специальную синтагму

$\mathcal{R} := \text{“} \langle \text{существительное} \rangle_1 \text{ в отношении с } \langle \text{существительное} \rangle_2 \text{”}$

с интенсивностью

$$\mathbf{R}_{\langle x,y \rangle} = \{r_{ts} / \mathbf{R}_{x,y}[t,s] \mid t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}\},$$

где \mathbf{R} является некоторым бинарным предикатным символом.

Пусть \mathcal{T} является теорией в FLb. Лингвистическое утверждение \mathcal{A} , которое может являться условной клаузой, верно в \mathcal{T} , если оно имеет интенсивность

$$\mathbf{A}_{\langle x_1, \dots, x_n \rangle} = \{1 / \mathbf{A}_{x_1, \dots, x_n}[t_1, \dots, t_n] \mid t_1 \in M_{l_1}, \dots, t_n \in M_{l_n}\}.$$

Данное отношение можно рассматривать как некоторое группирование пар элементов. Разложим его на пары и характеризуем каждую из пар элементов, используя оценочные утверждения

$\text{“} \langle \text{существительное} \rangle_1 \text{ есть } \mathcal{A} \text{ и } \langle \text{существительное} \rangle_2 \text{ есть } \mathcal{B} \text{”}$,

где $\langle \text{существительное} \rangle_1$ есть имя первого элемента каждой пары, а $\langle \text{существительное} \rangle_2$ - имя второго. Таким образом, каждая из рассматриваемых частей может быть описана на естественном языке с использованием условной клаузы вида

$$\mathcal{R} := \text{ЕСЛИ } \langle \text{существительное} \rangle_1 \text{ есть } \mathcal{A} \text{ и } \langle \text{существительное} \rangle_2 \text{ есть } \mathcal{B}, \text{ ТО } \mathcal{R}, \quad (2)$$

что может быть интерпретировано как вывод информативных сочетаний при формировании набора кластеров в решении задачи распознавания [10].

Пусть $\mathcal{E} := \text{“} \langle \text{существительное} \rangle \text{ есть } \mathcal{A} \text{”}$ является оценочным предикатом, x - переменная, соответствующая $\langle \text{существительное} \rangle$, и интенсивность \mathcal{A} есть $\mathbf{A}_{\langle x \rangle}$. Тогда интенсивность \mathcal{E} есть

$$\mathbf{C}_{\langle x \rangle} := \mathbf{A}_{\langle x \rangle}$$

Пусть \mathcal{A} и \mathcal{B} являются оценочными предикатами с интенсивностями $\mathbf{A}_{\langle x \rangle}$ и $\mathbf{B}_{\langle y \rangle}$, соответственно. Тогда интенсивность составного оценочного предиката $\mathcal{E} := \text{“} \mathcal{A} \text{ и } \mathcal{B} \text{”}$ есть

$$\mathbf{C}_{\langle x,y \rangle} := \mathbf{A}_{\langle x \rangle} \hat{\&} \mathbf{B}_{\langle y \rangle} = \{a_t b_s / (A_x[t] \hat{\&} B_y[s]) \mid t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}\},$$

где t является t -нормой соответствующей связке $\hat{\&}$. Аналогично определяется интенсивность составного оценочного предиката $\mathcal{E} := \text{“} \mathcal{A} \text{ или } \mathcal{B} \text{”}$, которой поставлена в соответствие связка $\check{\vee}$, интерпретирующая s -норму.

Пусть \mathcal{A} и \mathcal{B} являются оценочными предикатами с интенсивностями $\mathbf{A}_{\langle x \rangle}$ и $\mathbf{B}_{\langle y \rangle}$, соответственно. Тогда интенсивность условной клаузы $\mathcal{E} := \text{“} \text{ЕСЛИ } \mathcal{A}, \text{ ТО } \mathcal{B} \text{”}$ есть

$$\mathbf{C}_{\langle x,y \rangle} := \mathbf{A}_{\langle x \rangle} \Rightarrow \mathbf{B}_{\langle y \rangle} = \{a_t \rightarrow b_s / (A_x[t] \Rightarrow B_y[s]) \mid t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}\}.$$

Следующая лемма определяет условия, при которых можно полу-

читать максимальную степень выводимости при использовании импликаций [12].

