**BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ**

*№4* *Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası* *2011*

# MEXANİKA

**УДК 05.19.15**

## ЗАДАЧА КРУЧЕНИЯ ДЛЯ РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ СФЕРЫ МАЛОЙ ТОЛЩИНЫ

**Н.К.АХМЕДОВ, Т.Б.МАМЕДОВА**
***Бакинский Государственный Университет***
***anatiq@gmail.com***

*В работе методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости исследована задача кручения радиально-неоднородной трансверсально-изотропной сферы малой толщины с силовыми краевыми условиями на боковой поверхности. Построены неоднородные решения, позволяющие снять нагрузки с боковой поверхности оболочки. Получены асимптотические разложения однородных решений. На основании проведенного анализа разъяснен характер напряженно-деформированного состояния. Показано, что первому асимптотическому процессу соответствует некоторое проникающее решение и следующий асимптотический процесс определяет решения, имеющие характер пограничного слоя.*

**Ключевые слова:** радиально-неоднородная сферическая оболочка, однородные решения, пограничный слой, неоднородные решения.

1.Рассмотрим задачу кручения для радиально-неоднородной трансверсально-изотропной сферы малой толщины. В сферической системе координат область, занятую сферической оболочкой, обозначим через:

$$\Gamma = \{r \in [r_1; r_2],\ \theta \in [\theta_1; \theta_2],\ \varphi \in [0; 2\pi]\}.$$

Уравнения равновесия при отсутствии массовых сил в сферической системе координат имеют вид [1]:

$$\frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{3\sigma_{r\varphi} + 2\sigma_{\varphi\theta} ctg\theta}{r} = 0, \qquad (1.1)$$

где $\sigma_{r\varphi}, \sigma_{\theta\varphi}$- компоненты тензора напряжения, которые выражаются через компоненты вектора перемещений следующим образом [1]:

$$\sigma_{r\varphi} = G_1\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r}\right),\ \sigma_{\theta\varphi} = \frac{G}{r}\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} - u_\varphi ctg\theta\right). \qquad (1.2)$$

Подставляя (1.2) в (1.1), получаем уравнения равновесия в перемещениях:

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\left[G_1(\rho)e^{-\varepsilon\rho}\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial\rho} - \varepsilon\, u_\varphi\right)\right] + 3\varepsilon e^{-\varepsilon\rho}G_1(\rho)\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial\rho} - \varepsilon\, u_\varphi\right) +$$

$$+\varepsilon^2 e^{-\varepsilon\rho}G(\rho)\left(\Delta_0 u_\varphi - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta}u_\varphi\right) = 0. \qquad (1.3)$$

Здесь $u_\varphi = u_\varphi(\rho,\theta)$- компонента вектора смещения; $\rho = \frac{1}{\varepsilon}\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$- новая радиальная переменная; $\varepsilon = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$-малый параметр, характеризирующий толщину оболочки; $r_0 = \sqrt{r_1 r_2}$, $\rho \in [-1;1]$; $G = G(\rho)$, $G_1 = G_1(\rho)$- модули сдвига, рассматриваемые как произвольная кусочно-непрерывная положительная функция переменной $\rho$; $\Delta_0 = \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + ctg\theta\frac{\partial}{\partial\theta}$.

Предположим, что на сферическую часть границы действует нагрузка:

$$\sigma_{\rho\varphi}\Big|_{\rho=\pm1} = \frac{e^{-\varepsilon\rho}}{\varepsilon}G_1(\rho)\left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial\rho} - \varepsilon u_\varphi\right)\Bigg|_{\rho=\pm1} = f^{\pm}(\theta). \qquad (1.4)$$

Здесь $f^{\pm}(\theta)$- достаточно гладкие функции и относительно $\varepsilon$ имеют порядок $O(1)$.

2. Рассмотрим построение частных решений уравнения (1.3), удовлетворяющих граничным условиям (1.4), т.е. неоднородных решений. При построении частных решений (1.3) можно использовать различные приемы. Если относительная толщина оболочки достаточно мала, а нагрузка, заданная на боковых поверхностях, достаточно гладкая и относительно $\varepsilon$ имеет порядок $O(1)$, то для построения неоднородных решений целесообразно использовать первый итерационный процесс асимптотического метода [2], который применен в работах [3-9].

