

ГЛАВА V

ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ШАГИ РАЗЛОЖЕНИЯ СРЕДНЕГО ПОЛЯ В МОДЕЛИ НАМБУ - ИОНА-ЛАЗИНИО

В подавляющем большинстве в исследованиях моделей НИЛ применяется либо приближение среднего поля [1, 41, 109, 155, 162], либо в эквивалентное ему в главном порядке $\frac{1}{n_c}$ -разложение [183, 185, 186, 195]. Успехи в феноменологическом описании стимулируют изучение структуры модели за рамками приближения среднего поля, либо в следующем порядке $\frac{1}{n_c}$ -разложения (см. работы [37, 41, 109, 155, 162, 184]). Такие исследования являются необходимыми для выяснения области применимости результатов и квантовых флуктуаций, вызываемых эффектами высших порядков. Последнее время появляются работы, где вообще ставятся под вопрос существование основных физических эффектов модели НИЛ, таких как ДНКС [166, 167]. Кроме всего, существуют такие физические приложения модели НИЛ, связанные прежде всего многокварковыми функциями (например, распад σ - и ρ - мезонов, пион-пионное рассеяние [106, 189, 190], барионы [176, 187], дибарионные состояния, пентакварки [119, 152, 163, 187, 230] и т.п.), что создает необходимость проводить исследования модели НИЛ в следующих порядках, за главным приближением РСП (см., например [1, 156-158, 160, 161], конкретно, второй и третий шаги итераций).

Известно, что особую роль в полевом описании частиц, а также в корректной постановки задачи о связанных состояниях играют многофермионные уравнения. В главах II-III для $U(1)$ - и $SU(2)$ -моделей НИЛ нами была использована итерационная схема решения уравнения ШД [201, 205, 208, 210] для производящего функционала функций Грина, позволяющий построить РСП в формализме бислокального источника кварков [37, 41, 155, 162, 212]. Единственной связной функцией главного приближения является свободный пропагатор фермиона S . В первом шаге итерации появляются

уравнения для двухчастичной функции S_2 и уравнение для поправки к пропагатору кварка первого порядка $S^{(1)}$ (см. разделы 3.2 и 3.4). Уравнения для функций более высоких порядков появляются в следующих шагах итераций (в более высоких порядках РСП). Во втором шаге итераций появляются уравнения для четырехчастичной (восьмихвостка) и трехчастичной (шестихвостка) функции (S_4 и S_3). Уравнения для поправки к двухчастичной функции $S_2^{(1)}$ и для поправки к пропагатору кварка второго порядка $S^{(2)}$ имеют тот же вид, что и уравнения первого шага, за исключением неоднородного члена, в который входят S_4 и S_3 [1]. В третьем порядке разложения появляются уравнения для пятичастичной S_5 и шестичастичной S_6 функций Грина, уравнения для поправки к четырехчастичной и трехчастичной функции первого порядка $S_4^{(1)}$ и $S_3^{(1)}$, соответственно, уравнения для поправки к двухчастичной функции второго порядка $S_2^{(2)}$ и для поправки к пропагатору кварка третьего порядка $S^{(3)}$ [36, 156-158, 160, 161].

5.1. Уравнения второго шага разложения среднего поля в $U(1)$ – модели Намбу - Иона-Лазинио

РСП в формализме бислокального источника для $U(1)$ – модели НИЛ подробно исследовано в разделе 3.1. Лагранжиан модели приведен в разделе 3.1 (см. (3.1)).

Уравнение ШД для производящего функционала G имеет вид (3.6), а уравнением главного приближения является аппроксимация уравнения ШД (3.6) с нулевой правой частью (см.(3.7), решением которого является функционал (3.8).

Главное приближение генерирует линейную итерационную схему:

$$G = G^{(0)} + G^{(1)} + \dots + G^{(n)} + \dots,$$

где функционал n -го шага $G^{(n)}$, есть решение уравнения

$$\begin{aligned} & \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) G^{(n)} + (i\hat{\partial} - m^0)^{\alpha\alpha'} \frac{\delta G^{(n)}}{\delta \eta^{\beta\alpha'}(y,x)} + \\ & + ig \left\{ \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha}(y,x)} \text{tr} \left[\frac{\delta G^{(n)}}{\delta \eta(x,x)} \right] - \gamma_5^{\alpha\alpha'} \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha'}(y,x)} \text{tr} \left[\gamma_5 \frac{\delta G^{(n)}}{\delta \eta(x,x)} \right] \right\} = \\ & = \eta * \frac{\delta G^{(n-1)}}{\delta \eta(x, x_1)}. \end{aligned}$$

Решением этого уравнения является функционал $G^{(n)} = P^{(n)} G^{(0)}$, где $P^{(n)}$ -полином $2n$ степени по источнику η . Единственная связная функция главного приближения есть пропагатор S . Остальные связные функции Грина появляются в последующих шагах итерационной схемы. В импульсном пространстве свободный пропагатор есть

$$S = \frac{1}{m - \hat{p}}$$

с динамической массой m , которое является решением уравнения самосогласования (3.11).

Решение уравнения первого шага есть функционал (3.15). Массовый оператор первого шага описывается формулой (3.49). Уравнения первого шага описываются формулами (3.16) и (3.17), для пропагатора и двухчастичной функции, соответственно.

Согласно уравнения для $P^{(n)}$ (3.12), уравнение для $P^{(2)}$ примет вид

$$- \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta^{\beta\alpha}(y,x)} + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) \left\{ \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha_1}(y,x_1)} \cdot \text{tr} \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \frac{\delta}{\delta\eta^{\beta\alpha_2}(y, x_1)} \cdot \text{tr} \gamma_5 \frac{\delta P^{(2)}}{\delta\eta(x_1, x_1)} + \\
& + S^{\alpha_1\beta}(x_1 - y) \text{tr} \frac{\delta P^{(2)}}{\delta\eta(x_1, x_1)} - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S^{\alpha_2\beta}(x_1 - y) \text{tr} \gamma_5 \frac{\delta P^{(2)}}{\delta\eta(x_1, x_1)} \Big\} = \\
& = \int dx_1 dx_2 S^{\alpha\alpha_1}(x - x_1) \eta^{\alpha_1\alpha_2}(x_1, x_2) \left\{ P^{(1)} S^{\alpha_2\beta}(x_2 - y) + \frac{\delta P^{(1)}}{\delta\eta^{\beta\alpha_2}(y, x_2)} \right\}. \quad (5.1)
\end{aligned}$$

Решение уравнения (5.1) будем искать в виде

$$\begin{aligned}
P^{(2)}[\eta] &= \frac{1}{4!} \int \left\{ S_4 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta_1 \\ \alpha_2\beta_2 \\ \alpha_3\beta_3 \\ \alpha_4\beta_4 \end{matrix} \cdot \eta_{\beta_1\alpha_1}(y_1, x_1) \eta_{\beta_2\alpha_2}(y_2, x_2) \eta_{\beta_3\alpha_3}(y_3, x_3) \eta_{\beta_4\alpha_4}(y_4, x_4) \times \right. \\
& \times dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dy_1 dy_2 dy_3 dy_4 + \\
& + \frac{1}{3!} \int \left\{ S_3 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta_1 \\ \alpha_2\beta_2 \\ \alpha_3\beta_3 \end{matrix} \cdot \eta_{\beta_1\alpha_1}(y_1, x_1) \eta_{\beta_2\alpha_2}(y_2, x_2) \eta_{\beta_3\alpha_3}(y_3, x_3) \times \right. \\
& \times dx_1 dx_2 dx_3 dy_1 dy_2 dy_3 + \\
& + \frac{1}{2} \int \left\{ S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta_1 \\ \alpha_2\beta_2 \end{matrix} \cdot \eta_{\beta_1\alpha_1}(y_1, x_1) \eta_{\beta_2\alpha_2}(y_2, x_2) dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \right. \\
& \left. + \int S_1^{(2)}(x_1 - y_1)^{\alpha_1\beta_1} \cdot \eta_{\beta_1\alpha_1}(y_1, x_1) dx_1 dy_1 \right\}. \quad (5.2)
\end{aligned}$$

Подставляя выражение (5.2) в (5.1) и проведя одно дифференцирование, а затем выключая источники η (т.е. $\eta = 0$), получим уравнение для пропагатора второго шага [1]

$$S^{(2)}(x-y)^{\alpha\beta} = ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) \left\{ S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} - \right. \\ \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} + S^{\alpha_1\beta}(x_1-y) S^{(2)}(0)^{\alpha_2\alpha_2} \right\}. \quad (5.3)$$

Повторяя аналогичные процедуры, получим уравнения для остальных функций второго шага ($S_2^{(1)}$ - двухчастичной, S_3 - трехчастичной и S_4 - четырехчастичной функций) [1]:

$$S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha\beta} = -S(x-y)^{\alpha\beta'} S^{(1)}(x'-y)^{\alpha'\beta} + \\ + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) \left\{ S_3 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S_3 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} + \right. \\ \left. + S^{\alpha_1\beta}(x_1-y) S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_2} - \right. \\ \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S^{\alpha_2\beta}(x_1-y)^{\alpha_2\beta} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_4\alpha_3} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \right\}, \quad (5.4)$$

$$S_3 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha\beta} = -S^{\alpha\beta'}(x-y) S_0 S^{\alpha'\beta}(x'-y) S^{(1)\alpha''\beta''}(x''-y'') -$$

$$\begin{aligned}
& -S^{\alpha\beta'}(x-y')S_2\left(\begin{array}{cc} x' & y \\ x'' & y'' \end{array}\right)_{\alpha''\beta''}^{\alpha'\beta} - \\
& -S^{\alpha\beta''}(x-y'')S^{\alpha'\beta}(x''-y)S^{(1)\alpha'\beta'}(x'-y') - \\
& -S^{\alpha\beta''}(x-y'')S_2\left(\begin{array}{cc} x'' & y \\ x' & y' \end{array}\right)_{\alpha'\beta'}^{\alpha''\beta} - \\
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) \left\{ S_4 \left(\begin{array}{cc} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{array} \right)_{\alpha''\beta''}^{\alpha_1\beta} \right. \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S_4 \left(\begin{array}{cc} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{array} \right)_{\alpha''\beta''}^{\alpha_2\beta} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} + S^{\alpha_1\beta}(x_1-y) S_3 \left(\begin{array}{cc} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{array} \right)_{\alpha''\beta''}^{\alpha_2\alpha_2} - \\
& \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S^{\alpha_2\beta}(x_1-y) S_3 \left(\begin{array}{cc} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{array} \right)_{\alpha''\beta''}^{\alpha_4\alpha_3} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \right\}, \tag{5.5}
\end{aligned}$$

$$S_4 \left(\begin{array}{cc} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{array} \right)_{\alpha'''\beta'''}^{\alpha\beta} =$$

$$\begin{aligned}
&= -S^{\alpha\beta'}(x-y')S^{\alpha'\beta}(x'-y)S_2 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha''\beta''} - \\
&- S^{\alpha\beta''}(x-y'')^{\alpha\beta''} S^{\alpha''\beta}(x''-y)S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha'\beta'} - \\
&- S^{\alpha\beta'''}(x-y''')S(x'''-y)^{\alpha''\beta} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha'\beta'} + \\
&+ ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) \left\{ S(x_1-y)^{\alpha_1\beta} S_4 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_2} \right. \\
&\left. + \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S^{\alpha_2\beta}(x_1-y)S_4 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha_4\alpha_3} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \right\}. \tag{5.6}
\end{aligned}$$

Из уравнений второго шага (5.3) - (5.4) видно, что уравнения для $S_2^{(1)}$ и $S^{(2)}$ имеют тот же вид, что и уравнения первого шага (см. (3.16) - (3.17)), за исключением неоднородного члена, в который для уравнений второго шага входят также трехчастичная функция S_3 . А уравнения (5.5) и (5.6) являются новыми в этой итерационной схеме, графические изображения которых приведены ниже (см. рисунки 5.1 и 5.2).

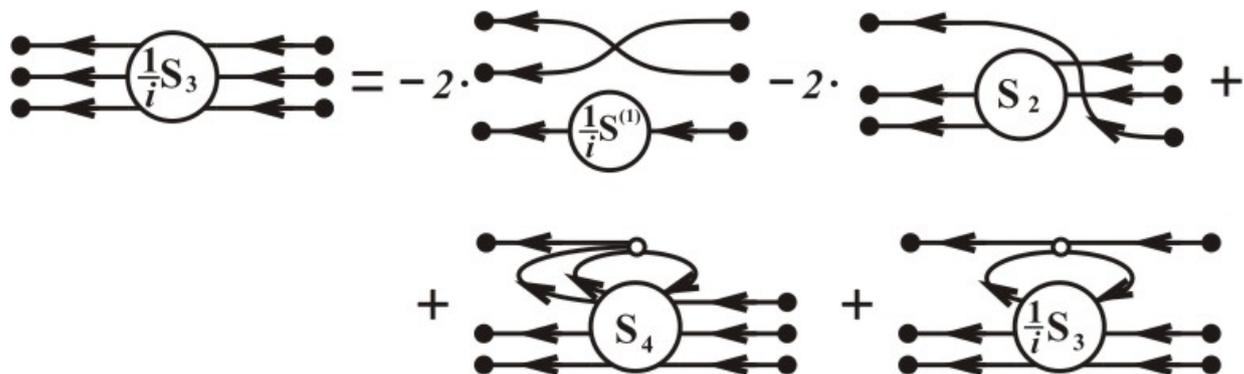


Рис. 5.1 Уравнение для трехчастичной функции

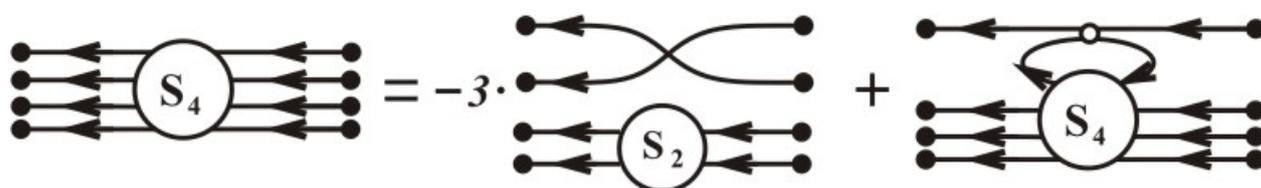


Рис. 5.2 Уравнение для четырехчастичной функции

Решение уравнения для четырехчастичной функции (5.6) удается найти в нижеследующем виде

$$\begin{aligned}
 S_4 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha\beta} &= S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha\beta} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha''\beta''} + \\
 &+ S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha''\beta''} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha''\beta''} + \\
 &+ S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha\beta} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha''\beta''} .
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Решение (5.7) графически выглядит следующим образом (см. рис. 5.3) [156, 157]:

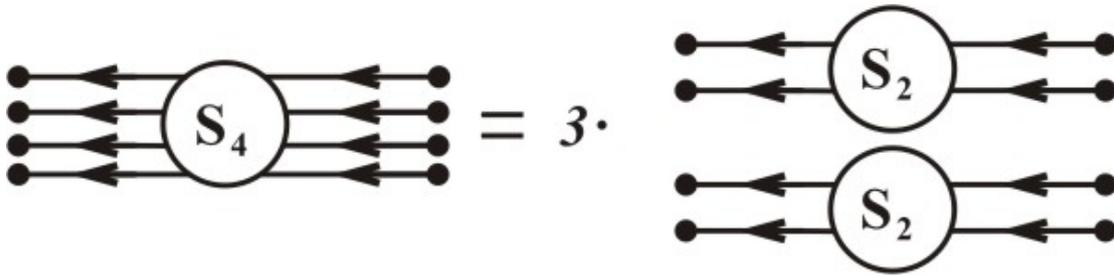


Рис. 5.3 Решение уравнения (5.6)

Видно, что это уравнение не имеет связных частей. Отметим, что связные части для восьмивостки появятся в третьем шаге итераций.