Лемма. Пусть $A_1(x), \dots, A_m(x)$ и $B_1(y), \dots, B_m(y)$, где x - переменная сорта l_1 , y - переменная сорта l_2 , являются формулами. Пусть

$$T = \{a_{k,t} / A_{k,x}[t], c_{j,ts} / A_{j,x}[t] \Rightarrow B_{j,y}[s] \mid k \in [1, m], t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}\}$$

является нечеткой теорией. Тогда T является непротиворечивой и

$$T \vdash_{b_{k,s}} B_{k,y}[s], \quad b_{k,s} = \bigvee_{t \in M_{l_1}} (a_{k,t} \otimes c_{k,ts}), \quad s \in M_{l_2}. \quad (3)$$

Доказательство. Положим

$$F_0 = \{a_{j,t} / A_{j,x}[t], b_{j,s} = \bigvee_{t \in M_{l_1}} (a_{j,t} \otimes c_{j,ts}) / B_{j,y}[s], \\ t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}, j = 1, \dots, m\}$$

является множеством оцененных независимых формул. Существует такая модель \mathcal{D} [13], что

$$\mathcal{D}(A_{j,x}[t]) = a_{j,t}, \quad \mathcal{D}(B_{j,y}[s]) = b_{j,s} \quad \text{для всех } j = 1, \dots, m.$$

Покажем, что $\mathcal{D} \models T$.

Очевидно, что

$$a_{j,t} \otimes c_{j,ts} \leq \bigvee_{t \in M_{l_1}} (a_{j,t} \otimes c_{j,ts})$$

верно для всех $t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}, j = 1, \dots, m$. К тому же получаем, что

$$c_{j,ts} \leq a_{j,t} \rightarrow \bigvee_{t \in M_{l_1}} (a_{j,t} \otimes c_{j,ts}) = \mathcal{D}(A_{j,x}[t]) \rightarrow \mathcal{D}(B_{j,y}[s]) = \\ \mathcal{D}(A_{j,x}[t]) \Rightarrow \mathcal{D}(B_{j,y}[s])$$

для всех $j = 1, \dots, m$, и, следовательно, $\mathcal{D} \models T$ является моделью теории T , откуда следует, что T является непротиворечивой.

Рассмотрим выводы

$$c_{k,ts} / A_{j,x}[s] \Rightarrow B_{j,y}[s] - \text{специальная аксиома,}$$

$$a_{k,t} \otimes c_{k,ts} / B_{k,y}[s] - \text{modus ponens}$$

для всех $t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}, j = 1, \dots, m$. Тогда

$$b_{k,s} \geq \bigvee_{t \in M_{l_1}} (a_{k,t} \otimes c_{k,ts}).$$

Но в то же время $b_{k,s} \leq \bigvee_{t \in M_{l_1}} (a_{k,t} \otimes c_{k,ts})$, откуда следует (3) по теореме о полноте.

Эта лемма определяет степень выводимости в случае, когда некоторое соотношение получено дизъюнкцией конъюнкций некоторых формул [11].

Особую роль в нечеткой логике играют условные клаузы

$$\text{ЕСЛИ } \mathcal{A}, \text{ ТО } \mathcal{B},$$

являющиеся импликациями, описанными на естественном языке и ис-

пользуемые для описания динамических процессов или моделей принятия решения. Множество таких утверждений называется *лингвистическим описанием*.