Рассмотрим вопрос о построении неоднородного решения на основе первого итерационного процесса.

Решение (1.3), (1.4) будем отыскивать в виде:

$$u_\varphi = \varepsilon^{-1}\left(u_{\varphi0} + \varepsilon u_{\varphi1} + \varepsilon^2 u_{\varphi2} + \ldots\right). \qquad (2.1)$$

Подстановка (2.1) в (1.3), (1.4) приводит к системе, последовательное интегрирование которой по $\rho$ дает соотношения для коэффициентов разложения $u_\varphi$:

$$u_{\varphi 0} = \Phi_1(\theta); \tag{2.2}$$

$$u_{\varphi 1} = \rho\, \Phi_1(\theta) + \Phi_2(\theta); \tag{2.3}$$

$$u_{\varphi 2} = \frac{\rho^2}{2}\Phi_1(\theta) + \rho\, \Phi_2(\theta) + \frac{f(\theta)}{G^{(0)}}\int_0^\rho \frac{1}{G_1(x)}\times$$

$$\times\left(\int_{-1}^{x} G(y)dy\right)dx + f^-(\theta)\int_0^\rho \frac{1}{G_1(x)}dx + \Phi_3(\theta), \tag{2.4}$$

где

$$\Delta_0\Phi_1(\theta) - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta}\Phi_1(\theta) = -\frac{f(\theta)}{G^{(0)}}\ ; \tag{2.5}$$

$$\Delta_0\Phi_2(\theta) - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta}\Phi_2(\theta) = \frac{6}{G^{(0)}} f^-(\theta) - \frac{3f(\theta)}{G^{(0)}}\left(1 - \frac{G^{(1)}}{G^{(0)}}\right)\ ; \tag{2.6}$$

$$\Delta_0\Phi_3(\theta) - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta}\Phi_3(\theta) = \left(\frac{G^{(1)}}{G^{(0)}} - 1\right)\left[\frac{9f(\theta)}{G^{(0)}}\left(1 - \frac{G^{(1)}}{G^{(0)}}\right) - \frac{18}{G^{(0)}} f^-(\theta)\right] -$$

$$-\frac{18}{G^{(0)}} f^-(\theta) + \frac{9f(\theta)}{2\left(G^{(0)}\right)^2}\left(G^{(2)} + G^{(0)} - 2G^{(1)}\right) - \frac{1}{\left(G^{(0)}\right)^2}\int_{-1}^{1} G(\rho)\times$$

$$\times\left(\int_0^\rho \frac{1}{G_1(x)}\left(\int_{-1}^{x} G(t)dt\right)dx\right)d\rho\left(\Delta_0 f(\theta) - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta} f(\theta)\right) -$$

$$-\frac{1}{G^{(0)}}\int_{-1}^{1} G(\rho)\left(\int_0^\rho \frac{1}{G_1(x)}dx\right)d\rho\left(\Delta_0 f^-(\theta) - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta} f^-(\theta)\right); \tag{2.7}$$

$$f(\theta) = f^+(\theta) - f^-(\theta),\ G^{(k)} = \int_{-1}^{1} G(\rho)\rho^k d\rho.$$

Для напряжений $\sigma_{\rho\varphi}, \sigma_{\theta\varphi}$ получим следующие асимптотические выражения:

$$\sigma_{\rho\varphi} = f^-(\theta) + \frac{f(\theta)}{G^{(0)}}\int_{-1}^{\rho} G(x)\,dx + \varepsilon\left\{3(\rho+1)f^-(\theta) - \frac{3f(\theta)}{G^{(0)}}\times\right.$$

$$\times\int_{-1}^{\rho}\left(\int_{-1}^{x}G(y)dy\right)dx-\left[\frac{G}{G^{(0)}}f^{-}(\theta)-\frac{3f(\theta)}{G^{(0)}}\left(1-\frac{G^{(1)}}{G^{(0)}}\right)\right]\int_{-1}^{\rho}G(x)dx\right\}+O\left(\varepsilon^{2}\right),$$

$$\sigma_{\theta\varphi}=G(\rho)\left[\Phi_1'(\theta)-\Phi_1(\theta)ctg\theta+\varepsilon\left(\Phi_2'(\theta)-\Phi_2(\theta)ctg\theta\right)+O\left(\varepsilon^{2}\right)\right].$$

3. Однородным решением будем называть всякое решение уравнения равновесия (1.3), удовлетворяющее условию отсутствия напряжений на сферических частях границы.