Используя решение (5.7), уравнению для шестивостки (5.5) можно переписать в следующем виде

$$\begin{aligned}
 & S_3 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha\beta} = \\
 & = -S^{\alpha\beta'}(x-y')S^{\alpha'\beta}(x'-y)S^{(1)}(x''-y'')^{\alpha''\beta''} - S^{\alpha\beta''}(x-y'')S^{\alpha''\beta}(x''-y)S^{(1)}(x'-y')^{\alpha'\beta'} - \\
 & - S^{\alpha\beta'}(x-y')S_2 \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha'\beta} - S^{\alpha\beta''}(x-y'')S_2 \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha''\beta} \\
 & + ig \int dx_1 \left\{ S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1)S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha'\beta'} + \right. \\
 & \left. + S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1)S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta'} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_2} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_2} \Big\} - \\
& - ig \int dx_1 \left\{ S^{\alpha\beta_1}(x-x_1) \gamma_5^{\beta_1\alpha_1} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} \gamma_5^{\beta_2\alpha_2} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha'\beta'} + \right. \\
& + S^{\alpha\beta_1}(x-x_1) \gamma_5^{\beta_1\alpha_1} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_2} \gamma_5^{\beta_2\alpha_2} + \\
& \left. + S^{\alpha\beta_1}(x-x_1) \gamma_5^{\beta_1\alpha_1} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_2} \gamma_5^{\beta_2\alpha_2} \right\} + \\
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1) \left\{ S^{\alpha_1\beta}(x_1-y) S_3 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_2} - \right. \\
& \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} S^{\alpha_2\beta}(x_1-y) S_3 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_3\beta_3} \gamma_5^{\beta_3\alpha_3} \right\}. \tag{5.8}
\end{aligned}$$

5.2. Мезонные пропагаторы и вершины в $U(1)$ -модели

На основе уравнений первого шага и их решении введем некоторые величины, которые будут использованы при решении уравнений второго шага.

5.2.1. Пропагаторы

Исходим из уравнения двухчастичной функции (3.17) первого шага итераций.

а) Введем функцию [156, 157, 161]

$$S_\sigma(x-x') \equiv S_2 \begin{pmatrix} x & x \\ x' & x' \end{pmatrix}_{\alpha_1 \alpha_1}^{\alpha_1 \alpha_1} \sim \langle \bar{\psi} \psi(x) \bar{\psi} \psi(x') \rangle. \quad (5.9)$$

Тогда из уравнения (3.17) получаем

$$S_\sigma(x-x') = -l_s(x-x') + ig \int dx_1 l_s(x-x_1) S_\sigma(x_1-x'), \quad (5.10)$$

где $l_s(x) \equiv \text{tr} S(x) S(-x)$. В импульсном пространстве это выражение примет вид

$$S_\sigma(p) = -\frac{l_s(p)}{1 - ig l_s(p)}. \quad (5.11)$$

Скалярная петля l_s в импульсном пространстве имеет вид

$$\begin{aligned} l_s(p) &= \int d\tilde{q} \text{tr}_\alpha [S(p+q)S(q)] = \\ &= 4 \int d\tilde{q} \frac{m^2 + q^2 + (pq)}{[m^2 - (p+q)^2][m^2 - q^2]}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Преобразуем подынтегральные выражения из (5.12) как в разделе 3.3 (см. (3.37)).

В итоге получим:

$$l_s = 2(-I_1(p^2) - I_2(p^2) + (4m^2 - p^2)I_0(p^2)), \quad (5.13)$$

где интегралы $I_1(p^2)$, $I_2(p^2)$, $I_0(p^2)$ имеют вид (3.41), (3.42), (3.44), соответственно. В силу трансляционной инвариантности и согласно уравнения самосогласования (3.11), пропагатор мезона (5.11) примет вид

$$S_\sigma(p) = \frac{1}{ig} - \frac{1}{2g^2 I_0(p)(4m^2 - p^2)}. \quad (5.14)$$

Введем пропагатор соответствующий сигма-мезону [156, 157, 161]:

$$\Delta_\sigma(p) = \frac{Z(p)}{4m^2 - p^2}, \quad (5.15)$$

где $Z_\sigma(p) = \frac{1}{2gI_0(p^2)}$.

Тогда согласно (5.14) - (5.15) для пропагатора сигма-мезона получим

$$S_\sigma(p) = \frac{1}{ig}(1 - i\Delta_\sigma(p)). \quad (5.16)$$

б) Введем функцию

$$S_\pi(x - x') \equiv S_2 \begin{pmatrix} x & x \\ x' & x' \end{pmatrix}_{\alpha_1 \beta_1}^{\alpha_1 \beta_1} \gamma_5^{\beta_1 \alpha_1} \gamma_5^{\beta_1 \alpha_1} \sim \langle \bar{\psi} \gamma_5 \psi(x) \bar{\psi} \gamma_5 \psi(x') \rangle \quad (5.17)$$

Тогда из уравнения (5.17) получим:

$$S_\pi(x - x') = -l_p(x - x') - ig \int dx_1 l_p(x - x_1) S_\pi(x_1 - x'), \quad (5.18)$$

где $l_p(x) \equiv tr S(x) \gamma_5 S(-x) \gamma_5$ - псевдоскалярная петля. В импульсном пространстве выражение (5.18) примет вид:

$$\begin{aligned} l_p(p) &= \int d\tilde{q} tr_\alpha [S(p - q)S(q)] = \\ &= 4 \int d\tilde{q} \frac{m^2 - q^2 + (pq)}{[m^2 - (p - q)^2][m^2 - q^2]}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Преобразовывая подынтегральное выражение так же как в (3.38) имеем

$$L_p = 2 \left(I_1 + I_2' + p^2 I_0 \right). \quad (5.20)$$

Здесь интегралы I_1, I_2', I_0 имеют вид (3.41), (3.43), (3.44). Используя уравнение самосогласования (3.11), получим:

$$S_\pi(p) = -\frac{1}{ig} - \frac{1}{2g^2 I_0(p) p^2}. \quad (5.21)$$

Введем пропагатор π – мезона

$$\Delta_\pi^{ab}(p) = -\frac{\delta^{ab} Z(p)}{p^2}, \quad (5.22)$$

где $Z_\pi(p) = \frac{1}{2gI_0(p^2)}$.

Согласно (3.42)-(3.44) (в силу трансляционной инвариантности $I_1 = I_2'$) и уравнения самосогласования (3.11) для пропагатора π – мезона окончательно получаем:

$$S_\pi(p) = -\frac{1}{ig} (1 - i\Delta_\sigma(p)). \quad (5.23)$$

5.2.2. Вершины

а) Скалярные вершины определим как

$$V_\sigma(xx'x'') \equiv -S^{\alpha_1\alpha_2}(x-x') S_2 \begin{pmatrix} x' & x \\ x'' & x'' \end{pmatrix}_{\alpha_1\alpha_1}^{\alpha_2\alpha_1}. \quad (5.24)$$

Из уравнения (3.17) получаем

$$V_{\sigma}(xx'x'') = v_{\sigma}(xx'x'') - ig \int dx_1 v_{\sigma}(xx'x_1) S_{\sigma}(x_1 - x''), \quad (5.25)$$

где

$$v_{\sigma}(xx'x'') = tr[S(x - x')S(x' - x'')S(x'' - x)].$$

С учетом (5.16) из (5.25) получаем

$$V_{\sigma}(xx'x'') = i \int dx_1 v_{\sigma}(xx'x_1) \Delta_{\sigma}(x_1 - x''). \quad (5.26)$$

б) Псевдоскалярная вершина определяется как

$$V_{\pi}(xx'x'') \equiv -S^{\alpha_1 \beta_1'}(x - x') \gamma_5^{\beta_1' \alpha_1'} S_2 \begin{pmatrix} x' & x \\ x'' & x'' \end{pmatrix}_{\alpha_1'' \beta_1''}^{\alpha_1' \alpha_1} \gamma_5^{\beta_1'' \alpha_1''}. \quad (5.27)$$

Из уравнения (3.17) получаем

$$V_{\pi}(xx'x'') = v_{\pi}(xx'x'') + ig \int dx_1 v_{\pi}(xx'x_1) S_{\pi}(x_1 - x''), \quad (5.28)$$

где

$$v_{\pi}(xx'x'') = tr[S(x - x')\gamma_5 S(x' - x'')\gamma_5 S(x'' - x)].$$

С учетом (5.23) получаем

$$V_{\pi}(xx'x'') = i \int dx_1 v_{\pi}(xx'x_1) \Delta_{\pi}(x_1 - x''). \quad (5.29)$$

5.2.3. $\sigma\pi\pi$ вершина

Введем функцию [156, 157, 161]

$$W_{\sigma\pi\pi}(xx'x'') \equiv S_3 \begin{pmatrix} x & x \\ x' & x' \\ x'' & x'' \end{pmatrix}^{\alpha_1\alpha_1} \gamma_5^{\beta_1\alpha_1'} \gamma_5^{\beta_1\alpha_1''} \sim \langle \bar{\psi}\psi(x) \bar{\psi}\psi(x') \bar{\psi}\psi(x'') \rangle. \quad (5.30)$$

Используя введенные выше определения (см. подразделы 5.2.1 и 5.2.2) и формулы (3.17), (5.16), (5.21), (5.23), (5.26), (5.29) из уравнения для трехчастичной функции (5.8) получаем уравнение для $W_{\sigma\pi\pi}$:

$$W_{\sigma\pi\pi}(xx'x'') = W_{\sigma\pi\pi}^0(xx'x'') + ig \int dx_1 l_S(x - x_1) W_{\sigma\pi\pi}(x_1 x' x''), \quad (5.31)$$

где

$$\begin{aligned} W_{\sigma\pi\pi}^0(xx'x'') &= V_{\pi}(xx'x'') + V_{\pi}(xx''x') + \\ &+ ig \int dx_1 V_{\pi}(xx_1 x') S_{\pi}(x_1 - x'') + ig \int dx_1 V_{\pi}(xx_1 x'') S_{\pi}(x_1 - x') - \\ &- ig \int dx_1 (V_{\sigma}(xx_1 x_1) - V_{\pi}(xx_1 x_1)) S_{\pi}(x' - x''). \end{aligned}$$

Из формул (3.17), (5.16), (5.21), (5.23), (5.26), (5.29) получаем

$$\begin{aligned} V_{\pi}(xx'x'') + ig \int dx_1 V_{\pi}(xx_1 x'') S_{\pi}(x_1 - x') &= \\ = - \int dx_1 dx_2 v_P(xx_1 x_2) \Delta_{\pi}(x_1 - x') \Delta_{\pi}(x_2 - x''). \end{aligned} \quad (5.32)$$

Переходя в импульсное представление

$$\tilde{\delta}(p - p' - p'') W_{\sigma\pi\pi}(pp' p'') = \int dx dx' dx'' e^{ipx - ip'x' - ip''x''} W_{\sigma\pi\pi}(xx'x'')$$

(Здесь: $p = p' + p''$), решение уравнения (5.31) находим в следующем виде:

$$W_{\sigma\pi\pi}(pp'p'') = -i\Delta_\sigma(p)W_{\sigma\pi\pi}^0(pp'p''). \quad (5.33)$$

Связная часть имеет вид:

$$W_{\sigma\pi\pi}^{con}(pp'p'') = i\Delta_\sigma(p)[v_p(pp'p'') + v_p(pp''p')] \Delta_\pi(p') \Delta(p''), \quad (5.34)$$

которая и есть амплитуда распада $\sigma \rightarrow 2\pi$.

5.2.4. Псевдоскалярная треугольная диаграмма

Псевдоскалярную треугольную диаграмму представим так [160, 161]:

$$v_p(xx'x'') = \text{tr} S(x-x') \gamma_5 S(x'-x'') \gamma_5 S(x''-x), \quad (5.35)$$

которая в импульсном пространстве примет вид

$$v_p(pp'p'') = \int d\tilde{q} \text{tr} [S(p+q) \gamma_5 S(p''+q) \gamma_5 S(q)] \quad (5.36)$$

(можно доказать, что $v_p(pp'p'') = v_p(pp''p')$).

Проводя суммирование получаем:

$$v_p = -4m [I_0(p) + (p''^2 - (pp'')) I_3(p, p'')],$$

где интеграл I_0 имеет вид (3.44), а

$$I_3(p, p'') = \int \frac{d\tilde{q}}{(m^2 - (p+q)^2)(m^2 - q^2)(m^2 - (p''+q)^2)}, \quad (5.37)$$

сходящийся интеграл. Для решения этого интеграла переходим в α -

представление:

$$I_3 = -\frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \times \\ \times \int_0^\infty d\lambda \exp\left[-i\lambda(m^2 - i\varepsilon) + i\lambda(x(1-x)p^2 + y(1-y)p'^2 - 2xy(pp'))\right]. \quad (5.38)$$

На массовой поверхности $p^2 = 4m^2$, $p'^2 = p''^2 = 0$, $(pp') = (p'p'') = 2m^2$ имеем

$$I_3^{ms} = \frac{1}{256m^2}. \quad (5.39)$$

5.3. Уравнения второго шага разложения среднего поля в $SU(2)$ -модели Намбу-Иона-Лазинио

В разделе 3.4 в рамках РСП в формализме билокального источника для $SU(2)$ -модели НИЛ были получены уравнения для пропагатора и двухчастичной функции. Лагранжиан модели описывается формулой (3.76) [1, 155].

Уравнение ШД для производящего функционала G имеет вид (3.78), а уравнением главного приближения является аппроксимация уравнения ШД (3.78) с нулевой правой частью (см.(3.79)), решением которого является функционал

$$G^{(0)} = \exp \text{Tr}(\eta * S).$$

Функционал n -го шага $G^{(n)}$ есть решение уравнения (3.78):

$$\begin{aligned}
& \delta^{\alpha\beta} \delta^{cd} \delta_{jk} \delta(x-y) G^{(n)} + (i\widehat{\partial} - m^0)_{ji}^{\alpha\alpha'} \frac{\delta G^{(n)}}{\delta \eta^{\beta\alpha'}(y, x)_{ki}^{dc}} + \\
& + ig \left\{ \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha}(y, x)_{kj}^{dc}} \text{tr} \left[\frac{\delta G^{(n)}}{\delta \eta(x, x)} \right] - \gamma_5^{\alpha\alpha'} \tau_{jj_1}^a \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha'}(y, x)_{kj_1}^{dc}} \text{tr} \left[\gamma_5 \cdot \tau^a \cdot \frac{\delta G^{(n)}}{\delta \eta(x, x)} \right] \right\} = \\
& = \eta * \frac{\delta G^{(n-1)}}{\delta \eta(x, x_1)}.
\end{aligned}$$

Решением уравнения (3.78) является функционал $G^{(n)} = P^{(n)} G^{(0)}$, где $P^{(n)}$ -полином $2n$ степени по источнику η . Единственной связной функцией главного приближения является пропагатор S .