Пусть $\mathcal{A}_j, \mathcal{B}_j$ являются оценочными предикатами с соответствующими интенсивностями $\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j$. Тогда *лингвистическое описание* в FLb есть либо конечное множество \mathcal{LD}^I , либо конечное множество \mathcal{LD}^A следующих высказываний

$$\mathcal{LD}^I = \{ \mathcal{R}_1^I, \dots, \mathcal{R}_m^I \},$$

где

$$\mathcal{R}_j^I = \text{ЕСЛИ } \mathcal{A}_j \text{ ТО } \mathcal{B}_j, j=1, \dots, m$$

являются условными клаузами и

$$\mathcal{LD}^A = \{ \mathcal{R}_1^A, \dots, \mathcal{R}_m^A \},$$

где

$$\mathcal{R}_j^A = \mathcal{A}_j \text{ И } \mathcal{B}_j, j=1, \dots, m$$

являются составными оценочными предикатами.

Из этих рассуждений следует, что в FLb существуют два метода работы с лингвистической переменной. Первый из них работает с лингвистическим описанием \mathcal{LD}^I , состоящим из сформулированных на естественном языке логических импликаций. Второй метод основывается на дополнительном предположении и работает с лингвистическим описанием \mathcal{LD}^A , состоящем из конъюнкций лингвистических предикатов. Описание \mathcal{LD}^I используется, когда необходимо вывести утверждения из некоторых фактов, тогда как описание \mathcal{LD}^A применяется, когда существует надобность описать отношение или функцию.

Следующая теорема доказывает, что при рассмотрении правила ЕСЛИ-ТО в качестве условных клауз, которые образованы из простых оценочных предикатов, основанное на них правило дедукции дает наилучший вывод в нечеткой теории, определенной ими [9, 14].

Теорема. Пусть имеем лингвистическое описание \mathcal{LD}^I , состоящее из m правил ЕСЛИ-ТО и оценочного утверждения A_k из какого-либо правила из \mathcal{LD}^I . Пусть A'_k является возможной модификацией A_k такой, что направление ее интенсивности $A'_{k, \langle x \rangle}$ может изменяться в пределах $A_{k, \langle x \rangle}$ в некоторых оценках. Пусть

$$T = \{ A'_k, \mathcal{LD}^I \}$$

является теорией в FLb. Тогда можно получить вывод B'_k с интенсивностью

$$B'_{k, \langle y \rangle} = \left\{ b'_{k, s} = \bigvee_{t \in M_1} (a'_{k, t} \otimes c_{k, ts}) / B_{k, y}[s] \mid s \in M_2 \right\},$$

такой что все $b'_{k,s}$ в мультиформуле $B'_{k,\langle x \rangle}$ являются максимальными.

Доказательство. Теория T определяет нечеткую теорию

$$T = \{A'_{k,\langle x \rangle}, A_{j,\langle x \rangle} \Rightarrow B_j, \\ \langle y \rangle | j=1, \dots, m\} = \{a_{k,t} / A_{k,x}[t], c_{j,ts} / A_{j,x}[t] \Rightarrow B_{j,y}[s] | k \in [1, m], t \in M_{l_1}, s \in M_{l_2}\},$$

где $c_{j,ts} = a_{j,t} \rightarrow b_{j,s}$. Так как правила ЕСЛИ-ТО из LD^I состоят из простых оценочных предикатов, то их можно перевести в термины языка J . Тогда утверждение теоремы следует из вышеприведенной леммы.

