

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Стремительный рост КТП - математического аппарата теории элементарных частиц и надежды на создание единой теории всей негравитационной физики, основанной на принципе калибровочной симметрии, все больше стимулирует поиск разных методов исследования квантово-полевых и физических величин в различных теориях физики высоких энергий. При вычислении различных квантово-полевых величин в моделях КТП, а также в КХД – физике глюонов и кварков, являющихся составными частями адронов, надёжным инструментом является ТВ. Однако, несмотря на многочисленные успехи в описании взаимодействий элементарных частиц в рамках ТВ, до сих пор не удается выяснить ряд принципиальных вопросов, возникающих внутри этих теорий. К ним, например, можно отнести вопросы инфростабильности КХД и происхождение хиггсовских бозонов, проблемы, связанные с неразложимыми по константе связи членами точных решений полевых уравнений, а также ряд других вопросов. ТВ неприменима также при малых импульсах и для исследования важной проблемы инфракрасного поведения амплитуды в КХД, спектра масс адронов, удержания кварков и др.

С начала создания теории квантованных полей были предприняты различные попытки выхода за рамки ТВ [5, 6, 44, 45, 58, 60, 61, 70, 82, 83, 86-91, 103, 117, 123, 134, с. 29-48, 135, 139, 143, 164, 172, 173, 180, 214, 227, 231]. Проблема непертурбативных вычислений в КТП стала практически необходимой сразу же после принципиального решения проблемы вычислений пертурбативных, основой для которого послужила перенормированная ТВ по константе связи.

Основной проблемой в непертурбативных вычислениях является, на первый взгляд, разумный выбор какого-либо универсального малого параметра. По этой причине любое частное суммирование ряда ТВ выглядит

произвольной процедурой, оправданием которой может служить только физическая значимость результатов.

Следует признать, однако, что прогресс в непертурбативных вычислениях за последние несколько десятилетий весьма невелик. Количественное описание непертурбативных эффектов базируется либо на нерелятивистской основе (например описание связанных состояний на основе нерелятивистской кулоновской задачи), либо весьма уязвимо для критики. Кроме этого, в частности, в КЭД существует внутренняя противоречивость, связанная с ее тривиальностью в непертурбативной области, означающей, что единственным значением перенормированного заряда, не приводящего к противоречиям, является нулевое значение.

Вообще, общей проблемой для различного рода непертурбативных приближений в калибровочных теориях элементарных частиц (в том числе в КЭД, КХД и в некоторых других моделях) является последовательный учет требований, налагаемых калибровочной инвариантностью и перенормируемостью. Для учета этих требований необходимо, чтобы приближенные вычисления были оформлены в виде некоторой итерационной схемы, позволяющей проделать такое необходимое количество шагов, чтобы приблизиться к более точному решению задачи.

Обнадеживающим методом, позволяющим проводить непертурбативные вычисления в различных калибровочных теориях может стать итерационная схема, предложенная в работах [201, 205, 208, 210], которая была основана на аппроксимации системы уравнений ШД для производящего функционала функций Грина с точно решаемым уравнением. Это решение генерирует линейную итерационную схему, каждый шаг которой описывается замкнутой системой интегрально-дифференциальных уравнений [205].

Уравнения для многочастичных функций в теоретико – полевом описании частиц являются важными в корректной постановке задачи о связанных состояниях в релятивистской квантовой теории поля. В этом контексте хронологически первым считается уравнение БС для двухчастичной

функции Грина, представляющей собой линейное интегральное соотношение между двухчастичной функцией Грина, ядром уравнения и одночастичной функцией Грина [103]. Обычно, в пионерских работах [4, 7, 49, 50, 63, 69, 94, 213] ядро уравнения БС определялось по ТВ как набор двухчастично неприводимых в рассматриваемом канале диаграмм, что в низшем порядке только лишь сводилось к одночастичному обмену. Здесь часто использовались так называемые лестничные и радужные приближения, а также обмен двумя частицами и др. [4, 7, 49, 50, 63, 69, 94, 213].