Свободный пропагатор с динамической массой m диагонален по цвету и аромату

$$S_{cd, jk} = \frac{\delta_{cd} \delta_{jk}}{m - \widehat{p}}. \quad (5.40)$$

является решением уравнения (3.81).

Массовый оператор первого шага описывается формулой (3.86). Уравнением для двухчастичной функции первого шага является выражение (3.85).

Согласно уравнений для $P^{(n)}$ (3.84) уравнение для $P^{(2)}$ примет вид [160]

$$\begin{aligned}
& - \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta^{\beta\alpha}(y, x)_{kj}^{dc}} + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x - x_1)_{ji}^{cc_1} \left\{ \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha_1}(y, x_1)_{ki}^{dc_1}} \cdot \text{tr} \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} - \right. \\
& \quad \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{il}^a \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha_2}(y, x_1)} \cdot \text{tr} \gamma_5 \tau^a \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} + \right. \\
& \quad \left. + S^{\alpha_1\beta}(x_1 - y)_{ik}^{c_1d} \text{tr} \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{il}^a S^{\alpha_2\beta}(x_1 - y)_{ik}^{c_1d} \text{tr} \gamma_5 \tau^a \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} \right\} =
\end{aligned}$$

$$= \int dx_1 dx_2 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{ji}^{c_1} \eta^{\alpha_1\alpha_2} (x_1, x_2)_{il}^{c_1 c_2} \times \\ \times \left\{ P^{(1)} S^{\alpha_2\beta} (x_2 - y)_{lk}^{c_2 d} + \frac{\delta P^{(1)}}{\delta \eta^{\beta\alpha_2} (y, x_2)_{kl}^{d c_2}} \right\}. \quad (5.41)$$

Решение уравнения (5.41) будем искать в виде выражения (5.2), с учетом цветовых и ароматовых индексов.

Подставляя выражение (5.2) в (5.41) и проводя одно дифференцирование, а далее выключая источники η (т.е. $\eta = 0$), получим уравнение для пропагатора второго шага итерации [160]

$$S^{(2)\alpha\beta} (x - y)_{jk}^{cd} = ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{ji}^{c_1} \left\{ S_2^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{array} \right)_{\alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2}^{\alpha_1\beta, c_1 d, j_1 k} - \right. \\ \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1 k_1}^a S_2^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{array} \right)_{\alpha_4\alpha_3, c_2 c_2, k_2 j_2}^{\alpha_2\beta, c_1 d, k_1 k} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2 j_2}^a + S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1 k}^{c_1 d} \text{tr} S^{(2)}(0) \right\}. \quad (5.42)$$

После аналогичной процедуры получим уравнения для остальных функций второго шага ($S_2^{(1)}$ - двухчастичной, S_3 - трехчастичной и S_4 - четырехчастичной функций) $SU(2)$ -модели НИЛ [160]:

$$S_2^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x & y \\ x' & y' \end{array} \right)_{\alpha'\beta', c'd', j'k'}^{\alpha\beta, cd, jk} = - S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk'}^{cd'} S^{(1)\alpha'\beta} (x' - y)_{j'k'}^{c'd} + \\ + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{ji}^{c_1} \cdot \left\{ S_3 \left(\begin{array}{cc} x_1 & y \\ x' & y' \\ x_1 & x_1 \end{array} \right)_{\alpha'\beta', c'd', j'k'}^{\alpha_1\beta, c_1 d, j_1 k} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \cdot \tau_{j_1k_1}^a S_3 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1d, j_1k \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, k_2j_2 \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \cdot \tau_{j_2k_2}^a + \\
& + S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \cdot \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1k}^{c_1d} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \cdot \tau_{k_2j_2}^a \left. \right\}, \quad (5.43)
\end{aligned}$$

$$S_3 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} = -S^{\alpha\beta'} (x - y)_{jk}^{cd'} S^{\alpha'\beta} (x' - y)_{j'k'}^{c'd} S^{(1)\alpha''\beta''} (x'' - y'')_{j''k''}^{c''d''} -$$

$$-S^{\alpha\beta'} (x - y)_{jk}^{cd'} S_2 \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta, c'd, j'k \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} -$$

$$-S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S^{\alpha''\beta} (x'' - y)_{j''k}^{c''d} S^{(1)\alpha'\beta'} (x' - y)_{j'k'}^{c'd'} -$$

$$-S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S_2 \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta, c''d, j''k \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} -$$

$$+ ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{j_1l}^{c_1c_1} \left\{ S_4 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1d, j_1k \\ \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \cdot \tau_{j_1k_1}^a S_4 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1d, k_1k \\ \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \cdot \tau_{k_2j_2}^a + \\
& + S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_3 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \cdot \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1k}^{c_1d} S_3 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \cdot \tau_{k_2j_2}^a \left. \vphantom{\gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \cdot \tau_{k_2j_2}^a} \right\}, \quad (5.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& S_4 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} = \\
& = -S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk'}^{cd'} S^{\alpha'\beta} (x' - y)_{j'k}^{c'd} S_2 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S^{\alpha''\beta} (x'' - y)_{j''k}^{c''d} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta'''} (x - y''')_{jk'''}^{cd'''} S^{\alpha'''\beta} (x''' - y)_{j'''k}^{c'''d} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{jj_1}^{cc_1} \left\{ S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_4 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} \right. \\
& \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1l}^{c_1d} S_4 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a \right\}, \quad (5.45)
\end{aligned}$$

Решение уравнения (5.45) имеет вид:

$$\begin{aligned}
S_4 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} &= S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} + \\
& + S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} + \\
& + S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix}, \quad (5.46)
\end{aligned}$$

графический вид которого приведен на рис. 5.3.

Уравнения (5.44) и (5.45) в данной итерационной схеме являются новыми, а уравнения для двухчастичной функции $S_2^{(1)}$ и для поправки к пропагатору $S^{(2)}$ имеют тот же вид, что и уравнения первого шага, за исключением неоднородного члена, в которые для уравнений второго шага входит трехчастичная функция S_3 . Уравнения (5.44) - (5.46) графически имеют тот же вид (с учетом правила рис.3.4), что и в случае $U(1)$ -модели (см. рис.

5.1 - 5.3, соответственно).

С учетом решения (5.46) для уравнения восьмивостки, уравнение (5.44) для трехчастичной функции перепишем в следующем виде

$$\begin{aligned}
& S_3 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} = \\
& = -S^{\alpha\beta'}(x-y')^{cd', jk'} S^{\alpha'\beta}(x'-y)^{c'd, j'k} S^{(1)\alpha''\beta''}(x''-y'')^{c''d'', j''k''} - \\
& - S^{\alpha\beta''}(x-y'')^{cd'', jk''} S^{\alpha''\beta}(x''-y)^{c''d, j''k} S^{(1)\alpha'\beta'}(x'-y')^{c'd', j'k'} - \\
& - S^{\alpha\beta'}(x-y')^{cd', jk'} S_2 \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta, c'd, j'k \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta''}(x-y'')^{cd'', jk''} S_2 \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta, c''d'', j''k'' \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} + \\
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1)^{c c_1, j i} \left\{ S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1 d, i k \\ \alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \end{matrix} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} + \right. \\
& + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1 d, i k \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} + \\
& \left. + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1 d, i k \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \right\} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)^{c c_1, j i} \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \tau_{il}^{a_1} \left\{ \left[S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix}^{\alpha_2 \beta, c_1 d, lk} S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha' \beta', c' d', j' k'} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_2 \beta, c_1 d, lk} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_4 \alpha_3, c_2 c_2, j_2 j_1} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2 \beta, c_1 d, lk} S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha_4 \alpha_3, c_2 c_2, j_2 j_1} \right] \gamma_5^{\alpha_3 \alpha_4} \tau_{j_1 j_2}^{a_1} \right\} + \\
& \quad + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)^{c c_1, j i} \left\{ S^{\alpha_1 \beta} (x_1 - y)^{c_1 d, ik} S_3 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2 \alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2} \right. \\
& \quad \left. - \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \tau_{il}^{a_1} S^{\alpha_2 \beta} (x_1 - y)^{c_1 d, lk} S_3 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_4 \alpha_3, c_2 c_2, j_2 j_1} \gamma_5^{\alpha_3 \alpha_4} \tau_{j_1 j_2}^{a_1} \right\}. \quad (5.47)
\end{aligned}$$

Здесь следует отметить, что 3-ий шаг итераций приводит к появлению уравнений для шестичастичной, пятичастичной, 4-х частичной, трехчастичной, двухчастичной, одночастичной (поправка к пропагатору кварка) функций.

5.4. Мезонные пропагаторы и вершины в $SU(2)$ – модели

На основе уравнений первого шага и их решении введем некоторые величины, которые будут использованы при решении уравнений второго шага.

Исходим из уравнения двухчастичной функции (3.85) первого шага итераций:

$$S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} = -S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk}^{cd'} S^{\alpha\beta} (x' - y)_{j'k'}^{c'd} + .$$

$$\begin{aligned}
& + ig \int dx_1 \left\{ [S(x-x_1)S(x_1-y)]_{jk}^{\alpha\beta,cd} S_2 \left(\begin{matrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{matrix} \right)_{\alpha'\beta',c'd',j'k'}^{\beta_1\beta_1,c_1c_1,j_1j_1} - \right. \\
& \left. - [S(x-x_1)\gamma_5\tau^a S(x_1-y)]_{jk}^{\alpha\beta,cd} S_2 \left(\begin{matrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{matrix} \right)_{\alpha'\beta',c'd',j'k'}^{\beta_1\beta_2,c_1c_1,j_1k_1} \gamma_5^{\beta_2\beta_1} \tau_{k_1j_1}^a \right\}.
\end{aligned}$$

Здесь $S(x) \equiv S(x)_{jk}^{\alpha\beta,cd} = \delta^{cd} \delta_{jk} [(m - \hat{p})^{-1}]^{\alpha\beta}$.

5.4.1. Пропагаторы мезонов

а) Введем функцию

$$S_\sigma(x-x') \equiv S_2 \left(\begin{matrix} x & x \\ x' & x' \end{matrix} \right)_{\alpha_1\alpha'_1,c_1c'_1,j_1j'_1}^{\alpha_1\alpha_1,c_1c_1,j_1j_1} \sim \langle \bar{\psi}\psi(x) \bar{\psi}\psi(x') \rangle \quad (5.48)$$

Из уравнения (3.85) получаем

$$S_\sigma(x-x') = -2n_c l_S(x-x') + 2ign_c \int dx_1 l_S(x-x_1) S_\sigma(x_1-x'),$$

где $l_S(x) \equiv tr_\alpha S(x)S(-x)$.

В импульсном пространстве

$$S_\sigma(p) = -\frac{2n_c l_S(p)}{1 - 2ign_c l_S(p)} = \frac{1}{ig} - \frac{1}{4g^2 n_c I_0(p)(4m^2 - p^2)}. \quad (5.49)$$

Введем пропагатор σ -мезона:

$$\Delta_\sigma(p) = \frac{Z(p)}{4m^2 - p^2}, \quad (5.50)$$

где $Z_\sigma(p) = \frac{1}{4gn_c I_0(p)}$.

В итоге получаем

$$S_\sigma(p) = \frac{1}{ig} (1 - i\Delta_\sigma(p)). \quad (5.51)$$

б) Введем функцию

$$S_\pi^{ab}(x - x') \equiv S_2 \begin{pmatrix} x & x \\ x' & x' \end{pmatrix}^{\alpha_1 \beta_1, c_1 c_1, j_1 k_1}_{\alpha'_1 \beta'_1, c'_1 c'_1, j'_1 k'_1} \gamma_5^{\beta_1 \alpha_1} \frac{\tau_{k_1 j_1}^a}{2} \gamma_5^{\beta'_1 \alpha'_1} \frac{\tau_{k'_1 j'_1}^b}{2} \sim \left\langle \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi(x) \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau^b}{2} \psi(x') \right\rangle.$$

Из уравнения (3.85) получаем

$$S_\pi^{ab}(x - x') = -\frac{1}{2} n_c \delta^{ab} l_p(x - x') - 2ign_c \int dx_1 l_p(x - x_1) S_\pi^{ab}(x_1 - x'),$$

где $l_p(x) \equiv tr_\alpha [S(x) \gamma_5 S(-x) \gamma_5]$.

В импульсном пространстве получим:

$$S_\pi^{ab}(p) = -\frac{\frac{1}{2} n_c \delta^{ab} l_p(p)}{1 + 2ign_c l_p(p)} = -\frac{\delta^{ab}}{4ig} - \frac{\delta^{ab}}{16g^2 n_c I_0(p) p^2}.$$

Введем пропагатор пиона:

$$\Delta_\pi^{ab}(p) = -\frac{\delta^{ab} Z(p)}{p^2}$$

где $Z_\pi(p) = \frac{1}{4gn_c I_0(p)}$. Итак получим:

$$S_\pi^{ab}(p) = -\frac{1}{ig} (\delta^{ab} - i\Delta_\pi^{ab}(p)) \quad (5.52)$$

5.4.2. Вершины

а) Скалярные вершины определим как,

$$V_\sigma(xx'x'') \equiv S^{\alpha_1\alpha_2}(x-x')_{j_1j_2}^{c_1c_2} S_2 \begin{pmatrix} x' & x \\ x'' & x'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_1, c_2c_1, j_2j_1}_{\alpha_1\alpha_1, c_3c_3, j_3j_3}.$$

Из уравнения (3.85) получаем

$$V_\sigma(xx'x'') \equiv 2n_c v_s(xx'x'') - 2ign_c \int dx_1 v_s(xx'x_1) S_\sigma(x_1 - x''),$$

где

$$v_s(xx'x'') = \text{tr}_\alpha [S(x-x')S(x'-x'')S(x''-x)].$$

С учетом (5.51) получим:

$$V_\sigma(xx'x'') \equiv 2in_c \int dx_1 v_s(xx'x_1) \Delta_\sigma(x_1 - x''). \quad (5.53)$$

б) Псевдоскалярную вершину определим следующим образом

$$V_\pi^{ab}(xx'x'') \equiv S^{\alpha_1\beta_1}(x-x')_{j_1k_1}^{c_1c_1'} \gamma_5^{\beta_1\alpha_1} \frac{\tau_{k_1j_1}^a}{2} S_2 \begin{pmatrix} x' & x \\ x'' & x'' \end{pmatrix}^{\alpha_1\alpha_1, c_1'c_1, j_1'j_1}_{\alpha_1''\beta_1'', c_1''c_1'', j_1''k_1''} \gamma_5^{\beta_1''\alpha_1''} \frac{\tau_{k_1''j_1''}^b}{2}.$$

Из уравнения (3.85) получаем

$$V_{\pi}^{ab}(xx'x'') = \frac{n_c}{2} \delta^{ab} v_P(xx'x'') + 2ign_c \int dx_1 v_P(xx'x_1) S_{\pi}^{ab}(x_1 - x''),$$

