

---

## IV BÖLM

**N Z R V R YAZ F Z KA, YÜKS K ENERJ L R F Z KASI,  
ASTROF Z KA V EKO-ELML R**

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**LEPTON-NUKLON DƏRƏN QEYR-ELASTİK SİSTEMLƏRİN  
HİQQS BOZONUN YARANMASI**

**S.Q. Abdullayev, L.A. Amanalyeva, M. . Qocayev**

Bakı Dövlət Universiteti

**ag.leyla@hotmail.com, m\_qocayev@mail.ru**

Standart Model çərçivəsində lepton-nuklon dərin qeyri-elastiki  $lN \Rightarrow lHX$ ,  $lN \Rightarrow v_l HX$ ,  $v_l N \Rightarrow v_l HX$ ,  $v_l N \Rightarrow \sim HX$  səsləm proseslərinə rində skalyar Hiqqus bozonun ZZ - v WW-bozonlarının birliyindən təcərrübə yaranması mexanizmləri tərafından öyrənilmişdir. Kvark-parton modeli çərçivəsində göstərilmişdir ki,  $lq \Rightarrow lqH$  prosesi  $l_L q_L \Rightarrow l_L q_L H$ ,  $l_L q_R \Rightarrow l_L q_R H$ ,  $l_R q_L \Rightarrow l_R q_L H$  və  $l_R q_R \Rightarrow l_R q_R H$  spiral proseslərinə uyğun dörd spiral amplitudla ( $F_{LL}$ ,  $F_{LR}$ ,  $F_{RL}$  və  $F_{RR}$ ), neytrino-kvark səsləmələrində Hiqqus bozonun yaranması prosesi  $v_l q_L \Rightarrow v_l q_L H$  və  $v_l q_R \Rightarrow v_l q_R H$  spiral proseslərinə uyğun iki spiral amplitudla ( $F_{LL}$  və  $F_{LR}$ ) təsvir olunur. WW-bozonlarının birliyindən təcərrübə yaranması dooluması prosesinin isə yalnız bir螺旋 amplitud uyğunlaşdır. Göstərilən spiral proseslərin effektivlik sikliyi tam effektivlik üçün analitik ifadələr alınmış, kvarkların nuklon daxilində paylanması funksiyalarından istifadə etməklə, effektivlik siyinə dəyişmə nəticəsində asılılıq qrafikləri qurulmuşdur.

Standart Modelin (SM) mühüm müddələrindən biri skalyar Hiqqus bozonun varlığını  $vv$  ləğdən söyləməsi olmur. 2012-ci ildən Böyük Hadron Kollayderində ATLAS və CMS kollaborasiyaları tərfindən aparılan eksperimentlərdə Hiqqus bozonun fədailiyyəti onun kütləsinin 125 GeV tərtibində olması müəyyən edildi. Hiqqus bozonun fəaliyyətini laqdar olaraq onun müxtəlif yaranma və çevrilmə kanallarının nəzəri öyrənilmiş mühüm həmiyyəti şəhərdir. Bu məqsədlərə qədim olunan iddiaları lepton-nuklon dərin qeyri-elastiki səsləmə proseslərinə rində Hiqqus bozonun ZZ - v WW-bozonlarının birliyindən təcərrübə yaranması mexanizmləri öyrənilmişdir:

$$l + N \Rightarrow l + H + X, \quad (1) \quad v_l + N \Rightarrow v_l + H + X, \quad (3)$$

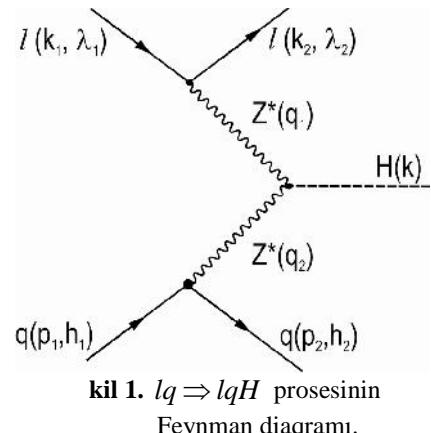
$$l + N \Rightarrow v_l + H + X, \quad (2) \quad v_l + N \Rightarrow \sim + H + X, \quad (4)$$

burada  $l$ -yüklü lepton ( $e$  və ya  $\sim$ ),  $v_l$ -uyğun leptonun neytrinosu ( $v_e$  və ya  $v_\sim$ ),  $X$  isə qeyd alınmayan hadronlar sistemidir.

**ZZ $\otimes$ H mexanizmi.** Kvark-parton modelinə görə, (1) prosesi yüksək lepton-kvark (antikvark) səsləmələrində Hiqqus bozonun yaranması ilə laqdar dardır:  $l + q \Rightarrow l + q + H$ ,  $l + \bar{q} \Rightarrow l + \bar{q} + H$ .

$lq \Rightarrow lqH$  prosesinin Feynman diaqramı 1-ci kildə təsvir edilmişdir (mötəriz 1 redəzər ciklində 4-ölçülü impulsalar və spirallıqlar göstərilmişdir).

Məlumatda ki, fundamental fermionun (leptonun və ya kvarkın) Z-bozonla və Z-bozonlarının Hiqqus bozonla qarşılıqlı təsir laqranjianları aşağıdakı kildə yazılmışdır:



$$L_{fZ} = \frac{e}{2 \sin \theta_W \cdot \cos \theta_W} \bar{f} \chi_- [g_L(f)(1+x_5) + g_R(f)(1-x_5)] f \cdot Z_-, \quad (5)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$L_{ZZH} = \frac{eM_Z}{2\sin\theta_W \cdot \cos\theta_W} Z_Z g_L H(k),$$

burada

$$g_L(f) = I_3(f) - Q_f \sin^2\theta_W, \quad g_R(f) = -Q_f \sin^2\theta_W \quad (6)$$

– fermionun  $Z$ -bozonla sol və sağ rabbit sabitləri,  $\theta_W$  – Vaynberq bucağı,  $I_3(f)$  və  $Q_f$  – fermionun zifizospinin üçüncü proyeksiyası və elektrik yüküdür.

$lq \Rightarrow lqH$  prosesin dörd spiral amplitudu üçün gəlir:  $F_{LL}$ ,  $F_{LR}$ ,  $F_{RL}$  və  $F_{RR}$  (burada birinci və ikinci indekslər leptonla kvarkın spirallıqlarını göstərir). Həmin spiral amplitudalar aədəki proseslər üçündür:

$$\begin{aligned} l_L + q_L &\Rightarrow l_L + q_L + H, & l_L + q_R &\Rightarrow l_L + q_R + H, \\ l_R + q_L &\Rightarrow l_R + q_L + H, & l_R + q_R &\Rightarrow l_R + q_R + H \end{aligned}$$

və

$$\begin{aligned} F_{LL} &= D_1 D_2 g_L(e) g_L(q), & F_{LR} &= D_1 D_2 g_L(e) g_R(q), \\ F_{RL} &= D_1 D_2 g_R(e) g_L(q), & F_{RR} &= D_1 D_2 g_R(e) g_R(q) \end{aligned} \quad (7)$$

İfadə 1-ci ilə təyin edilir.

Ayrı-ayrı spiral proseslərin effektiv kəsiklərinin ifadələri səsində  $lq \Rightarrow lqH$  prosesinin başlanğıc zərər ciklərin spirallıqlarına görə ortalanmış, sonuz rəsəd ciklərin spirallıqlarına görə isə cəmlənməsi tam effektiv kəsiyi üçün aədəki ifadə alınmışdır:

$$\begin{aligned} \dagger(lq \Rightarrow lqH) &= \frac{1}{4} [\dagger(l_L q_L \Rightarrow l_L q_L H) + \dagger(l_L q_R \Rightarrow l_L q_R H) + \dagger(l_R q_L \Rightarrow l_R q_L H) + \dagger(l_R q_R \Rightarrow l_R q_R H)] = \\ &= \frac{1}{16M_Z^2} \left( \frac{r}{x_w(1-x_w)} \right)^3 [g_L^2(e) + g_R^2(e)][g_L^2(q) + g_R^2(q)] \cdot f(r_H). \end{aligned} \quad (8)$$

Burada

$$f(r_H) = (1+r_H) \ln \frac{1}{r_H} - 2 + 2r_H \quad (9)$$

funksiyası daxil edilmiş,  $r_H = M_H^2 / \hat{s}$  və  $M_H$  – Higgs bozonun kütləsidir.

Lepton-antikvark səpilməsinin ( $l\bar{q} \Rightarrow l\bar{q}H$ ) effektiv kəsiyi də eynilər (8) ifadəsi ilə verilir.

Neytrino-nuklon dərin qeyri-elastiki səpilmə sində Higgs bozonun yaranması prosesi ( $\nu_N \Rightarrow \nu_N HX$ ) də  $ZZ \Rightarrow H$  mexanizmi hesabına bərabər və onun kvark-parton alt prosesi

$$\nu_\nu(k_1) + q(p_1, h_1) \Rightarrow \nu_\nu(k_2) + q(p_2, h_2) + H(k)$$

reaksiyasıdır. Kvark-parton prosesin iki spiral amplitudu üçün gəlir:  $F_{LL}$  və  $F_{LR}$  (neytrino sol poliarizasi olunmuş zərər çıxır). Həmin spiral amplitudalar  $\nu_\nu + q_L \Rightarrow \nu_\nu + q_L + H$ ,  $\nu_\nu + q_R \Rightarrow \nu_\nu + q_R + H$  proseslərinin təsviri edir və

$$F_{LL} = D_1 D_2 g_L(\nu) g_L(q), \quad F_{LR} = D_1 D_2 g_L(\nu) g_R(q) \quad (10)$$

İfadə 1-ci ilə təyin edilir.

Ayrı-ayrı spiral proseslərin effektiv kəsiklərinin ifadələri səsində  $\nu_\nu q \Rightarrow \nu_\nu qH$  prosesinin

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

tam effektiv kəsiyi üçün aşağıdakı ifadə alınmışdır:

$$\dagger(v_{\sim} q \Rightarrow v_{\sim} qH) = \frac{1}{16M_Z^2} \cdot \left( \frac{r}{x_w(1-x_w)} \right)^3 g_L^2(v)[g_L^2(q) + g_R^2(q)] \cdot f(r_H) \quad (11)$$

Neytrino-antikvark səsləməsinin  $v_{\sim} \bar{q} \Rightarrow v_{\sim} \bar{q}H$  effektiv kəsiyi də (11) düsturu ilə hesablanır.

**WW → H mexanizmi.** Lepton-nuklon dərin qeyri-elastiki səsləmə prosesində Higgs bozon  $W$ -bozonlarının birlikləri mexanizmi  $WW \Rightarrow H$  nəticəsində yaranabilər. Belə (2) və (4) proseslər üçün kvark-parton alt proseslər

$$l + q \Rightarrow v_l + q' + H, \quad v_{\sim} + q \Rightarrow \sim + q' + H$$

ola bilər və onlara uyğun Feynman diaqramı 2-ci kildə verilmişdir.

Yüklü zəif cərəyanlara sol polyarizasiya olunmuş zərər ciklər daxil oldu undan bir spiral amplitud sıfırdan fərqlənir:  $l_L q_L \Rightarrow v_L q'_L H$ .

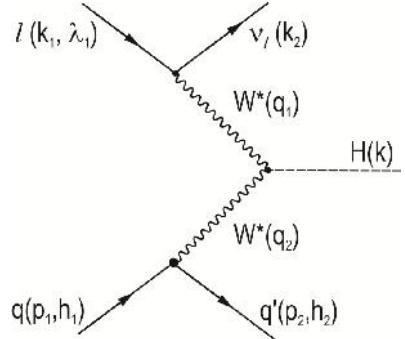
$lq \Rightarrow v_l q'H$  prosesinin tam effektiv kəsiyi üçün alınmış ifadə

$$\dagger(lq \Rightarrow v_l q'H) = \frac{|U_{qq'}|^2}{16M_W^2} \left( \frac{r}{x_w} \right)^3 \cdot f(r_H) \quad (12)$$

kəlindir. Burada  $U_{qq'} = \cos \theta_C$  ( $u \Leftrightarrow d$  keçidində) və ya  $\sin \theta_C$  ( $u \Leftrightarrow s$  keçidində) ola bilər,  $\theta_C$  – Cabibbo bucağı,  $M_W$  –  $W$ -bozonun kütləsidir.

Analoji kildə  $v_{\sim} + q \Rightarrow \sim + q' + H$  prosesinin də effektiv kəsiyi hesablanmışdır:

$$\dagger(v_{\sim} q \Rightarrow \sim q'H) = \frac{|U_{qq'}|^2}{16M_W^2} \left( \frac{r}{x_w} \right)^3 f(r_H). \quad (13)$$



Şəkil 2.  $lq \Rightarrow v_l q'H$  prosesinin Feynman diaqramı

**Nəticələrin müzakirəsi.** Kvark-parton proseslərinin effektiv kəsikləri məlumatlı olduqda lepton-nuklon dərin qeyri-elastiki səsləmə zamanı Higgs bozonun yaranması proseslərinin effektiv kəsiklərini asanlıqla hesablaya bilərik:

$$\begin{aligned} \frac{d\dagger}{dx}(lN \Rightarrow lHX) &= \sum_q q(x) \dagger(lq \Rightarrow lqX) = \\ &= \frac{1}{16M_Z^2} \left( \frac{r}{x_w(1-x_w)} \right)^3 [g_L^2(e) + g_R^2(e)] \sum_q q(x) [g_L^2(q) + g_R^2(q)] \cdot f(r_H); \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{d\dagger}{dx}(lN \Rightarrow v_l HX) = \sum_q \sum_{q'} q(x) \dagger(lq \Rightarrow v_l q'H) = \frac{1}{16M_W^2} \left( \frac{r}{x_w} \right)^3 \sum_q \sum_{q'} |U_{qq'}|^2 q(x) f(r_H); \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\dagger}{dx}(v_{\sim} N \Rightarrow v_{\sim} HX) &= \sum_q q(x) \dagger(v_{\sim} q \Rightarrow v_{\sim} qH) = \\ &= \frac{1}{16M_Z^2} \left( \frac{r}{x_w(1-x_w)} \right)^3 g_L^2(v) \sum_q q(x) [g_L^2(q) + g_R^2(q)] \cdot f(r_H); \end{aligned} \quad (16)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\frac{d\Gamma}{dx}(\nu_- N \Rightarrow \sim HX) = \sum_q \sum_{q'} q(x)\Gamma(\nu_- q \Rightarrow \sim Hq') = \frac{1}{16M_W^2} \left( \frac{r}{x_w} \right)^3 \sum_q \sum_{q'} |U_{qq'}|^2 q(x) f(r_H). \quad (17)$$

Burada  $c$  ml nm nuklonun tərkibindəki bütün kvark və antikvarkların sayı üzrə aparılır,  $q(x)$  – nuklon daxilində kvarkın (antikvarkın) paylanması funksiyasıdır.  $d$  di hesablamalar  $\sim + p \Rightarrow \sim + H + X$ ,  $\sim + p \Rightarrow \nu_- + H + X$ ,  $\nu_- + p \Rightarrow \nu_- + H + X$  və  $\nu_- + p \Rightarrow \nu_- + H + X$  prosesləri üçün aparılmışdır. Müon (neutrino)-proton sisteminin tam enerjisi  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ , Higgs bozonun kütləsi  $M_H = 125 \text{ GeV}$ , Vaynberq parametri  $x_w = 0,232$  oldu u hesab edilmişdir. Proton daxilində kvarkların və antikvarkların paylanması funksiyaları  $d$  biyyatdan götürülmüşdür.

3-cü kildə müon-proton  $\sim + p \Rightarrow \sim + H + X$  dərin qeyri-elastiki şəhər prosesinin effektiv kəsiyinin  $x$  dəyişənindən asılılıq qrafiki verilmişdir. Hesablamalarda aralıq  $Z$ -bozonun kütləsi  $M_Z = 91,1875 \text{ GeV}$  qəbul edilmişdir.

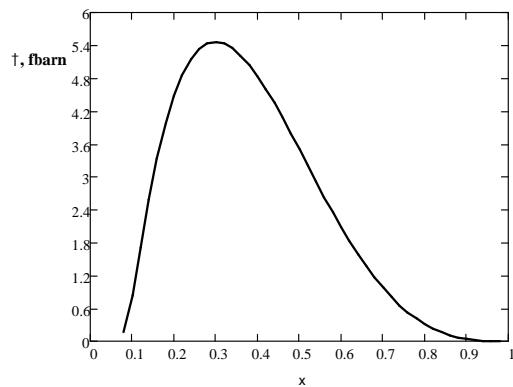
Göründüyü kimi,  $x$  dəyişənin artması ilə effektiv kəsiy artırıv  $x \approx 0,31$  olduqda maksimal qiyməti alır,  $x$  dəyişənin sonrakı artması ilə effektiv kəsiy monoton olaraq sıfır qədər azalır.

4-cü kildə  $x \approx 0,31$  və  $M_H = 125 \text{ GeV}$  olduqda  $\sim + p \Rightarrow \sim + H + X$  prosesinin effektiv kəsiyinin enerjidən asılılıq qrafiki verilmişdir. Qrafik gör, enerjinin artması ilə effektiv kəsiy artması müəyən olunur.

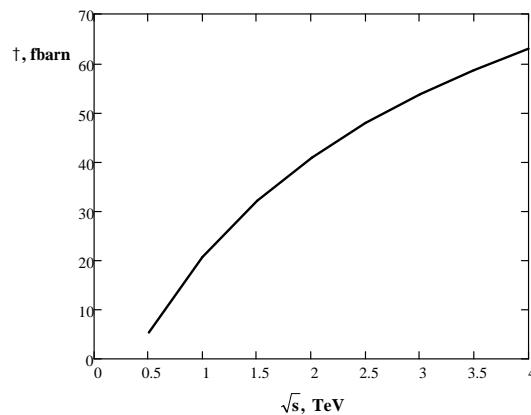
Müon-proton dərin qeyri-elastiki şəhər prosesində Higgs bozonun yaranması prosesinin effektiv kəsiyinin  $M_H$  kütləsindən asılılıq qrafiki 5-ci kildə nümayi etdirilmişdir.

Qrafikdən göründüyü kimi, Higgs bozonun kütləsinin artması ilə prosesin effektiv kəsiy azalır. Hesablamalarda  $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$  və  $x \approx 0,31$  oldu u qəbul edilmişdir.

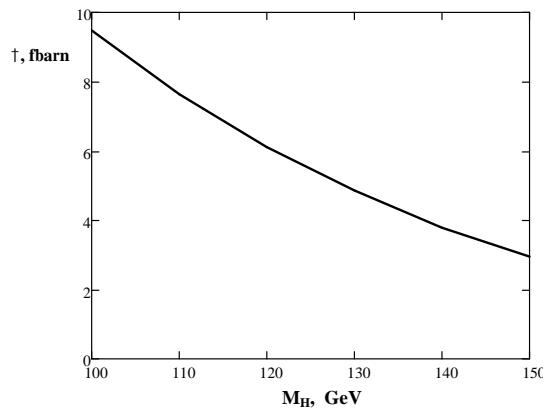
Analoji olaraq,  $\nu_- + p \Rightarrow e_- + H + X$ ,  $\nu_- + p \Rightarrow \sim + H + X$  və  $\sim + p \Rightarrow e_- + H + X$  prosesləri üçün də müvafiq asılılıqlar tədqiq edilmiş və nticəl rəqəmli qrafik təsvir olunmuşdur.



**Kıl 3.**  $\sim p \Rightarrow \sim HX$  prosesinin effektiv kəsiyinin  $x$ -dən asılılığı



**kıl 4.**  $\sim p \Rightarrow \sim H X$  prosesinin effektiv kəsiyinin enerjidən asılılığı



**kıl 5.**  $\sim p \Rightarrow \sim H X$  prosesinin effektiv kəsiyinin  
Hiqqs bozonunun kütləsindən asılılığı

## H QQS BOZONUN ÇEVRLƏMƏ KANALLARI

S.Q. Abdullayev, M. . Qocayev

Bakı Dövlət Universiteti

[s\\_abdullayev@mail.ru](mailto:s_abdullayev@mail.ru), [m\\_qocayev@mail.ru](mailto:m_qocayev@mail.ru)

Böyük Hadron Kollayderində 2012-ci ildə ATLAS və CMS kollaborasiyaları tərfindən aparılan təcrübədə 125 GeV olan Hiqqs bozonun varlığı təsdiq edildi. Yeni skalyar bozonun dərinləşdirilməsi üçün sabitlərin dəqiqliyi ölçüləndiriləcək. Bu zamanın Standart Modelin Hiqqs bozonu olub-olmaması məsəlinin aydınlaşdırılması bilər. Bu nöqtəyinə rəsəd nəticəsi Hiqqs bozonun müxtəlif çevrilmə və doyalma kanallarının nəzəri tədqiqin maraq xəyli artmışdır.

Təqdim olunan işləmələr Hiqqs bozonun müxtəlif çevrilmə kanallarının tədqiqinə həsr olunmuşdur. Bu işləmələrlə idarəəsi proseslər baxılmışdır:

$$H \rightarrow f + \bar{f}, \quad (1) \quad H \rightarrow Z + f + \bar{f}, \quad (2) \quad H \rightarrow W + f + \bar{f}', \quad (3)$$

$$H \rightarrow X + X, \quad (4) \quad H \rightarrow X + Z. \quad (5) \quad H \rightarrow g + g. \quad (6)$$

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

**Hiqqs bozonun leptonlara (kvarklara) çevrilməsi.** (1) prosesinin Feynman diaqramı kıl 1-də göstərilmişdir (mötəriz dəzər ciklindən 4-impulsu və polyarizasiya vektorları verilmişdir).

dəbiyyatda eyni zamanda psevdoskalyar bozonu da nəzərdən keçirilir. Bu məqsədlələl  $\Phi$ -bozonu götürülür ki, onun fermion cütü ilə qarılıqlı təsiri eyni zamanda  $CP$ -cüt və  $h$  mədə  $CP$ -tək hissələr malik olsun:

$$M(\Phi \rightarrow f\bar{f}) = \frac{m_f}{y} [\bar{u}(p_1, s_1)(a + b\chi_5)\bar{u}(p_2, s_2)]\Phi(p). \quad (7)$$

Burada  $m_f$  – fermionun kütləsi,  $y = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}$  – Hiqqs bozonun sahəsinin vakuum qiyməti,  $G_F$  – zəif qarılıqlı təsirin Fermi sabiti,  $\Phi(p)$  –  $\Phi$ -bozonun vahid normalaşdırılmış funksiyası,  $a$  və  $b$  – ixtiyari sabitlərdir.