Исследование лестничного приближения в простых моделях [5, 6, 172, 173] послужила толчком к мультипериферической модели [94], долгие годы служившей согласованием теории поля с реджевским подходом. Лестничное уравнение БС, как стало известно уже позже, оказалось в ряде моделей идентичным главному приближению $\frac{1}{N}$ - разложения. При больших значениях N , $\frac{1}{N}$ разложение послужило аппаратом для описания низкоэнергетической физики в рамках КХД, несмотря на очевидные успехи в описании сильных взаимодействий адронов при высоких энергиях [84, 217, 218, 228]. Но связь уравнения БС и других многочастичных уравнений с общим формализмом теории поля долгое время оставалась невыясненной при апелляции к конкретной квантово-полевой модели. Кроме того, многочастичные уравнения не включались на вне-модельном уровне в общую схему КТП, в связи с отсутствием адекватного математического аппарата. Высшие функциональные преобразования Лежандра, внедренные в КТП дали новый толчок развитию непertурбативных подходов к изучению многочастичных функций Грина.

При изучении эффекта удержания кварков, предсказании спектра масс адронов и описании ряда других низкоэнергетических характеристик успешно применяется модель НИЛ [169, 181, 182], являющаяся хорошим приближением для исследования такого непertурбативного явления, как спонтанное нарушение киральной инвариантности. В настоящее время существ-

вует два широко известных способа нарушить симметрию спонтанным образом. В первом - спонтанное нарушение происходит в теориях со вспомогательными полями Хиггса, где спонтанное нарушение фактически происходит на уровне классического действия. Именно на этом подходе и основана стандартная теория электрослабых взаимодействий, теория большого объединения которое включает гипотезу существования еще хиггсовских бозонов. Другой подход нарушения киральной симметрии основан на динамическом нарушении, где и не требуется введение полей Хиггса. Модели НИЛ с четырехфермионным взаимодействием обнаруживают такой механизм нарушения симметрии. Кроме этого эта модель успешно применима в КХД легких адронов [169] в непертурбативной области. Вот почему, уже более 40 лет не ослабевает, а возрастает интерес к ним, причем особое внимание уделяется исследованиям структуры вакуума и его критическим свойствам при наличии окружающей среды, то есть учету таких факторов, как температура и ненулевая плотность частиц [15, 16, 124], различные внешние поля [108, 144], нетривиальная топология и кривизна пространства-времени, вопросы регуляризации [168-170] и т.д.

Целью диссертационной работы является исследование уравнений типа БС в лестничном приближении, развитие непертурбативных вычислений в рамках функциональных методов, исследование многофермионных уравнений в КЭД, изучение моделей типа НИЛ с ДНКС в разных регуляризациях, развитие методов получения и исследования уравнений для многочастичных функций Грина и их применение для различных процессов адронной физики.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. Построение интегральных уравнений БС в различных теориях путем суммирования лестничных диаграмм по ТВ и нахождения их решений.
2. Развитие существующих функциональных методов для получения уравнений типа БС для функции Грина в случае произвольного числа частиц, включение полученных уравнений на безмодельном уровне в общую схему

теории поля. Применение этих методов для получения уравнений для функций Грина и связанных состояний в калибровочных теориях, например, в КЭД.

3. Применение разработанных методов и рецептов для получения уравнений для многочастичных функций Грина в рамках моделей НИЛ. Разработка варианта построения РСР в формализме билокального источника фермионов в модели НИЛ.

4. Развитие методов регуляризации в рамках модели НИЛ и их применение в решении конкретных многопетлевых интегралов.

Определения параметров моделей НИЛ в главном приближении РСР и улучшенных параметров, с учетом поправок в следующем за главным приближением РСР, в различных регуляризациях.

5. Исследование функциональных многочастичных уравнений для моделей НИЛ и нахождение их решений, с дальнейшим их применением для конкретных процессов адронной физики. Введение функций для композитных частиц, таких как мезоны и т.д.

Решение поставленных задач составило основу развиваемого в работе научного направления – теории многочастичных уравнений КТП.

Научная новизна проведенных в работе исследований заключается в следующем:

1. Разработан метод обоснования реджевской асимптотики S^α при высоких энергиях. Показан универсальный характер реджевской асимптотики при решении уравнений БС для амплитуд рассеяния вперед и при малых переданных импульсах с участием бозонов и фермионов в некоторых моделях. Во всех случаях имеется согласованность с ограничением Фруасара.