где

$$v_P(xx'x'') = tr_{\alpha} S(x - x') \gamma_5 S(x - x'') \gamma_5 S(x'' - x).$$

С учетом (5.52) получаем:

$$V_{\pi}^{ab}(xx'x'') = 2in_c \int dx_1 v_P(xx'x_1) \Delta_{\pi}^{ab}(x_1 - x''). \tag{5.54}$$

5.4.3. $\sigma\pi\pi$ вершина

Введем функцию:

$$W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(xx'x'') \equiv S_3 \begin{pmatrix} x & x \\ x' & x' \\ x'' & x'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \alpha_1, c_1 c_1, j_1 j_1 \\ \alpha_1' \beta_1', c_1' c_1', j_1' k_1' \\ \alpha_1'' \beta_1'', c_1'' c_1'', j_1'' k_1'' \end{matrix} \gamma_5^{\beta_1' \alpha_1'} \frac{\tau_{k_1' j_1'}^a}{2} \gamma_5^{\beta_1'' \alpha_1''} \frac{\tau_{k_1'' j_1''}^b}{2} \sim \left\langle \bar{\psi} \psi(x) \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi(x') \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau^b}{2} \psi(x'') \right\rangle.$$

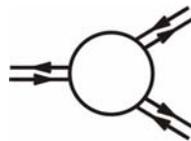


Рис. 5.4 Вершинная функция $\sigma\pi\pi$

Используя введенные определения из подразделов 5.4.1 - 5.4.2 и формулы (3.85), (5.48) - (5.53), получаем для $W_{\sigma\pi\pi}^{ab}$ следующее уравнение:

$$W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(xx'x'') = W_0^{ab}(xx'x'') + 2ign_c \int dx_1 l_S(x - x_1) W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(xx'x''), \tag{5.55}$$

где неоднородный член имеет вид

$$\begin{aligned}
 W_0^{ab}(xx'x'') &= V_\pi^{ab}(xx'x'') + V_\pi^{ab}(xx''x') + \\
 &+ 4ig \int dx_1 V_\pi^{a_1a}(xx_1x') S_\pi^{a_1b}(x_1 - x'') + 4ig \int dx_1 V_\pi^{a_1b}(xx_1x'') S_\pi^{a_1a}(x_1 - x') - \\
 &- ig \int dx_1 (V_\sigma(xx_1x_1) - 4V_\pi^{a_1a_1}(xx_1x_1)) S_\pi^{ab}(x' - x'').
 \end{aligned}$$

Используя формулы подразделов 5.4.1 - 5.4.2, связную часть неоднородного члена,

$$\begin{aligned}
 [W_0^{ab}(xx'x'')]^{con} &= V_\pi^{ab}(xx'x'') + V_\pi^{ab}(xx''x') + \\
 &+ 4ig \int dx_1 V_\pi^{a_1a}(xx_1x') S_\pi^{a_1b}(x_1 - x'') + 4ig \int dx_1 V_\pi^{a_1b}(xx_1x'') S_\pi^{a_1a}(x_1 - x'),
 \end{aligned}$$

приведем к нижеследующему виду

$$\begin{aligned}
 [W_0^{ab}(xx'x'')]^{con} &= -2n_c \int dx_1 dx_2 v_p(xx_1x_2) [\Delta_\pi^{a_1a}(x_2 - x') \Delta_\pi^{a_1b}(x_1 - x'') + \\
 &+ \Delta_\pi^{a_1ab}(x_2 - x'') \Delta_\pi^{a_1a}(x_1 - x')].
 \end{aligned}$$

Далее переходим в импульсное представление

$$\tilde{\delta}(p - p' - p'') W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(pp'p'') = \int dx dx' dx'' e^{ipx - ip'x' - ip''x''} W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(xx'x'').$$

В итоге получаем

$$W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(pp'p'') = i\Delta_\sigma(p) W_0^{ab}(pp'p''), \quad (5.56)$$

решение которого есть

$$W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(pp'p'') = \frac{W_0^{ab}(pp'p'')}{1 - 2i\text{gn}_c l_s(p)}$$

(Здесь $p = p' + p''$).

Связная часть есть амплитуда распада $\sigma \rightarrow \pi\pi$ и имеет вид:

$$[W_{\sigma\pi\pi}^{ab}(pp'p'')]^{con} = \frac{2n_c}{i} \Delta_\sigma(p) [v_P(pp'p'') + v_P(pp''p')] \Delta_\pi^{aa_1}(p') \Delta_\pi^{a_1b}(p''), \quad (5.57)$$

Графическое изображение приведено на рис. 5.5.

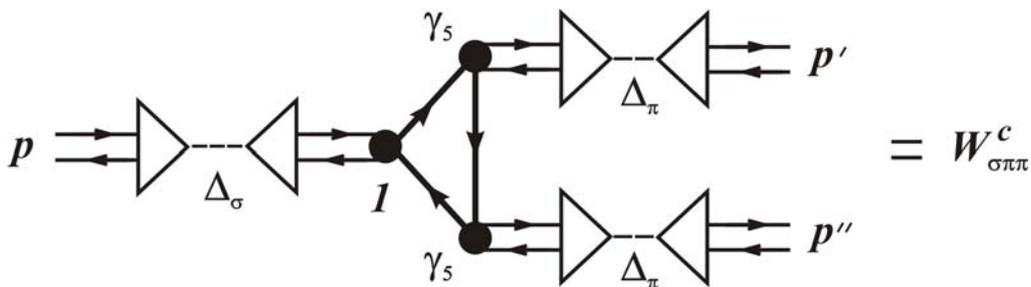


Рис. 5.5 Распад $\sigma \rightarrow 2\pi$

(Вычисление v_P приведено в подразделе 5.2.4).

5.5. Решение уравнения для трехкварковой функции

Трехкварковые функции дают принципиальную возможность описания

барионов и процессы с их участием через кварковые поля [121, 139, 174, 175]. В работе Дьяконова и Петрова [121], где в киральном пределе в приближении среднего поля трех-, пяти-, семи-кварковые состояния описаны в виде октета, декуплета и антидекуплета как барионы и экзотические барионные состояния (пентакварки и т. д.). Трехкварковые функции также могут быть применены, например, в духе работ [174, 175, 178], к некоторым процессам. В обзорной статье Гарсеванишвили, Хелашвили и др. приводятся весьма аргументированные подходы для описания в ядерной физике много-кварковых связанных состояний [139].

В настоящем разделе приводим решение связной части трехкваркового уравнения (5.47).

5.5.1. Связные части функции

Из уравнения для трехкварковой функции (5.47), получаем

$$\begin{aligned}
 S_3 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} &= S_3^0 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} + \\
 &+ ig \delta^{cd} \int dx_1 \left\{ \delta_{jk} (S(x-x_1)S(x_1-y))^{\alpha\beta} \cdot S_3 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2} - \right. \\
 &\left. - \tau_{ik}^{a_1} (S(x-x_1)\gamma_5 \cdot S(x_1-y))^{\alpha\beta} \cdot \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{j_1j_2}^{a_1} \cdot S_3 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2j_1} \right\}, \quad (5.58)
 \end{aligned}$$

где S_3^0 - неоднородная часть уравнения (5.58), которая имеет вид

$$\begin{aligned}
& S_3^0 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} = \\
& = -S^{\alpha\beta'}(x-y)_{jk'}^{cd'} S^{\alpha'\beta}(x'-y)_{j'k}^{c'd} S^{(1)}(x''-y'')_{j''k''}^{\alpha''\beta'', c''d''} - \\
& \quad - S^{\alpha\beta''}(x-y'')_{j''k''}^{cd''} S^{\alpha''\beta}(x''-y)_{j''k}^{c''d} S^{(1)}(x'-y')_{j'k'}^{\alpha'\beta', c'd'} - \\
& - S^{\alpha\beta'}(x-y')_{j'k'}^{cd'} S_2 \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} - S^{\alpha\beta''}(x-y'')_{j''k''}^{cd''} S_2 \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} + \\
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1'}(x-x_1)_{ji}^{c c_1} \left\{ \left[S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1 d, ik \\ \alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} + \right. \right. \\
& \quad + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1 d, ik \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} + \\
& \quad \left. + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1 d, ik \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \right] - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{il}^{a_1} \left[S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1 d, lk \\ \alpha_4\alpha_3, c_2 c_2, j_2 j_1 \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} + \right. \\
& \quad + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1 d, lk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2 c_2, j_2 j_1 \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} + \\
& \quad \left. + S_2 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1 d, lk \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \cdot S_2 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2 c_2, j_2 j_1 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} \right] \cdot \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{jl}^{a_1} \left. \right\}. \quad (5.59)
\end{aligned}$$

В уравнении (5.59) в наряду со связными частями, также фигурируют несвязные члены. Для выявления связных структур выделим члены дающие при итерациях связные части.

С учетом нижеследующих уравнений

$$S(x) \equiv S(x)_{jk}^{\alpha\beta, cd} = \delta^{cd} \delta_{jk} [(m - \bar{p})^{-1}]^{\alpha\beta}, \quad (5.60)$$

$$S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = -S(x - y')S(x' - y) + S_{2c} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}, \quad (5.61)$$

$$S_{2c} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}_{c'd', j'k'}^{cd, jk} = \delta^{cd} \delta^{c'd'} \left[\delta_{jk} \delta_{j'k'} F_\sigma \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} + \tau_{jk}^b \tau_{j'k'}^b F_\pi \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} \right] \quad (5.62)$$

получим,

$$\begin{aligned} [S^0]^{con} = & -\delta^{cd'} \delta^{c'd} \delta^{c''d''} \delta_{jk'} S^{\alpha\beta'}(x - y') \left[\delta_{j'k'} \delta_{j''k''} \cdot F_\sigma \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}_{\alpha'\beta''}^{\alpha\beta} + \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^b F_\pi \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}_{\alpha'\beta''}^{\alpha\beta} \right] - \\ & - \delta^{cd''} \delta^{c''d} \delta^{c'd'} \delta_{j'k''} S^{\alpha\beta''}(x - y'') \left[\delta_{j''k''} \delta_{j'k'} F_\sigma \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \end{pmatrix}_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta} + \tau_{j''k''}^b \tau_{j'k'}^b F_\pi \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \end{pmatrix}_{\alpha'\beta'}^{\alpha\beta} \right] + \\ & + ig \int dx_1 \delta^{c_1 c_1} \delta_{j_1 i_1} S^{\alpha_1 \alpha_1}(x - x_1) \left\{ \left[-\delta^{c_1 d'} \delta^{c' d'} \delta_{i_1 k'} \delta_{j' k'} \cdot S^{\alpha_1 \beta'}(x_1 - y') S^{\alpha' \beta}(x' - y) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \delta^{c_1 d} \delta^{c' d'} \left(\delta_{i_1 k'} \delta_{j' k'} F_\sigma \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix}_{\alpha' \beta'}^{\alpha_1 \beta} + \tau_{i_1 k'}^b \tau_{j' k'}^b F_\pi \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x' & y' \end{pmatrix}_{\alpha' \beta'}^{\alpha_1 \beta} \right) \right] \times \\ & \times \left[-\delta^{c_2 d''} \delta^{c'' c_2} \delta_{j_2 k''} \delta_{j' j_2} S^{\alpha_2 \beta''}(x_1 - y'') S^{\alpha'' \alpha_2}(x'' - x_1) + \delta^{c_2 c_2} \delta^{c'' d''} \delta_{j_2 j_2} \delta_{j' k''} F_\sigma \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x'' & y'' \end{pmatrix}_{\alpha'' \beta''}^{\alpha_2 \alpha_2} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-\delta^{c_1 d''} \delta^{c'' d''} \delta_{i k''} \delta_{j'' k''} \cdot S^{\alpha_1 \beta''} (x_1 - y'') S^{\alpha' \beta} (x'' - y) + \right. \\
& \left. + \delta^{c_1 d} \delta^{c'' d''} \left(\delta_{i k} \delta_{j'' k''} \cdot F_{\sigma} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y \\ x'' \ y'' \end{array} \right)_{\alpha'' \beta''}^{\alpha_1 \beta} + \tau_{i k}^b \tau_{j'' k''}^b F_{\pi} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y \\ x'' \ y'' \end{array} \right)_{\alpha'' \beta''}^{\alpha_1 \beta} \right) \right] \times \\
& \times \left[-\delta^{c_2 d'} \delta^{c' c_2} \delta_{j_2 k'} \delta_{j' j_2} \cdot S^{\alpha_2 \beta'} (x_1 - y') S^{\alpha'' \alpha_2} (x'' - x_1) + \delta^{c_2 c_2} \delta^{c' d'} \delta_{j_2 j_2} \delta_{j' k'} F_{\sigma} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y_1 \\ x' \ y' \end{array} \right)_{\alpha' \beta'}^{\alpha_2 \alpha_2} \right] - \\
& - ig \int dx_1 S^{\alpha \alpha_1} (x - x_1) \delta^{c c_1} \delta_{j i} \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \tau_{i l}^{a_1} \left\{ \left[-\delta^{c_1 d'} \delta^{c' d'} \delta_{j' k'} \delta_{l k'} S^{\alpha_2 \beta'} (x_1 - y') S^{\alpha' \beta} (x' - y) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \delta^{c_1 d} \delta^{c' d'} \left(\delta_{l k} \delta_{j' k'} F_{\sigma} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y \\ x' \ y' \end{array} \right)_{\alpha' \beta'}^{\alpha_2 \beta} + \tau_{l k}^b \tau_{j' k'}^b F_{\pi} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y \\ x' \ y' \end{array} \right)_{\alpha' \beta'}^{\alpha_2 \beta} \right) \right] \times \\
& \times \left[-\delta^{c_2 d''} \delta^{c'' c_2} \delta_{j_2 j''} \delta_{j' j_1} \cdot S^{\alpha_4 \beta''} (x_1 - y'') S^{\alpha'' \alpha_3} (x'' - x_1) + \right. \\
& \left. + \delta^{c_2 c_2} \delta^{c'' d''} \tau_{j_2 j_1}^b \tau_{j'' k''}^b F_{\pi} \left(\begin{array}{c} x_1 \ x_1 \\ x'' \ y'' \end{array} \right)_{\alpha'' \beta''}^{\alpha_4 \alpha_3} \right] \left. \right\} \gamma_5^{\alpha_3 \alpha_4} \tau_{j_1 j_2}^{a_1} + \\
& + \left\{ -\delta^{c_1 d''} \delta^{c'' d''} \delta_{j'' k''} \delta_{l k''} S^{\alpha_2 \beta''} (x_1 - y'') S^{\alpha'' \beta} (x'' - y) + \right. \\
& \left. + \delta^{c_1 d} \delta^{c'' d''} \left(\delta_{l k} \delta_{j'' k''} F_{\sigma} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y \\ x'' \ y'' \end{array} \right)_{\alpha'' \beta''}^{\alpha_2 \beta} + \tau_{l k}^b \tau_{j'' k''}^b F_{\pi} \left(\begin{array}{c} x_1 \ y \\ x'' \ y'' \end{array} \right)_{\alpha'' \beta''}^{\alpha_2 \beta} \right) \right] \times \\
& \times \left[-\delta^{c_2 d'} \delta^{c' c_2} \delta_{j_2 j'} \delta_{j' j_1} S^{\alpha_4 \beta'} (x_1 - y') S^{\alpha' \alpha_3} (x' - x_1) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K^{\alpha\beta}(xx_1y) &= (S(x-x_1)S(x_1y))^{\alpha\beta}, \\
K_5^{\alpha\beta}(xx_1x) &= (S(x-x_1)\gamma_5 S(x_1-y))^{\alpha\beta}, \\
tr(K(xx_1x)) &= l_s(x-x_1); \quad tr(K(xx_1x)\gamma_5) = 0, \\
tr(K_5(xx_1x)) &= 0; \quad tr(K(xx_1x)\gamma_5) = l_p(x-x_1);
\end{aligned} \tag{5.65}$$