(7) ifadəsi səsində  $\Phi \rightarrow f\bar{f}$  prosesinin çevrilmə ehtimalı üçün ifadə alınmışdır və müəyyən olunmuşdur ki, enin polyarlaşmış fermion-antifermion cütünün spinləri paralel olduqda  $\Phi$ -bozon  $CP$ -cüt, antiparalel olduqda isə  $CP$ -tək qarılıqlı təsir hesabına çevrilir.  $\Phi$ -bozonun uzununa polyarlaşmış fermion-antifermion cütünən çevrilməsi isə fermion və antifermionun eyni spirallərə malik olduğunu halda mümkündür.

$\Phi$ -bozonun fermion-antifermion cütünün spin halları üzrə cəmlənməsi çevrilmə ehtimalı aəidək ifadə ilə təyin olunur:

a) skalyar Hiqqs bozonu üçün –

$$\Gamma(H \Rightarrow f\bar{f}) = \frac{G_F N_C}{4\sqrt{2}f} M_H m_f^2 S_f^3; \quad (8)$$

b) psevdoskalyar  $A$  bozonu üçün –

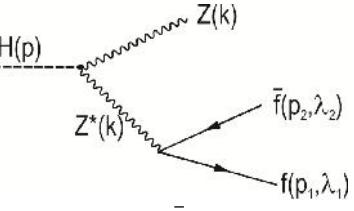
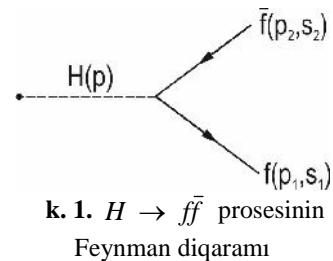
$$\Gamma(A \Rightarrow f\bar{f}) = \frac{G_F N_C}{4\sqrt{2}f} M_A m_f^2 S_f, \quad (9)$$

burada  $M_H$  və  $M_A$  – uyğun olaraq skalyar və psevdoskalyar bozonların kütlələri,  $N_C$  – rəng vuruş (leptonlar üçün  $N_C = 1$ , kvarklar üçün  $N_C = 3$ ),  $S_f = \sqrt{1 - 4m_f^2/M_\Phi^2}$  – fermionun sürətidir. Nəticələrə səsində müxtəlif proseslərin çevrilmə ehtimalının Hiqqs bozonun kütləsindən asılılığı tədqiq edilmiş və qrafik asılılıqlar qurulmuşdur.

**Hiqqs bozonun  $Z(W)$ -bozonu və fermion cütünən çevrilməsi.** Enerji-impulsun saxlanması qanununa görə Hiqqs bozon  $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow Z\bar{f}f$ ,

$H \rightarrow WW^* \rightarrow W\bar{f}f$ , kanalları üzrə çevriləbilər (burada  $Z^*$  və  $W^*$  – virtual bozonlardır). Vəzifəcə  $H \rightarrow ZZ^*$  prosesinin baxılmışdır (kil 2) (mötəriz dəzər ciklindən 4-impulsları; fermionun və antifermionun spiralləqləri  $(\lambda_1, \lambda_2)$  göstərilmişdir).

Hiqqs bozonun çevrilməsinin tam ehtimalı üçün aəidək ifadə alınmışdır:



**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

$$\Gamma(H \Rightarrow Z\bar{f}f) = \frac{e^2 N_C}{384 f^3} \cdot \left( \frac{M_Z}{y} \right)^2 \cdot M_H \cdot \frac{g_L^2(f) + g_R^2(f)}{x_W(1-x_W)} \cdot R(x). \quad (10)$$

Burada  $g_L(f) = I_3(f) - Q_f \sin^2 x_W$ ,  $g_R(f) = -Q_f \sin^2 x_W$  – fermionun neytral  $Z$ -bozonu ilə sol və sağ laq sabitləri,  $x_W = \sin^2 x_W$  – Vaynberq bucağı,  $x_W = \sin^2 x_W$  – Vaynberq parametri,

$$R(x) = \frac{3(20x^2 - 8x + 1)}{\sqrt{4x - 1}} \arccos \left( \frac{3x - 1}{2x\sqrt{x}} \right) - \frac{3}{2}(4x^2 - 6x + 1) \ln x - \frac{1 - x}{2x}(47x^2 - 13x + 2) \quad (11)$$

və  $x = (M_Z/M_H)^2$ .

$\sum_f N_C [g_L^2(f) + g_R^2(f)]$  ifadəsinin məlumat fermionlar üzrə ( $t$ -kvarkdan başqa) cəmlərin klətibləri bütün mümkün  $H \Rightarrow Z\bar{f}f$  kanalları üzrə Higgs bozonun tam çevrilməni üçün ağırlı ifadəni yazmaq olar:

$$\Gamma_{tot}(H \rightarrow ZZ^*) = \frac{r}{32f^2} \cdot \frac{M_H}{x_W(1-x_W)} \left( \frac{M_Z}{y} \right)^2 \left( \frac{7}{4} - \frac{10}{3}x_W + \frac{40}{9}x_W^2 \right) \cdot R(x). \quad (12)$$

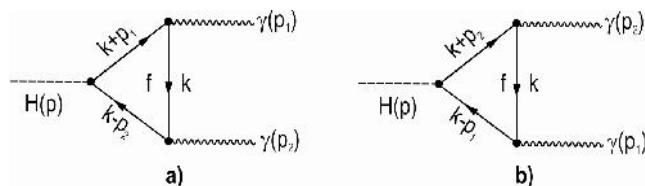
Eyni qayda ilə hesablamalar aparmaqla Higgs bozonun  $H \rightarrow WW^* \rightarrow W\bar{f}f$  kanalı üzrə çevrilməsinin ( $f = \nu_e, \nu_\tau, \nu_\mu, u, c, \bar{f}' = e^+, \nu^+, \bar{d}, \bar{s}$ ) (kil 3) tam eni üçün ağırlı ifadə alınmışdır.

$$\Gamma(H \rightarrow WW^*) = \frac{3r}{32f^2} \frac{M_H}{x_W} \left( \frac{M_W}{y} \right)^4 \cdot R(x), \quad (13)$$

burada  $R(x)$  funksiyası  $x = (M_W/M_H)^2$  nəzərə alınmaqla (11) ifadəsi ilə hesablanır.

Alınmış (12) və (13) ifadələri səsində Higgs bozonun  $H \Rightarrow Z\bar{f}f$  və  $H \rightarrow W\bar{f}f$  sxemləri üzrə çevrilmə eninin Higgs bozonun kütləsinə asılılığı təsdiq edilmiş və nticəl rəqəmli təsvir olunmuşdur.

**Higgs bozonun fotonlara çevrilməsi.** Fotonlar (qlüonlar) kütləsiz zərər ciklər olduundan,  $H \rightarrow XX$  çevrilməsi virtual yüklü zərər ciklər hesabına (kil 4-də təsvir olunmuş üçbucaqlı diaqramlar üzrə baş verir).



**k. 4.  $H \rightarrow XX$  prosesinin Feynman diaqramları**

Qrädiyent invariantlı inanınca  $H \rightarrow XX$  çevrilməsinin matris elementi

$$M(H \rightarrow XX) = A^\chi a_\sim^{*(1)} a_\epsilon^{*(2)} [p_2 \cdot p_4 - (p_1 \cdot p_2) g_{\sim\epsilon}], \quad (13)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

klində yazıla bilir. Burada  $a_{\sim}^{*(1)}$  və  $a_{\epsilon}^{*(2)}$  – fotonların 4-ölçülü polyaraları ma vektorları,  $p_1$  və  $p_2$  – uyğun impulslar,  $A^X = A_f^X + A_W^X$  is fermion və  $W$ -diaqramlarının (ilgəklərinin) amplituda verdiyi payı xarakteriz edən həddidir.

$X$ -kvantların sirkulyar poliarizasiyaları üzrə cəmləmə aparmaqla və fermion və  $W$ -bozon ilgəklərinin amplituda verdiyi payı nəzər almaqla  $H \rightarrow XX$  çevrilmə prosesinin ehtimalı üçün ifadəni aza ıdakı kildə yazmaq olar:

$$\Gamma(H \rightarrow XX) = \frac{G_F r^2 M_H^3}{128\sqrt{2}f^3} \left| \sum_f N_C Q_f^2 A_f^X(\not{p}_f) + A_W^X(\not{p}_W) \right|^2. \quad (14)$$

Göründüyü kimi,  $H \rightarrow XX$  çevrilməsinin eni Higgs bozonun kütləsinin artması ilə artır.

**Higgs bozonun fotona və Z-bozonuna çevrilməsi.** Higgs bozonun  $H \rightarrow XZ$  sxemi üzrə çevrilməsi mümkünür. Prosesin matris elementini aza ıdakı kildə yazmaq olar:

$$M(H \rightarrow XZ) = A^Z e_{\sim}^* U_{\epsilon}^* [p_{2\sim} p_{1\epsilon} - (p_1 \cdot p_2) g_{\sim\epsilon}]. \quad (15)$$

Burada  $e_{\sim}^*$  və  $U_{\epsilon}^*$  – uyğun olaraq  $X$ -kvantının və  $Z$ -bozonun 4-ölçülü poliarizasiya vektorları,  $A^Z = A_f^Z + A_W^Z$  is fermion və  $W$ -diaqramlarının (ilgəklərinin) amplituda verdiyi payı xarakteriz edən həddidir.

$H \rightarrow XZ$  prosesinin çevrilməni üçün alınmış ifadəni aza ıdakı kildədir:

$$\Gamma(H \rightarrow XZ) = \frac{1}{32f} \left( \frac{gr}{fM_W} \cdot \frac{N_C Q_f}{\cos \theta_W} \cdot g_V(f) \right)^2 M_H^3 \left( 1 - \frac{M_Z^2}{M_H^2} \right)^3 \cdot |I_f|^2. \quad (16)$$

**Higgs bozonun iki qılıçına çevrilməsi.** Higgs bozonun  $H \rightarrow gg$  sxemi üzrə çevrilməsi ehtimalı üçün aza ıdakı ifadə alınmışdır:

$$\Gamma(H \rightarrow gg) = \frac{1}{8f} \left( \frac{r_s}{f} \right)^2 \left( \frac{m_f^2}{y} \right)^2 \frac{I_0^2}{M_H^2}, \quad (17)$$

burada  $r_s = \frac{g_s^2}{4f}$  – güclü qarışıqlı təsir sabitidir. Higgs bozonun kütləsi  $M_H = 125$  GeV olduqda

$H \rightarrow gg$  çevrilməsinin parsial eni  $\Gamma(H \rightarrow gg) \sim 0,2$  eV təkil edir və Higgs bozonun kütləsinin artması ilə artır, məsələn,  $M_H \approx 400$  GeV olduqda  $\Gamma(H \rightarrow gg) \sim 10$  eV-a bərabər olur.

Standart Model çərçivəsində Higgs bozonun müxtəlif mümkün çevrilmə kanallarının amplitudu və ehtimalları üçün alınmış analitik ifadələrə nəticə olunmuş asılılıqlardan göründür ki, Higgs bozonun kütləsi  $100 \text{ GeV} \leq M_H \leq 130 \text{ GeV}$  aralığında olarsa, əsas proses  $H \rightarrow b\bar{b}$  çevrilməsidir. Məsələn,  $M_H = 120$  GeV olduqda müxtəlif çevrilmə kanallarının nisbi ehtimalları

$$B(b\bar{b}) = \frac{\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})}{\Gamma(H \rightarrow \dots)} \approx 68\%, \quad B(\gamma^+ \gamma^-) \approx 7\%, \quad B(c\bar{c}) \approx 3\%, \quad B(gg) \approx 7\%, \quad B(WW^*) \approx 13\%, \quad B(ZZ^*) \approx 2\%$$

təkil edir, digər çevrilmə kanalları isə zəifdir.

Higgs bozonun kütləsinin artması ilə  $H \rightarrow WW^*$  və  $H \rightarrow ZZ^*$  çevrilmələrinin ehtimalı artır, digər çevrilmələrin ehtimalı isə azalır. Məsələn,  $M_H = 300$  GeV olduqda  $B(WW^*) \approx 69\%$ ,  $B(ZZ^*) \approx 30\%$ .

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**$e^- e^+ \rightarrow hX$  PROSESINDA ELEKTROZ FAS MMETR YALAR**

**S.Q. Abdullayev, A.S. Quliyeva**

*Bakı Dövlət Universiteti*

[s\\_abdullayev@mail.ru](mailto:s_abdullayev@mail.ru), [ayte191@box.az](mailto:ayte191@box.az)

Elektron-pozitron annihiyasiyasında hadronların yaranması həm nəzəri, həm də təcrübə tədqiqatlarda mühüm yer tutur. Xüsusilə uzununa polyarlaşı elektron-pozitron cütünün annihiyasiyasında son hadronların birinin qeyd alındığı proseslər

$$e^- + e^+ \Rightarrow h + X \quad (1)$$

hadronların quruluşunun öyrənilməsinə və müxtəlif modellərin yoxlanılmasında, müstəsnəhə miyyəti malikdir, burada  $X$  – qeyd alınmayan hadronlar sistemidir.

Kvart-parton modelin (KPM) göründür, həmin proseslər iki mərhələdə başa verir. Birinci mərhələdə,  $e^- e^+$ -cütü  $vv$  lcə özürləri sərbəst aparan kvark-antikvark cütünün çevrilir. Kinci mərhələdə is kvarkla antikvark bir-birindən əzaqlaşıqca güclənən qlüon sahisi vəzifəsi vəzifəndən qızışır. Həmin zərrə ciklərdə öz növbəsində ilkin kvarklara qoşulur və onların rənglərini neytrallaşdıraraq, hadronların yaranmasına sebəbələr olur.

Nelzəsiz hadronun yaranması prosesi aralıq fotonun  $Z^0$ -bozonun mübadiləsi ilə başa verir. Lakin  $e^- e^+$ -cütünün enerjisi  $Z^0$ -bozonun kütləsinə yaxın olan oblastda ( $\sqrt{s} \sim M_Z$ )  $Z^0$ -bozonla mübadilə diaqramı həllədici rol oynayır və bu halda prosesin invariant amplitudunu

$$M(e^- e^+ \Rightarrow hX) = \frac{e^2}{\sin 2\pi_w} \cdot D_Z(p_2) \times [g_L(e)(1+x_5) + g_R(e)(1-x_5)] u(p_1) \cdot \langle hX | J_\perp | 0 \rangle \quad (2)$$

klində yazmaq olar, burada  $D_Z(s) = 1/(s - M_Z^2 + iM_Z\Gamma_Z)^{-1}$ ,  $p_1$  və  $p_2$  elektronla pozitronun 4-ölçülü impulsları,  $s = (p_1 + p_2)^2$  – kütlə mərkəzi sisteminde elektronla pozitronun enerjili riçinin kvadratı,  $\Gamma_Z$  –  $Z^0$ -bozonun tam eni,  $J_\perp$  –  $Z^0 \Rightarrow h + X$  keçidini təsvir edən hadron cərəyanı,  $g_L(e)$  və  $g_R(e)$  – elektronun  $Z^0$ -bozonla qarılıqlı təsirinin sol və sağ rəbitə sabitləri

$$\begin{aligned} g_L(e) &= -\frac{1}{2} + \sin^2 \pi_w, \\ g_R(e) &= \sin^2 \pi_w, \end{aligned} \quad (3)$$

$\pi_w$  – Vaynberq parametridir.

(1) prosesinin diferensial effektiv kəsiyi aşağıda idakı şəkildə yazılmışdır:

$$\frac{d\Gamma(e^- e^+ \Rightarrow hX)}{dx d\Omega} = \frac{\Gamma^2}{32x_w(1-x_w)} |D_Z|^2 \propto x L_{-\epsilon} \bar{H}_{-\epsilon}, \quad (4)$$

burada  $x = 2E_h/\sqrt{s}$  – hadronun enerjisini elektronun enerjisini nisbəti,  $\propto$  və  $\Omega(\pi_w, \xi)$  – hadronun sürəti və çoxlu cisim bucağı,  $L_{-\epsilon}$  və  $\bar{H}_{-\epsilon}$  – elektron və hadron tensorları,  $x_w = \sin^2 \pi_w$  – Vaynberq parametridir.

Uzununa polyarlaşı  $Z$  rr ciklər halında elektron tensoru invariant amplitud (2) səsində

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

asalıqla hesablanır:

$$\begin{aligned} L_{-\epsilon} &= \{[(g_L^2(e) + g_R^2(e))(1 - \gamma_1)\gamma_2] + [(g_L^2(e) - g_R^2(e))(\gamma_2 - \gamma_1)]L_{-\epsilon}^{(s)} + \\ &+ [(g_L^2(e) - g_R^2(e))(1 - \gamma_1)\gamma_2] + (g_L^2(e) + g_R^2(e))(\gamma_2 - \gamma_1)\}L_{-\epsilon}^{(A)}\} \\ L_{-\epsilon}^{(s)} &= p_{1-}p_{2\epsilon} + p_{2-}p_{\epsilon} - (p_1 \cdot p_2)g_{-\epsilon}, \quad L_{-\epsilon}^{(A)} = -iV_{-\epsilon...+}p_{1...}p_{2+}, \end{aligned} \quad (5)$$

$\gamma_1$  və  $\gamma_2$  – elektronla pozitronun spirallıqlarıdır.

$\bar{H}_{-\epsilon}$  tenzorunun üzərindəki  $x$  tt hadronların spin hallarına görə cəmləmənin, impulslarına görə işlətmeqallamanın aparıldığı inini göstərir:

$$\bar{H}_{-\epsilon} \equiv (2f)^3 \int \langle hX | J_{-} | 0 \rangle \langle hX | J_{\epsilon} | o^* \rangle u(q - p - P_X) d\Phi_X, \quad (6)$$

$p$  – hadronun ( $h$ ) 4-ölçülü impulsu,  $q = p_1 + p_2$  – hadronlara ötürülmüş impuls,  $P_X$  və  $d\Phi_X$  - qeyd alınmayan hadronların tam impuls və fazası həcmidir.

Hadron tenzoru, (6) ifadəsinə göründüyü kimi, yalnız  $p$  və  $q$  impulslarından asılı olacaqdır:

$$\begin{aligned} \bar{H}_{-\epsilon} &= W_1(-g_{-\epsilon} + \frac{q_{-\epsilon}q_{\epsilon}}{q^2}) + \frac{1}{q^2}(q_{-} - p_{-} \frac{q^2}{(p \cdot q)})(q_{\epsilon} - p_{\epsilon} \frac{q^2}{(p \cdot q)})W_2 - \\ &- iV_{-\epsilon...u} \frac{p_{-}q_u}{(p \cdot q)}W_3 + \frac{p_{-}q_{\epsilon}}{q^2}W_4 + \frac{p_{-}q_{\epsilon} + p_{\epsilon}q_{-}}{(p \cdot q)}W_5 + i \frac{p_{-}q_{\epsilon} - p_{\epsilon}q_{-}}{(p \cdot q)}W_6 \end{aligned} \quad (7)$$

$W_n$  ( $n = 1 \div 6$ ) – hadronların həqiqi struktur funksiyası olub,  $x = 2(p \cdot q)/s$  və s. d. yinənlərin rindən asılıdır.

Elektronun kütləsinə nəzər almadiqda  $L_{-\epsilon}$  tenzoru saxlanılır:  $L_{-\epsilon}^{ik}q_{-} = L_{-\epsilon}^{ik}q_{\epsilon} = 0$  və (1) prosesinin effektiv kəsiyi yalnız  $W_1$ ,  $W_2$  və  $W_3$  struktur funksiyalarından asılı olacaqdır (hadronun kütləsinə nəzər alınmır):

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(e^-e^+ \Rightarrow hX)}{dx d\Omega} &= \frac{\Gamma^2 |D_Z|^2}{32x_w} sx \{ [(g_L^2(e) + g_R^2(e))(1 - \gamma_1)\gamma_2] + [(g_L^2(e) - g_R^2(e))(\gamma_2 - \gamma_1)] \times \\ &\times [2W_1 + W_2 \sin^2 \theta] + 2[(g_L^2(e) - g_R^2(e))(1 - \gamma_1)\gamma_2] + [(g_L^2(e) + g_R^2(e))(\gamma_2 - \gamma_1)]W_3 \cos \theta \}. \end{aligned} \quad (8)$$

Effektiv kəsiyin bu düsturu səsində həm diferensial, həm də integrallı elektrozifikasiyası asimmetriyaları əla bilərik. Uzununa polyarla məzə elektronla polyarız olunmamış pozitronun annihiyasiyası prosesində (8) effektiv kəsiyini

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(e^-e^+ \Rightarrow hX)}{dx d\Omega} &= \frac{\Gamma^2 |D_Z|^2}{32x_w(1 - x_w)} sx [g_L^2(e) + g_R^2(e)] \times (2W_1 + W_2 \sin^2 \theta) \times \\ &\times [1 + A_{FB}(s, x, \theta) - \gamma_1 A_{LR}(s, x, \theta)] \end{aligned} \quad (9)$$

klində yazmaq olar. Burada  $A_{FB}(s, x, \theta)$  və  $A_{LR}(s, x, \theta)$  irəli-geri bucaq asimmetriyası ilə sol-sa spin asimmetriyasıdır:

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$A_{FB}(s, x, \theta) = A_e \cdot \frac{2W_3 \cos \theta}{2W_1 + W_2 \sin^2 \theta},$$

$$A_{LR}(s, x, \theta) = A_e + \frac{2W_3 \cos \theta}{2W_1 + W_2 \sin^2 \theta}. \quad (10)$$

burada

$$A_e = \frac{g_L^2(e) - g_R^2(e)}{g_L^2(e) + g_R^2(e)}. \quad (11)$$

ndi  $e^- + e^+ \Rightarrow h + X$  prosesinin integral asimetriyalara nəzər yetir k. Bunlara əlavədakı elektroz ifasimmetriyalar daxildir:

1) Hadronun irəli-geri bucaq asimetriyası

$$A_{FB} = \frac{d\hat{\tau}_F/dx - d\hat{\tau}_B/dx}{d\hat{\tau}_F/dx + d\hat{\tau}_B/dx} = A_e \cdot \frac{3W_3}{2(3W_1 + W_2)}, \quad (12)$$

$d\hat{\tau}_F/dx$  və  $d\hat{\tau}_B/dx$  – irəli ( $\cos \theta > 0$ ) və geri ( $\cos \theta < 0$ ) yarımsferalarda bariyonun doğulmasının effektiv kəsiyi iddir;

2) Elektronun spirallı inini nəzər almaqla hadronun irəli-geri bucaq asimetriyası

$$A_{FB}(\beta_1) = \frac{d\hat{\tau}_F(\beta_1)/dx - d\hat{\tau}_B(\beta_1)/dx}{d\hat{\tau}_F(\beta_1)/dx + d\hat{\tau}_B(\beta_1)/dx} = \frac{A_e - \beta_1}{1 - \beta_1 A_e} \cdot \frac{3W_3}{2(3W_1 + W_2)}; \quad (13)$$