2. Впервые получены уравнения для четырехфермионной, трехфермионной функций Грина в КЭД, как в цепочечном, так и в лестничном приближениях. В обоих этих приближениях также получены уравнения для двухфермионной функции Грина второго порядка, а также уравнение для поправки к пропагатору фермиона второго порядка.

3. Получены уравнения БС для скалярных и псевдоскалярных связанных состояний в лестничном приближении. Найдено частное решение уравнения БС для волновой функции псевдоскалярных связанных состояний.

4. Разлит вариант построения РСР в рамках формализма бислокального источника кварков для модели НИЛ. Исследована модель НИЛ с размерно – аналитической регуляризацией в следующем за главным порядке РСР. Определен пропагатор кварка в главном приближении S . В первом порядке РСР получены уравнения для одночастичной функции Грина $S^{(1)}$ и для двухчастичной функции Грина S_2 . Определены скалярная амплитуда A_σ - соответствующая сигма-мезону и псевдоскалярная амплитуда A_π - соответствующая пиону. Определены параметры модели в главном приближении РСР, так же определены улучшенные параметры модели за счет поправок к киральному конденсату в размерно-аналитической регуляризации, так же в регуляризации четырехмерным обрезанием.

5. Помимо поправок к киральному конденсату, вычислены поправки к массе кварка. Установлено, что поправка пиона в массу кварка в $SU(2)$ - модели НИЛ равна нулю. Установлено, что в модели НИЛ с регуляризацией 4 – мерным обрезанием мезонные вклады могут привести к дестабилизации ситуации относительно квантовых флуктуаций.

6. Впервые получены уравнения второго порядка РСР: уравнения для пропагатора $S^{(2)}$, двухчастичной функции $S_2^{(1)}$, трехчастичной S_3 и четырехчастичной функции S_4 .

Найдены решения уравнений для четырехчастичной функции S_4 и трехчастичной функции S_3 . Определены трехкварковые амплитуды.

Впервые получены уравнения третьего порядка РСР модели НИЛ: уравнения для шестичастичной и пятичастичной функций Грина, а также уравнения для четырехчастичной, трехчастичной функций первого порядка, двухчастичной функций Грина второго порядка и поправка к пропагатору кварка третьего порядка. Найдено решение уравнения для шестичастичной функции.

8. Определены пропагаторы и вершины мезонов (σ - мезон и пион) в обеих моделях ($U(1)$ - и $SU(2)$ - модели НИЛ). Определена вершина сигма – мезон пион-пион через кварковые поля.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Универсальный характер реджевского поведения амплитуд рассеяния при решении уравнений БС в различных теориях.
2. Получения в КЭД функциональным методом многочастичных уравнений для функций Грина и уравнений БС для волновой функции и их решения.
3. Разработка способа построения РСР в формализме бислокального источника фермионов для модели НИЛ.
4. Определения параметров моделей НИЛ в главном приближении РСР и улучшенных параметров с учетом поправок в следующем за главным приближением РСР в различных регуляризациях. Мезонные поправки к массе кварка в разных регуляризациях.
5. Получение уравнений для многокварковых функций Грина моделей НИЛ, их решения и применение в адронной физике.

Практическая значимость работы.

Развитый в диссертации метод позволил выявить универсальный характер реджевской асимптотики амплитуд различных процессов рассеяния при высоких энергиях. Предложенный метод, позволяет найти решение интегральных уравнений типа БС для амплитуды рассеяния в высокоэнергетической области в виде степенной функции. Упомянутый метод может быть применен при исследовании различных интегральных уравнений современной квантовой теории поля.

Полученные многофермионные уравнения в КЭД могут быть успешно применены при различных исследованиях. Уравнение БС для волновой функции и найденное частное решение, дает возможность надеяться на нахождение точных решений уравнений этого типа в различных калибровках.

Полученные физические значения параметров в обеих регуляризациях (размерно-аналитической регуляризации и в регуляризации четырехмерным

обрезанием) могут быть использованы при конкретных вычислениях в моделях НИЛ.

Также учет улучшенных параметров моделей НИЛ за счет поправок к киральному конденсату могут привести к новым более точным результатам при вычислениях в рамках модели НИЛ.

Найденное решение трехкварковой функции может быть применен к различным задачам ядерной физики.