пузырьки:

$$B^{\alpha\beta}(xx_1y)_{jk}^{\alpha\beta} = (S_0(xx_1)S_0(x_1x_1)S_0(x_1y))_{jk}^{\alpha\beta,cd}, \tag{5.66}$$

$$B_{ab}^{\alpha\beta}(xx_1y)_{jk}^{\alpha\beta} = (S_0(xx_1)i\gamma_5\tau^a S_0(x_1x_1)i\gamma_5\tau^b S_0(x_1y))_{jk}^{\alpha\beta,cd};$$

ГОЛОВАСТИКИ:

$$E(x_1) = tr[S_0(x_1x_1)], \tag{5.67}$$

$$E(x_1) = tr[i\gamma_5\tau^a S_0(x_1x_1)],$$

которые коммутируют как,

$$S_0(xy)|_{\eta=0} = S_c^{\alpha\beta}(x-y)\delta^{cd}\delta_{jk},$$

$$E(x_1)|_{\eta=0} = 2n_c tr_\alpha[S_c(x_1-x_1)],$$

$$E_a(x_1)|_{\eta=0} = 0$$

и

$$C_\sigma^{\alpha\beta}(xy_1y) = K^{\alpha\beta}(xy_1y) - 2n_c F_\sigma \begin{pmatrix} y_1 & y_1 \\ x & y \end{pmatrix}_{\alpha\beta}^{\alpha_1\alpha_1} = \frac{1}{ig} \int dy_2 A_\sigma(y_1-y_2) K^{\alpha\beta}(xy_2y), \tag{5.68}$$

$$C_\pi^{\alpha\beta}(xy_1y) = K_5^{\alpha\beta}(xy_1y) - 2n_c \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} F_\pi \begin{pmatrix} y_1 & y_1 \\ x & y \end{pmatrix}_{\alpha\beta}^{\alpha_2\alpha_1} = \frac{1}{ig} \int dy_2 A_\pi(y_1-y_2) K_5^{\alpha\beta}(xy_2y),$$

где

$$F_{\sigma} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = \int dy_1 dy'_1 K^{\alpha\beta}(xy_1y) A_{\sigma}(y_1 - y'_1) \cdot K^{\alpha'\beta'}(x'y'_1y') \quad (5.69)$$

$$F_{\pi} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = \int dy_1 dy'_1 K_5^{\alpha\beta}(xy_1y) A_{\pi}(y_1 - y'_1) \cdot K_5^{\alpha'\beta'}(x'y'_1y').$$

Далее проделав ампутацию в (5.64) получаем ампутированную несвязную часть, дающую связные части

$$\begin{aligned} [A_0]_d^{con} &= \delta^{cd'} \delta^{c'd} \delta^{c''d''} \times \\ &\times \left\{ -S^{-1}(x-y)^{\alpha\beta'} \left[\delta_{jk'} \delta_{j'k} \delta_{j''k''} \delta^{\alpha\beta} \delta^{\alpha'\beta''} \delta(x'-y) \delta(x''-y'') A_{\sigma}(x'-y'') + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \delta_{jk'} \tau_{j'k}^b \tau_{j''k''}^b \delta(x'-y) \delta(x''-y'') \gamma_5^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta''} A_{\pi}(x'-y'') \right] + \right. \\ &\quad \left. + S^{-1}(x'-y)^{\alpha\beta} \left[\delta_{jk'} \delta_{j'k} \delta_{j''k''} \delta^{\alpha\beta'} \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x-y) \delta(x''-y'') A_{\sigma}(x-y'') - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \tau_{jk'}^{a_1} \delta_{j'k} \tau_{j''k''}^{a_1} \gamma_5^{\alpha\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x-y) \delta(x''-y'') A_{\pi}(x-y'') \right] \right\} \\ &+ \delta^{cd''} \delta^{c''d} \delta^{c'd'} \left\{ -S^{-1}(x-y'')^{\alpha\beta''} \left[\delta_{jk'} \delta_{j'k} \delta_{j''k''} \delta^{\alpha'\beta} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y) \delta(x'-y') A_{\sigma}(x''-y') + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \delta_{jk'} \tau_{j'k}^b \tau_{j''k''}^b \delta(x''-y) \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha'\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} A_{\pi}(x''-y') \right] + \right. \\ &\quad \left. + S^{-1}(x''-y)^{\alpha''\beta} \left[\delta_{jk'} \delta_{j'k} \delta_{j''k''} \delta^{\alpha\beta''} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x-y'') \delta(x'-y') A_{\sigma}(x-y') - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \tau_{jk''}^{a_1} \delta_{j''k} \tau_{j'k'}^{a_1} \gamma_5^{\alpha\beta''} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x-y'') \delta(x'-y') A_{\pi}(x-y') \right] \right\}. \quad (5.70) \end{aligned}$$

Из (5.63) известно, что связные части имеют вид

$$\begin{aligned}
[S_c^0]_c^{con} &= \delta^{cd} \delta^{c'd'} \delta^{c''d''} \int dx_1 dy_1 dy_2 dy'_2 \left\{ -\delta_{jk} \delta_{j'k'} \delta_{j''k''} S^{\alpha\alpha_1} (x-x_1) K^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) \times \right. \\
&\quad \times A_\sigma (y_2 - y'_2) K^{\alpha'\beta'} (x' y'_2 y') A_\sigma (x_1 - y_1) K^{\alpha''\beta''} (x'' y_1 y'') - \\
&\quad - \tau_{jk}^b \tau_{j'k'}^b \delta_{j''k''} S^{\alpha\alpha_1} (x-x_1) K_5^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) A_\pi (y_2 - y'_2) K_5^{\alpha'\beta'} (x' y'_2 y') A_\sigma (x_1 - y_1) K^{\alpha''\beta''} (x'' y_1 y'') + \\
&\quad + \tau_{jk}^b \delta_{j'k'} \tau_{j''k''}^b (S(x-x_1) \gamma_5)^{\alpha\alpha_1} K^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) A_\sigma (y_2 - y'_2) \times \\
&\quad \times K^{\alpha'\beta'} (x' y'_2 y') A_\pi (x_1 - y_1) K_5^{\alpha''\beta''} (x'' y_1 y'') + \left. \left(\delta_{jk} \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^b - i \in^{abc} \tau_{jk}^a \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^c \right) \times \right. \\
&\quad \times \left. \left(S(x-x_1) \gamma_5 \right)^{\alpha\alpha_1} K_5^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) A_\pi (y_2 - y'_2) K_5^{\alpha'\beta'} (x' y'_2 y') A_\pi (x_1 - y_1) K_5^{\alpha''\beta''} (x'' y_1 y'') \right\} + \\
&\quad + \delta^{cd} \delta^{c'd'} \delta^{c''d''} \int dx_1 dy_1 dy_2 dy''_2 \left\{ -\delta_{jk} \delta_{j''k''} \delta_{j'k'} S^{\alpha\alpha_1} (x-x_1) K^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) \times \right. \\
&\quad \times A_\sigma (y_2 - y''_2) K^{\alpha''\beta''} (x'' y''_2 y'') A_\sigma (x_1 - y_1) K^{\alpha'\beta'} (x' y_1 y') - \\
&\quad - \tau_{jk}^b \tau_{j''k''}^b \delta_{j'k'} S^{\alpha\alpha_1} (x-x_1) K_5^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) A_\pi (y_2 - y''_2) \times \\
&\quad \times K_5^{\alpha''\beta''} (x'' y''_2 y'') A_\sigma (x_1 - y_1) K^{\alpha'\beta'} (x' y_1 y') + \\
&\quad + \tau_{jk}^b \delta_{j''k''} \tau_{j'k'}^b (S(x-x_1) \gamma_5)^{\alpha\alpha_1} K^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) A_\sigma (y_2 - y''_2) \times \\
&\quad \times K^{\alpha''\beta''} (x'' y''_2 y'') A_\pi (x_1 - y_1) K_5^{\alpha'\beta'} (x' y_1 y') + \\
&\quad + \left. \left(\delta_{jk} \tau_{j''k''}^b \tau_{j'k'}^b - i \in^{abc} \tau_{jk}^a \tau_{j''k''}^b \tau_{j'k'}^c \right) \cdot \left(S(x-x_1) \gamma_5 \right)^{\alpha\alpha_1} K_5^{\alpha_1\beta} (x_1 y_2 y) A_\pi (y_2 - y''_2) \times \right. \\
&\quad \times \left. K_5^{\alpha''\beta''} (x'' y''_2 y'') A_\pi (x_1 - y_1) K_5^{\alpha'\beta'} (x' y_1 y') \right\}. \tag{5.71}
\end{aligned}$$

Проделав ампутацию имеем

$$\begin{aligned}
& [A^0]_c^{con} = \delta^{cd} \delta^{c'd'} \delta^{c''d''} \times \\
& \times \left\{ -\delta_{jk} \delta_{j'k'} \delta_{j''k''} S^{\alpha\beta} (x-y) \delta^{\alpha'\beta'} \delta^{\alpha''\beta''} \cdot \delta(x'-y') \delta(x''-y'') A_\sigma(y-y') A_\sigma(x-y'') - \right. \\
& - \tau_{jk}^b \tau_{j'k'}^b \delta_{j''k''} (S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x'-y') \delta(x''-y'') A_\pi(y-y') A_\sigma(x-y'') + \\
& + \tau_{jk}^b \delta_{j'k'} \tau_{j''k''}^b (\gamma_5 S(x-y))^{\alpha\beta} \delta^{\alpha'\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x'-y') \delta(x''-y'') A_\sigma(y-y') A_\pi(x-y'') + \\
& + \left(\delta_{jk} \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^b - i \epsilon^{abc} \tau_{jk}^a \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^c \right) (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \times \\
& \quad \cdot \delta(x'-y') \delta(x''-y'') A_\pi(y-y') A_\pi(x-y'') \left. \right\} + \\
& \quad + \delta^{cd} \delta^{c'd'} \delta^{c''d''} \times \\
& \times \left\{ -\delta_{jk} \delta_{j''k''} \delta_{j'k'} S^{\alpha\beta} (x-y) \delta^{\alpha''\beta''} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y'') \delta(x'-y') A_\sigma(y-y'') A_\sigma(x-y') - \right. \\
& - \tau_{jk}^b \tau_{j''k''}^b \delta_{j'k'} (S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y'') \delta(x'-y') A_\pi(y-y'') A_\sigma(x-y') + \\
& + \tau_{jk}^b \delta_{j''k''} \tau_{j'k'}^b (\gamma_5 S(x-y))^{\alpha\beta} \delta^{\alpha''\beta''} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y'') \delta(x'-y') A_\sigma(y-y'') A_\pi(x-y') + \\
& + \left(\delta_{jk} \tau_{j''k''}^b \tau_{j'k'}^b - i \epsilon^{abc} \tau_{jk}^a \tau_{j''k''}^b \tau_{j'k'}^c \right) (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \cdot \gamma_5^{\alpha''\beta''} \cdot \gamma_5^{\alpha'\beta'} \times \\
& \quad \times \delta(x''-y'') \delta(x'-y') A_\pi(y-y'') A_\pi(x-y') \left. \right\}. \tag{5.72}
\end{aligned}$$

Итак ампутированное уравнение для трехкварковой функции имеет вид

$$\begin{aligned}
A_3 = A_3^0 + ig \delta^{cd} \delta(x-y) \int dx_1 dy_1 \left\{ \delta^{jk} \delta^{\alpha\beta} S^{\alpha_1 \alpha_2} (x-x_1) A_3 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2 \beta_1 c_1 c_1 j_1 j_1 \\ \alpha' \beta' c' d' j' k' \\ \alpha'' \beta'' c'' d'' j'' k'' \end{matrix} S^{\beta_1 \alpha_1} (y_1-y) - \right. \\
\left. - \tau_{jk}^a \gamma_5^{\alpha\beta} (\gamma_5 S(x-x_1))^{\alpha_1 \alpha_2} A_3 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2 \beta_1 c_1 c_1 j_1 j_2 \\ \alpha' \beta' c' d' j' k' \\ \alpha'' \beta'' c'' d'' j'' k'' \end{matrix} \cdot \tau_{j_2 j_1}^a S^{\beta_1 \alpha_1} (y_1-y) \right\}. \quad (5.73)
\end{aligned}$$

Ампутированная функция $[A^0]_d^{con}$ несвязной части в неоднородном члене уравнения (5.73)

$$\begin{aligned}
[A^0]_d^{con} = & \delta^{cd'} \delta^{c'd} \delta^{c''d''} \left\{ -S^{-1}(x-y')^{\alpha\beta'} \delta_{jk'} \delta_{j'k} \delta_{j''k''} \delta^{\alpha\beta} \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x'-y) \cdot A_\sigma(x'-y'') \right. \\
& - \delta_{jk'} \tau_{j'k}^b \tau_{j''k''}^b S^{-1}(x-y')^{\alpha\beta'} \delta(x'-y) \gamma_5^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha''\beta''} A_\pi(x'-y'') + \\
& + \delta_{jk'} \delta_{j'k} \delta_{j''k''} S^{-1}(x'-y)^{\alpha\beta} \delta^{\alpha\beta'} \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x-y') A_\sigma(x-y'') - \\
& - \tau_{jk'}^b \delta_{j'k} \tau_{j''k''}^b S^{-1}(x'-y)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x-y') A_\pi(x-y'') \left. \right\} \delta(x''-y'') + \\
& + \delta^{cd''} \delta^{c''d} \delta^{c'd'} \left\{ -S^{-1}(x-y'')^{\alpha\beta''} \delta_{jk''} \delta_{j''k} \delta_{j'k'} \delta^{\alpha\beta} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y) A_\sigma(x''-y') - \right. \\
& - \delta_{jk''} \tau_{j''k}^b \tau_{j'k'}^b S^{-1}(x-y'')^{\alpha\beta''} \delta(x''-y) \gamma_5^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} A_\pi(x''-y') + \\
& + \delta_{jk''} \delta_{j''k} \delta_{j'k'} S^{-1}(x''-y)^{\alpha\beta} \delta^{\alpha\beta''} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x-y'') A_\sigma(x-y') - \\
& - \tau_{jk''}^b \delta_{j''k} \tau_{j'k'}^b S^{-1}(x''-y)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha\beta''} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x-y'') A_\pi(x-y') \left. \right\} \delta(x'-y') \quad (5.74)
\end{aligned}$$