3) Sol-sa spin asimetriyası

$$A_{LR} = \frac{d\hat{\tau}_L/dx - d\hat{\tau}_R/dx}{d\hat{\tau}_L/dx + d\hat{\tau}_R/dx} = A_e \quad (14)$$

$d\hat{\tau}_L/dx$  və  $d\hat{\tau}_R/dx$  –  $e_L^- + e^+ \Rightarrow h + X$  və  $e_R^- + e^+ \Rightarrow h + X$  proseslərinin effektiv kəsiyi iddir;

4) rəli-geri spin asimetriyası

$$\tilde{A}_{FB}(\beta_1) = \frac{d\hat{\tau}_F(\beta_1)/dx - d\hat{\tau}_F(-\beta_1)/dx - [d\hat{\tau}_B(\beta_1)/dx - d\hat{\tau}_B(-\beta_1)/dx]}{d\hat{\tau}_F(\beta_1)/dx + d\hat{\tau}_F(-\beta_1)/dx + d\hat{\tau}_B(\beta_1)/dx + d\hat{\tau}_B(-\beta_1)/dx} =$$

$$= \beta_1 \cdot \frac{3W_3}{2(3W_1 + W_2)}. \quad (15)$$

Elektroz ifasimmetriyaları qiymətlidir k üçün KPM səsində hadronların struktur funksiyalarını təyin ed kə: struktur funksiyalara əsas pay verən parton prosesləri  $e^- e^+$  annihiliyasiyada kvark-antikvark cütünün yaranmasıdır:  $e^- + e^+ \Rightarrow (Z^0) \Rightarrow q + \bar{q}$

KPM-də  $e^- + e^+ \Rightarrow h + X$  prosesinin diferensial effektiv kəsiyi

$$\frac{d\hat{\tau}(e^- e^+ \Rightarrow hX)}{dx d\Omega} = \sum_q \frac{d\hat{\tau}_q}{d\Omega_q} D_q^h(x) + \sum_{\bar{q}} \frac{d\hat{\tau}_{\bar{q}}}{d\Omega_{\bar{q}}} D_{\bar{q}}^{h_B}(x) \quad (16)$$

klində yazılır, burada  $D_q^h(x)$  ( $D_{\bar{q}}^{h_B}(x)$ ) – kvarkın (antikvarkın) hadrona fraqmentasiya

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

funksiyası,  $d\Gamma_q / d\Omega_q$  –elementar parton prosesində kvarkın bucaqlara görə paylanması müəyyən edilmiş effektiv kəsikdir:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_q}{d\Omega_q} = & \frac{r^2 N_c s |D_Z|^2}{16x_w^2(1-x_w)^2} \{ [(g_L^2(e) + g_R^2(e))(1-\gamma_1)\gamma_2] + (g_L^2(e) - g_R^2(e))(\gamma_2 - \gamma_1)] \times \\ & \times [g_L^2(q) + g_R^2(q)](1 + \cos^2 \theta_w) + 2[(g_L^2(e) - g_R^2(e))(1-\gamma_1)\gamma_2] + (g_L^2(e) + g_R^2(e)) \times \\ & \times (\gamma_2 - \gamma_1)](g_L^2(q) - g_R^2(q)) \cos \theta_w \} \end{aligned} \quad (17)$$

$N_c=3$  – rəng vuruşu,  $g_L(q) = I_3(q) - Q_q \sin^2 \theta_w$ ,  $g_R(q) = -Q_q \sin^2 \theta_w$ ,  $I_3(q)$  və  $Q_q$  – kvarkın zəif spininin üçüncü proyeksiyası ilə elektrik yüküdür.

(8) və (16) effektiv kəsiklərin müqayisəsində hadronların struktur funksiyaları üçün aəidək ifadələri alırıq:

$$\begin{aligned} xW_1 = -xW_2 = & \frac{2N_c}{x_w(1-x_w)} \sum_q [g_L^2(q) + g_R^2(q)][D_q^h(x) + D_{\bar{q}}^h(x)], \\ xW_3 = & \frac{2N_c}{x_w(1-x_w)} \sum_q [g_L^2(q) - g_R^2(q)][D_q^h(x) - D_{\bar{q}}^h(x)]. \end{aligned} \quad (18)$$

$f^+, K^+$  – və  $D^+$  – mezonların doğulması proseslərində rəsədi-bucaq asimetriyasının ölçülümsüz LEP sürətləndirici mərkəzdə müxtəlif qruplar tərfindən həyata keçiriləkdir. Yükəmə və izotop spin invariantlılına görə, fragmentasiya funksiyaları arasında aəidək münasibətə rəsəd olmalıdır:

$$\begin{aligned} D_u^{f^+}(x) &= D_{\bar{d}}^{f^+}(x) = D_d^{f^-}(x) = D_{\bar{u}}^{f^-}(x), \\ D_c^{D^+}(x) &= D_{\bar{s}}^{D^+}(x) = D_s^{D^-}(x) = D_{\bar{c}}^{D^-}(x), \\ D_u^{K^+}(x) &= D_{\bar{s}}^{K^+}(x) = D_s^{K^-}(x) = D_{\bar{u}}^{K^-}(x). \end{aligned}$$

Bu halda elektrozəif asimetriyalar fragmentasiya funksiyalarından asılı olmur:

$$\begin{aligned} A_{FB}^{f^+} = -A_{FB}^{f^-} = A_{FB}^{K^+} = -A_{FB}^{K^-} = D_{FB}^{D^+}(x) = -D_{FB}^{D^-}(x) = & \frac{3}{4} A_e \cdot A_{ud}; \\ A_{FB}^{f^+}(\gamma_1 = \pm 1) = -A_{FB}^{f^-}(\gamma_1 = \pm 1) = A_{FB}^{K^+}(\gamma_1 = \pm 1) = -A_{FB}^{K^-}(\gamma_1 = \pm 1) = & \\ = A_{FB}^{D^+}(\gamma_1 = \pm 1) = -A_{FB}^{D^-}(\gamma_1 = \pm 1) = & \mp \frac{3}{4} \cdot A_{ud}; \\ A_{LR}^{f^+} = A_{LR}^{f^-} = A_{LR}^{K^+} = A_{LR}^{K^-} = A_{LR}^{D^+} = A_{LR}^{D^-} = & A_e; \\ \tilde{A}_{FB}^{f^+}(\gamma_1) = -\tilde{A}_{FB}^{f^-}(\gamma_1) = \tilde{A}_{FB}^{K^+}(\gamma_1) = -\tilde{A}_{FB}^{K^-}(\gamma_1) = \tilde{A}_{FB}^{D^+}(\gamma_1) = -\tilde{A}_{FB}^{D^-}(\gamma_1) = & \mp \frac{3}{4} \gamma_1 \cdot A_{ud}. \end{aligned}$$

burada

$$A_{ud} = \frac{g_L^2(u) - g_R^2(u) - g_L^2(d) + g_R^2(d)}{g_L^2(u) + g_R^2(u) + g_L^2(d) + g_R^2(d)}.$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$e^- e^+ \Rightarrow BX \text{ PROSES ND HADRONLARIN}$$

**STRUKTUR FUNKSİYALARI**

**S.Q. Abdullayev, A.S. Quliyeva**

Bakı Dövlət Universiteti

[s\\_abdullayev@mail.ru](mailto:s_abdullayev@mail.ru), [ayte1991@box.az](mailto:ayte1991@box.az)

Hadronların daxili quruluşunun öyrənilmə sindən lepton-nuklon dərin qeyri-elastiki şəhərilmə (DQES) prosesləri ilə yanaşı elektron – pozitron annihilyasiyasında polyarla məzənə barionların yaranması prosesləri də mühüm yer tutur.

$$e^-(p_1, \gamma_1) + e^+(p_2, \gamma_2) \Rightarrow (\chi^*; Z^0) \Rightarrow B(p, h_B) + X. \quad (1)$$

mətəriz 1-ci redəzərr ciklindən 4-ölçülü impulsalar və spirallıqları göstərilmişdir, B –sonda qeyd alınan  $\frac{1}{2}$  spinli bariondur ( $p, \Lambda, \Sigma^+$  və s.), X – qeyd edilməyən hadronlar sistemidir.

Elektron –pozitron annihilyasiyasında 4 – ölçülü p impulsuna və  $h_B$  spirallı inə malik inkluziv barionun yaranması prosesinin invariant amplitudunu aza idəkili kildə yazmaq olar:

$$M = \frac{e^2}{2} \sum_i \bar{\Gamma}(p_2, \gamma_2) \chi [G_L^i(1+\chi_5) + G_R^i(1-\chi_5)] u(p_1, \gamma_1) \langle B(p, h_B) X | J_\perp^i | 0 \rangle, \quad (2)$$

burada

$$G_{L(R)}^i = \frac{g_{L(R)e}^i}{s - M_i^2 + iM_i\Gamma_i},$$

cəmi məzənə aralıq foton və  $Z^0$ -bozon üzrə aparılır ( $i = \chi; Z^0$ ) (bundan sonra cəmi iarisi yazılmayacaqdır),  $M_Z$  və  $\Gamma_Z$  –  $Z^0$ -bozonun kütləsi və tam eni (foton halında  $M_\chi = \Gamma_\chi = 0$ -dır),  $J_\perp^i - i \Rightarrow B + X$  keçidini xarakterizədən hadron cərəyanı,  $g_L^i(e)$  və  $g_R^i(e)$  – elektronun fotonla və ya  $Z^0$ -bozonla qarılıqlı təsirinin sol və sağ rəbitə sabitləridir:

$$\begin{aligned} g_L^\chi(e) &= g_R^\chi(e) = Q_e = -1, \\ g_L^Z(e) &= \frac{g_L(e)}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \quad \frac{g_R(e)}{\sin \theta_W \cos \theta_W}, \\ g_L(e) &= -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W, \\ g_R(e) &= \sin^2 \theta_W \end{aligned}$$

$\theta_W$  – Vaynberq parametridir.

(1) prosesinin diferensial effektiv kəsiyi bərabərdir:

$$\frac{d\Gamma}{dx d\Omega} = \frac{\Gamma^2}{16} x L_{-\epsilon}^{ik} \bar{H}_{-\epsilon}^{ik}, \quad (3)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

burada  $x = 2E_B / \sqrt{s}$  – barionun enerjisinin elektronun enerjisini nisbəti,  $\Omega_{\mu\nu}^{ik}$  – barionun çoxlu cismi bucağı.

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}^{ik} &= [(g_1^{ik}(1-\gamma_1)\gamma_2) + g_2^{ik}(\gamma_2 - \gamma_1)][p_{1\mu}p_{2\nu} + p_{2\mu}p_{1\nu} - (p_1 \cdot p_2)g_{\mu\nu}] \times \\ &\quad \times [(g_2^{ik}(1-\gamma_1)\gamma_2) + g_1^{ik}(\gamma_2 - \gamma_1)]iV_{\mu\nu\alpha\beta}p_{1\alpha}p_{2\beta} \\ g_1^{ik} &= G_L^i G_L^{*k} + G_R^i G_R^{*k}, \quad g_2^{ik} = G_L^i G_L^{*k} - G_R^i G_R^{*k} \end{aligned} \quad (4)$$

– lepton tenzoru,  $\bar{H}_{\mu\nu}^{ik}$  is hadron tenzorudur. Hadron tenzorunun üzərindəki  $x$  tətbiq qeyd alınmayan hadronların spinlərinin görəcəmənin, impulslarına görə is integrallamanın aparıldığı məni göstərir:

$$\bar{H}_{\mu\nu}^{ik} \equiv (2f)^3 \sum_{spin} \int \langle B(p, h_B) X | J_\mu^i | 0 \rangle \langle B(p, h_B) X | J_\nu^K | o^* \rangle u(q - p - P_X) d\Phi_X \quad (5)$$

$q$  – hadronlara ötürünlənmiş impuls,  $P_X$  və  $d\Phi_X$  – qeyd alınmayan hadronların tam impuls və faza həcmidir.  $\bar{H}_{\mu\nu}^{xx}$  və  $\bar{H}_{\mu\nu}^{zz}$  tenzorları  $e^- + e^+ \Rightarrow B + X$  prosesinin fotonla və  $Z^0$ -bozonla mübadil diaqramlarına uyundur.  $\bar{H}_{\mu\nu}^{xz}$  və  $\bar{H}_{\mu\nu}^{zx}$  tenzorları is foton  $Z^0$ -bozon diaqramlarının interferensiyasını xarakteriz edir.

$J_\mu^x$  və  $J_\mu^{Z^0}$  hadron cərəyanlarının fəza inversiyasına görə simmetriya xassılığını bilərkən,  $\bar{H}_{\mu\nu}^{ik}$  tenzorlarının ümumi quruluşunu müəyyən etmək mümkün kürdir. Bu zaman  $e^- + e^+ \Rightarrow B + X$  prosesinin dinamikasını bilmək heç də zəruri deyildir, sadəcə birefotonlu və  $Z^0$ -bozonlu mexanizmlərin xüsusiyyətlərini bilmək zəruridır. (5) integralından görünür ki, hadron tenzoru  $\bar{H}_{\mu\nu}^{ik}$  barionun spirallılığını 4-ölçülü  $p$  və  $q$  impulslarından asılıdır (lepton tenzoru saxlanıldımdan  $L_{\mu\nu}^{ik} q_\mu = L_{\mu\nu}^{ik} q_\nu = 0$ ,  $q_\mu$  və  $q_\nu$  ilə müxtənasib olan hədərlərinə rədd nətiklərdir):

$$\bar{H}_{\mu\nu}^{ik} = -(W_1^{ik} + h_B G_1^{ik})g_{\mu\nu} + (W_2^{ik} + h_B G_2^{ik})p_\mu p_\nu - \frac{q^2}{(p \cdot q)^2} - i(W_3^{ik} + h_B G_3^{ik})V_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{p_\alpha p_\beta}{(p \cdot q)^2} \quad (6)$$

$W_n^{ik}$  və  $G_n^{ik}$  ( $n=1, 2, 3$ ) – xəzər sədəyi nəticələndirən asılı struktur funksiyalarıdır.

Lepton və hadron tenzorlarının vurulması nəticəsində  $e^- + e^+ \Rightarrow B + X$  prosesinin diferensial effektiv həsiyi üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dx d\Omega} &= \frac{\Gamma^2}{16} \sin\{\{g_1^{ik}(1-\gamma_1)\gamma_2) + g_2^{ik}(\gamma_2 - \gamma_1)[2(W_1^{ik} + h_B G_1^{ik}) + (W_2^{ik} + h_B G_2^{ik})\sin^2\theta] + \\ &\quad + 2[g_2^{ik}(1-\gamma_1)\gamma_2) + g_1^{ik}(\gamma_2 - \gamma_1)(W_3^{ik} + h_B G_3^{ik})\cos\theta\}\}. \end{aligned} \quad (7)$$

SE sad kvark-parton modelində (KPM) təyin edilmiş həmin model görə, (1) prosesi iki mərhələdə başa verir. Və ləhcə aralıq foton və ya  $Z^0$ -bozon kvark-antikvark cütünə çevrilir ( $\chi^*; Z^0 \Rightarrow q + \bar{q}$ ), sonra isə onlar hadronlara fragmentasiya edir ( $q + \bar{q} \Rightarrow B + X$ ). Fərza edək ki, prosesdə kvarkın impulsunun böyük hissəsinə dayan barion ( $x = E_B / E_q = 2E_B / \sqrt{s} \approx 1$ ) qeyd alınmışdır. Hesab etmək olar ki, belə barion eyni istiqamətdə hərəkət edən sürətli kvarkdan

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

formala mədədir, sürətli kvark çatı mayan iki kvarkı “dənizdən” zəbt edir və sürətli bariona çevirilir.

KPM-də  $e^- + e^+ \Rightarrow B + X$  prosesinin diferensial effektiv kəsiyi aşağıdakılardan yazılsın:

$$\frac{d\Gamma}{dx d\Omega} = \sum_{q,h_q} \frac{d\Gamma_q(h_q)}{d\Omega_q} D_{q(h_q)}^{B(h_B)}(x) + \sum_{\bar{q},h_{\bar{q}}} \frac{d\Gamma_{\bar{q}}(h_{\bar{q}})}{d\Omega_{\bar{q}}} D_{\bar{q}(h_{\bar{q}})}^{B(h_B)}(x) \quad (8)$$

Cəmi məmə barionunun tərkibindəki bütün kvarklara görə aparılır,  $D_{q(h_q)}^{B(h_B)}(x)$  – spirallı iki  $h_q$  olan kvarkın  $h_B$  spirallı bariona fragmentasiya funksiyasıdır. Uzununa polyarla məmə kvarkın bucaqlara görə paylanmasıntısvir edən  $e^- + e^+ \Rightarrow q + \bar{q}$  parton prosesinin diferensial effektiv kəsiyi bərabərdir:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma_q(h_q)}{d\Omega_q} = & \frac{\Gamma^2 N_c s}{32} \{ [g_1^{ik} (1 - \gamma_1) \gamma_2] + g_2^{ik} (\gamma_2 - \gamma_1) (q_1^{ik} - h_q q_2^{ik}) (1 + \cos^2 \theta_w) + \\ & + 2[g_2^{ik} (1 - \gamma_1) \gamma_2] + g_1^{ik} (\gamma_2 - \gamma_1) (q_2^{ik} - h_q q_1^{ik}) \cos \theta_w \} \end{aligned} \quad (9)$$

burada  $N_c = 3$  rəng vuruşu,

$$\begin{aligned} g_1^{ik} &= g_L^i(q) g_L^k(q) + g_L^i(q) g_L^k(q), \quad g_2^{ik} = g_R^i(q) g_R^k(q) - g_R^i(q) g_R^k(q), \\ g_L^x(q) &= g_R^x(q) = Q_q, \quad g_L^z(q) = \frac{g_L(q)}{\sin \theta_w \cdot \cos \theta_w}, \quad g_R^z(q) = \frac{g_R(q)}{\sin \theta_w \cdot \cos \theta_w}, \\ g_L(q) &= I_3(q) - Q_q \sin^2 \theta_w, \quad g_R(q) = -Q_q \sin^2 \theta_w, \end{aligned} \quad (10)$$

$I_3(q)$  və  $Q_q$  – kvarkın  $z$  ifadəzəmin üçüncü proyeksiyası və elektrik yüküdür.

Uzununa polyarla məmə antikvarkın bucaqlara görə paylanmasından düşürünən ötrü (9) ifadə sində  $h_q \Rightarrow -h_{\bar{q}}$  və  $\cos \theta_w \Rightarrow -\cos \theta_w$  vəzifələri aparılmalıdır.

Qeyd edək ki,  $e^- + e^+ \Rightarrow Z^0 \Rightarrow q + \bar{q}$  prosesində yaranan kvarklar böyük polyarla məmədə rəcəsinə malikdir. Məsələn,  $e^- + e^+ \Rightarrow Z^0 \Rightarrow u + \bar{u}$  və  $e^- + e^+ \Rightarrow Z^0 \Rightarrow d + \bar{d}$  proseslərinə rənd u - və d - kvarkın polyarla məmədə rəcəsi uyğun olaraq -0,67 və -0,97-dir. Lakin kvarklar sərbəst kildə müəahid edilmədiyindən onların polyarla məmədə rəcələrini bilavasit ölçmək mümkün deyildir. Fərziyyə qəbul etmək olar ki, sürətli kvark öz spinini bariona ötürür. Məhz bu səbəbdən  $e^- + e^+ \Rightarrow B + X$  proseslərinə müxtəlif barionların uzununa polyarla məmədə rəcələrinin ölçülməsi mühüm həmiyyət malikdir.

Müəyyən mədəniyyəti bul etməklə

$$\begin{aligned} D_q^B(x) &= D_{q(+1)}^{B(+1)}(x) + D_{q(-1)}^{B(+1)}(x), \\ \Delta D_q^B(x) &= D_{q(+1)}^{B(+1)}(x) - D_{q(-1)}^{B(+1)}(x), \end{aligned} \quad (11)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

hadronların SF üçün a ə idakı ifadələri alırıq:

$$\begin{aligned}
 xW_1^{ik} &= -xW_2^{ik} = \frac{1}{2} N_c \sum_q q_1^{ik} [D_q^B(x) + D_{\bar{q}}^B(x)], \\
 xW_3^{ik} &= \frac{1}{2} N_c \sum_q q_2^{ik} [D_q^B(x) - D_{\bar{q}}^B(x)], \\
 xG_1^{ik} &= -xG_2^{ik} = -\frac{1}{2} N_c \sum_q q_1^{ik} [\Delta D_q^B(x) - \Delta D_{\bar{q}}^B(x)], \\
 xG_1^{ik} &= -xG_2^{ik} = -\frac{1}{2} N_c \sum_q q_1^{ik} [\Delta D_q^B(x) - \Delta D_{\bar{q}}^B(x)], \\
 xG_3^{ik} &= -\frac{1}{2} N_c \sum_q q_1^{ik} [\Delta D_q^B(x) + \Delta D_{\bar{q}}^B(x)],
 \end{aligned} \tag{12}$$

$Z^0$ -rezonans oblastında ( $s = M_Z^2$ )  $e^- + e^+ \Rightarrow Z^0 \Rightarrow B + X$  prosesinin effektiv koeffisiyentləri a ə idakı kıl alır (KPM-də alınmış  $W_2^{ZZ} = -W_1^{ZZ}$  və  $G_2^{ZZ} = -G_1^{ZZ}$  münasib tərəflər alınmışdır):

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Gamma}{dx d\Omega} &= \frac{\Gamma^2}{16} s x [(g_1^{ZZ} - \gamma_1 g_2^{ZZ})(W_1^{ZZ} + h_B G_1^{ZZ}) (1 + \cos^2 \theta) + \\
 &+ 2(g_2^{ZZ} - \gamma_1 g_1^{ZZ})(W_3^{ZZ} + h_B G_3^{ZZ}) \cos \theta].
 \end{aligned} \tag{13}$$

Həmin effektiv koeffisiyentlər səsində a ə idakı integrallar xarakteristikaları ala bilərik:

1) irili-geri bucaq asimmetriyası

$$A_{FB} = \frac{3}{4} \cdot \frac{g_L^2(e) - g_R^2(e)}{g_L^2(e) + g_R^2(e)} \cdot \frac{\sum_q [g_L^2(q) - g_R^2(q)] D_q^B(x)}{\sum_q [g_L^2(q) + g_R^2(q)] D_q^B(x)}; \tag{14}$$

2) sol-sa spin simmetriyası

$$A_{LR} = \frac{g_L^2(e) - g_R^2(e)}{g_L^2(e) + g_R^2(e)}; \tag{15}$$

3) barionun uzununa polyarla mađrəcisi

$$P_B = -\frac{\sum_q [g_L^2(q) - g_R^2(q)] \Delta D_q^B(x)}{\sum_q [g_L^2(q) + g_R^2(q)] \Delta D_q^B(x)}. \tag{16}$$

Göründüyü kimi,  $Z^0$ -rezonansında sol-sa spin asimetriyası yalnız elektronun, barionun uzununa polyarla mađrəcisi yalnız kvarkların, irili-geri bucaq asimetriyası isə həm elektronun, həm də kvarkların neytral zəif cərəyan parametrlərinə asılıdır. Həmin elektrozif asimetriyaları təcübü 1-ci ölçüm kələm poliarizasiyaları olunmuş kvarkların polyarla məzə barionlara fragmentasiya funksiyaları haqqında informasiya ildətmişdir.