Многокварковые функции модели НИЛ в высших порядках РСП имеют следующие возможные физические приложения:

- в некоторой обобщенной модели НИЛ представляется возможным описание распадов векторных мезонов в трехкварковых функциях;
- описание нуклонов как связанные состояния в трехкварковой функции $S_3^{(1)}$;
- пентакварки как пятикварковые связанные состояния в пятикварковой функции S_5 ;
- $\pi\pi$ – рассеяние в четырехкварковой функции $S_4^{(1)}$.

Достоверность полученных результатов определяется строгими математическими выводами, проведением сравнительных анализов с существующими результатами в различных теориях, а так же численной обработкой результатов.

Апробация работы.

Результаты, полученные в настоящей диссертации, докладывались на республиканских (Республиканские конференции “Актуальные проблемы физики” за 2001 и 2004 гг.) и международных конференциях (XXIV International Workshop on Quantum Field Theories and High Energy Physics, 2001, Протвино, Россия; International Regional Conference Tusi-800 Astrophysics and Astronomy, Bakı, Azərbaycan, 2002; President of Azerbaijan Republic H.A. Aliev Anniversary – 80 International Conference on Inverse Problems of Theoretical and Mathematical Physics, 2003, Sumgayit, Azərbaycan; XXVIII International Workshop on Quantum Field Theories and High Energy Physics, 2005, Протвино, Россия; IV International Workshop of Quantum Particles and Fields, 2005, Zağulba, Bakı, Azər-

baycan; IPM School \& Conference on Lepton and Hadron Physics, May 15-20, 2006, Tehran, Iran; Fourth Eurasian Conference on Nuclear Physics and its Applications, October, 31-November, 3, 2006, Bakı, Azərbaycan), и в теоретических семинарах кафедры “Строения вещества” БГУ и Института Физических Проблем БГУ.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 29 работах. (см. [1, 17-29, 33-42, 137, 138, 153-162]).

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 231 наименований. Полный объем диссертации составляет 272 страниц, 35 рисунков и 8 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава, состоящая из пяти разделов, носит частично обзорный характер.

Первая глава посвящена, в основном, исследованию уравнения БС для амплитуды рассеяния и описанию некоторых методов, позволяющих выход за рамки ТВ.

В разделе 1.1 сделан краткий исторический обзор работ и показано современное состояние исследования квантово-полевых величин, методами, позволяющими выйти за рамки ТВ. Обсуждаются уравнение ШД, метод ТД, квазипотенциальные подходы Логанова, Тавхелидзе, Арбузова, Кадышевского, Тодорова, эйкональное приближение и уравнения БС.

Раздел 1.2 посвящен ранним исследованиям по нахождению возможных решений уравнения БС в разных моделях в лестничном приближении. Эти модели были построены на базе суммирования класса лестничных диаграмм и на основе определения ядра уравнений по ТВ, как набор всех двух-частично неприводимых в данном приближении диаграмм, что в конечном итоге в низшем порядке сводится к одночастичному обмену.

В разделе 1.3 исследуются решения уравнения БС в лестничном приближении с участием фермионов, где найдены решения в виде реджевской асимптотики, как для случая рассеяний вперед и на малые переданные импульсы, так и для случая рассеяния на произвольные углы.

В разделе 1.4 обсуждаются методы многочастичных уравнений, основанные на функциональном подходе и получении точных уравнений БС для связанных состояний.

Во II главе исследованы многофермионные уравнения КЭД как в лестничном, так и в цепочечном приближениях.

В разделе 2.1 приведены основные положения и принципы нового непертурбативного метода В.Е. Рочева, получено уравнение БС для КЭД и приведено в калибровке Ландау к системам из трех уравнений для волновой функции для скалярных и псевдоскалярных связанных состояний, соответственно. Найдено частное решение.

В разделе 2.2 исследованы многофермионные уравнения в цепочечном приближении.

В разделе 2.3 изучены многофермионные уравнения в лестничном приближении.