Построим однородное решение. Положим в (1.4) $f^{\pm}(\theta)=0$. Отыскиваем решения полученных однородных систем в виде:

$$u_{\varphi}(\rho,\theta)=\upsilon(\rho)m(\theta), \tag{3.1}$$

где функция $m(\theta)$ удовлетворяет уравнению Лежандра

$$m''(\theta)+ctg\theta\cdot m'(\theta)+\left(z^{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{\sin^{2}\theta}\right)m(\theta)=0. \tag{3.2}$$

Подставляя (3.1) в (1.3), (1.4), с учетом (3.2), имеем:

$$\begin{cases}\dfrac{d}{d\rho}\left[G_1(\rho)\left(\dfrac{d\upsilon}{d\rho}-\varepsilon\upsilon\right)\right]+2\varepsilon G_1(\rho)\left(\dfrac{d\upsilon}{d\rho}-\varepsilon\upsilon\right)+\varepsilon^{2}G(\rho)\left(\dfrac{9}{4}-z^{2}\right)\upsilon=0, & (3.3)\\ G_1(\rho)\left(\dfrac{d\upsilon}{d\rho}-\varepsilon\upsilon\right)\Bigg|_{\rho=\pm1}=0. & (3.4)\end{cases}$$

(3.3), (3.4) представим в следующем виде:

$$A\upsilon=\left(z^{2}-\frac{9}{4}\right)\upsilon, \tag{3.5}$$

где

$$A\upsilon=\left\{\frac{1}{\varepsilon^{2}G(\rho)}\left[\frac{d}{d\rho}\left(G_1(\rho)\left(\frac{d\upsilon}{d\rho}-\varepsilon\upsilon\right)\right)+2\varepsilon\,G_1(\rho)\left(\frac{d\upsilon}{d\rho}-\varepsilon\upsilon\right)\right];\right.$$

$$\left.G_1(\rho)\left(\frac{d\upsilon}{d\rho}-\varepsilon\upsilon\right)\Bigg|_{\rho=\pm1}=0\right\}.$$

Легко доказать, что $A$–самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве $L_2(-1;1)$ с весом $G(\rho)e^{\varepsilon\rho}$, все собственные значения $\lambda_k(A)$ вещественны, а соответствующие им собственные функции можно считать ортонормированными:

$$\int_{-1}^{1}G(\rho)e^{\varepsilon\rho}\upsilon_k(\rho)\upsilon_n(\rho)\,d\rho=\delta_{kn}. \tag{3.6}$$

Однородное решение, соответствующее первому итерационному процессу, получается из (2.1)-(2.7), если в них подставить $f^{\pm}(\theta)=0$:

$$u_{\varphi}^{(1)}(\rho;\theta)=B_0 e^{\varepsilon\rho}\left(\frac{1}{2}\sin\theta\ln\left(ctg^2\frac{\theta}{2}\right)+ctg\theta\right).$$

Этому решению соответствует собственные значения $z_0^{\pm}=\pm\frac{3}{2}$. Напряжения, соответствующие этому решению, имеют вид:

$$\sigma_{\rho\varphi}^{(1)}=0,\ \sigma_{\theta\varphi}^{(1)}=-\frac{2G(\rho)}{\sin^2\theta}B_0.$$

Второй итерационный процесс здесь отсутствует, т.е. отсутствует решение, имеющее характер краевого эффекта.

Согласно третьему асимптотическому процессу, решение (3.5) ищем в виде:

$$\upsilon^{(3)}=\upsilon_0+\varepsilon\upsilon_1+...;\ z=\varepsilon^{-1}(z_0+\varepsilon z_1+...). \qquad (3.7)$$

После подстановки (3.7) в (3.3), (3.4) для первых членов разложения (3.7) получаем:

$$A_0\upsilon_0=-z_0^2\upsilon_0, \qquad (3.8)$$

где

$$A_0\upsilon_0=\left\{-\frac{1}{G(\rho)}\left(G_1(\rho)\upsilon_0'(\rho)\right)',\ G_1(\rho)\upsilon_0'(\rho)\Big|_{\rho=\pm1}=0\right\}.$$

Задача (3.8) совпадает с задачей для вихревого решения неоднородной трансверсально-изотропной плиты. Все собственные значения $\lambda_k(A_0)=-z_{0k}^2$ положительны, т.е. $z_{0k}$ принимает чисто мнимые значения.