**HIGHER -TWIST MECHANISM AND MESON PAIR  
PRODUCTION IN PROTON-ANTIPROTON COLLISIONS**

A.I. Ahmadov

*Institute for Physical Problems, Baku State University*

*We calculate the contribution of the higher-twist Feynman diagrams to the large- $p_T$  meson pair production cross section in proton-antiproton collisions in case of the frozen coupling approach within perturbative QCD. The higher-twist cross section with the ones obtained in the framework of the frozen coupling approach and leading-twist cross section are compared and analyzed.*

It is well known that Quantum Chromodynamics (QCD) is the fundamental theory of the strong interactions. Therefore in order to describe the structure and dynamical properties of hadrons at the amplitude level many researchers have been studying QCD. The hadronic distribution amplitude in terms of internal structure degrees of freedoms plays a crucial role in QCD process predictions.

One of the basic problems in QCD is choosing the renormalization scale in running coupling constant  $\alpha_s(Q^2)$ . In principle, in perturbative QCD (pQCD) calculations, the argument of the running coupling constant in both the renormalization and factorization scale  $Q^2$  should be taken as equal to the square of the momentum transfer of a hard gluon in a corresponding Feynman diagram [1]. In the perturbative QCD, the physical information of the inclusive gluon production is obtained efficiently; therefore, it can be directly compared to the experimental data.

It should be noted, that problem the existence of the higher-twist contribution is not yet settled. Also necessary to study the difference of the leading-twist results for the frozen and running coupling constant approaches and compare it with that of the higher-twist is important.

Take into account of this point the aim of this study is calculation and analysis of the inclusive meson pairs production in the proton-antiproton collisions using the frozen coupling constant approach. Using this approach the higher twist effects have been already calculated by many authors [2-15].

Although the frozen QCD coupling constant was introduced a long time ago, it is also actual in these days [16-25]. The origin of it comes from the divergent infrared behaviour of the well-known renormalization group expression for  $\alpha_s(Q^2)$ . For this reason it is used as a constant in infrared domain. Another reason for introducing the frozen coupling is the perturbative QCD coupling. Also the effects of running  $\alpha_s(Q^2)$  should be taken into account in all calculations. However it makes some QCD calculations very difficult, if we want to estimate it approximately, it can be very convenient to use some effective coupling which minimizes the running of  $\alpha_s(Q^2)$  in the perturbative region. For getting an agreement with experimental data, the values of the frozen coupling are usually fixed from purely phenomenological considerations. The frozen coupling is frequently used in combination with other phenomenological parameters to describe hadronic processes. We can come across fixed  $\alpha_s(Q^2)$  very often in various calculations done in the framework of the leading logarithmic approximation where most important logarithmic contributions are totally resummed while  $\alpha_s(Q^2)$  considered as fixed parameter and its argument is set off posteriori from physical considerations. The solution of the Schwinger-Dyson equations can be also another method for investigating the infrared behavior of the gluon and ghost

propagators and for the running coupling constant at low energies [26]. Although early studies of the Schwinger-Dyson equations for the gluon propagator is very singular in the infrared [27-29], other studies found infrared finite propagators, for example one is found in [30] the gluon acquires a dynamical mass  $m_g^2$ , and the other is extensively discussed [31, 32] where the gluon propagator goes to zero where the momentum  $Q^2 \rightarrow 0$ . In both cases the freezing of coupling constant appears in the infrared. In the case where squared momentum of a hard gluon gets the form  $Q^2 \rightarrow Q^2 + m_g^2$ , for running coupling constant leads to  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow \alpha_s(Q^2 + m_g^2)$ . Here  $m_g^2$  is interpreted as an effective dynamical gluon mass or fictitious mass of gluon. By frozen coupling constant approach for squared of transfer momentum of the hard gluon in single meson production in photon-photon production  $xx \rightarrow MX$  are taken as  $Q_1^2 = \hat{s}/2$  and  $Q_2^2 = -\hat{u}/2$ . Additionally, we can also come across other physical properties of frozen coupling constant in the confinement mechanism suggested in [33, 34] as 1+1 dimensional Quantum Electrodynamics.

The calculation and analysis of the higher-twist effects on the dependence of the pion distribution amplitude in meson pairs production at proton-antiproton collision within pQCD approach is the interesting research problems.

Take into account of this point the aim of this study is calculation and analysis of the pair production of the mesons in the proton-antiproton collisions using the frozen coupling constant approach.

Direct production of meson pairs involves two hard collisions subprocess

1. Pairs meson production in  $gg \rightarrow f^+f^-$  and 2.  $q\bar{q} \rightarrow f^+f^-$ .

Then the parton-level cross section within frozen coupling constant method becomes

$$\begin{aligned} \dagger(gg \rightarrow f^+f^-) &= \frac{8f^3 \alpha_s^4 f_f^4}{729 \hat{s}^3} I_f^2 \left[ \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{w_f(x) w_f(y)}{xy(1-x)(1-y)} \frac{x(1-x)+y(1-y)}{xy+(1-x)(1-y)} \right] \\ \dagger(q\bar{q} \rightarrow f^+f^-) &= \frac{f \alpha_s^4 f_f^4}{972 \hat{s}} \frac{16^2 f^2 f_f^4}{1296 \hat{s}^2} I_f^2 \left[ \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{w_f(x) w_f(y)}{xy(1-x)(1-y)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( 7 - 16xy - \frac{2x}{xy+(1-x)(1-y)} (1 - 2y(x+y)) + \frac{4x^2}{xy+(1-x)(1-y)} \frac{4xy}{xy+(1-x)(1-y)} \right) \right] \end{aligned}$$

here  $I_f = \int_0^1 \frac{w_f(x)}{x(1-x)} dx$

There are few forms of the pion distribution amplitude available in the literature. In the present numerical calculations, we use several choices, such as the asymptotic distribution amplitude derived in pQCD evolution, the distribution amplitudes predicted by the Chernyak-Zhitnitsky(CZ), the Bakulev-Mikhailov-Stefanis (BMS) and pion distribution amplitudes in which Gegenbauer coefficients  $C_2$  and  $C_4$  are extracted from BELLE experiment:

$$\Phi_{asy}(x) = \sqrt{3} f_f x(1-x)$$

$$\Phi_{CZ}(x, \sim_0^2) = \Phi_{asy}(x) \left[ C_0^{3/2} (2x-1) + \frac{2}{3} C_2^{3/2} (2x-1) \right],$$

$$\Phi_{BMS}(x, \sim_0^2) = \Phi_{asy}(x) \left[ C_0^{3/2} (2x-1) + 0.20 C_2^{3/2} (2x-1) - 0.14 C_4^{3/2} (2x-1) \right],$$

$$\Phi_{BELLE}(x, \sim_0^2) = \Phi_{asy}(x) \left[ C_0^{3/2} (2x-1) + 0.12 C_2^{3/2} (2x-1) + 0.08 C_4^{3/2} (2x-1) \right].$$

In this study the pair meson production is calculated via higher twist mechanism within perturbative QCD. In the calculation of the cross sections the frozen coupling constant approach are employed. Concerning the study of the higher-twist contribution, it is primarily important to analyze its relative magnitude of contribution compared to the leading-twist contribution, since only leading-twist diagrams are commonly considered in usual studies of the hadron-hadron collision. Therefore they will be helpful for detailed investigation dynamical properties of nucleon. Also the higher-twist meson pair production cross section in the proton-antiproton collisions depends on the form of the pion distribution amplitudes and may be used for future study.

Further investigations are needed in order to clarify the role of higher-twist effects in QCD. In hadron-hadron collisions, pair of meson at high transverse momentum can serve as a short distance probe of the incident hadrons. Especially, the future experimental measurements will provide further tests of the dynamics of large-  $p_T$  hadron production beyond the leading twist.

#### REFERENCES

1. S.J. Brodsky, G. L. Lepage, and P.B. Mackenzie, Phys. Rev. D 28, 228 (1983).
2. F.S. Sadykhov and A.I. Akhmedov, Russ. Phys. J. 38, 513 (1995).
3. A.I. Ahmadov, I. Boztosun, R. Kh. Muradov, A. Soylu, and E.A. Dadashov, Int. J. Mod. Phys. E 15, 1209(2006).
4. A.I. Ahmadov, I. Boztosun, A. Soylu, and E.A. Dadashov, Int. J. Mod. Phys. E17, 1041(2008).
5. A.I. Ahmadov, C. Aydin, Sh.M. Nagiyev, A. Hakan Yilmaz, and E.A. Dadashov, Phys. Rev. D 80, 016003 (2009).
6. A.I. Ahmadov, C. Aydin, E. A. Dadashov, and Sh. M. Nagiyev, Phys.Rev. D81, 054016 (2010).
7. A.I. Ahmadov, R. M. Burjaliyev, Int. J. Mod. Phys. E20, 1243 (2011).
8. A.I. Ahmadov, Sh. M. Nagiyev, and E. A. Dadashov, Int. J. Mod. Phys. E21, 1250014 (2012).
9. A.I. Ahmadov, C. Aydin, and F. Keskin, Phys. Rev. D85, 034009(2012).
10. A.I. Ahmadov, C. Aydin, and F. Keskin, Ann. Phys. 327, 1472(2012).
11. A.I. Ahmadov, C. Aydin, and O. Uzun, Phys. Rev. D87, 014006(2013).
12. A.I. Ahmadov, C. Aydin, and O. Uzun, Phys. Rev. D89, 014018(2014).
13. J.A. Bagger and J. F. Gunion, Phys. Rev. D29, 40(1984).
14. A. Bagger and J. F. Gunion, Phys. Rev. D25, 2287(1982).
15. V.N. Baier and A. Grozin, Phys. Lett.B 96, 181(1980).
16. S. Gupta, Phys. Rev. D 24, 1169(1981).
17. G. Curci, M. Greco, Y. Srivastava, Phys. Rev. Lett. 43, 834(1979).
18. G. Curci, M. Greco, Y. Srivastava, Nucl. Phys. B159, 451(1979).
19. M. Greco, Phys. Lett. B 100, 351(1981).

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

20. M. Greco, G. Penso, Y. Srivastava, Phys. Rev. D 21, 2520(1980).
21. Y.I. Dokshitzer, B. R. Webber, Phys. Lett. 404, 321(1997).
22. Y.I. Dokshitzer, G. Marchesini and B. R. Webber, Nucl. Phys. B 469, 93(1996).
23. B. Badelek, J. Kwiecinski and A. Stasto, Z. Phys.C 74, 297(1997).
24. M. Ciafaloni, D. Colferai, G. P. Salam, A. M. Stasto, Phys. Rev. D 66, 054014 (2002).
25. A. V. Kotikov, A. V. Lipatov, N. P. Zotov, JETP 101, 811
26. C. D. Roberts and A. G. Williams, Prog. Part. Nucl. Phys.
27. S. Mandelstam, Phys. Rev. D 20, 3223(1979).
28. N. Brown and M.R. Pennington, Phys. Rev. D 38, 2266(1988).
29. N. Brown and M.R. Pennington, Phys. Rev. D 39, 2723(1989).
30. J.-M.-Cornwall, Phys. Rev. D \textbf{26}, 1453(1982).
31. R. Alkofer and L. von Smekal, Phys. Rep. 353, 281(2001).
32. L. von Smekal, A. Hauck, and R. Alkofer, Ann. Phys. (N.Y.) 267, 1(1998).
33. G. Parisi and R. Petronzio, Phys. lett.B 95, 51(1980).
34. J. Schwinger, Phys. Rev. 127, 324(1962).

**NEW MODEL FOR THE GENERATION OF STRONG  
MAGNETIC FIELDS IN MAGNETARS**

Maxim Dvornikov<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radiowave Propagation of the  
Russian Academy of Sciences (IZMIRAN), Russia*

<sup>b</sup>*Physics Faculty, National Research Tomsk State University, Russia*

Magnetars are neutron stars having extremely strong magnetic fields  $B > 10^{15} G$ . Despite the existence of numerous models for the generation of such magnetic fields, the issue of the origin of magnetic fields in magnetars still remains open. We propose the new model for the generation of strong large-scale magnetic fields in magnetars based on the magnetic field instability in matter composed of electrons and nucleons interacting by the parity violating electroweak forces.

Basing on the exact solution of the Dirac equation for an ultrarelativistic electron interacting with background nucleons and an external magnetic field, we derive the induced anomalous electric current flowing along the magnetic field. Then we obtain the system of kinetic equations for the spectra of the magnetic helicity density and the magnetic energy density as well as the chiral imbalance. To avoid the excessive growth of the magnetic field and the back reaction of matter on the magnetic field we introduce the quenching of the Chern-Simons parameter. The flip rate of the helicity of an electron scattering off protons in the neutron star matter is calculated using the quantum field theory methods.

The system of the kinetic equations is solved numerically for different initial magnetic helicities and the scales of the magnetic field. We adopt the Kolmogorov spectrum of the magnetic energy density. On the basis of the numerical solution we obtain the time evolution of the magnetic helicity density, the chiral imbalance, and the magnetic field.

In frames of our model, we can predict the growth of a seed magnetic field  $B_0 = 10^{12} G$ , typical in a pulsar, up to  $B > 10^{15} G$ , i.e. the strength predicted in magnetars. Magnetic fields

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

generated are of large-scale comparable with the magnetar radius. The time of the magnetic field growth is  $(10^3 - 10^5)$  yr, which is comparable with the ages of young magnetars. Within our approach we also predict the generation of the maximal helicity from initially nonhelical fields. The obtained results are compared with the predictions of other models.

**REFERENCES**

1. M. Dvornikov, *Chiral imbalance evolution in dense matter and the generation of magnetic fields in magnetars*[arXiv:1510.06228].
2. M. Dvornikov and V.B. Semikoz, *Energy source for the magnetic field growth in magnetars driven by the electron-nucleon interaction*, Phys.Rev.D **92**, 083007 (2015) [arXiv:1507.03948].
3. M. Dvornikov and V.B. Semikoz, *Generation of the magnetic helicity in a neutron star driven by the electroweak electron-nucleon interaction*, JCAP**05** (2015) 032[arXiv:1503.04162].
4. M. Dvornikov and V.B. Semikoz, *Magnetic field instability in a neutron star driven by electroweak electron-nucleon interaction versus chiral magnetic effect*, Phys.Rev.D **91**, 061301 (2015)[arXiv:1410.6676].
5. M. Dvornikov, *Impossibility of the strong magnetic fields generation in an electron-positron plasma*, Phys. Rev. D **90**, 041702 (2014) [arXiv:1405.3059].
6. M. Dvornikov and V.B. Semikoz, *Instability of magnetic fields in electroweak plasma driven by neutrino asymmetries*, JCAP**05** (2014) 002 [arXiv:1311.5267].

**MAQN TL M MÜH TD MÜON (TAUON) NEYTR NOLARI V ELEKTRON  
ANT NEYTR NOLARININ MÜON (TAUON) V POZ TRONLARA  
ANN H LYAS YASI: EN N POLYARLA MA HALI**

**R. E. Qasimova**

AMEA əməkdaşlıq Astrofizika Rəsədxanası Gündəlik fiziğin öbür si, Bakı Dövlət Universiteti Nəzirliyi fizika kafedrası, Qəfqaz Universiteti Fizika kafedrası, Bakı, Azərbaycan; Naxçıvan Dövlət Universiteti Ümumi və nəzirliyi fizika kafedrası, Naxçıvan, Azərbaycan

[gasimovar@yahoo.co.uk](mailto:gasimovar@yahoo.co.uk)

Bu iş məqsəd maqnitlər miühitdə müon (tauon) neytrinoları və elektron antineytrinoları maqnit sahəsinin intensivlik vektoru ilə üst-üst düyünləz-oxu üzrə bir-birinə kəsiştiqamətlərdə hər kətərkən

$$\bar{\epsilon}_L + \bar{\epsilon}_e \rightarrow L^- + e^+ \quad (1)$$

reaksiyası üzrə bəzən müon (tauon) neytrinolarının və elektron antineytrinolarının müonlara (tauonlara) və pozitronlara annihiyləşəyi prosesləri [1] nəticəsində spinləri enin polyarla məmən müonlarla (tauonlarla) və pozitronlarla eyni zamanda doğulub. Bilməsi mümkün olan nəticələrin Landau səviyyələrinə müəyyənetmək və alınan nəticələrin kosmik və astofiziki təbiəti rəsəd göstərməkdir. Maqnitlər miühitdə müon (tauon) neytrinoları maqnit sahəsi istiqamətiində, elektron antineytrinoları isə maqnit sahəsinin kəsiştiqamətiində hər kətərkən etdiyi halda (1)

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

reaksiyası üzrə gedən proseslərin effektivlik siyisi dəyişən müönələrin (tauonların) və pozitronların spinlərinin enin polyarlaşmalarına üzrə alınmaqla axtarışda ifadə ilə verilir:

$$\dagger = \frac{G_F^2}{f} m_L^2 \frac{H}{H_{0L}} \sum_{n,n'=0}^{\infty} \sum_i \frac{E_i E'_i}{|E'_i p_{zi} - E_i p'_{zi}|} (1 - f_{L^-})(1 - f_{e^+}) t_5 I_{n-1,n'}^2(x). \quad (2)$$

Burada  $G_F$  - zəif qarılıqlı təsirin Fermi sabiti,  $H$  - maqnit sahəsinin intensivliyinin qiyməti,  $H_{0L} = m_L^2/e = (m_L/m_e)^2 (m_e^2/e)$ - maqnit sahəsinin  $\hbar = c = 1$  olan vahidlər sistemində  $m_L$  kütlü yüksəkliyədən leptona uyğun böhran qiyməti,  $m_e$  - elektronun (pozitronun) kütlüsi,  $E_i(E'_i)$  və  $p_{zi}(p'_{zi})$ , uyğun olaraq, pozitronun (müönün) ya tauonun enerjisi və impulsunun üçüncü komponenti,  $f_{L^-}$  və  $f_{e^+}$ , uyğun olaraq, müön (tauon) və pozitron qazlarının Fermi-Dirak paylanması funksiyasıdır. Bu idarəə ( $---$ ) sinqaturalı psevdoeuklid metrikasından və  $\hbar = c = k_B = 1$  olan vahidlər sistemindən ( $k_B$  - Boltzman sabitidir) istifadə edirik. (2) ifadə sind ki  $I_{n,n'-1}(x)$  funksiyası

$$x = \frac{\check{S}^2 \sin^2 [\theta] + \check{S}'^2 \sin^2 [\phi] + 2\check{S}\check{S}' \sin [\theta] \sin [\phi] \cos (\varphi - \varphi')}{2eH} \quad (3)$$

argumentindən asılı olan Lyaher funksiyasıdır. (3) ifadə sind  $[\theta]$  və  $\varphi(\varphi')$ , uyğun olaraq, müön neytrinosunun ya tauon neytrinosunun (elektron antineytrinosunun) impulsunun polyar və azimutal bucağı,  $S$  - müön neytrinosunun ya tauon neytrinosunun enerjisi,  $\check{S}'$  is elektron antineytrinosunun enerjisidir.  $t_5$  spin məsələsi axtarışda ifadə edilir:

$$t_5 = \frac{1}{4} (1 + \epsilon)(1 + \epsilon')(1 + \gamma S)(1 - \gamma' S'). \quad (4)$$

Burada

$$\epsilon = \frac{p_z}{E}, \quad \epsilon' = \frac{p'_z}{E'}, \quad (5)$$

$$S = \frac{m_e}{\sqrt{E^2 - p_z^2}}, \quad S' = \frac{m_L}{\sqrt{E'^2 - p'_z^2}}, \quad (6)$$

$$E = \sqrt{m_e^2 + 2eHn + p_z^2}, \quad E' = \sqrt{m_L^2 + 2eHn' + p'_z^2}, \quad (7)$$

$\gamma$  və  $\gamma'$ - uyğun olaraq, pozitronun ya müönün (tauonun) spinlərinin sahə istiqaməti və ya onun kəsi istiqaməti proyeksiyalarıdır. (2) ifadəsin daxil olan  $I_{n-1,n'}(x=0)$  funksiyası  $\Delta n = n - n'$  faktorinin yalnız  $\Delta n = +1$  rətini ödəyən  $n$  və  $n'$  qiymətləri üçün sıfırdan farklı olub vahid bir rəsabədir.  $\Delta n = +1$  olduqda (1) proseslərin effektivlik siyisi axtarışda ifadə ilə verilir:

$$\dagger = \frac{G_F^2}{4f} m_L^2 \frac{H}{H_{0L}} \sum_{n=1, n'=0}^{\infty} \sum_i \frac{E_i E'_i}{|E'_i p_{zi} - E_i p'_{zi}|} (1 - f_{L^-})(1 - f_{e^+})(1 + \epsilon)(1 + \epsilon')(1 + \gamma S)(1 - \gamma' S'). \quad (8)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$n$  və  $n'$  bərabər olmaqla kvant dəliklərinin  $\Delta n \neq +1$  qiyməti üçün  $I_{n-1,n'}(x=0)$  funksiyası sıfır olur.  $\epsilon_L + \tilde{\epsilon}_e \rightarrow L^- + e^+$  prosesləri qadağan olunub.