подставляя в (5.73), проделаем первую итерацию. В итоге получим

$$\begin{aligned}
& -\tau_{jk}^a \tau_{j''k''}^a \delta_{j'k'} \gamma_5^{\alpha\beta} \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y) (\gamma_5 S(x''-y''))^{\alpha''\beta''} A_\sigma(y''-y') + \\
& + \left(\tau_{jk}^a \delta_{j''k''} \tau_{j'k'}^a - i \epsilon^{abc} \tau_{jk}^a \tau_{j''k''}^b \tau_{j'k'}^c \right) \gamma_5^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x''-y) \times \\
& \times \left(\gamma_5 S(x''-y'') \gamma_5 \right)^{\alpha''\beta''} A_\pi(y''-y') \Big\}. \tag{5.75}
\end{aligned}$$

5.5.2. Амплитуды

Изотопическая и цветовая структура A_3 есть

$$\begin{aligned}
A_3 = & \delta^{cd} \delta^{c'd'} \delta^{c''d''} \left[\delta_{jk} \delta_{j'k'} \delta_{j''k''} A_{\sigma\sigma\sigma} + \delta_{jk} \tau_{j'k'}^\alpha \tau_{j''k''}^\alpha A_{\sigma\pi\pi} + \right. \\
& \left. + \tau_{jk}^\alpha \delta_{j'k'} \tau_{j''k''}^\alpha A_{\pi\sigma\pi} + \tau_{jk}^\alpha \tau_{j'k'}^\alpha \delta_{j''k''}^\alpha A_{\pi\pi\sigma} + i \epsilon^{abc} \tau_{jk}^b \tau_{j'k'}^c \tau_{j''k''}^a A_{\pi\pi\pi} \right]. \tag{5.76}
\end{aligned}$$

Итак уравнение для A_3 будет иметь вид

$$\begin{aligned}
A_3 = & A_3^0 + 2 \text{ign}_c \delta(x-y) \int dx_1 dy_1 \left\{ \delta_{jk} \delta^{\alpha\beta} S^{\alpha_1\alpha_2}(x-x_1) \times \right. \\
& \times \left[\delta_{j'k'} \delta_{j''k''} \cdot A_{\sigma\sigma\sigma} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_1} \right. \\
& \left. + \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^b A_{\sigma\pi\pi} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_1} \right] \cdot S^{\beta_1\alpha_1}(y_1-y) - \\
& - \tau_{jk}^a \gamma_5^{\alpha\beta} \left(\gamma_5 S(x-x_1) \right)^{\alpha_1\alpha_2} \left[\delta_{j'k'} \tau_{j''k''}^a A_{\pi\sigma\pi} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_1} + \right. \\
& \left. + \tau_{j'k'}^a \delta_{j''k''} A_{\pi\pi\sigma} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_1} + i \epsilon^{abc} \tau_{j'k'}^b \tau_{j''k''}^c A_{\pi\pi\pi} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta_1} \right] \cdot S^{\beta_1\alpha_1}(y_1-y) \Big\}. \tag{5.77}
\end{aligned}$$

Далее введя следующие анзацы

$$\begin{aligned}
A_{\sigma\sigma\sigma} = & \left\{ \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) S^{\alpha'\beta'}(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_1(xx'y'y'') + \right. \\
& + S^{\alpha\beta}(x-y) \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_2(xy'y'y'') + \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_3(xy'y'y'') \left. \right\} + \\
& + \left\{ \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) S^{\alpha''\beta''}(x''-y'') \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_1(xx''y''y') + \right. \\
& + S^{\alpha\beta}(x-y) \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_2(xy'y''y') + \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_3(xy''y'y') \left. \right\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{\sigma\pi\pi} = & \left[\delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) (\gamma_5 S(x'-y'))^{\alpha'\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_4(xx'y'y'') + \right. \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) (S(x'-y') \gamma_5)^{\alpha'\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_5(xx'y'y'') + \\
& + (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_6(xy'y'y'') + \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_7(xy'y'y'') \left. \right] + \\
& + \left[\delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) (\gamma_5 S(x''-y''))^{\alpha''\beta''} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_4(xx''y''y') + \right. \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) (S(x''-y'') \gamma_5)^{\alpha''\beta''} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_5(xx''y''y') + \\
& + (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_6(xy'y''y') + \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_7(xy''y'y') \left. \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{\pi\pi\sigma} = & \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) (S(x'-y') \gamma_5)^{\alpha'\beta'} \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_8(xx'y'y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) (\gamma_5 S(x'-y'))^{\alpha'\beta'} \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_9(xx'y'y'') + \\
& + (S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_{10}(xxy'y'') + \\
& + (\gamma_5 S(x-y))^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_{11}(xyy'y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') (\gamma_5 S(x''-y''))^{\alpha''\beta''} A_{12}(xy'x''y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_{13}(xy'y''),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{\pi\pi\pi} = & \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) (\gamma_5 S(x'-y'))^{\alpha'\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_{14}(xx'y'y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') (\gamma_5 S(x''-y''))^{\alpha''\beta''} A_{15}(xy'x''y'') + \\
& + (\gamma_5 S(x-y))^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_{16}(xyy'y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_{17}(xy'y'')
\end{aligned}$$

и используя решения уравнений для ампутированных функций первого шага (3.89) и (3.90) получим окончательное решение уравнения для трехкварковой амплитуды

$$\begin{aligned}
& A_{\sigma\sigma\sigma} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} = \\
& = \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) S^{\alpha'\beta'}(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') [A_\sigma(x-y') A_\sigma(x'-y'') - A_\sigma(y-x') A_\sigma(y'-y'')] - \\
& \quad - S^{\alpha\beta}(x-y) \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_\sigma(y-y') A_\sigma(x-y'') + \\
& \quad + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') V_{\sigma\sigma\sigma}(xy'y'') + \\
& + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) S^{\alpha''\beta''}(x''-y'') \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') [A_\sigma(x-y'') A_\sigma(x''-y') - A_\sigma(y-x'') A_\sigma(y''-y')] - \\
& \quad - S^{\alpha\beta}(x-y) \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_\sigma(y-y'') A_\sigma(x-y') + \\
& \quad + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \delta^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') V_{\sigma\sigma\sigma}(xy''y'), \tag{5.78}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_{\sigma\pi\pi} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} = \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) [(\gamma_5 S(x'-y'))^{\alpha'\beta'} A_\sigma(x-y') A_\pi(x'-y'') + \\
& \quad + (S(x'-y') \gamma_5)^{\alpha'\beta'} A_\sigma(x-x') A_\pi(y'-y'')] \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') + \\
& + (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') A_\pi(y-y') A_\pi(x-y'') - \\
& \quad - \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') V_{\sigma\pi\pi}(xy'y'') + \\
& \quad + \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) [(\gamma_5 S(x''-y''))^{\alpha''\beta''} A_\sigma(x-y'') A_\pi(x''-y') + \\
& \quad + (S(x''-y'') \gamma_5)^{\alpha''\beta''} A_\sigma(x-x'') A_\pi(y''-y')] \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') A_\pi(y-y'') A_\pi(x-y') - \\
& \quad - \delta^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') V_{\sigma\pi\pi}(xy''y') \} , \quad (5.79)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{\pi\pi\sigma} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} &= \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) [(S(x'-y') \gamma_5)^{\alpha'\beta'} A_\pi(x-y') A_\sigma(x'-y'') - \\
& - (\gamma_5 S(x'-y'))^{\alpha'\beta'} A_\pi(x-x') A_\sigma(y'-y'')] \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') (\gamma_5 S(x''-y'')) \gamma_5^{\alpha''\beta''} [A_\pi(x-y'') A_\pi(x''-y') + \\
& + A_\pi(x-x'') A_\pi(y''-y')] + [(\gamma_5 S(x-y))^{\alpha\beta} A_\pi(x-y') A_\sigma(y-y'') - \\
& - (S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} A_\pi(y-y') A_\sigma(x-y'')] \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') + \\
& + \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \delta^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') [V_{\pi\pi\sigma}(xy'y'') - V_{\pi\sigma\pi}(xy''y')], \quad (5.80)
\end{aligned}$$

$$A_{\pi\sigma\pi} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} = A_{\pi\pi\sigma} \begin{pmatrix} x & y \\ x'' & y'' \\ x' & y' \end{pmatrix}, \quad (5.81)$$

$$A_{\pi\pi\pi} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') (\gamma_5 S(x''-y'') \gamma_5)^{\alpha''\beta''} \times \\
&\times [A_\pi(x-x'') A_\pi(y''-y') - A_\pi(x-y'') A_\pi(x''-y')] + \\
&+ \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) (\gamma_5 S(x'-y') \gamma_5)^{\alpha'\beta'} \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \times \\
&\times [A_\pi(x-y') A_\pi(x'-y'') - A_\pi(x-x') A_\pi(y'-y'')] + \\
&+ (\gamma_5 S(x-y) \gamma_5)^{\alpha\beta} \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') \times \\
&\times [A_\pi(x-y') A_\pi(y-y'') - A_\pi(y-y') A_\pi(x-y'')] + \\
&+ \gamma_5^{\alpha\beta} \delta(x-y) \gamma_5^{\alpha'\beta'} \delta(x'-y') \gamma_5^{\alpha''\beta''} \delta(x''-y'') [V_{\pi\pi\pi}(xy'y'') - V_{\pi\pi\pi}(xy''y')] , \quad (5.82)
\end{aligned}$$

где

$$T_{\sigma\sigma} = 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\sigma(x-y_1) \text{tr}[S(y_1-x_1)S(x_1-y_2)S(y_2-y_1)] A_\sigma(x_1-y_2), \quad (5.83)$$

$$T_{\sigma\pi} = 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\sigma(x-y_1) \text{tr}[S(y_1-x_1) \gamma_5 S(x_1-y_2) \gamma_5 S(y_2-y_1)] A_\pi(x_1-y_2) -$$

ГОЛОВАСТИКИ;

$$\begin{aligned}
V_{\sigma\sigma\sigma}(xy'y'') &= 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\sigma(x-x_1) \times \\
&\times \text{tr}[S(x_1-y_1)S(y_1-y_2)S(y_2-x_1)] A_\sigma(y_2-y') A_\sigma(y_1-y''),
\end{aligned}$$

$$V_{\sigma\pi\pi}(xy'y'') = 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\sigma(x-x_1) \times$$

$$\times \text{tr}[S(x_1 - y_1)\gamma_5 S(y_1 - y_2)\gamma_5 S(y_2 - x_1)]A_\pi(y_2 - y') A_\pi(y_1 - y''),$$

$$V_{\pi\sigma\pi}(xy'y'') = 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\pi(x - x_1) \times$$

$$\times \text{tr}[S(x_1 - y_1)\gamma_5 S(y_1 - y_2)S(y_2 - x_1)\gamma_5]A_\sigma(y_2 - y') A_\pi(y_1 - y''),$$

(5.84)

$$V_{\pi\sigma\sigma}(xy'y'') = 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\pi(x - x_1) \times$$

$$\times \text{tr}[S(x_1 - y_1)S(y_1 - y_2)\gamma_5 S(y_2 - x_1)\gamma_5] \cdot A_\pi(y_2 - y') A_\sigma(y_1 - y''),$$

$$V_{\pi\pi\pi}(xy'y'') = 2n_c \int dx_1 dy_1 dy_2 A_\pi(x - x_1) \times$$

$$\times \text{tr}[S(x_1 - y_1)\gamma_5 S(y_1 - y_2)\gamma_5 S(y_2 - x_1)\gamma_5] \cdot A_\pi(y_2 - y') A_\pi(y_1 - y'').$$

5.6. Уравнения третьего шага итераций в $SU(2)$ – модели и их возможные физические приложения

Главное приближение и первый порядок РСП включает в себе уравнения для пропагатора кварка и двухчастичной функции, а также уравнение для поправки первого порядка к пропагатору кварка. Рассмотрением этих уравнений обычно и ограничиваются в исследованиях модели НИЛ (см. например [109, 122, 183, 185]). В втором порядке РСП появляются уравнения для четырехчастичной и трехчастичной функций, а также уравнения для двухчастичной функции второго порядка и уравнение для поправки второго порядка к пропагатору кварка. В настоящем разделе мы приводим уравнения третьего порядка РСП в $SU(2)$ – модели НИЛ [36, 156-158].

Мы рассматриваем модель НИЛ с лагранжианом (3.76). Производящий

функционал функций Грина (вакуумных ожиданий Т-произведения полей) представлен в виде функционального интеграла с биллокальным источником. Уравнение ШД для производящего функционала имеет вид (3.78). Уравнение для функционала n -го шага имеет вид (3.83).

5.6.1. Уравнения третьего шага итераций модели Намбу – Иона-Лазинио

Итак уравнение третьего шага в терминах $P^{(n)}$ будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
& - \frac{\delta P^{(3)}}{\delta \eta^{\beta\alpha}(y, x)_{kj}^{dc}} + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x - x_1)_{j_1 k}^{c_1 d} \left\{ \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha_1}(y, x_1)_{j_1 k}^{c_1 d}} tr \frac{\delta P^{(3)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} - \right. \\
& - \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \frac{\tau_{j_1 j_2}^a}{2} \frac{\delta}{\delta \eta^{\beta\alpha_2}(y, x_1)_{j_2 k}^{c_1 d}} tr \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \frac{\delta P^{(3)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} + S^{\alpha_1 \beta}(x_1 - y)_{j_1 k}^{c_1 d} tr \frac{\delta P^{(3)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} - \\
& \left. - \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \frac{\tau_{j_1 j_2}^a}{2} S^{\alpha_1 \beta}(x_1 - y)_{j_2 k}^{c_1 d} tr \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \frac{\delta P^{(3)}}{\delta \eta(x_1, x_1)} \right\} = \\
& = \int dx_1 dx_2 S^{\alpha\alpha_1}(x - x_1)_{j_1 k}^{c_1 d} \eta^{\alpha_1 \alpha_2}(x_1, x_2)_{j_1 j_2}^{c_1 c_2} \times \\
& \times \left\{ P^{(2)} S^{\alpha_2 \beta}(x_2 - y)_{j_2 k}^{c_2 d} + \frac{\delta P^{(2)}}{\delta \eta^{\beta\alpha_2}(y, x_2)_{j_2 k}^{c_2 d}} \right\}. \tag{5.85}
\end{aligned}$$