Для определения $\upsilon_1$ и $z_1$ имеем:

$$\begin{cases}\left(G_1(\rho)\upsilon_1'(\rho)\right)'-z_0^2G(\rho)\upsilon(\rho)=2z_0z_1G(\rho)\upsilon_0(\rho)-\\ -2G_1(\rho)\upsilon_0'(\rho)+\left(G_1(\rho)\upsilon_0(\rho)\right)', & (3.9)\\ G_1(\rho)\left(\upsilon_1'(\rho)-\upsilon_0(\rho)\right)\Big|_{\rho=\pm1}=0. & (3.10)\end{cases}$$

Решение (3.9) ищем в виде:

$$\upsilon_{1n}(\rho)=\int_{-1}^{\rho}\upsilon_{0n}(x)dx+\sum_{p=0}^{\infty}\alpha_{np}\upsilon_{0p}(\rho). \qquad (3.11)$$

(3.11) удовлетворяет граничным условиям (3.10). Из (3.9) получаем:

$$z_{1n} = \frac{3}{2z_{0n}} \int\limits_{-1}^{1} G_1(\rho)\upsilon'_{0n}(\rho)\upsilon_{0n}(\rho)d\rho;$$

$$\alpha_{nk} = \frac{1}{\left(z_{0n}^2 - z_{0k}^2\right)}\left(2\int\limits_{-1}^{1} G_1(\rho)\upsilon'_{0n}(\rho)\upsilon_{0k}(\rho)d\rho + \frac{z_{0n}^2}{z_{0k}^2}\int\limits_{-1}^{1} G_1(\rho)\upsilon'_{0k}(\rho)\upsilon_{0n}(\rho)\,d\rho\right);$$

$(n \neq k)$

$$\alpha_{nn} = \frac{1}{z_{0n}^2}\int\limits_{-1}^{1} G_1(\rho)\upsilon_{0n}(\rho)\upsilon'_{0n}(\rho)d\rho - \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} \rho G(\rho)\upsilon_{0n}^2(\rho)\,d\rho.$$

Отметим, что напряжения $\sigma_{\rho\varphi}^{(3)}$ и $\sigma_{\theta\varphi}^{(3)}$ относительно $\varepsilon$, соответственно, имеют порядок $O\left(\varepsilon^{-1}\right)$ и $O(1)$.

4. Перемещения представим в виде:

$$u_\varphi(\rho,\theta) = B_0 e^{\varepsilon\rho}\left(\frac{1}{2}\sin\theta\ln\left(ctg^2\frac{\theta}{2}\right) + ctg\theta\right) + \sum_{k=1}^{\infty}\upsilon_k(\rho)m_k(\theta). \quad (4.1)$$

Во второе слагаемое включены перемещения, определяемые третьими асимптотическими процессами.

Для напряжений получаем:

$$\sigma_{\theta\varphi} = -\frac{2G(\rho)}{\sin^2\theta}B_0 + e^{-\varepsilon\rho}G(\rho)\sum_{k=1}^{\infty}\upsilon_k(\rho)\left(m'_k(\theta) - m_k(\theta)ctg\theta\right); \quad (4.2)$$

$$\sigma_{\rho\varphi} = \frac{e^{-\varepsilon\rho}}{\varepsilon}G_1(\rho)\sum_{k=1}^{\infty}\left(\upsilon'_k(\rho) - \varepsilon\upsilon_k(\rho)\right)m_k(\theta). \quad (4.3)$$

Докажем, что постоянная $B_0$, при отсутствии внешних усилий на боковых поверхностях, пропорциональна крутящим моментам $M_{kp.}$ напряжений, действующих в сечении $\theta = const$.