Deməli, müon (tauon) neytrinoları maqnit sahəsi istiqamətində, elektron antineytrinoları is maqnit sahəsinin kəsi istiqamətində hər kət etdiyi halda (1) prosesləri hesabına pozitronların və müonların (və ya tauonların) doğulma biləcəyi əvvəl Landau səviyyələri əməkdaşlığındır:  $n=1, n'=0; n=2, n'=1; n=3, n'=2$  və s. Başa qədəm, müon (tauon) neytrinoları maqnit sahəsi istiqamətində, elektron antineytrinoları is maqnit sahəsinin kəsi istiqamətində hər kət etdiyidə (1) prosesləri hesabına pozitronların və müonların (tauonların) doğulma biləcəyi əvvəl Landau səviyyələri üçün  $n = n' + 1$  münasibəti ödənilir. Burada  $n = 1, 2, 3, \dots$  və  $n' = 0, 1, 2, \dots$ . Beləliklə, təhlil rəsəd rəsədi, müon (tauon) neytrinoları maqnit sahəsi istiqamətində, elektron antineytrinoları is maqnit sahəsinin kəsi istiqamətində hər kət etdiyi halda (1) prosesləri hesabına pozitronların səs Landau səviyyəsində ulması mümkün deyil. Pozitronların doğulma biləcəyi əvvəl səviyyə birinci Landau səviyyəsidir. Bu halda müonların (tauonların) doğulma biləcəyi əvvəl səviyyə səs Landau səviyyəsidir. Səs Landau səviyyəsində yaranan müonlar (tauonlar) üçün  $n' = 0, p_z' = 0, \gamma' = -1$  olduuna görə onların enerjisi öz sükunət enerjisindən  $E = m_e (E = m_\tau)$  bərabər olur və həmin müonlar (tauonlar) kinetik enerjiyini ümumiyyətlə, sükunət enerjisindən savayı lav enerjiyini malik olmadıqlarına görə yarandıqları güclü maqnitlər mühitdə qalır. Güclü maqnitlər mühit dedikdə güclü maqnitlər mi kosmik obyektlər bərabər dənmişdir. Birinci Landau səviyyəsində yaranan pozitronlar is  $E = \sqrt{m_e^2 + 2eH + (\check{S} - \check{S}')^2}$  enerjisindən malik olduğunu görə mühiti tərk edə bilir. Neticədə  $\epsilon_L + \tilde{\epsilon}_e \rightarrow L^- + e^+$  prosesləri hesabına yaranan bu pozitronlar kosmosa sıçrayır və yüksək enerjili pozitronlar kimi kosmik uların tərkibində olan elektronlarla müqayisədə üstün pay yaradır. Deməli, PAMELA və AMS-02 eksperimentlərinin müəhdid olunan pozitron artıqları inin [2-4] mümkün mənbələrin və yaranma mexanizmlərinin biri də güclü maqnitlər mi kosmik obyektlərdə maqnit sahəsi istiqamətində hər kət edən müon (tauon) neytrinoları ilə maqnit sahəsinin kəsi istiqamətində hər kət edən elektron antineytrinolarının səs Landau səviyyəsində olan müonlara (tauonlara) və birinci Landau səviyyəsində olan pozitronlara annihiliyasiyası prosesləridir.

## DƏBYYAT

1. . . . . , . . . . . , . . . . . , . . . . . , . . . . . , . . . . . , **63** (2000) 2041
2. Adriani O. et al. PAMELA Collaboration. Nature, 2009, 458, 607
3. Aguilar M. et al. AMS Collaboration, Phys. Rev. Lett., 2013, 110, 141102
4. Accardo L. AMS Collaboration. Phys. Rev. Lett., 2014, 113, 121101

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**MAQNİ TL M MÜH TD NEYTR NO-ANT NEYTR NO CÜTL R N N EN N  
POLYARLA MI ELEKTRON V POZ TRONLARA ANN H LYAS YASI**

**R.E. Qasimova, V.A. Hüseynov, N.Y. kərova,**

**H.B. Qasimova, E.M. Mahmudlu**

*AMEA amaxı Astrofizika Rəsədxanası Gündə fiziğası öbür si, Bakı Dövlət Universiteti Nəzəri fizika kafedrası, Qafqaz Universiteti Fizika kafedrası, Bakı, Azərbaycan;*

*BDU Nəzəri fizika kafedrası, Qafqaz Universiteti Fizika kafedrası,*

*Naxçıvan Dövlət Universiteti Ümumi və nəzəri fizika kafedrası,*

*Qafqaz Universiteti Fizika kafedrası*

gasimovar@yahoo.co.uk, vgusseinov@yahoo.com

Bu idməqsəd xarici, sabit, bircins maqnit sah sindən neytrino və antineytrinolar  $Oxy$  müstəvisində qarış-qarış 1 ya hər kət etdikdə yüklü lepton və antileptonların enin polyarla malarını nəzər almaqla  $\epsilon_- + \bar{\epsilon}_- \rightarrow e^- + e^+$  ( $\epsilon_+ + \bar{\epsilon}_+ \rightarrow e^- + e^+$ ) prosesinin effektivlik siyini hesablamaq, effektivlik siyin sah parametrindən asılılığını analitik və qrafik olaraq ara dirmaq, maqnit sah sinin baxılan proseslər təsirinin həmiyyətlidər cəd olmağı əbaşadıq sah intensivliyini müəyyənlər dirmək və alınmış nticilərin mümkün astrofiziki təbiqlərini göstərməkdir.

Neytrino və antineytrino  $Oxy$  müstəvisində ( $[=f/2; ['=f/2]$ ) qarış-qarış 1 ya ( $r'=r+f$ ) hər kət etdikdə baxılan proseslərin effektivlik sıklığını müəyyən edən müxtəlif indeksli  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  və  $I_4$  Lyaher funksiyalarının arqamenti olan

$$x = [\check{S}^2 \sin^2 \theta + \check{S}'^2 \sin^2 \theta' + 2\check{S}\check{S}' \sin \theta \sin \theta' \cos(r - r')] / (2eH) \quad (1)$$

dəyişimi  $x = (\check{S} - \check{S}')^2 / (2eH)$  kimi təyin edilir. Kifayət qədər güclü maqnit sah 1 rindən neytrino və antineytrinonun enerjilərinin bir-birinə yaxın qiymətlərinde  $[(\check{S} - \check{S}')^2 / (2eH)] \ll 1$  olur və  $x$

dəyişimi üçün  $x \approx 0$  qəbul edilə bilər. Maqnit sah sinin baxılan proseslər təsirini qrafik olaraq ara dirmaq məqsədilə konkret fiziki rait baxaqları  $E \gg \sim$ ,  $E \ll T$ ,  $E' \gg \sim$ ,  $E' \ll T$  rəti daxilində neytrino və antineytrino sah yə perpendikulyar istiqamətdə qarış-qarış 1 ya daxil olduqda ( $[=f/2; ['=f/2; r'=r+f]$ ) pozitron birinci Landau səviyyə sindi ( $n=1$ ), elektron isə ikinci Landau səviyyə sindi ( $n'=2$ ) yaranarsa, bu halda prosesin effektivlik sıyi aəidəsi sadə ifadə ilə verilir:

$$\tau = \tau' \left( \frac{(1+\zeta)^{1/2}(1+2\zeta)^{1/2}}{(1+\zeta)^{1/2} + (1+2\zeta)^{1/2}} t_4 \right). \quad (2)$$

Burada

$$\tau' = \frac{G_F^2 \sqrt{2}}{16f} m_e^2, \quad \zeta = \frac{H}{H_0}, \quad (3)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$t_4 = \frac{1}{8} \left[ g_+ (1 + \epsilon \epsilon') - g_- (1 - \epsilon'^2)^{1/2} (1 - \epsilon'^2)^{1/2} - 2g_\perp (\epsilon + \epsilon') \right] (1 - s) (1 + s'), \quad (4)$$

$$\epsilon = \frac{p_z}{E}, \quad \epsilon' = \frac{p'_z}{E'} \quad (5)$$

$$s = \frac{m_e}{\sqrt{E^2 - p_z^2}}, \quad s' = \frac{m_e}{\sqrt{E'^2 - p_z'^2}} \quad (6)$$

$$E = \sqrt{m_e^2 + 2eHn + p_z^2}, \quad E' = \sqrt{m_e^2 + 2eHn' + p_z'^2} \quad (7)$$

$$g_\pm = g_V^2 \pm g_A^2, \quad g_\perp = g_V g_A. \quad (8)$$

$\langle v \rangle'$ -i uyğun olaraq, pozitronun  $v$  elektronun spinlərinin sah istiqamətinə  $v$  ya onun kəsi istiqamətinə proyeksiyaları,  $g_V = -0,5 + 2 \sin^2 \theta_w$ ,  $\theta_w$  – Vaynberq bucağı,  $\sin^2 \theta_w \sim 0,23$ . (8) dəsturundan alınan  $\dagger/\dagger'$  nisbiyyəti  $\langle v \rangle'$  nindən asılı olan hər hansı bir  $f$  funksiyasıdır:  $\dagger/\dagger'(\langle v \rangle) = f(\langle v \rangle)$ . Lakin maqnit sah sinin baxılan proseslər təsiri son hədəfə elektron və pozitronların spin hallarından da asılıdır. Burada dörd hal mümkündür:

$$1) \langle v \rangle' = +1, \langle v \rangle'' = +1, \quad 2) \langle v \rangle' = -1, \langle v \rangle'' = -1, \quad 3) \langle v \rangle' = +1, \langle v \rangle'' = -1, \quad 4) \langle v \rangle' = -1, \langle v \rangle'' = +1. \quad (9)$$

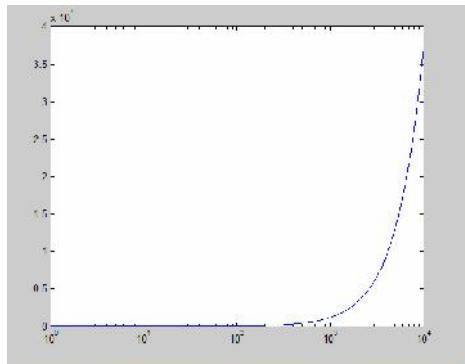
Biz burada diqqəti cəlb edən 2-ci və 3-cü halları tədqiq etib müqayisələr aparacaq.  $\langle v \rangle' = -1, \langle v \rangle'' = -1$  olan halda  $\dagger/\dagger'$  nisbiyyətinin  $\langle v \rangle'$  nindən asılılığı 1-də,  $\langle v \rangle' = +1, \langle v \rangle'' = -1$  olan halda  $\dagger/\dagger'$  nisbiyyətinin  $\langle v \rangle'$  nindən asılılığı 2-də verilmiş qrafiklərlə təsvir olunmur.  $\langle v \rangle'$ nin uyğunluğu  $g$ ın absis oxu loqarifmik miqyasda verilmişdir. Qrafiklərdən görüldüyü kimi maqnit sah sinin təsiri  $\langle v \rangle' = 10^2$  qiymətinə təsir edir, yəni  $H \sim 10^{15} \text{ Gs}$  tərtibli sah 1-rdə (məsləhətlər, maqnitarlarda) özünü həmiyyətli dərəcədə göstərməyi bağışır. Eyni zamanda maqnit sah sinin baxılan proseslər təsiri son hədəfə elektron və pozitronların spin hallarından da asılıdır.

$\langle v \rangle' = -1, \langle v \rangle'' = -1$  və  $\langle v \rangle' = +1, \langle v \rangle'' = -1$  olan hallarda  $\epsilon_- + \epsilon'_- \rightarrow e^- + e^+$  ( $\epsilon_\pm + \epsilon'_\pm \rightarrow e^- + e^+$ ) prosesinin bərabər sinin effekiv yüksəkliklərinin nisbiyyəti üçün ağındakı ifadə alınır:

$$\frac{\dagger(\langle v \rangle' = -1, \langle v \rangle'' = -1)}{\dagger(\langle v \rangle' = +1, \langle v \rangle'' = -1)} = \frac{[2g_A^2 - 2g_V g_A (\epsilon + \epsilon')](1+s)}{[2g_V^2 - 2g_V g_A (\epsilon + \epsilon')](1-s)}. \quad (10)$$

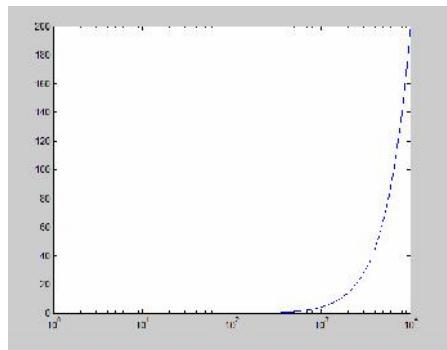
Fiziki həmiyyətlərin  $n=1, n'=2, H=10^2 H_0$  [1, 2] və  $p_z = m_e$  qiymətləri üçün  $\epsilon \cong 0,07$ ,  $\epsilon' \cong 0,05$ ,  $s \cong 0,07$ ,  $s' \cong 0,05$  qiymətlərinin alındığı inənzər alsaq (10) ifadəsinə istifadə etməklə ağındakı dəqiymətlər almır:

$$\frac{\dagger(\langle v \rangle' = -1, \langle v \rangle'' = -1)}{\dagger(\langle v \rangle' = +1, \langle v \rangle'' = -1)} \cong 21. \quad (11)$$



**kil 1.**  $' = -1, '' = -1$  olan halda  $\frac{\dagger}{\dagger}'(x)$  funksiyasının  $x$  dəyişindən asılılığı

Deməli, sah effektləri öz təsirini həmiyyətli dərəcədə göstərməyə bəlliadı  $H = 10^2 H_0 \sim 10^{15} Qs$  tərtibli maqnit sahələrinə [1, 2] pozitronlar birinci Landau səviyyəsində, elektronlar isə ikinci Landau səviyyəsində doğulduqda  $\epsilon_{\perp} + \tilde{\epsilon}_{\perp} \rightarrow e^- + e^+$  ( $\epsilon_{\pm} + \tilde{\epsilon}_{\pm} \rightarrow e^- + e^+$ ) prosesinin elektron və pozitronların spinlərinin sahənin kəsi istiqamətində yönəldiyi halda bəzəmə ehtimalı pozitronların spinlərinin sahə istiqamətində, elektronların spinlərinin isə sahənin kəsi istiqamətində yönəldiyi halda ehtimalından təqib növü 21-də böyükdür. Təhlili rəsədi, spinləri maqnit sahəsi istiqamətində yönəlmə ( $' = +1, '' = +1$ ) elektron və pozitronların yaranması spinləri maqnit sahəsinə nəzərən kəsi istiqamətində yönəlmə elektron və pozitronların yaranması ilə müqayisədə dominantlıq təkil edir.  $E \gg T$ ,  $E \ll T$ ,  $E' \gg T$ ,  $E' \ll T$  rəti daxilində neytrino və antineytrino sahəyə perpendikulyar istiqamətində qarış-qarış ıya daxil olduqda maqnitlarda gedən  $\epsilon_{\perp} + \tilde{\epsilon}_{\perp} \rightarrow e^- + e^+$  ( $\epsilon_{\pm} + \tilde{\epsilon}_{\pm} \rightarrow e^- + e^+$ ) prosesi hesabına birinci Landau səviyyəsində yaranan pozitronların və ikinci Landau səviyyəsində yaranan elektronların kəsi istiqamətində yönəlmə olur.



**kil 2.**  $' = +1, '' = -1$  olan halda  $\frac{\dagger}{\dagger}'(x)$  funksiyasının  $x$  dəyişindən asılılığı

## DƏBYYAT

1. Duncan R.C., Thompson C. The Astrophysical Journal Letters, 1992, v.392, pp.L9.
2. Kouveliotou C., Duncan R.C., Thompson C. Scientific American, 2003, v.288, No2, pp.24-31.

**HIGGS BOSON SEARCH AT LARGE HADRON COLLIDER  
AND PREDICTION OF EXISTENCE OF NEW BOSONS**

**V.A. Huseynov**

*Department of Theoretical Physics, Baku State University*

*Department of General and Theoretical Physics, Nakhchivan State University  
University Campus*

*Department of Physics, Qafqaz University, Baku-Sumgayit Road*

*vgusseinov@yahoo.com*

Recently a new neutral boson (NB) at a mass around  $125 \text{ GeV}$  [1, 2] with properties compatible with the Standard Model Higgs boson was discovered in the LHC ATLAS and CMS experiments. Determination of the spin and parity of the NB at a mass around  $125 \text{ GeV}$  is one of the most important questions of LHC physics. The different  $J^P = 0^+, 0^-, 1^+, 1^-, 2^+$  models were discussed for identification of the NB at a mass around  $125 \text{ GeV}$ . Obviously, the discovered NB at a mass around  $125 \text{ GeV}$  is not an on-shell spin 1 particle. According to the Landau-Yang theorem an on-shell spin 1 particle can not directly decay into a pair of photons [3, 4]. In general, the existing experimental data exclude the  $J^P = 0^-, 1^+, 1^-, 2^+$  models at confidence levels above 97.8% and provide evidence for the spin  $J^P = 0^+$  nature of the indicated NB [5]. However, the  $J^P = 2^+$  model has not been completely excluded yet. Thus, so far the spin of the discovered NB at a mass around  $125 \text{ GeV}$  is an urgent topic of LHC physics.

The main purpose of this work is to determine the condition in what the arbitrary NB having the mass in the range  $0 < m < 2m_W$  (including the NB at a mass around  $125 \text{ GeV}$ ) can decay into a pair of on-shell  $W^-$ - and  $W^+$ -bosons in a magnetic field (MF), to determine the spin of the indicated NBs, to study possible existence of new NBs having the mass in the range  $0 < m < 2m_W$  and to estimate the MF strength required for realization of the new decay channel.

On the ground Landau level the  $W^-$  ( $W^+$ )-boson spin is oriented opposite to (along) the MF direction, i.e.  $s_{-z} = -1$  ( $s_{+z} = +1$ ), and the  $W^\mp$ -boson energy satisfies the inequality

$$E_{W^\mp} = \sqrt{m_W^2 - eB} < m_W \quad (1)$$

for  $B \neq 0$  provided that  $B \leq B_{0W}$ .

One of the main decay modes of the NB at a mass around  $125 \text{ GeV}$  observed in the LHC experiments is the  $H \rightarrow WW^*$ . We have obtained the following relation for the energy of the decaying NB which we assume to be at rest

$$E = m = 2\sqrt{m_W^2 - eB} < 2m_W. \quad (2)$$

We have determined that  $B$  should satisfy the condition

$$B \geq B_{\min}, \quad (3)$$

where

$$B_{\min} = 2f \frac{m_w \Gamma_w}{e} \quad (4)$$

is the minimal strength of the MF that can affect on a  $W^\mp$ -boson during its life time in a MF where  $\Gamma_w$  is the  $W$ -boson decay width in a MF. Thus, in current situation the MF strength changes in the range

$$2f \frac{\Gamma_w}{m_w} \frac{m_w^2}{e} \leq B < \frac{m_w^2}{e}. \quad (5)$$

instead of the range  $0 < B < B_{0w}$ . At the same time  $B_{\min}$  is the minimal strength of the MF that is required for realization of the decay of an arbitrary NB having the mass in the range  $0 < m < 2m_w$  into the on-shell  $W^-$ - and  $W^+$ -bosons on the ground Landau level. The minimal MF strength  $B_{\min}$  also determines the maximal mass of the arbitrary NB that can exist in the mass range  $0 < m < 2m_w$  and decay into the on-shell  $W^-$ - and  $W^+$ -bosons on the ground Landau level in a MF

$$0 < m \leq m_{\max}, \quad (6)$$

where

$$m_{\max} = 2m_w \sqrt{1 - 2f \frac{\Gamma_w}{m_w}} \quad (7)$$

and

$$m_{\max} < 2m_w. \quad (8)$$

Now let us estimate the maximal mass of the NB that may exist in the mass range  $0 < m < 2m_w$  and can decay into the on-shell  $W^-$ - and  $W^+$ -bosons on the ground Landau level in a MF. For this purpose we use the formula (7). For rough estimation we put  $\Gamma_w^0 \approx 2.085 \text{ GeV}$  [6] instead of  $\Gamma_w$ , where  $\Gamma_w^0$  is the  $W^\mp$ -boson decay width in free case when a MF is absent. In this case we obtain  $147 \text{ GeV}$  for the NB mass. However, in a MF the  $W^\mp$ -boson mean lifetime differs from the mean lifetime in free case. Therefore, the  $W^\mp$ -boson decay width  $\Gamma_w$  in a MF is not equal to the free decay width  $\Gamma_w^0$  and it may be greater or smaller than  $\Gamma_w^0$ . Depending on the  $W^\mp$ -boson decay width (mean lifetime) in a MF the maximal mass of the NB existing in the mass range  $0 < m < 2m_w$  and decaying into the on-shell  $W^-$ - and  $W^+$ -bosons on the ground Landau level in a MF is around about  $147 \text{ GeV}$ . The spin of this NB can be  $J = 0, 1, 2$ .

If we take into account the anomalous magnetic moment of W-bosons, we obtain the following formula for the mass of the new NB

$$m_{Y_{\max}} = 2m_W \left( 1 - 2f \frac{\Gamma_W}{m_W} \right) \left[ 1 + \left( 2f \frac{\Gamma_W}{m_W} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (9)$$

More detail and additional calculations that takes into account the anomalous magnetic moment of W-bosons show that the mass of the expected possible new NB is in the range

$$133 \text{ GeV} < m < 147 \text{ GeV}. \quad (10)$$

The quantum state or particle with the spin  $J=2$  obtained here can be interpreted in two ways:

1) if the NB at a mass around 125 GeV is not the only NB (except the known neutral Z-boson) in the mass range  $0 < m < 2m_W$ , it means that in the indicated mass range there may exist the new NBs with the spins  $J=0$ ,  $J=1$  and  $J=2$  besides the 125 GeV Higgs boson; the predicted NBs may be either fundamental particles or bound states; the bound state consisting of  $W^-W^+$ -pair may be a candidate for the quantum state or particle possessing the properties  $J=0$ ,  $J=1$  and  $J=2$ . At the same time it should be noted that the mass  $m_{W^-W^+}$  of the  $W^-W^+$ -bound state lies in the range  $0 < m < 2m_W$ .

2) if the NB at a mass around 125 GeV is the only NB with the spin  $J \neq 1$  in the mass range  $0 < m < 2m_W$ , it means that the NB at a mass around 125 GeV possesses both the spin  $J=0$  property and the spin  $J=2$  property. The LHC experimental data show that the spin  $J=2$  version still remains. Even the existing experimental data can not completely exclude the spin  $J=2$  version.

The existing experimental data also show that there are weak signals around 135 GeV that are in favour of the predicted new NB in the mass range below 160 GeV.

#### REFERENCES

1. ATLAS Collaboration. Phys. Lett. B 716, 1 (2012).
2. CMS Collaboration. Phys. Lett. B 716, 30 (2012).
3. L. D. Landau, Dokl. Akad. Nauk USSR 60, 207 (1948).
4. C. N. Yang, Phys. Rev. 77, 242 (1950).
5. ATLAS Collaboration. Phys. Lett. B 726, 120 (2013).
6. K. A. Olive et al., Particle Data Group, Chin. Phys. C 38, 090001 (2014).