В III главе в РСР подробно исследуется модель НИЛ с размерно-аналитической регуляризацией. Получено уравнение для пропагатора кварка в главном приближении. Далее, в следующем шаге за главным приближением РСР, получены уравнения для пропагатора и для двухчастичной функции Грина. Исследовано уравнение для двухчастичной функции (четырёххвостка). Определены параметры моделей как в теории с симметрией группы $U(1)$, так и в теории с симметрией группы $SU(2)$ в размерно-аналитической регуляризации, а также проведено улучшение параметров моделей за счет поправок. Здесь приводится новый подход [170] к размерной регуляризации, как аналитической, которая позволяет провести все вычисления петель именно в 4-х мерном пространстве. Следует отметить, что модель НИЛ в научной литературе изучалась, в основном, в главном порядке РСР, или в эквивалентном ему глав-

ном порядке $1/N_c$ –разложения. В то же время успехи в феноменологическом отношении стимулировали изучение структуры модели НИЛ за рамками главного приближения РСП, т.е. в следующих порядках РСП.

В разделе 3.1, применяя новый непертурбативный метод получения функционально-дифференциального уравнения ШД для производящего функционала в главном приближении схемы итераций [201, 205, 208, 210] получается решение уравнения для пропагатора фермиона. Получено уравнение для двухчастичной функции в теории с симметрией группы $U(1)$.

В разделе 3.2 исследуется главный порядок, также приведены основные положения размерно-аналитической регуляризации в модели НИЛ.

В разделе 3.3 исследуется двухчастичная амплитуда в следующем порядке, за главным приближением РСП и вычислены мезонные вклады в киральный конденсат.

В разделе 3.4 результаты разделов 3.1 - 3.3 обобщены для теории с симметрией группы $SU(2)$. Вычислены относительные вклады сигма-мезона и пиона в киральный конденсат.

В разделе 3.5 вычислены поправки к массе кварка, также вычислены поправки к киральному конденсату. Определены параметры модели. С учетом поправок в киральный конденсат и в массу кварка определены улучшенные параметры $SU(2)$ –модели НИЛ.

В IV главе в регуляризации ковариантным 4-х мерным обрезанием вычислено соотношение конденсатов первого шага к главному приближению модели НИЛ для теории с симметрией $SU(2)_V \times SU(2)_A$.

В разделе 4.1 приводятся вычисления в регуляризации 4-х мерным обрезанием, найдены двухчастичные амплитуды и определены параметры модели в главном приближении.

В разделе 4.2 вычислены мезонные вклады в киральный конденсат.

В разделе 4.3 определен модифицированный подбор параметров с учетом поправок и вычислены поправки к массе кварка.

В V Главе получены уравнения II шага итераций для теорий с симметриями групп $U(1)$ и $SU(2)$. Также получены уравнения III шага итераций.

В разделе 5.1 по схеме итерации [201, 205, 208, 210] получены уравнения II шага итераций для $U(1)$ –модели: уравнения для пропагатора и для двухчастичной функции (четырёххвостка), уравнение для трехчастичной (шестихвостка) и уравнение для четырехчастичной (восьмихвостка) функций Грина.

В разделе 5.2 определены пропагаторы мезонов композитные кварковые поля в теории с $U(1)$ симметрией. Определены $\sigma\pi\pi$ – мезонные вершины.

В разделе 5.3 получены уравнения II шага итераций в теории с $SU(2)_V \times SU(2)_A$ симметрией: уравнения для пропагатора, для двухчастичной (четырёххвостка), уравнение для трехчастичной (шестихвостка) и уравнение для четырехчастичной (восьмихвостка) функций Грина. Найдено решение уравнения для восьмихвостки.

В разделе 5.4 Исследуется уравнение для шестихвостки и применяется для распада $\sigma \rightarrow \pi\pi$ и определены пропагаторы и вершины мезонов.

В разделе 5.5. найдено решение для трехкварковой функции второго шага. Определены трехкварковые амплитуды.

В разделе 5.6. Получены уравнения третьего шага итераций: уравнения для шестичастичной, пятичастичной функций Грина, четырехчастичной, трехчастичной функций Грина первого порядка, двухчастичной функций Грина второго порядка модели НИЛ. Также получено уравнение для поправки к массе кварка третьего порядка РСР. Приводится сравнение уравнений для функций Грина модели НИЛ в РСР до третьего порядка включительно. Найдено решение уравнения для шестикварковой функции Грина. Также приводятся возможные физические приложения.

В заключении приведены основные результаты и достижения.