Решение уравнения (5.85) будем искать в виде:

$$\begin{aligned}
P^{(3)}[\eta] &= \frac{1}{6!} \int S_6 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_5 & y_5 \\ x_6 & y_6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_2 \beta_2, c_2 d_2, j_2 k_2 \\ \alpha_3 \beta_3, c_3 d_3, j_3 k_3 \\ \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_5 \beta_5, c_5 d_5, j_5 k_5 \\ \alpha_6 \beta_6, c_6 d_6, j_6 k_6 \end{matrix} \cdot \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_1, x_1)_{k_1 j_1}^{d_1 c_1} \eta^{\beta_2 \alpha_2} (y_2, x_2)_{k_2 j_2}^{d_2 c_2} \times \\
&\times \eta^{\beta_3 \alpha_3} (y_3, x_3)_{k_3 j_3}^{d_3 c_3} \eta^{\beta_4 \alpha_4} (y_4, x_4)_{k_4 j_4}^{d_4 c_4} \eta^{\beta_5 \alpha_5} (y_5, x_5)_{k_5 j_5}^{d_5 c_5} \times \\
&\times \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_6, x_6)_{k_6 j_6}^{d_6 c_6} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dx_5 dx_6 dy_1 dy_2 dy_3 dy_4 dy_5 dy_6 + \\
&+ \frac{1}{5!} \int S_5 \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_5 & y_5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_2 \beta_2, c_2 d_2, j_2 k_2 \\ \alpha_3 \beta_3, c_3 d_3, j_3 k_3 \\ \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_5 \beta_5, c_5 d_5, j_5 k_5 \end{matrix} \cdot \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_1, x_1)_{k_1 j_1}^{d_1 c_1} \eta^{\beta_2 \alpha_2} (y_2, x_2)_{k_2 j_2}^{d_2 c_2} \eta^{\beta_3 \alpha_3} (y_3, x_3)_{k_3 j_3}^{d_3 c_3} \times \\
&\times \eta^{\beta_4 \alpha_4} (y_4, x_4)_{k_4 j_4}^{d_4 c_4} \eta^{\beta_5 \alpha_5} (y_5, x_5)_{k_5 j_5}^{d_5 c_5} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dx_5 dy_1 dy_2 dy_3 dy_4 dy_5 + \\
&+ \frac{1}{4!} \int S_4^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_2 \beta_2, c_2 d_2, j_2 k_2 \\ \alpha_3 \beta_3, c_3 d_3, j_3 k_3 \\ \alpha_4 \beta_4, c_4 d_4, j_4 k_4 \end{matrix} \cdot \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_1, x_1)_{k_1 j_1}^{d_1 c_1} \eta^{\beta_2 \alpha_2} (y_2, x_2)_{k_2 j_2}^{d_2 c_2} \eta^{\beta_3 \alpha_3} (y_3, x_3)_{k_3 j_3}^{d_3 c_3} \times \\
&\times \eta^{\beta_4 \alpha_4} (y_4, x_4)_{k_4 j_4}^{d_4 c_4} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dy_1 dy_2 dy_3 dy_4 +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{3!} \int S_3^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_{21} \beta_2, c_2 d_2, j_2 k_2 \\ \alpha_3 \beta_3, c_3 d_3, j_3 k_3 \end{matrix} \cdot \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_1, x_1)_{k j_2}^{d_1 c_2} \eta^{\beta_2 \alpha_2} (y_2, x_2)_{k_2 j_2}^{d_2 c_2} \eta^{\beta_3 \alpha_3} (y_3, x_3)_{k_3 j_3}^{d_3 c_3} \times$$

$$\times dx_1 dx_2 dx_3 dy_1 dy_2 dy_3 +$$

$$+ \frac{1}{2} \int S_2^{(2)} \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \beta_1, c_1 d_1, j_1 k_1 \\ \alpha_{21} \beta_2, c_2 d_2, j_2 k_2 \end{matrix} \cdot \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_1, x_1)_{k j_2}^{d_1 c_2} \eta^{\beta_2 \alpha_2} (y_2, x_2)_{k_2 j_2}^{d_2 c_2} dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 +$$

$$+ \int S^{(3) \alpha_1 \beta_1} (x_1 - y_1)_{j_1 k_1}^{c_1 d_1} \cdot \eta^{\beta_1 \alpha_1} (y_1, x_1)_{k j_2}^{d_1 c_2} dx_1 dy_1.$$

Проводя соответствующую процедуру (см. раздел 5.3) получим уравнения для третьего шага итераций модели НИЛ.

Уравнение для шестикварковой функции:

$$S_6 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha \beta, c d, j k \\ \alpha' \beta', c' d', j' k' \\ \alpha'' \beta'', c'' d'', j'' k'' \\ \alpha''' \beta''', c''' d''', j''' k''' \\ \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \\ \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \end{matrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= -S^{\alpha\beta'}(x-y')_{jk'}^{cd'} S^{\alpha'\beta}(x'-y)_{j'k}^{c'd} S_4 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c''d''', j''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \\ \alpha^V\beta^V, c^Vd^V, j^Vk^V \end{matrix} - \\
&- S^{\alpha\beta''}(x-y'')_{jk''}^{cd''} S^{\alpha''\beta}(x''-y)_{j''k}^{c''d} S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha'''\beta''', c''d''', j''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \\ \alpha^V\beta^V, c^Vd^V, j^Vk^V \end{matrix} - \\
&- S^{\alpha\beta'''}(x-y''')_{jk'''}^{cd'''} S^{\alpha'''\beta}(x'''-y)_{j'''k}^{c'''d} S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \\ \alpha^V\beta^V, c^Vd^V, j^Vk^V \end{matrix} - \\
&- S^{\alpha\beta^{IV}}(x-y^{IV})_{jk^{IV}}^{cd^{IV}} S^{\alpha^{IV}\beta}(x^{IV}-y)_{j^{IV}k}^{c^{IV}d} S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c''d''', j''k''' \\ \alpha^V\beta^V, c^Vd^V, j^Vk^V \end{matrix} - \\
&- S^{\alpha\beta^V}(x-y^V)_{jk^V}^{cd^V} S^{\alpha^V\beta}(x^V-y)_{j^Vk}^{c^Vd} S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c''d''', j''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{jj_1}^{c_1} \left\{ S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_6 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \\ \alpha^V\beta^V, c^Vd^V, j^Vk^V \end{matrix} \right. \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1k}^{c_1d} S_6 \left. \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \\ \alpha^V\beta^V, c^Vd^V, j^Vk^V \end{matrix} \right\} \cdot \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a, \quad (5.86)
\end{aligned}$$

Уравнение для пятикварковой функции:

$$\begin{aligned}
& S_5 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} = \\
& = -S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk}^{cd'} S^{\alpha'\beta} (x' - y)_{j'k'}^{c'd'} S_3 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk'}^{cd'} S_4 \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta, c'd, j'k \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S^{\alpha''\beta} (x'' - y)_{j''k}^{c''d} S_3 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S_4 \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta', c''d', j''k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta'''} (x - y''')_{jk'''}^{cd'''} S^{\alpha'''\beta} (x''' - y)_{j'''k}^{c'''d} S_3 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta'''} (x - y''')_{jk'''}^{cd'''} S_4 \begin{pmatrix} x''' & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'''\beta', c'''d', j'''k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta^{IV}} (x - y^{IV})_{jk^{IV}}^{cd^{IV}} S^{\alpha^{IV}\beta} (x^{IV} - y)_{j^{IV}k}^{c^{IV}d} S_3 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta^{IV}} (x - y^{IV})_{jk^{IV}}^{cd^{IV}} S_4 \begin{pmatrix} x^{IV} & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{j\bar{i}1}^{c\bar{c}1} \left\{ S_6 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1d, j_1k \\ \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} \right\} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S_6 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1d, k_1k \\ \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a + \\
& + S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_5 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1k}^{c_1d} S_5 \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV}\beta^{IV}, c^{IV}d^{IV}, j^{IV}k^{IV} \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a \left. \right\}. \quad (5.87)
\end{aligned}$$

Уравнения (5.86) и (5.87) в данной итерационной схеме являются новыми (графически они приведены на рисунках 5.6 и 5.7), а уравнения для 4-х

кварковой $S_4^{(1)}$, 3-х кварковой $S_3^{(1)}$, 2-х кварковой функции $S_2^{(2)}$ и пропагатора кварка $S^{(3)}$ имеют тот же вид, что и уравнения второго шага, за исключением неоднородных членов.

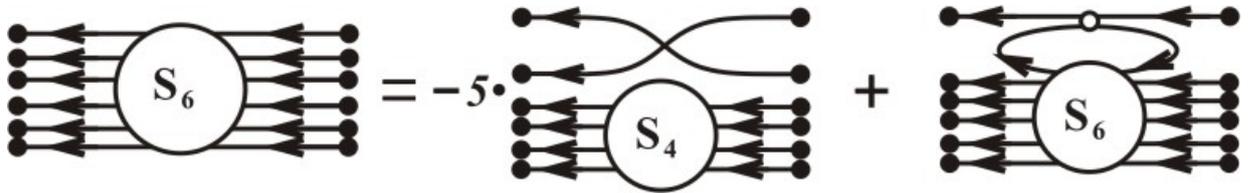


Рис.5.6 Уравнение для шестикварковой функции

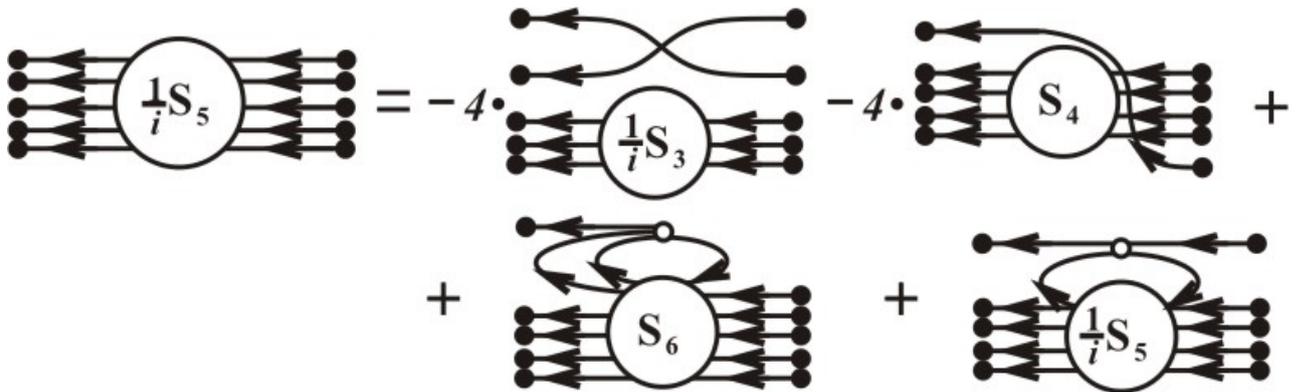


Рис. 5.7 Уравнение для пятикварковой функции

Уравнение для четырехчастичной функции третьего шага:

$$S_4^{(1)} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha\beta, cd, jk \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} =$$

$$= -S^{\alpha\beta'}(x-y)'_{jk'} S^{\alpha'\beta}(x'-y)'_{j'k'} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha'''\beta''', c'''d''', j'''k''' \end{matrix} -$$

$$\begin{aligned}
& - S^{\alpha\beta'}(x-y)_{jk'}^{cd'} S_3 \begin{pmatrix} x' & y \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha''\beta'',c''d'',j''k'' \\ \alpha'''\beta''',c'''d''',j'''k''' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta''}(x-y'')_{jk''}^{cd''} S^{\alpha\beta'}(x''-y)_{j''k''}^{c''d''} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha'''\beta''',c'''d''',j'''k''' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta''}(x-y'')_{jk''}^{cd''} S_3 \begin{pmatrix} x'' & y \\ x' & y' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'',c''d'',j''k'' \\ \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha'''\beta''',c'''d''',j'''k''' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta'''}(x-y''')_{jk'''}^{cd'''} S^{\alpha\beta''}(x'''-y)_{j'''k'''}^{c''d''} S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha''\beta'',c''d'',j''k'' \end{matrix} - \\
& - S^{\alpha\beta'''}(x-y''')_{jk'''}^{cd'''} S_3 \begin{pmatrix} x''' & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'''\beta''',c'''d''',j'''k''' \\ \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha''\beta'',c''d'',j''k'' \end{matrix} + \\
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1}(x-x_1)_{j_1}^{c_1} S_5 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta',c_1d',j_1k' \\ \alpha_2\alpha_2,c_2c_2,j_2j_2 \\ \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha''\beta'',c''d'',j''k'' \\ \alpha'''\beta''',c'''d''',j'''k''' \end{matrix} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S_5 \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta',c_1d',k_1k' \\ \alpha_4\alpha_3,c_2c_2,j_2k_2 \\ \alpha'\beta',c'd',j'k' \\ \alpha''\beta'',c''d'',j''k'' \\ \alpha'''\beta''',c'''d''',j'''k''' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_4^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{array} \right)_{\alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2}^{\alpha'\beta', c'd', j'k'} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1k}^{c_1d} S_4^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \end{array} \right)_{\alpha''\beta'', c''d'', j''k''}^{\alpha''\beta'', c''d'', j''k''} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a \left. \right\}. \quad (5.88)
\end{aligned}$$

Уравнение для трехчастичной функции третьего шага:

$$\begin{aligned}
& S_3^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{array} \right)_{\alpha\beta, cd, jk}^{\alpha\beta, cd, jk} = \\
& = -S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk'}^{cd'} S^{\alpha'\beta} (x' - y)_{j'k}^{c'd} S^{(2)\alpha''\beta''} (x'' - y'')_{j''k''}^{c''d''} - \\
& - S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk'}^{cd'} S_2^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x' & y \\ x'' & y'' \end{array} \right)_{\alpha''\beta'', c''d'', j''k''}^{\alpha'\beta', c'd', j'k'} - \\
& - S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S^{\alpha''\beta} (x'' - y)_{j''k}^{c''d} S^{(1)\alpha'\beta'} (x' - y')_{j'k'}^{c'd'} - \\
& - S^{\alpha\beta''} (x - y'')_{jk''}^{cd''} S_2^{(1)} \left(\begin{array}{cc} x'' & y \\ x' & y' \end{array} \right)_{\alpha'\beta', c'd', j'k'}^{\alpha''\beta', c'd', j'k'} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{jj_1}^{cc_1} \left\{ S_4^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1d, j_1k \\ \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} - \right. \\
& - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S_4^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\beta, c_1d, k_1k \\ \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a + \\
& + S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1k}^{c_1d} S_3^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} - \\
& \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1k}^{c_1d} S_3^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \\ x'' & y'' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4\alpha_3, c_2c_2, j_2k_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2j_2}^a \right\}. \quad (5.89)
\end{aligned}$$

Уравнение для двухчастичной функции третьего шага:

$$\begin{aligned}
& S_2^{(1)} \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk}{}_{\alpha'\beta', c'd', j'k'} = -S^{\alpha\beta'} (x - y')_{jk'}^{cd'} S^{(2)\alpha\beta} (x' - y)_{j'k'}^{c'd} + \\
& + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{jj_1}^{cc_1} \left\{ S_3^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1\beta, c_1d, j_1k \\ \alpha_2\alpha_2, c_2c_2, j_2j_2 \\ \alpha'\beta', c'd', j'k' \end{matrix} - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \tau_{j_1 k_1}^a S_3^{(1)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2 \beta, c_1 d, k_1 k \\ \alpha_4 \alpha_3, c_2 c_2, k_2 j_2 \\ \alpha' \beta', c' d', j' k' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3 \alpha_4} \tau_{j_2 k_2}^a + \\
& + S^{(0) \alpha_1 \alpha_2} (x_1 - y)_{j_1 k}^{c_1 d} S_2^{(2)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2 \alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \\ \alpha' \beta', c' d', j' k' \end{matrix} - \\
& - \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \tau_{j_1 k_1}^a S^{\alpha_2 \beta} (x_1 - y)_{k_1 k}^{c_1 d} S_2^{(2)} \begin{pmatrix} x_1 & x_1 \\ x' & y' \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_4 \alpha_3 c_2 c_2, k_2 j_2 \\ \alpha' \beta', c' d', j' k' \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3 \alpha_4} \tau_{j_2 k_2}^a \left. \right\}. \quad (5.90)
\end{aligned}$$