**SEARCH FOR THE ASSOCIATED PRODUCTION OF THE  
HIGGS BOSON WITH A TOP QUARK PAIR IN MULTILEPTON  
FINAL STATES WITH THE ATLAS DETECTOR**

N.A. Huseynov, Y. Ilchenko\*

JINR, Dubna, Russia, [nguseynov@jinr.ru](mailto:nguseynov@jinr.ru)

\*University of TEXAS, Austin, USA, [ilchenko@physics.utexas.edu](mailto:ilchenko@physics.utexas.edu)

A search for the associated production of the Higgs boson with a top quark pair is performed in multilepton final states using  $20.3\text{fb}^{-1}$  of proton–proton collision data recorded by the ATLAS experiment at  $\sqrt{s} = 8\text{TeV}$  at the Large Hadron Collider. Five final states, targeting the decays  $H \rightarrow WW^*$ ,  $WW^* \rightarrow l\bar{l}$ , and  $ZZ^*$ , are examined for the presence of the Standard Model (SM) Higgs boson: two same-charge light leptons ( $e$  or  $\mu$ ) without a hadronically decaying  $\tau$  lepton; three light leptons; two same-charge light leptons with a hadronically decaying  $\tau$  lepton; four light leptons; and one light lepton and two hadronically decaying  $\tau$  leptons. No significant excess of events is observed above the background expectation. The best fit for the  $t\bar{t}H$  production cross section, assuming a Higgs boson mass of  $125\text{ GeV}$ , is  $2.1^{+1.4}_{-1.2}$  times the SM expectation, and the observed (expected) upper limit at the 95% confidence level is 4.7 (2.4) times the SM rate. The p-value for compatibility with the background-only hypothesis is 1.8 ; the expectation in the presence of a Standard Model signal is 0.9 .

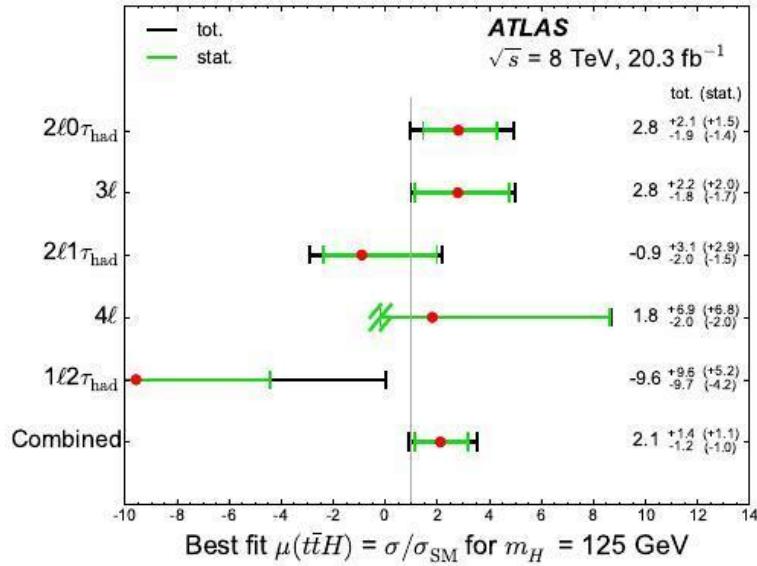
The discovery of a new particle  $H$  with a mass of about  $125\text{ GeV}$  in searches for the Standard Model (SM) Higgs boson at the LHC was reported by the ATLAS and CMS Collaborations in July 2012. The particle has been observed in the decays  $H \rightarrow \tau\tau$ ,  $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ , and  $H \rightarrow WW^* \rightarrow l\bar{l} l\bar{l}$  and evidence has been reported for  $H \rightarrow \tau\tau$ , consistent with the rates expected for the SM Higgs boson. The observation of the process  $t\bar{t}H$  in which the Higgs boson is produced in association with a pair of top quarks ( $t\bar{t}H$ ) would permit a direct measurement of the top quark–Higgs boson Yukawa coupling in a process that is tree-level at the lowest order, which is otherwise accessible primarily through loop effects. Having both the tree- and loop-level measurements would allow disambiguation of new physics effects that could affect the two differently, such as dimension-six operators contributing to the  $ggH$  vertex. This letter describes a search for the SM Higgs boson in the  $t\bar{t}H$  production mode in multilepton final states. The five final states considered are: two same-charge-sign light leptons ( $e$  or  $\mu$ ) with no additional hadronically decaying  $\tau$  lepton; three light leptons; two same-sign light leptons with one hadronically decaying  $\tau$  lepton; four light leptons; and one light lepton with two hadronically decaying  $\tau$  candidates. These channels are sensitive to the Higgs decays  $H \rightarrow WW^*$ ,  $WW^* \rightarrow l\bar{l} l\bar{l}$ , and  $ZZ^*$  produced in association with a top quark pair decaying to one or two leptons. A similar search has been performed by the CMS Collaboration. The selections of this search are designed to avoid overlap with ATLAS searches for  $t\bar{t}H$  in  $H \rightarrow b\bar{b}$  and  $H \rightarrow \tau\tau$  decays. The main backgrounds to the signal arise from  $t\bar{t}$  production with additional jets and non-prompt leptons, associated production of a top quark pair and a vector boson  $W$  or  $Z$  (collectively denoted  $t\bar{t}V$ ), and other processes where the electron

charge is incorrectly measured or where quark or gluon jets are incorrectly identified as candidates.

This analysis is a search for  $t\bar{t}H$  production; as such, production of  $tHqb$  and  $tHW$  is considered as a background and set background to Standard Model induces expectation. Including  $\mu = -0.04$  this compared contribution to setting as a fit to zero. A full extraction of limits on the top quark Yukawa coupling including the relevant modifications of single top plus Higgs boson production. The results are sensitive to the assumed cross sections for  $H \rightarrow WW^*$ , and  $t\bar{t}Z$  production, and use theoretical predictions for these values as experimental measurements do not yet have sufficient precision. The best-fit  $\mu$  value as a function of these cross sections is

$$\mu(t\bar{t}H) = 2.1 - 1.4 \left( \frac{(t\bar{t}W)}{232 \text{ fb}} - 1 \right) - 1.3 \left( \frac{(t\bar{t}Z)}{206 \text{ fb}} - 1 \right)$$

A search for  $t\bar{t}H$  production in multilepton final states has been performed using 20.3fb of proton–proton collision data at  $t\bar{t}H$  recorded by the ATLAS experiment at the LHC. The best-fit value of the ratio  $\mu$  of the observed production rate to that predicted by the Standard Model is  $2.1^{+1.4}_{-1.2}$ . This result is consistent with the Standard Model expectation. A 95% confidence level limit of  $\mu < 4.7$  is set. The expected limit in the absence of  $t\bar{t}H$  signal is  $\mu < 2.4$ . The observed (expected) p-value of the no-signal hypothesis corresponds to 1.8 (0.9 ).



**Figure 1.** Best-fit values of the signal strength parameter  $\mu = \frac{\text{t}\bar{\text{t}}\text{H,obs}}{\text{t}\bar{\text{t}}\text{H,SM}}$ .

For the 4l Z-depleted category,  $\mu < -0.17$  results in a negative expected total yield and so the lower uncertainty is truncated at this point.

## **AKS AL-VEKTOR MEZONUN NUKLONLARLA**

### **QAR İLİQLİ TƏSİR SABİTİ**

**. M. M. Məmmədov<sup>1</sup>, N.C. Hüseynova<sup>1,2</sup>**

**(1) BDU, Fizika Problemləri ET**

**(2) BDU Nüzəri Fizika Kafedrası**

**nerminh236@gmail.com**

*AdS/KXD-nin sırt divar modelində  $a_1$  aksial vektor mezon ilə nuklonların qarılıqlı təsiri məsələsinə baxılmışdır. AdS fəzasının daxilində  $A_L$  və  $A_R$  kalibrli məsahələri vasitəsilə aksial vektor sah və kiral simmetriyani pozmaq üçün psevdoskalyar sah daxil edilmişdir. Bu sah lər üçün AdS fəzasının daxilində Lagranjian yazılmış, hər kətənlikləri alınmış və bu tənliklərin həlli olan profil funksiyaları təpilmişdir. AdS/KSN uyğunluq unaşanaraq daxili fəzada yazılmış qarılıqlı təsir Lagranjianından istifadə edərək  $a_1$  mezon-nuklon qarılıqlı təsir sabiti  $g_{a_1 NN}$  üçün sırt divar modelində lav ölçü üzrə integral ifadələr alınmışdır.*

**Açar sözlər:** Anti-de Sitter fəzasi, aksial vektor, mezon, nuklon, profil funksiya

### **I. GİRİŞ**

Konformal sahə nüzəriyyəsi uyğunluq unaşanı görə 5 ölçülü Anti-de-Sitter fəzasının daxilində təyin olunmuş ixtiyari sahəyi, bu fəzanın ultrabənövşəyi sırhəddində operator qarşı qoyulur. Sırhəddə təyin olunmuş Kvant Xromodinamikasındaki konfaynment xassəsi daxildə ki AdS fəzası ilə 2 üsulla verilir ki, bunlar da AdS/KXD nüzəriyyəsinin sırt və yumşaq divar modelləri adlanır [1,2] :

1) Sırt divar modelində fəzanın üzərinə kin (infraqırmızı) sırhəddə rəti qoyulmaqla, nüzəriyyənin hədud oblastda qurulur. Sırt divar modeli mezonlar üçün xətti asılı olaraq artan kütlə spektri verir.

2) Yumşaq divar modelində 5 ölçülü integralın qiyməti sonlu etmək üçün təsirin ifadəsinin eksponensial vuruşunu kəndə Dilaton sahəsi daxil edilir. Yumşaq divar modeli mezonların kütləsinin kvadratı üçün xətti asılı olaraq artan spektr verir.

Təqdim olunan iddia aksial-vektor mezon ilə nuklonların qarılıqlı təsir məsələsi AdS/KXD-nin sırt divar modelində tədqiq edilmişdir. Qeyd edək ki, bu qarılıqlı təsir bugun qədər sırt divar modelində ara dirilməmişdir. Bizvvə ləki ilərimizdə yumşaq divar modelində vakuuumda  $a_1$ -mezonun nuklonlarla [3] qarılıqlı təsirini ara dırmış və uyğun qarılıqlı təsir sabitinin dəyişimi hesablanmışdır.

Məqalədə sırt divar modeli çərçivəsində  $a_1$ -mezon və nuklonlar üçün AdS fəzasının daxilində Lagranjian yazılmış, hər kətənlikləri alınmış və bu tənliklərin həlli olan profil funksiyaları təpilmişdir.

Anti-de-Sitter Konformal Sahə Nüzəriyyəsi uyğunluq unaşanaraq daxili fəzada yazılmış qarılıqlı təsir Lagranjianlarından istifadə edərək AdS fəzasının daxilində  $a_1$ -mezon-nuklon qarılıqlı təsir sabiti üçün lav ölçü üzrə integral ifadəsi alınmışdır. Sonra isə alındı imiz ifadəni yumşaq divar modelində alınan qiymətlər müqayisə etmişik.

## II. S RT DIVAR MODELİ

Sərt divar modelində fəzanın üzərinə kəskin (infraqırmızı) sərhəd dərti qoyulmaqla, nəzəriyyə məhdud oblastda qurulur və təsir (1) dəstəru ilə təyin olunur:

$$I = \int_0^{x_M} d^5x \sqrt{g} L, \quad (1)$$

burada integrallama 0-dan  $x_M$ -ə qədər aparılır,  $g = |det g_{MN}|$  ( $M,N=1,2,3,4,5$ ) və AdS fəzasının metrikası aşağıdakılardır:

$$\begin{aligned} ds^2 &= \frac{1}{z^2} (-dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu) \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \\ g_{MN} dx^M dx^N &= e^{2A(z)} (dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \end{aligned} \quad (2)$$

Burada  $\eta_{\mu\nu}$  Minkovski metrikasıdır.

$$\eta_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1) \quad (3)$$

## III. ANTI-DE-SITTER FƏZASININ SERT DIVAR MODELINDƏ AKSIAL VEKTOR MEZON

AdS fəzasının daxilində 2-də də  $A_L^M$  və  $A_R^M$  kalibrələmə sahələri vardır ki, bunlar da  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  kiral simmetriya qrupuna tabe olaraq sol və sağ kiral sahələr kimi çevirilir. Əzəmətli kalibrələmə sahələrinə bərabər skalar  $X$  sahəsi dəvər ki, bu sahənin  $A_L^M$  və  $A_R^M$  kalibrələmə sahələri ilə qarışlıdır. Təsirin təcridi kiral simmetriya pozulur. Skalar  $X$  sahəsi  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  qrupunun bifundamental təsviri kimi çevirilir. Vektori sahələri üçün Anti De Sitter Konformal Sahə Nəzəriyyəsi prinsipinə görə vektori sahənin Kaluza-Kleyn modalarının ultrabərabərliyi sərhəddi ki, qiyməti vektor mezonlarının hallarına uyğunlaşır. Zərər ciklər fiziğində nüvələr zərər ciklər  $p$  mezon oldu undan, Kaluza-Kleyn modasının birinci həyəcanla maşviyyətin  $p$  mezon uyğunlaşır [3]. Lakin aksial vektor üçün sərhəd rəngi rində istifadə olunur və beləliklə  $a_1$  mezon üçün həm kütlə spektrinin ifadəsi və həmdə həyəcanla maşviyyəti  $p$  mezonun kütlə dəstəru vəşviyyəti ilə üst-üstə düşür.

Bütün bu sahələri üçün yekun təsir belədir:

$$I = \int d^5x \sqrt{g} \left\{ -|DX|^2 + 3|X|^2 - \frac{1}{4g_5^2} (F_L^2 + F_R^2) \right\}, \quad (4)$$

Burada 5-ölçülü qarışıqlı təsir sabiti rəngi yükündən asılıdır:

$$g_5^2 = \frac{12\pi^2}{N_c} = 2\pi$$

Bu iki kalibrələmə sahələrini toplayaraq yekun vektori sahə və aksial-vektori sahə alarıq:  $V = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_L + A_R)$ ,  $A = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_L - A_R)$ .

Sərtlilik üçün biz  $A_5 = 0$  kalibrovkasında işləyəcəyik. Təsirin (4) ifadəsinə təyin olunan vektori sahə üçün hər kəttə nəliyi ağırladıq kildir:

$$\left[ -\frac{m_n^2}{z} - \partial_z \left( \frac{1}{z} \right) \partial_z + \frac{2E_n^2 v^2}{z^3} \right] A_n(z) = 0 \quad (5)$$

$$A_n(z=0) = \partial_z A_n(z_M) = 0 \quad (6)$$

Sərhəd条件下 istifadə edərək  $a_1$  aksial vektor mezon üçün a 1-dakı dələ funksiyası alınmışdır:

$$A_1(z) = \frac{z J_1(m_{a_1} z)}{\sqrt{\int_0^{z_M} dz z [J_1(m_{a_1} z)]^2}} \quad (7)$$

Burada  $J_1(m_{a_1} z)$  1-ci tərtib Bessel funksiyasıdır.

#### **IV. ANTI-DE-SITTER FƏZASININ SƏRT DIVAR MODELINDƏ NUKLONLAR**

Dəsəsəmiz sərhəddə ki aksial vektor spinorlarını təsvir etmək üçün 5 ölçülü daxili fəzada 1-cüt spinor daxil etməkdir. Sərhəddə ki  $O_L$  və  $O_R$  nuklonlar  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  qrupunun təsiri altında müxtəlif cür çevrildiyindən 5 ölçülü fəzada  $O_L$  və  $O_R$ -uyun olaraq 2-də 5 ölçülü vektor spinorlar daxil edilir. Bu nuklonlar üçün təsir a 1-dakı kildədir:

$$S = \int d^4x dz \sqrt{g} \left( \frac{i}{2} \bar{\Psi}_1 e_A^N \Gamma^A D_N \Psi_1 - \frac{i}{2} (D_N \Psi_1)^\dagger \Gamma^Q e_A^N \Gamma^A \Psi_1 - m_5 \bar{\Psi}_1 \Psi_1 \right) \quad (8)$$

burada  $e_A^N = z \delta_A^N$  yixtli fəzadan düzənlilik fəzaya keçid veylbeyni adlanır və  $g^{MN} = e_A^M e_B^N \eta^{AB}$ .  $D_N = \partial_N - \frac{1}{8} \omega_N^{AB} [\Gamma^A, \Gamma^B] - i(A_L^a)_M t^a$  is kovariant törəmdir. Spin laqının sıfırdan fərqli komponentləri a 1-dakılardır:

$$\omega_\mu^{5A} = -\omega_\mu^{A5} = \frac{1}{z} \delta_\mu^A \quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$$

$\{\Gamma^A, \Gamma^B\} = 2\eta^{AB}$   $\Gamma^A = (\gamma^\mu, -i\gamma^5)$  is 5-ölçülü qamma matrisləridir.

Təsirin (8) ifadəsinə hər kəttə nəliyi a 1-dakı kildə tapılır:

$$[ie_A^N \Gamma^A \partial_N - \frac{1}{8} \omega_N^{AB} [\Gamma^A, \Gamma^B] e_A^N \Gamma^A - m_5] \Psi_1 = 0 \quad (9)$$

(12) ifadəsinə nə profil funksiyalar üçün a 1-dakı tənliklər sistemi alınır

$$\begin{aligned} \left[ \partial_z^2 - \frac{4}{z} \partial_z + \frac{6-m_5-m_5^2}{z^2} \right] f_{1R} &= -p^2 f_{1R}; \\ \left[ \partial_z^2 - \frac{4}{z} \partial_z + \frac{6+m_5-m_5^2}{z^2} \right] f_{1L} &= -p^2 f_{1L}; \end{aligned} \quad (10)$$

Sərhəd rətli rində istifadə edərək nuklonların profil funksiyaları üçün a 1-dakı ifadələr alınmışdır:

$$\begin{aligned} f_{1L} &= C_1 z^{\frac{5}{2}} J_2(|p|z), \quad f_{1R} = C_2 z^{\frac{5}{2}} J_3(|p|z) \\ f_{2L} &= -C_2 z^{\frac{5}{2}} J_3(|p|z), \quad f_{2R} = C_1 z^{\frac{5}{2}} J_2(|p|z) \end{aligned} \quad (11)$$

Burada  $C_1$  və  $C_2$  normalallaşmışdır və normalallaşmış rətindən onlar üçün a 1-dakı ifadələr alınır:

$$|C_{1,2}| = \frac{\sqrt{2}}{z_M J_2(m_n z_M)} \quad (12)$$

(11) ifadə 1 rindən göründüyü kimi nuklonlar üçün profil funksiyalar bir-biriləşmədən ibarətdirlər:

$$f_{1L} = f_{2R}, \quad f_{1R} = -f_{2L}$$

## V. AKSIAL-VEKTOR MEZONUN NUKLONLARLA QARŞI İLİQLİ TƏSİR SABİTİ

$\mathcal{L}_{q/t}$  fəzada nuklonların aksial vektori sahə ilə qarşılıqlı təsir ilə sirlə ifadə olunur:

$$\mathcal{L} = \int d^5x \sqrt{g} \mathcal{L}_{q/t} \quad (13)$$

Burada qarşılıqlı təsir Laqranjiani  $\mathcal{L}_{q/t}$  2 hədəd nümunədir:

$$\mathcal{L}_{q/t} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 \quad (14)$$

Burada  $\mathcal{L}_1$  minimal qarşılıqlı təsir Laqranjianı club

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} \{ \bar{\Psi}_1 \Gamma^\mu A_\mu \Psi_1 - \bar{\Psi}_2 \Gamma^\mu A_\mu \Psi_2 \}, \quad (15)$$

Aksial vektori sahənin nuklon cərəyanı ilə qarşılıqlı təsir həddindən ibarətdir.

$$\mathcal{L}_2 = \frac{i}{4} k_1 \{ \bar{\Psi}_1 [\Gamma^5, \Gamma^\mu] \partial_5 A_\mu \Psi_1 + \bar{\Psi}_2 [\Gamma^5, \Gamma^\mu] \partial_5 A_\mu \Psi_2 \} \quad (16)$$

$\mathcal{L}_1$  və  $\mathcal{L}_2$  Laqranjianlarından  $g_{a_1 NN}$  qarşılıqlı təsir sabiti üçün ağırlıq integral ifadəsi tətbiq edilir:

$$g_{a_1 NN}^{(0)nm} = \int_0^{z_M} \frac{dz}{2z^4} A_1(z) \left( f_{1R}^{(n)*}(z) f_{1R}^{(m)}(z) - f_{1L}^{(n)*}(z) f_{1L}^{(m)}(z) \right) \quad (17)$$

Analoji olaraq

$$g_{a_1 NN}^{(1)nm} = \int_0^{z_M} \frac{k_1 dz}{z^5} \partial_z A_1(z) \left( f_{1L}^{(n)*}(z) f_{1L}^{(m)}(z) + f_{1R}^{(n)*}(z) f_{1R}^{(m)}(z) \right) \quad (18)$$

Bəlli, AdS/KXD-nin sırt divar modelində aksial vektor mezon nuklon qarşılıqlı təsir sabiti (17) və (18) təsirlərinin cəmi klinidə ifadə olunur:

$$g_{a_1 NN} = g_{a_1 NN}^{(0)nm} + g_{a_1 NN}^{(1)nm} \quad (19)$$

### Cədvəl.

Aksial vektor mezon nuklon qarşılıqlı təsir sabitininə dədiyi qiyməti

n	m_N	m_N <sup>h.w.</sup>	g <sub>a<sub>1</sub>NN</sub> <sup>(0)nm</sup>	g <sub>a<sub>1</sub>NN</sub> <sup>(1)nm</sup>	g <sub>a<sub>1</sub>NN</sub> <sup>h.w.</sup>	g <sub>a<sub>1</sub>NN</sub> <sup>s.w.</sup>	g <sub>a<sub>1</sub>NN</sub> <sup>sxp.</sup>
0	0.94	1.089	-0.12	1.55	1.43	0.7704	4.7±0.6
1	1.44	1.323	-0.105	1.28	1.175	0.4363	---
2	1.535	1.556	-0.08	1.026	0.946	0.295	---

D B YYAT

1. A.Karch, E. Katz, D.T.Son and M.A. Stephanov, Phys. Rev. D 74, 015005 (2006)
2. Z. Abidin and C.Carlson, Phys. Rev. D 79, 115003 (2009)
3. H.C. Ahn, D.K. Hong, C.Park and S. Siwach, Phys.Rev. D 80, 054001 (2009)

**CONDENSATE DEPENDENCE OF PROFILE FUNCTION  
OF AXIAL VECTOR MESON**

**Sh.A. Mamedov<sup>1</sup>, N.J. Huseynova<sup>1,2</sup>, A. E. Gardashova<sup>2</sup>**

(1) *Institute of Physical Problems of BSU*

(2) *Theoretical Physics Department of BSU*

[nerminh236@gmail.com](mailto:nerminh236@gmail.com)

*The condensate dependence of axial vector meson-spinor interaction was considered in the hard-wall framework of AdS/QCD. Bulk-to boundary propagators for the bulk axial vector field was presented, which boundary values are corresponded to the  $a_1$  meson respectively. The action was obtained from the bulk interaction Lagrangian, where was included condensate dependence of profile function of  $a_1$  meson.*

**Key words:** Condensate, axial vector, meson, profile function

**I. INTRODUCTION**

During the last few years applications of gauge/gravity duality [1, 2] to hadronic physics attracted a lot of attention and various holographic dual models of QCD were proposed in the literature. These models were able to incorporate such essential properties of QCD as confinement and chiral symmetry breaking and also to reproduce many of the static hadronic observables, with values rather close to the experimental ones. Within the framework of the AdS/QCD models, by modifying the theory in the 5-dimensional AdS bulk one may try to explain experimental results in different sectors of QCD.