Заключение

В данной работе в рамках FLb рассмотрена задача моделирования сочетаний информативных признаков объекта с нечеткими признаками, принимающего лингвистические значения. На основе введенных понятий с помощью синтагм описаны объекты, дана интерпретация информативных сочетаний при формировании набора кластеров для решения задачи распознавания. Представлена попытка устранения существующего разрыва между приложением естественного языка и средствами его интерпретации и обеспечения точного выражения смысла высказываний, чтобы понимание естественного языка было более осмысленным. Показано, что при нечетком логическом выводе и использовании правила ЕСЛИ-ТО в качестве условных клауз, образованных из простых оценочных предикатов, основанное на них правило дедукции дает наилучший вывод в нечеткой теории, определенной ими.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вардзелашвили Ж. «Возможные миры» текстуального пространства // Труды Санкт-Петербургского государственного университета, 2003, №7, с. 37-45.
2. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Учебное пособие. Омск, 2003, 108 с.
3. Ермаков А.Е., Плешко В.В. Синтаксический разбор в системах статистического анализа текста // Информационные технологии, 2002, № 7, с. 30-34.
4. Заде Л. Роль мягких вычислений и нечеткой логики в понимании, конструировании и развитии интеллектуальных систем // Новости искусственного интеллекта, 2001, № 2 – 3, с. 7 - 11.
5. Фомичев В.А. Метод формального описания содержания сложных естественно-языковых текстов и его применение к проектированию лингвистических процессов, 2005, 230 с.
6. Ярушкина Н.Г. Нечеткие нейронные сети с генетической настройкой. Научная сессия МИФИ–2004. VI Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика–2004»: Лекции по нейроинформатике. Часть 1, М.: МИФИ, 2004, 199 с.
7. Ярушкина Н.Г., Афанасьева Т.В., Перфильева И. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов. Учебное пособие. Ульяновск, УлГТУ, 2010, 320 с.
8. Gallin D. Intensional and higher-order modal logic. Amsterdam, North Holland Publishing Company, 1975, 159 p.

9. Hajek P. Mathematics of fuzzy logic. Dordrecht, Netherlands: Kluwer, 1998, 295 p.
10. Kerimov A.K., Rzayeva U. Sh. About one problem of objects' fuzzy clusterization on the basis of fuzzy logic in broad sense / The Third Congress of the World Mathematical Society of Turkic Countries, Almaty, 2009, p.147-152.
11. Kerimov A.K., Rzayeva U. Sh. Fuzzy interpolation of partial functions of membership, characterizing affinity of objects to each other and objects to class / Ninth International Conference on Applications of Fuzzy Systems and Soft Computing, Prague, 2010, p.229-235.
12. Mamdani E.H. Applications of fuzzy algorithms for simple dynamic plant / Proc. IEEE, 1974, p. 1585-1588.
13. Novak V., Perfilieva I. On model theory in Fuzzy Logic in broader sense / Proceedings FUZZ-IEEE'97, Barcelona, 1997, p. 693-698.
14. Novak V., Perfilieva I., Mockor J. Mathematical principles of fuzzy logic. Kluwer Academic Publisher, 1999, 315 p.

FLb ÇƏRÇİVƏSİNDƏ APPROKSİMASİYANIN QEYRİ-SƏLİS QAYDALARI BAZASINDA MƏNTİQİ ÇIXARIŞ

Ü.Ş.RZAYEVA

XÜLASƏ

Mamdani approksimasiyasının qeyri-səlis qaydasının alınmasının xüsusi aksiomlardan çıxarılışı məsələsinə baxılır. Məsələnin həlli üçün geniş mənada qeyri-səlis məntiqdən (FLb) istifadə olunur. Təbii dil əsasında tanıma üsulu təqdim edilib ki, bu üsul vasitəsilə FLb-də lingvistik sintaqmaların xüsusi sinfi müəyyən olunur. İşdə informativ əlamətlərin birləşməsinin modelləşdirilməsi cəhdi də təqdim olunub.

Açar sözlər: geniş mənada qeyri-səlis məntiq, sintaqma, predikat, intensivlik, lingvistik təsviri, implikasiya.

LOGIC DEDUCTION BASED ON FUZZY RULES OF APPROXIMATION IN TERMS OF FLb

U.Sh.RZAYEVA

SUMMARY

We consider the problem of receiving Mamdani's fuzzy rule of approximation as deduction of special axioms. Fuzzy logic in a broad sense (FLb) uses for solution. A method for recognition based on natural language, which is determined by a special class of linguistic syntagms in FLb has been presented. The author attempts to model combinations of information signs, which develop is a pattern recognition.

Keywords: fuzzy logic in a broad sense, syntagm, predicate, intensity, linguistic description, implication.

Поступила в редакцию: 26.09.2011 г.

Подписано к печати: 19.12.2011 г.