Для крутящих моментов $M_{kp.}$ напряжений, действующих в сечении $\theta = const$, имеем:

$$M_{kp.} = 2\pi\sin^2\theta\int\limits_{r_1}^{r_2}\sigma_{\theta\varphi}r^2dr = 2\pi\,\varepsilon\sin^2\theta\int\limits_{-1}^{1}\sigma_{\theta\varphi}e^{3\varepsilon\rho}d\rho. \quad (4.4)$$

Подставляя (4.2) в (4.4), получаем:

$$M_{kp.} = -4\pi\varepsilon B_0\int\limits_{-1}^{1}G(\rho)e^{3\varepsilon\rho}d\rho + 2\pi\varepsilon\sin^2\theta\sum_{k=1}^{\infty}\left(\int\limits_{-1}^{1}G(\rho)e^{2\varepsilon\rho}\upsilon_k(\rho)d\rho\right)\times$$

$$\times\left(m'_k(\theta) - m_k(\theta)ctg\theta\right). \quad (4.5)$$

Умножим обе части (3.3) на $e^{2\varepsilon\rho}$ и интегрируем полученное выражение в пределах $[-1;1]$:

$$\int_{-1}^{1}\left[G_1(\rho)(\upsilon_k'(\rho)-\varepsilon\upsilon_k(\rho))\right]' e^{2\varepsilon\rho}d\rho+2\varepsilon\int_{-1}^{1}G_1(\rho)(\upsilon_k'(\rho)-\varepsilon\upsilon_k(\rho))e^{2\varepsilon\rho}d\rho+$$

$$+\varepsilon^2\left(\frac{9}{4}-z_k^2\right)\int_{-1}^{1}G(\rho)e^{2\varepsilon\rho}\upsilon_k(\rho)d\rho=0. \qquad (4.6)$$

С помощью интегрирования по частям и с использованием граничного условия (3.4), из (4.6) следует:

$$\int_{-1}^{1}G(\rho)\upsilon_k(\rho)e^{2\varepsilon\rho}d\rho=0. \qquad (4.7)$$

После подстановки (4.7) в (4.5) имеем:

$$M_{kp.}=-4\pi\varepsilon B_0\int_{-1}^{1}G(\rho)e^{3\varepsilon\rho}d\rho. \qquad (4.8)$$

Первая часть решения (4.1) определяет внутреннее напряженно-деформированное состояние сферической оболочки. Напряженное состояние, соответствующее третьему асимптотическому процессу, является самоуравновешенным в каждом сечении $\theta=const$ и имеет характер пограничного слоя. Первые члены его асимптотического разложения эквивалентны краевому эффекту Сен-Венана в теории неоднородных трансверсально-изотропных плит.

5. Рассмотрим вопрос о снятии напряжений с торцах сферической оболочки. Допустим, что на торцах оболочки заданы напряжения:

$$\sigma_{\theta\varphi}\big|_{\theta=\theta_s}=f_s(\rho),\ (s=1;2), \qquad (5.1)$$

где $f_s(\rho)$- достаточно гладкие функции и удовлетворяют условиям равновесия.

Как было показано, несамоуравновешенную часть напряжений можно снять при помощи проникающего решения, причем связь постоянной $B_0$ с крутящим моментом задается равенством (4.8).

После подстановки (4.2) в (5.1), с учетом (3.6), имеем:

$$\left(m_k'(\theta)-m_k(\theta)ctg\theta\right)\big|_{\theta=\theta_s}=\int_{-1}^{1}e^{2\varepsilon\rho}\upsilon_k(\rho)f_s(\rho)d\rho-$$

$$-\frac{M_{kp.}\int_{-1}^{1}G(\rho)\upsilon_k(\rho)e^{2\varepsilon\rho}d\rho}{2\pi\varepsilon\sin^2\theta_s\int_{-1}^{1}G(\rho)e^{3\varepsilon\rho}d\rho}\ ;\ (s=1;2), \qquad (5.2)$$

где $m_k(\theta) = A_k P^1_{z_k - \frac{1}{2}}(\cos\theta) + D_k Q^1_{z_k - \frac{1}{2}}(\cos\theta)$; $P^1_{z_k - \frac{1}{2}}(\cos\theta)$, $Q^1_{z_k - \frac{1}{2}}(\cos\theta)$ – присоединенные функции Лежандра первого и второго рода, соответственно; $A_k$, $D_k$ - произвольные постоянные.