Уравнение для поправки к пропагатору кварка третьего порядка:

$$\begin{aligned}
S^{(3) \alpha \beta} (x - y)_{j k}^{c d} = i g \int dx_1 S^{\alpha \alpha_1} (x - x_1)_{j j_1}^{c c_1} \left\{ S_2^{(2)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \beta, c_1 d, j_1 k \\ \alpha_2 \alpha_2, c_2 c_2, j_2 j_2 \end{matrix} - \right. \\
\left. - \gamma_5^{\alpha_1 \alpha_2} \tau_{j_1 k_1}^a S_2^{(2)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ x_1 & x_1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_2 \beta, c_1 d, k_1 k \\ \alpha_4 \alpha_3, c_2 c_2, k_2 j_2 \end{matrix} \gamma_5^{\alpha_3 \alpha_4} \tau_{j_2 k_2}^a + S^{\alpha_1 \beta} (x_1 - y)_{j_1 k}^{c_1 d} \text{tr} S^{(3)}(0) \right\}. \quad (5.91)
\end{aligned}$$

Уравнение для шестикварковой функции Грина имеет простое точное решение которое имеет вид:

$$S_6 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha \beta, c d, j k \\ \alpha' \beta', c' d', j' k' \\ \alpha'' \beta'', c'' d'', j'' k'' \\ \alpha''' \beta''', c''' d''', j''' k''' \\ \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \\ \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \end{matrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} \alpha^{\beta', c'd', j'k'} \cdot S_4 \begin{pmatrix} x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha''' \beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \\ \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \end{matrix} + \\
&+ S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x'' & y'' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} \alpha^{\beta'', c''d'', j''k''} \cdot S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''' \beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \\ \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \end{matrix} + \\
&+ S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x''' & y''' \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} \alpha^{\beta''', c'''d''', j'''k'''} \cdot S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x^{IV} & y^{IV} \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \\ \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \end{matrix} + \\
&+ S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \cdot S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^V & y^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha''' \beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \end{matrix} + \\
&+ S_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x^V & y^V \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} \alpha^V \beta^V, c^V d^V, j^V k^V \cdot S_4 \begin{pmatrix} x' & y' \\ x'' & y'' \\ x''' & y''' \\ x^{IV} & y^{IV} \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha'\beta', c'd', j'k' \\ \alpha''\beta'', c''d'', j''k'' \\ \alpha''' \beta''', c'''d''', j'''k''' \\ \alpha^{IV} \beta^{IV}, c^{IV} d^{IV}, j^{IV} k^{IV} \end{matrix} , \quad (5.92)
\end{aligned}$$

графически которое изображено на рис. 5.8.

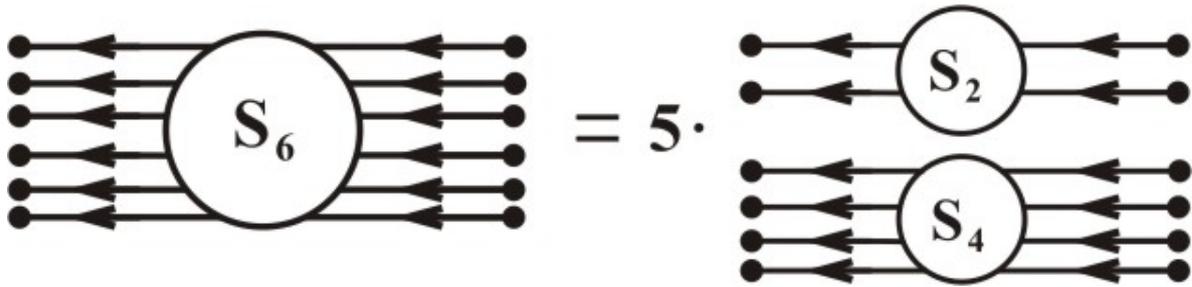


Рис. 5.8 Решение уравнения для шестикварковой функции

Предложенный метод, основанный на аппроксимации системы уравнений ШД для производящего функционала функции Грина с точно решаемым уравнением, которое генерирует линейную итерационную схему, каждый шаг которой описывается замкнутой системой интегро-дифференциальных уравнений является одним из способов РСП в формализме с бислокальным источником для модели НИЛ. В главах III-V в рамках формализма бислокального источника кварков нами построено РСП для модели НИЛ. Где нами получены уравнения для многочастичных функций Грина в модели НИЛ в РСП до третьего порядка включительно. Приведем краткий обзор первых результатов предпринятого нами исследования высших порядков РСП в модели НИЛ и возможные физические приложения.

В главном приближении РСП появляется одно уравнение (см. (3.9) для $U(1)$ -модели, или (3.80) для $SU(2)$ -модели), решением которого является свободный пропагатор кварка S .

Первый порядок РСП включает в себе уравнение (3.85) для двухчастичной функции S_2 , а также уравнение для поправки первого шага к пропагатору кварка $S^{(1)}$ ((3.16) для $U(1)$ -модели, или (3.86) для $SU(2)$ -модели).

Во втором порядке РСП появляются уравнения для четырехчастичной S_4 и трехчастичной S_3 функций (см. (5.6) для $U(1)$ -модели, или (5.45) для

$SU(2)$ –модели и (5.5) для $U(1)$ –модели, или (5.44) для $SU(2)$ –модели), а также уравнение для двухчастичной функции $S^{(1)}$ (см. (5.4) для $U(1)$ –модели, или (5.43) для $SU(2)$ –модели) и уравнение для поправки к пропагатору кварка $S^{(2)}$ второго порядка (см. (5.3) для $U(1)$ –модели, или (5.42) для $SU(2)$ –модели).

Уравнение для двухчастичной функции первого порядка $S_2^{(1)}$ имеет такой же вид, что и уравнение для двухчастичной функции S_2 . Эти уравнения имеют отличие в том, что в подынтегральном выражении уравнения для $S_2^{(1)}$ кроме двухчастичной функции $S_2^{(1)}$ фигурирует трехчастичная функция S_3 , а также в неоднородном члене свободный пропагатор S умножается на поправку к пропагатору первого порядка $S^{(1)}$.

Уравнение для поправки к пропагатору второго порядка $S^{(2)}$ отличается от уравнения для поправки к пропагатору первого порядка $S^{(1)}$ в нижеследующем: в подынтегральном выражении уравнения для $S^{(2)}$ появляется двухчастичная функция второго шага $S_2^{(1)}$, а в третьем члене в подынтегральном выражении свободный пропагатор $S^{(0)}$ умножается на $S^{(2)}(0)$.

В третьем порядке РСП появляются уравнения для шестичастичной S_6 и пятичастичной S_5 функций (см. (5.86) и (5.87)). В данном этапе настоящей итерационной схемы эти уравнения являются новыми. В третьем порядке разложения появляется также уравнения для четырехчастичной $S_4^{(1)}$ (см. (5.88)), трехчастичной $S_3^{(1)}$ (см. (5.89)), двухчастичной $S_2^{(2)}$ (см. (5.90)) функций и уравнение для поправки к пропагатору кварка третьего порядка $S^{(3)}$ (см. (5.91)).

Приведем сравнение уравнений для четырехчастичных функций первого порядка $S_4^{(1)}$ и S_4 :

- в подынтегральном выражении уравнения для $S_4^{(1)}$ в отличие от уравнения для S_4 дополнительно появилась пятичастичная функция S_5 ;
- в неоднородной части уравнения для $S_4^{(1)}$ дополнительно появились еще три члена, в которых свободный пропагатор главного порядка S умножается на трехчастичную функцию S_3 , а в остальных трех повторяющихся членах свободный пропагатор главного приближения, в отличие от уравнения S_4 , вместо двухчастичной функции S_2 появляется двухчастичная функция первого порядка $S_2^{(1)}$.

Сравним уравнения для трехчастичной функции первого порядка $S_3^{(1)}$ с аналогичным уравнением S_3 :

- в неоднородной части в подынтегральном выражении уравнения для $S_3^{(1)}$ в отличие от уравнения для S_3 вместо функции S_4 фигурирует четырехчастичная функция первого порядка $S_4^{(1)}$;
- также, в неоднородной части уравнения для $S_3^{(1)}$ в отличие от уравнения для S_3 вместо $S^{(1)}$ фигурирует $S^{(2)}$, а также вместо S_2 стоят $S_2^{(1)}$.

Сравнение уравнений для двухчастичных функций третьего порядка РСР ($S_2^{(2)}$) и второго порядка разложения ($S_2^{(1)}$) приводит нас к следующему:

- они имеют один и тот же вид;
- в неоднородной части в подынтегральном выражении уравнения для $S_2^{(2)}$ в отличие от уравнения для $S_2^{(1)}$ вместо S_3 стоит $S_3^{(1)}$;
- также в неоднородной части уравнения для $S_2^{(2)}$ свободный пропагатор вместо $S^{(1)}$ умножается на поправку к пропагатору второго порядка $S^{(2)}$.

А уравнение для поправки к пропагатору третьего порядка имеет один и тот же вид с уравнениями для поправок к пропагаторам второго и первого порядков. В неоднородную часть входит функция $S_2^{(2)}$.

Следует также отметить, что в четвертом шаге итераций появятся уравнения для восьмичастичной S_8 и семичастичной S_7 функций, а также уравнения для шестичастичной первого порядка $S_6^{(1)}$, пятичастичной первого порядка $S_5^{(1)}$, четырехчастичной второго порядка $S_4^{(2)}$, трехчастичной второго порядка $S_3^{(2)}$, двухчастичной третьего порядка $S_2^{(3)}$ функций Грина. Также появится уравнение для поправки к пропагатору четвертого порядка $S^{(4)}$.

Подводя итог анализа структуры уравнений итераций можно получить уравнение произвольного порядка,

$$\begin{aligned}
 & S_n^{(k)} \begin{pmatrix} x & y \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ x^k & y^k \end{pmatrix}^{\alpha\beta, cd, jk} = -S_n^0 + \\
 & + ig \int dx_1 S^{\alpha\alpha_1} (x - x_1)_{j_1}^{c_1} \left\{ S^{\alpha_1\beta} (x_1 - y)_{j_1 k}^{c_1 d} S_n^{(k)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ x^k & y^k \end{pmatrix}^{\alpha_1\beta, c_1 d, j_1 k} - \right. \\
 & \left. - \gamma_5^{\alpha_1\alpha_2} \tau_{j_1 k_1}^a S^{\alpha_2\beta} (x_1 - y)_{k_1 k}^{c_1 d} S_n^{(k)} \begin{pmatrix} x_1 & y \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ x^k & y^k \end{pmatrix}^{\alpha_2\beta, c_2 d, j_2 k_2} \gamma_5^{\alpha_3\alpha_4} \tau_{k_2 j_2}^a \right\}, \quad (5.93)
 \end{aligned}$$

Здесь: S_n^0 – неоднородная часть уравнений.

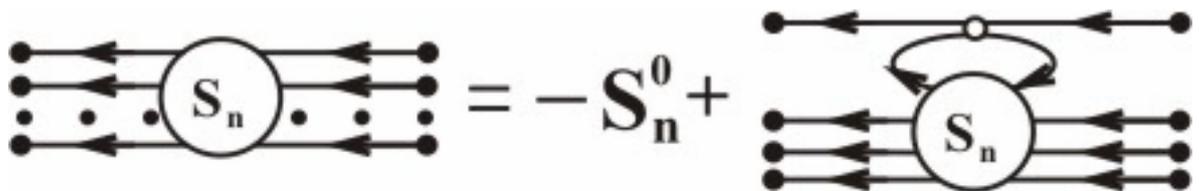


Рис. 5.9 Графический вид уравнения для функций произвольного порядка

Графический вид точного уравнения для функции Грина с четным числом частиц приведен на Рис. 5.10.

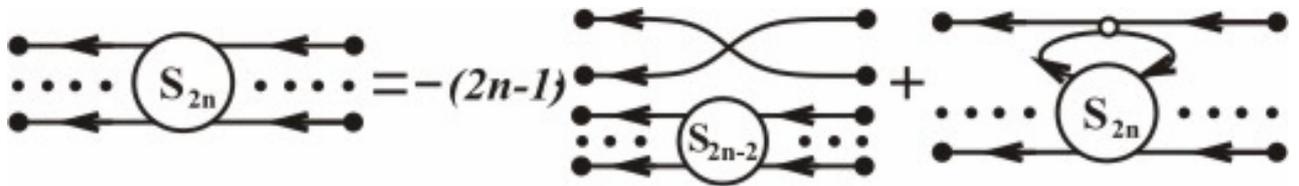


Рис. 5.10 Графический вид уравнения для функций с четным числом частиц

5.6.2. Возможные физические приложения

Многие возможные физические приложения модели НИЛ связаны с многокварковыми функциями (например, распады мезонов, пион-пионное рассеяние, барионы, пентакварки и т.п.) стимулировал нас исследовать модели НИЛ в высших порядках РСП [156-158].

Приведем возможные физические приложения:

- в некоторой обобщенной модели НИЛ возможны описывать распады векторных мезонов в трехкварковых функциях;
- описание нуклонов как связанные состояния в трехкварковой функции $S_3^{(1)}$ - $S_3^{(2)}$;

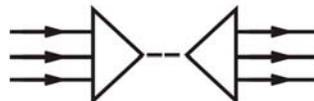


Рис. 5.11 Нуклон как связанное состояние в трехкварковой функции

- Пентаварки как пятикварковые связанные состояния в пятикварковой функции $S_5^{(1)}$ - $S_5^{(2)}$;

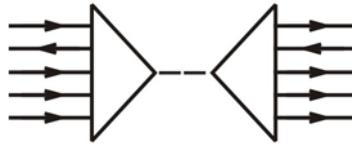


Рис. 5.12 Пентаварк как связанное состояние в пятикварковой функции

- $\pi\pi$ – рассеяние в четырехкварковой функции $S_4^{(1)}$

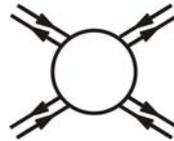


Рис. 5.13 Вершинная функция рассеяния пионов в четырехкварковой функции

Выводы по главе V

1. Впервые получены уравнения второго порядка РСП: уравнения для пропагатора $S^{(2)}$, двухчастичной (четырёххвостка) функции $S_2^{(1)}$, трехчастичной (шестихвостка) S_3 и четырехчастичной (восьмихвостка) функции S_4 , для $U(1)$ - модели НИЛ и $SU(2)$ - модели НИЛ, соответственно.

2. Найдено решение уравнения для восьмихвостки S_4 .

3. Определены пропагаторы и вершины мезонов (σ – мезон и пион) в обеих моделях ($U(1)$ – и $SU(2)$ – модели НИЛ).

4. Найдено решение связной части уравнения для трехкварковой функции. Определены трехкварковые амплитуды.

5. В рамках формализма биллокального источника кварков впервые получены уравнения третьего порядка РСП модели НИЛ: уравнение для

шестичастичной функции S_6 , пятичастичной функции S_5 , четырехчастичной функции $S_4^{(1)}$, трехчастичной функции $S_3^{(1)}$, двухчастичной функции $S_2^{(2)}$, а также уравнение для поправки к пропагатору кварка третьего порядка $S^{(3)}$.

Найдено решение уравнения для шестикварковой функции Грина.

Приведено обобщение уравнение произвольного порядка.

Приведены возможные физические приложения полученных уравнений.