После решения (5.2) определяем неизвестные постоянные $A_k, D_k$.


**ЛИТЕРАТУРА**

1. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977, 415с.
2. Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости // Прикладная математика и механика, 1963, т.27, в.4, с.593-608.
3. Устинов Ю.А. Осесимметричное напряженно-деформированное состояние неоднородной цилиндрической оболочки малой толщины // Прикладная механика, 1975, т.11, в.7, с.35-41.
4. Ахмедов Н.К., Мехтиев М.Ф. Анализ трехмерной задачи теории упругости для неоднородного усеченного полого конуса // Прикладная математика и механика, 1993, т.57, в.5, с.113-119.
5. Ахмедов Н.К., Мехтиев М.Ф. Осесимметричная задача теории упругости для плиты переменной толщины // Прикладная математика и механика, 1995, т.59, в.3, с.518-523.
6. Akhmedov N.K., Akperova S.B. Asymptotic behavior of the solution of an axisymmetric problem of elasticity theory for a radially-inhomogeneous transversally-isotropic cylinder of small thickness // Trans. of NASA, series of phys.-tech. and math. sciences, XXVIII, 2008, p.153-162.
7. Ахмедов Н.К., Акперова С.Б. Задача кручения для радиально-неоднородного трансверсально-изотропного цилиндра малой толщины // Вестник Бакинского Университета, серия физико-математических наук, 2009, №1, с.65-72.
8. Акперова С.Б., Ахмедов Н.К., Мехтиев М.Ф. Анализ трехмерного напряженно-деформированного состояния радиально-неоднородного трансверсально-изотропного полого цилиндра //Известия высших учебных заведений Северо-Кавказского региона (Актуальные проблемы механики). Естественные науки, 2009, Спецвыпуск, с.10-13.
9. Акперова С.Б. Анализ задачи кручения трансверсально-изотропного цилиндра малой толщины с переменными модулями сдвига // Вестник Донского Государственного Технического Университета, 2010, т.10, №5 (48), с.634-640.


## RADİUS BOYU QEYRİ-BİRCİNS KİÇİK QALINLIQLI TRANSVERSAL-İZOTROP SFERA ÜÇÜN BURULMA MƏSƏLƏSİ


**N.Q.ƏHMƏDOV, T.B.MƏMMƏDOVA**



**XÜLASƏ**

Bu işdə elastikiyyət nəzəriyyəsi tənliklərinin asimptotik inteqrallanması üsulu ilə radius boyu qeyri-bircins kiçik qalınlıqlı transversal-izotrop sfera üçün yan səthdə gərginlik verildikdə burulma məsələsi tədqiq edilir. Birinci iterasiya prosesi əsasında qeyri-bircins həllər qurulur. Bircins həllər üçün asimptotik ayrılışlar alınır. Aparılan təhlil əsasında gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakteri müəyyən edilir. Göstərilir ki, birinci iterasiya prosesinə yayılan həll uyğundur, növbəti asimptotik proses isə sərhəd layı xarakterli həlli müəyyən edir.



**Açar sözlər:** radius boyu qeyri-bircins sferik örtük, bircins həll, sərhəd layı, qeyri-bircins həll.

# A TORSION PROBLEM FOR RADIALLY-INHOMOGENEOUS TRANSVERSALLY-ISOTROPIC SPHERE OF SMALL THICKNESS

**N.G.AHMADOV, T.B.MAMMADOVA**

**SUMMARY**

In the paper, a torsion problem of a small thickness radially-inhomogeneous transversally-isotropic sphere with power boundary conditions on a lateral surface is investigated by the method of asymptotic integration of elasticity theory equations. Inhomogeneous solutions admitting to remove the load from the lateral surface of the shell are constructed. Asymptotic expansions of homogeneous solutions are obtained. The character of the stress-strain state is explained on the base of the conducted analysis.

It is shown that some penetrating solution corresponds to the first asymptotic process. The next asymptotic process defines the boundary layer character solutions.

**Key words:** radially-inhomogeneous spherical shell, boundary layer solution, homogeneous solution, inhomogeneous solution.

*Поступила в редакцию: 29.04.2011 г.*
*Подписано к печати: 19.12.2011 г.*