There are two main models of AdS/QCD, which are called hard-wall and soft-wall models.

In the present paper, we will be interested in the hard-wall AdS/QCD model, where the confinement is modeled by sharp cutting of the AdS space along the extra fifth dimension at a wall located at some finite distance  $z = z_0$ . In the framework of this hard-wall model, it is possible to find form-factors and wave functions of mesons and baryons.

In general, the vector sector is less sensitive to the infrared (IR) effects, since this symmetry is not broken in QCD. However, the axial-vector sector appears to be very sensitive to the particular way the chiral symmetry is broken, or in other words, to the bulk content and the shape of the IR wall.

In this respect, one of the interesting objects to study in the holographic dual models of QCD is the axial vector meson. The properties of the axial vector meson were studied in various holographic approaches.

In this paper, working in the framework of the hard-wall model we describe a formalism to calculate the wave function of the  $a_1$  meson. For this aim we consider condensate depends of profile function of  $a_1$  meson.

## II. HARD-WALL MODEL

In the hard-wall model the confinement is modeled by sharp cutting of the AdS space along the extra fifth dimension. Action for this model is [3]:

$$I = \int_0^{z_M} d^5x \sqrt{g} L, \quad (1)$$

where  $g = |\det g_{MN}|$  ( $M, N = 1, 2, 3, 4, 5$ ) and the metric of AdS/QCD is :

$$\begin{aligned} ds^2 &= \frac{1}{z^2} (-dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu) \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \\ g_{MN} dx^M dx^N &= e^{2A(z)} (dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\eta_{\mu\nu}$  is a Minkovskii metric

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (3)$$

## III. AXIAL VECTOR MESON AND ITS PROFIL FUNCTION

In the bulk of AdS space there are gauge fields  $A_L^M$  and  $A_R^M$ , which transform as a left and right chiral fields under  $SU(N_F)_L \times SU(N_F)_R$ . Besides gauge fields there is scalar field  $X$ , which transforms under bifundamental representation of gauge group  $SU(N_F)_L \times SU(N_F)_R$ . Action for these fields has a form:

$$I = \int d^5x \sqrt{g} \left\{ -|DX|^2 + 3|X|^2 - \frac{1}{4g_s^2} (F_L^2 + F_R^2) \right\}. \quad (4)$$

Here 5-dimensional coupling constant is related with number of colors

$$g_s^2 = \frac{12\pi^2}{N_c} = 2\pi$$

We can get a vector and axial vector fields from these gauge fields by composing them as following:

$$V = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_L + A_R), \quad A = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_L - A_R)$$

In the holographic model of hadrons, QCD resonances correspond to Kaluza-Klein (KK) excitations in the sliced AdS background. In particular, vector mesons correspond to the KK modes of transverse vector gauge field in this model. Since the gauge symmetry in the vector sector of the Holographic model is not broken, similarly vector case, the axial-vector mesons are the modes of the transverse part of the axial-vector gauge field. Since the axial-vector gauge symmetry is broken in the 5D background, the longitudinal components have physical meaning and are related to the pion field as:

$$A_{M||}^a(x, z) = \partial_M \psi^a(x, z)$$

where  $\psi^a(x, z)$  is a pion field. We shall work in  $A_5 = 0$  gauge.

Equation of motion for axial vector field will be obtained from the action (4) and has a form:

$$\partial_z^2 a_1^0 + \frac{1}{z} \partial_z a_1^0 + \left[ \bar{\omega}_0^2 - g^2 (m_q + \sigma z^2)^2 - \frac{1}{z^2} \right] a_1^0 = 0 \quad (5)$$

For finding mass spectrum in this case it is reasonable to apply the IR boundary condition to the asymptotic solution found at IR limit. For the IR asymptotic solution we shall take  $z \rightarrow z_{IR}$  limit from (4) and set the  $z = z_{IR}$  in the condensate term. Before doing this approximation let us compare numerically the last two terms in equations (4) when  $z \rightarrow z_{IR}$ . The approximate values are as follow:

$$z_{IR}^{-1} \approx 0.33 \text{ GeV}, z_{IR} \approx 3(\text{GeV})^{-1}, z_{IR}^4 \approx 81(\text{GeV})^{-4}$$

$$\sigma \approx (0.3)^3 (\text{GeV})^3, g^2 = 4\pi^2/N_c \approx 13.2$$

Then

$$g^2 \sigma^2 (z_{IR})^4 \approx 0.06(\text{GeV})^2, 1/(z_{IR})^2 = 0.1(\text{GeV})^2 \quad (6)$$

Thus, the  $1/z^2$  term contributes twice more than the  $g^2 \sigma^2 z^4$  term and so, we may make an approximation in (4) by setting  $z = z_{IR}$  only in the condensate term and keeping the term  $1/z^2$  variable. At this limit the condensate term in the equations (4) becomes constant and the IR asymptotic solution of these equations is expressed in terms of Bessel function  $J_1$ :

$$a_{1s}^a = cz J_1(\bar{m}_a^s z) \quad (7)$$

Obviously, the UV boundary condition was applied on this solution. The mass spectrum  $\bar{m}_a^s$  in (7) is expressed in terms of  $z_{IR}$ :

$$\bar{m}_0^s = \sqrt{(\bar{\omega}_0^s)^2 - g^2 (m_q + \sigma(z_{IR})^2)^2} \approx \bar{\omega}_0^s - \frac{g^2 (m_q + \sigma(z_{IR})^2)^2}{2\bar{\omega}_0^s}$$

after using from the boundary conditions (6), we get the profile function for the axial-vector meson  $a_1$  as:

$$A_1(z) = \frac{z J_1(\bar{m}_0^s z)}{\sqrt{\int_0^{z_{IR}} dz z [J_1(\bar{m}_0^s z)]^2}} \quad (8)$$

where  $J_1(\bar{m}_0^s z)$  is a first kind Bessel function,  $\bar{\omega}_0^s$  is a vacuum mass of axial vector meson.

#### REFERENCES

1. A.Karch, E. Katz, D.T.Son and M.A. Stephanov, Phys. Rev. D 74, 015005 (2006),
2. Z. Abidin and C.Carlson, Phys. Rev. D 79, 115003 (2009),
3. H.C. Ahn, D.K. Hong, C.Park and S. Siwach, Phys.Rev. D 80, 054001 (2009)

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

... , ... ,  
, AZ5618,  
[jascience@yahoo.com](mailto:jascience@yahoo.com)

[1],

(z 1.95).

70-

**GalRedShiftAn**

**SWIRE.**

**1.**

60-

[1],

(z 1.95).

73-

[2]

(z 0.061 z 1.95).

z

- zobs 0.061n , n-

[3]

2000-

[4]

[5]

**2dFQSO.**

70-

[6-8]

,  
,  
72.5 km/c.  
( , . .)  
– 72.5 km/c.  
,  
,  
( , . .)  
,  
“ ”  
z.  
,  
,  
[10].  
2000-,  
,  
( , SDSS, SWIRE  
. ).  
,  
,  
,  
[11],  
) SWIRE Photometric Redshift Catalogue [12],  
,,  
,  
,  
SWIRE.

## 2.

SWIRE,

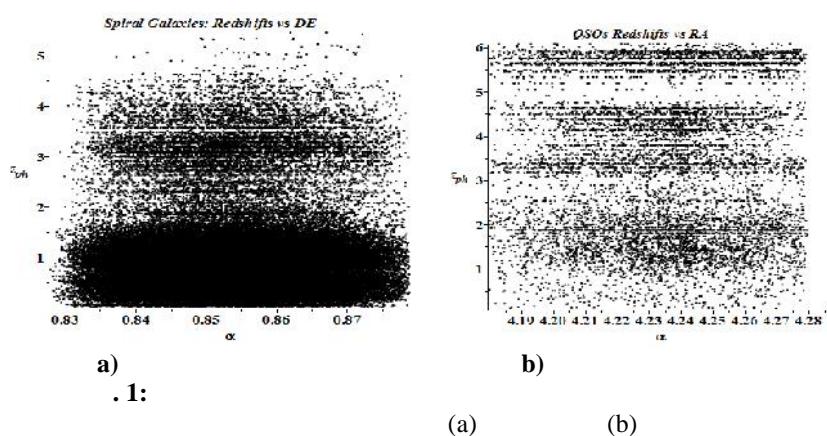
- ,  
,  
SWIRE,  
- GalRedShifAn (Galaxy Redshift Analyzer),  
(  
), ( ) z ( );  
..  
SWIRE  
:  
1)  $r \in (239.495, 245.689)$ ,  $u \in (52.877, 57.12)$ ;  
2)  $r \in (247.10, 251.16)$ ,  $u \in (39.64, 42.56)$ ;  
3)  $r \in (157.665, 165.097)$ ,  $u \in (57.04, 59.75)$ ;  
4)  $r \in (33.44, 37.31)$ ,  $u \in (-6.52, -3.70)$ .

**3.**

$Z$ ,  
 $Z$ .

**3.1.**

. 1,



a)

. 1:

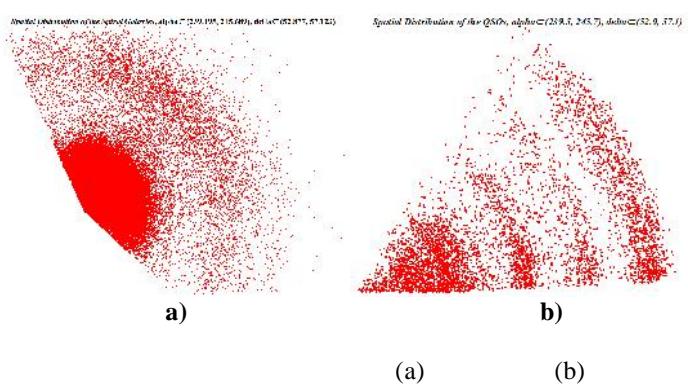
b)

(a)

(b)

**3.2.**

. 2



a)

b)

(a)

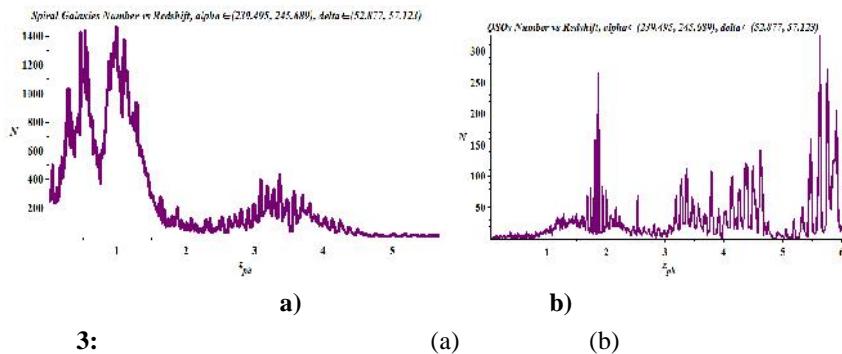
(b)

**3.3.**

. 3

**BDU-nun Fizika Problemleri institutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

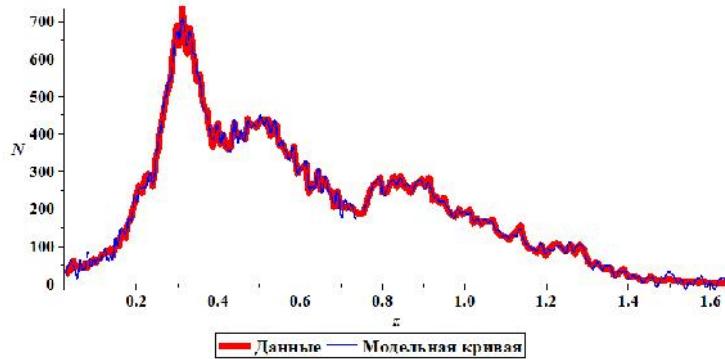


**3.4.**

( )

( . 4)

,



. 4:

,

1. Burbidge G.R., Burbidge E.M., 1967, ApJ, 148, L107.
2. Burbidge G.R., 1968, ApJ, 154, L41.
3. Karlsson K.G., 1971, A&A, 13, 333.
4. Burbidge G.R., Napier W.M., 2001, Astron. J., 121, 21.
5. Napier W.M., Burbidge G.R., 2003, MNRAS, 342, 601.
6. Tifft W.G., 1976, ApJ, 206, 38.
7. Tifft W.G., 1977, ApJ, 211, 31.
8. Tifft W.G., 1977, ApJ, 211, 377.
9. Napier W.M., Guthrie B.N.G., 1997, J. Astrophys. Astr., 18, 455.
10. Bell M.B., 2007, ApJ, 667, L129.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

11. Shustarev P.N. et al., 2014, Astron. Circular, 1606.
12. Rowan-Robinson M., Babbedge T., Oliver S. et al., 2008, MNRAS, 386, 697.
13. Broadhurst T.J. et al., 1990, Letters to Nature, 343, 726.

• • • • \*

, \* ,

*arazov\_h@yahoo.com*

: 1)

[1]; 2)

[1; 2; 6].

$$\text{, } \dots (4,6 \pm 0,2)10^9 \text{ (} \dots \text{)} \text{ (} \dots \text{)} : 1) \text{ (} \dots \text{)} : 2)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$0,46 \leq r \leq 27,6 \quad (0^s,001 \leq \Delta t \leq 1^m).$$

[2; 3],

$$\frac{dR}{dt} = -(0,273 \pm 0,031) \quad / \quad . \quad (1)$$

$$-0,031 \leq v(\Delta \frac{dR}{dt}) \leq +0,031 \quad / \quad . \quad (2)$$

$(\alpha \quad )$ ,  
 $(\alpha \quad )$  :  
 $(\alpha \quad )$  :

$$\begin{aligned} r_{\alpha} (0 - ) &\leq 4 \cdot 10^{-6}, \\ r_{\alpha} (0 - ) &\leq 1,1 \cdot 10^{-6}, \\ r_{\alpha} (0 - ) &\leq 6 \cdot 10^{-6}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$0 - , \quad C -$$

[4; 5].

$$\begin{aligned} -0,186 \leq g_{\alpha} ( - ) &\leq 0,230 \quad ., \\ -0,180 \leq g_{\alpha} ( - ) &\leq 0,220 \quad ., \\ -5 \leq g_{\alpha} (0) &\leq 5 \quad ., \end{aligned} \quad (4)$$

$$g_{\alpha} = g(90^0) - , \quad g_{\alpha} = g(0^0) - , \quad g = g(0^0) -$$

$\sin^p \varphi (p = 0, 1, 2, 3, 4)$   $r, g$   $\sin \varphi$  [4].  
1.

1.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

$$\sin^p \varphi \ (p = 0, 1, 2, 3, 4)$$

$r, g$

$$\sin\{ - (\varphi -$$

		0	1	2	3	4
r	$m$	6 378 165	-21.34	-21474.02	+40.57	+88.99
$r_u$		6 378 165	-24	-21475	+41	+88
$r_n$		6 378 165	0	-21494	0	+108
$r_A - r_n$		0	-24	+30	+41	-34
$r_u - r_n$		0	-24	+19	+41	-20
$r - r_n$		0	-24	+20	+41	-19
$g$	.	978.03061	-0.00748	+5.22747	+0.01246	-0.041 53
$g_A - g_n$		-0.002	-0.007	+0.017	+0.012	-0.019
$g_u - g_n$		-0.001	-0.007	+0.013	+0.012	-0.013
$g - g_n$		+0.001	-0.002	+0.002	+0.012	+0.001

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

**HD187982 ULDUZU SPEKTRAL RƏNDİ H<sub>r</sub> V H<sub>s</sub> X TL RƏNNƏT DQ Q**

**. . Baloğlanov, .M. Xilov, .R. Həsnova, Y.M. Məhrəmov**

*AMEA N.Tusi adına amaxı Astrofizika Rəssdxanası*

[baloglanov-eli@rambler.ru](mailto:baloglanov-eli@rambler.ru)

*d HD187982 ifratın həngi ulduzunun 2013-2015-ci illərdə amaxı Astrofizika Rəssdxanasının 2 metrlik teleskopunda alınmış spektral rəndi dəqiqlik olunmuşdur. H<sub>r</sub>, V, H<sub>s</sub>, X, TL rəndi ümumi sərnişin rəndidir. Ekvivalent en və dərinliyin zamana görə dəyişmələri öyrənilər. Müyyət yeyin edilmişdir ki, bu dəyişmələr müyyət yeyin korrelyasiya vardır.*

HD187982 (A1Iab;  $m_v = 5^{m}.58$ ;  $T_{eff} = (9300 \pm 250)K$ ;  $\sin i = (15 \pm 6) km/s$ ) P Cyg tipi ifratın həngi ulduzdur. Bu ulduz Vul OB4 assosiasiyasına aiddir və  $\log g = 4.60 \pm 0.15$ ,  $M_*/M_\odot = 15$ ,  $R_*/R_\odot = 78$ -dir [1-3].

HD187982 ifratın həngi ulduzu tədqiqatçılar tərfindən nisbətən az öyrənilmişdir. Nördən kəskin aparılan tədqiqatlardan məlumat olmamışdır, lakin ulduzun atmosferində yaranan H<sub>α</sub> xətti ümumi ululma formasındadır. H<sub>α</sub> xəttinin daxilində olmaqla profilin qırmızı qanadında zəif üalanma komponenti yaranır və itir [4-6]. Lakin bu hadisənin başlıca verməsi bəzi həllərdə tam izahını tapmamışdır. Bundan sonra, HD187982 ulduzu atmosferinin ölçüsü və orada gedən fiziki və kimyəvi proseslər tam öyrənilmişdir.

**Cədvəl 1.**

HD187982 ulduzu spektral rənin H<sub>α</sub> və H<sub>β</sub> xətlərinin rəndi ümumi spektral parametrləri.

Tarix	JD 2450000+	HD187982									
		H <sub>α</sub> (abs)			H <sub>α</sub> (em)			H <sub>β</sub>			
		V <sub>r</sub> (km/s)	W Å	R	V <sub>r</sub> (km/s)	W Å	R <sub>v</sub>	V <sub>r</sub> (km/s)	W Å	R	
01.09.2013	6537.21	-29	0.89	0.28	79	0.02	1.04	-33	2.46	0.53	
06.09.2013	6542.20	-23	0.77	0.24	70	0.03	1.04	-33	2.26	0.52	
02.10.2013	6568.21	-18	1.29	0.31	-	-	-	-18	2.40	0.57	
03.10.2013	6569.23	-17	1.33	0.32	-	-	-	-19	2.42	0.55	
21.06.2014	6830.36	-11	1.06	0.33	-	-	-	-16	2.35	0.58	
04.07.2014	6843.34	-5	1.15	0.37	-	-	-	-9	2.53	0.61	
11.07.2014	6850.29	-6	1.10	0.37	-	-	-	-13	2.41	0.60	
18.07.2014	6857.38	-5	1.33	0.38	-	-	-	-8	2.57	0.62	
24.07.2014	6863.30	-12	1.36	0.41	-	-	-	-14	2.41	0.63	
09.08.2014	6879.29	-13	1.38	0.41	-	-	-	-12	2.80	0.61	
27.05.2015	7170.36	-24	1.30	0.36	-	-	-	-6	2.31	0.59	
30.05.2015	7173.35	-30	1.29	0.36	-	-	-	-14	2.28	0.58	
09.06.2015	7183.47	-17	1.23	0.37	-	-	-	-5	2.20	0.59	
19.06.2015	7193.45	-19	1.15	0.38	-	-	-	-15	2.42	0.62	
21.06.2015	7195.43	-16	1.22	0.36	-	-	-	-14	2.34	0.58	
28.06.2015	7202.36	-25	1.29	0.36	-	-	-	-23	2.45	0.60	
30.06.2015	7204.31	-27	1.36	0.37	-	-	-	-25	2.31	0.57	
07.07.2015	7211.34	-16	1.48	0.39	-	-	-	-18	2.13	0.60	
11.08.2015	7246.29	-19	1.59	0.44	-	-	-	-33	1.98	0.62	
30.08.2015	7265.40	-14	1.39	0.44	-	-	-	-30	2.23	0.61	
04.09.2015	7270.39	-14	1.70	0.43	-	-	-	-30	2.23	0.61	

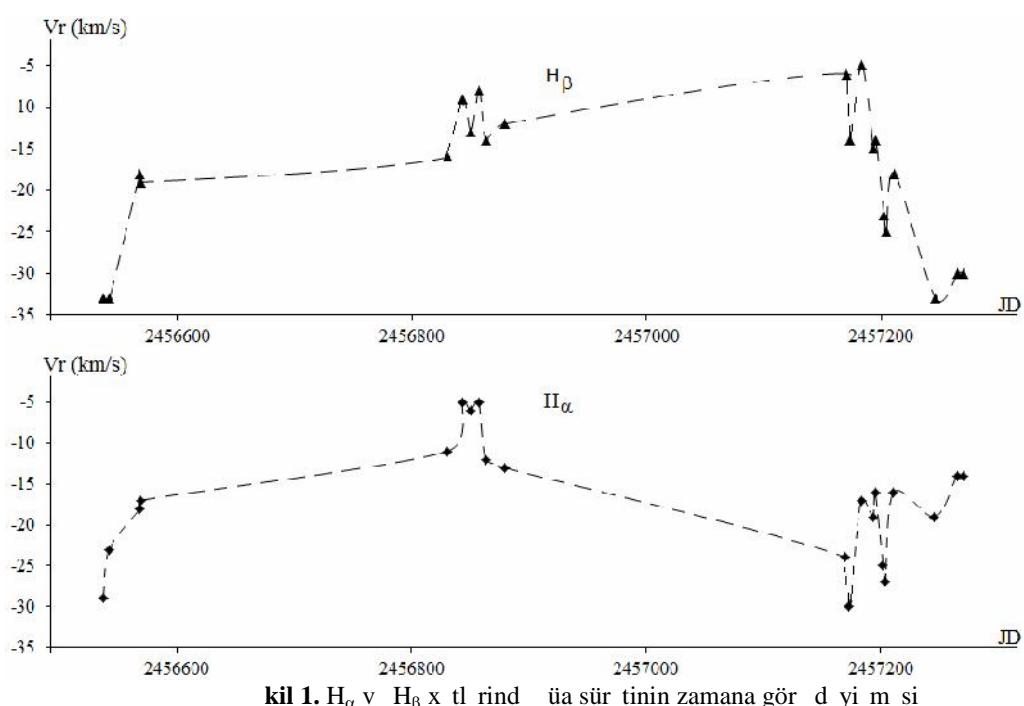
Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi bu ulduzun spektral rində müəhid olunan H<sub>α</sub> xəttinin qırmızı qanadında zəif üalanma komponentinin yaranması və itmisi, həmin halların təkrarlanması onun atmosferinin öyrənilməsinə məsələ artırımıdır.

## BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans

Hesab edirik ki, yeni müəhid materialları qeyd olunan ulduzun növbəti tədqiqatlarında baza rolunu oynayacaq və alınmışdır. Onların atmosfer xüsusiyyətlərinin öyrənilməsinə yardımçı olacaktır.

2013 - 2015-ci illərdə AMEA N.Tusi adına amaxı Astrofizika Rəsədxanasının 2 metrlik teleskopunun kassiqren fokusunda quraşdırılmış müasir CCD spektrometri ilə HD187982 ulduzunun spektral müəhidləri aparılmış və 21 günlük yüksək ayırdetməli spektrər alınmışdır [7]. Ayırdetmə R=15000, spektral diapazon  $\lambda\lambda 4700 \div 6700 \text{ Å}$ , S/N=150÷200 trafında olmuşdur. Alınmış spektrər DECH-20 və DECH-20T paket programları vasitəsilə işlənməmişdir [8]. Ölçülmərin xətası ümumi sürəti üçün  $\pm 2 \text{ km/san}$ , ekvivalent en  $\pm 5 \text{ km/san}$ dır.

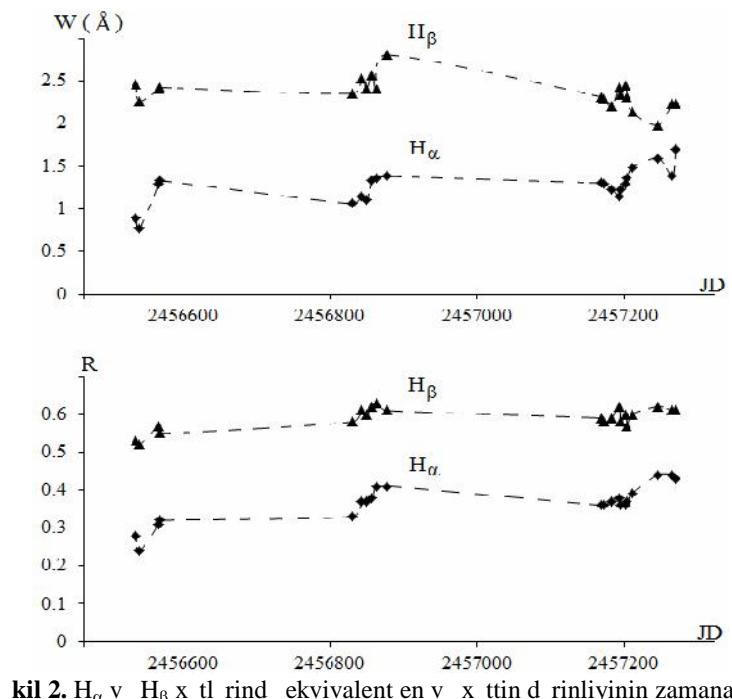
Bu iştirak 2013-2015-ci illərdə alınmış yeni müəhid materialları səsində HD187982 ifratlı həngəm ulduzu spektrərin H<sub>α</sub> və H<sub>β</sub> xətlərinin ümumi sürəti, ekvivalent en və xətlərin dərinlikləri ölçülmüş və bu parametrlərin zamanından asılılığı mənimlərin baxılmışdır.



**kil 1. H<sub>α</sub> və H<sub>β</sub> xətlərinin ümumi sürətinin zamana görəsi**

Cədvəl 1-də HD187982 ulduzu spektrərin müəhid olunan H<sub>α</sub> və H<sub>β</sub> xətlərinin parametrlərin ölçülməsi qiymətləri verilmişdir. Cədvəl 1 və 2-də is ölçülmüş həmin parametrlərin zamana görəsi mənimlərin 1-ci milyon ilə rədd edilməz keçirilmişdir. Bu 1-ci milyon ilə rədd edilmiş analizi göstərir ki, tədqiqatda olunan xətlərdə həm ümumi sürəti, həm də spektral parametrlər arasında müəyyən korrelyasiya vardır. Lakin müəhid materiallarının sayı hələ kifayət etmədiyin görə korrelyasiya məsələni hesablamaq məqsəd uyğun deyildir.

Bundan sonra, Cədvəl 1-ndən və [9]-dan görünür ki, HD187982 ulduzunun bizim tərəfindən alınmış spektrərin H<sub>α</sub> xəttinin qırmızı qanadında zəif üalanma xətti yaranmışdır. HD187982 ulduzu spektrərin H<sub>α</sub> xəttinin profilinin rəsədi belədir ki, ulduzun atmosferinin yuxarı qatlarında güclü maddə atılmalarının və örtüyünün həyata keçirilməsinin nəticəsi olabilir. Lakin ulduz kül yinin yaranması və 1-ci milyon ilə rədd edilmiş ifratlı həngəm ulduzlarda bəzən pulsasiya hadisi ilə laq dardır. Bunu aks etmək məqsədilə bu ulduzun müəntəzəm spektral müəhidlərinin aparılması nəzərdə tutulur.



**kıl 2.**  $H_\alpha$  v  $H_\beta$  x tl rind ekvivalent en v x ttin d rinliyinin zamana gör d yi m si

D B YYAT

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

shirin.guseyn@gmail.com

( ) « » « » .

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

- ( ) , ( ) .
- S- , S- , S- , t<sub>x</sub>
- 50- F<sub>7.5</sub>/F<sub>15</sub>, 2-4 ,
- : 5-15 20-65 , ,
- S- 2 ,
- 1-3 3.1 ÷ 3.6 , ,
- 5- 10 , ,
- ( ) , .
- 1979-82 1989-90 , ,
- 22 ( ) -12 ( ) =3 .
- S- f=1- , S- ,
- 2 f=2-4 , ,
- 1-2 2-4 , ,
- 8<sup>00</sup> , 18<sup>00</sup> ( 1975 1978 2 ).
- f=1-2 f=2-4 , , , S- ,
- I<sub>i</sub>(t). I<sub>i</sub>(t) - ~250-300 , ,
- t<sub>x</sub> - 5 70 , .
- « » «Solar – Geophysical Data» 1-3 2 ,
- [1, 2]. ( ),
- ( ) ( ) [3, 5].

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

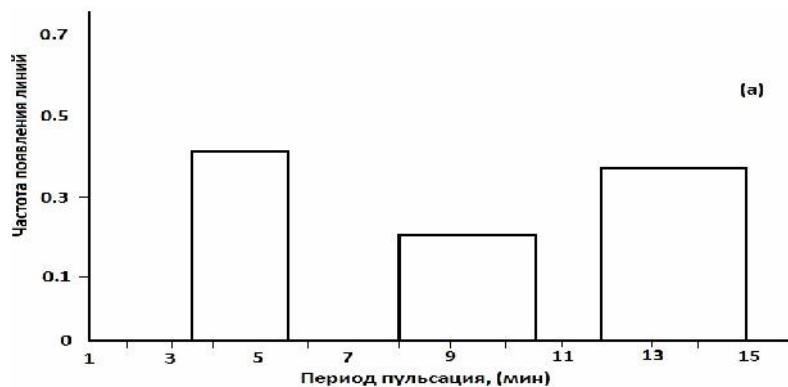
.1

,

15 .( .1 )  $t_x$  25-70 .( .1 ).  
 $t_x$ , 5 .1 ,  
,

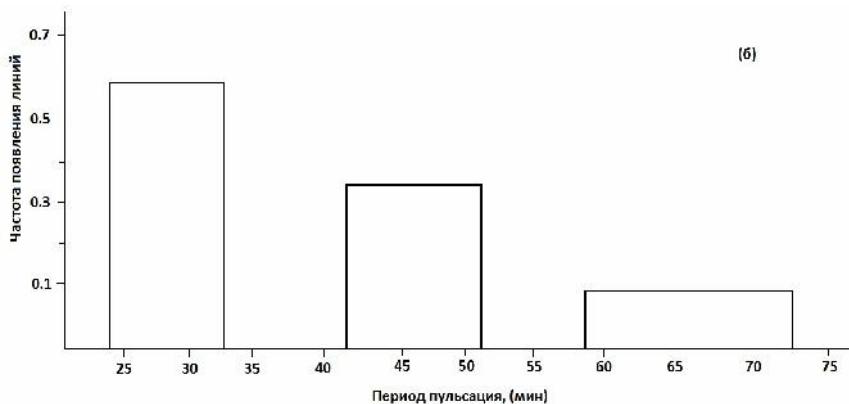
10 .  
,

$\frac{S}{2}$  (10 ). .1  
 $t_x$  25-70 .  
 $t_x$  30 .



(a)

.1 ( ) –  
 $1.25 \div (1.6 - 1.9) (3.6 - 3.9) .$   
4-5



(b)

.1 ( ) –  
 $1.25 \div (1.6 - 1.9) (3.6 - 3.9) .$   
25-30

,

$t_x$  25  
,

,

$t_x$  25

8

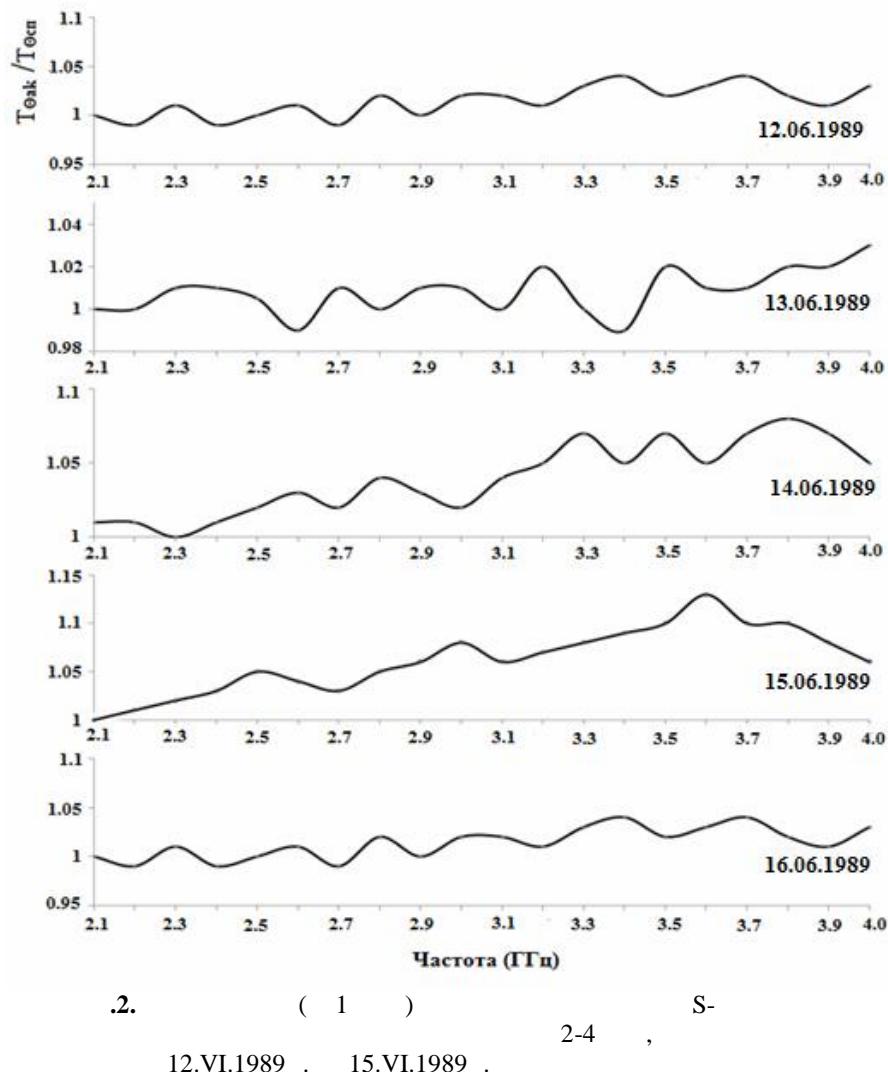
**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

[6].

- $t_x = 25-70$
- $t_x = 25$
- $t_x = 25$  [7-9].
1. 1. 2. 2. 2-4 ( ) 12/VI-  
S- 1989 16/VI-1989 15/VI-1989 2, (1.5 ) ( )  
» > 2 n 2, f=3.4÷4.8  
2. ( ) :
1. 1. 2. 2. 2-4 f = 1-2 f = 2-4  
S- » , , 70-120 100-200 . S-  $F_{7.5}/F_{15}$  -  
2. 25 1-3
3. 50 2 44 (~ 90%)  
(~ 20 ÷ 50%) 1-3
4. 2 2 f 2 b 1-2  
(30- 50%).
5. , 2 ~ 1.5 - 2
- ,  $t_x = 25$ ,  
, 2 1-3

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**



1. . . . . (1987) 150.
  2. . . . . , 1242 (1982), 3-5.
  3. . . . . , 5, (1984), 164-170.
  4. . . . . (1993), 155.
  5. . . . . XXII, 5 (2002), 127-131.
  6. . . . . - XII - (2008), 349.
  7. . . . . 95 , . 24-25 , 2014 . 367-371.
  8. . . . . VIII - . , 1979-82 . 1989-90 .
  9. Solar - Geophysical Data, 1979-82, 1989-90.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**DR TAU**

**30**

• • •

[adigozalzade@rambler.ru](mailto:adigozalzade@rambler.ru)

*UBVRI*

1200 *V-*

1978-2003

*V, I*

2002-2009

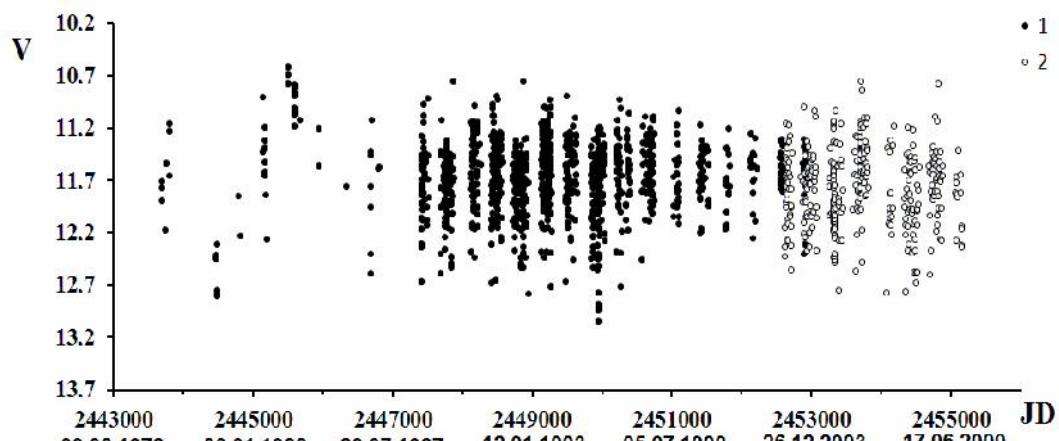
ASAS ([www.astrouw.edu.pl/asas](http://www.astrouw.edu.pl/asas)).

*U-B*      *B-V*,

ASAS      (*V* ±0.05<sup>m</sup>),      (*V* ±0.01<sup>m</sup>),

.1,      .1,      .1,      .1,      .1,      .1,      .1,      .1,  
,      ,      ,      ,      ,      ,      ,      ,  
,      ,      ,      ,      ,      ,      ,      ,  
1.8<sup>m</sup> (      (      ,      )      ,      1995      ).

,      JD 2447500-2450000  
2<sup>m</sup>,      JD2451000-2453000      –      1<sup>m</sup>,



.1.      *V-*      DR Tau      1978-2010

(1), -

,      (2) –

ASAS.

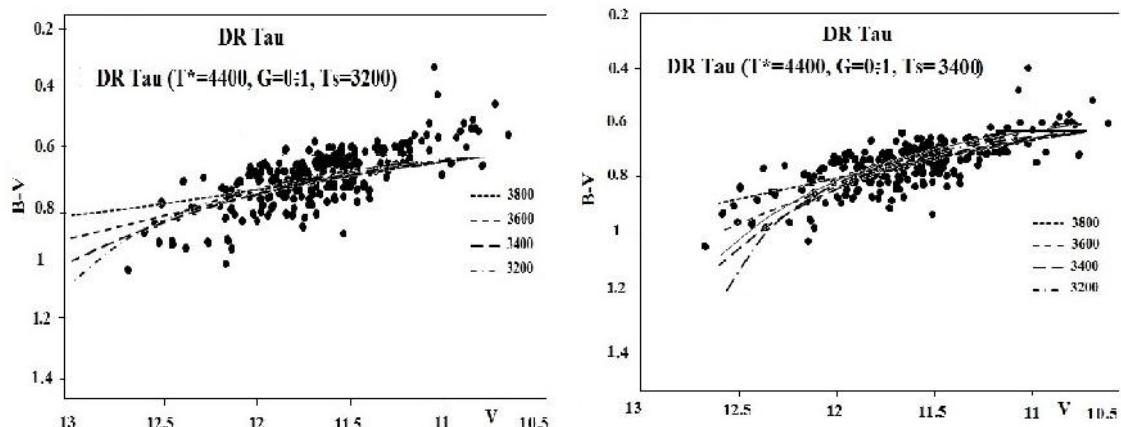
*V*  
*U-B*      *B-V*,  
0-1,      . . ,

$$m = -2.5 \lg [1 + G(Bs/B^* - 1)]$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$m =$  ,  $B_s$      $B^*$ ,  
 $T_s$                  $T^*, G-$  ,  
 $5V$                  $G = S_s/S^*$ .  
 100      2500      4000 ,  
 $4400$  ,  
 $3400$   
 0  
 $V$  , .4             $V-$  ,  
 $V \sim 10.5^m - 13.5^m$  ,  
 $B-V$   
 0-1. ,  
 $V$  ,  
 $3400$  ,  
 $0.5$      $1,$   
 $0.5.$



.4.

$B-V$      $V-$

3400 ( )

$V, U-B.$  ,  
 $V-$  ,  
 $V \sim 10.5^m - 13.5^m$  ,  
 $B-$   
 $1000$   
 5

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$(B-V)_0 = 1.15^m \quad , \quad R=3.1, \\ 140 \quad , \\ Av=0.93^m \pm 0.3^m.$$

$$M_V = m + 5 - 5 \lg r - Av = 5^m .04 \\ BC = -0.66, \quad M_V = M_V + BC = 4.43^m$$

$$L = 3.83 \cdot 10^{26} \quad , \quad M = 4.74^m \\ L = L \cdot 10^{0.4(M - 5^m)} \quad , \\ L = 5 \cdot 10^{26}$$

$$L = 4 \cdot R^2 \cdot T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-4},$$

$$R = 1.4 \cdot 10^9 \text{ m} = 1.9 \text{ R}_\odot \quad , \\ R = 1.46 \text{ R}_\odot \dots 1.2 \text{ R}_\odot \dots 2.7 \text{ R}_\odot \quad ,$$

- 1. , 30 ,
- 2. ,  $V = 1^m - 1.5^m$ .
- 15
- 3. , 1000 ,

[sabirshao@rambler.ru](mailto:sabirshao@rambler.ru)

$$\frac{(D)}{D}$$

(Mn, Si, Sr, Cr, Eu ...). [1].

-FO ( ... ).

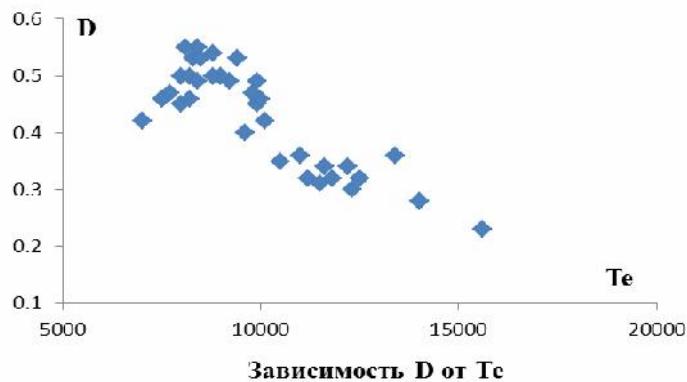
**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

( ) ,  
 ( ) .  
 2-  
 1969 .  
 (4 / ) : 1)  
 ( 3700-4800Å) 2) D ( 4600- 6600Å)  
 C- .  
 , ( ) (N) ,  
 (D) [2].  
 V) (U-B) D Q=(U-B)- 0.72 (B-V).  
 1.  
 8 .1 D  
 [3]. 30% D . - ,  
 ,  
 D  
 , ,  
 , ,  
 , ,  
 D  
 , ,  
 , ,  
 [2]. 600-1500 ,  
 ( ) , 1 Q ,  
 D 9 000-10000 .1. ,  
 >10000 D D, < 9000 .  
 D , ,  
 D ~ 3,  
 ( -8000 )  
 , ,  
 , ,  
 ( D=D ./D ( .),  
 D,  
 ( D<1,0).  
 , ,  
 (Si)

**BDU-nun Fizika Problemleri institutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---



1

HD	mv	SP.	(-V)	(U-)	T	.	Te	D (CAO)	Q	D (-)
358	2.06	B 9.6	-0.11	-0.46	Hg, Mn		11100	0.23	-0.36	0.32
107 83	6.56	A 2.	-0.055	-0.160	Sr, Cr, Si, Eu		10000	0.39	-0.12	0.45
11503	4.83	B 9	-0.03	-0.12	Si, Sr, Cr, Eu		9600	0.46	-0.10	0.46
15089	4.59	A 3.8	+0.072	+0.18	Sr, Cr, Eu		8600	0.46	+0.13	0.59
18296	5.11	B 8.8	-0.025	-0.24	Si, Sr, Cr, Eu		10570	0.39	-0.22	0.40
19832	5:65	B 7.3	-0.09	-0.39	Si λ4200		12510	0.28	-0.33	0.34
25823	5.27	6.8	-0.16	-0.49	Si, Sr 4200		12900	0.26	-0.37	0.32
34452	5.39	B4	-0.17	-0.55	Si 4200		15650	0.20	-0.43	0.28
40312	2.64	9.1	-0.08	-0.18	Si		9950	0.44	-0.12	0.45
65339	6.00	A2	+0.13	+0.05	Sr, Cr, Eu		8460	0.44	-0.04	0.50
68351	5.59	B9	-0.080	-0.120	Si, Cr, Sr		10400	0.46	-0.06	0.49
71866	6.75	A5	+0.095	+0.020	Si, Cr, Eu				-0.05	0.49
74521	5.65	A1	-0.095	-0.245	Si, Sr		10600	0.35	-0.18	0.42
78316	5.23	B9	-0.105	-0.445	Hg, Mn		12350	0.30	-0.36	0.32
108662	5.25	A0	-0.040	-0.115	Sr, Cr, Eu		10000	0.44	-0.08	0.47
108945	5.49	A2	+0.055	+0.10	Sr, Eu				+0.06	0.55
112185	1.68	A1	-0.025	+0.015	Cr, Eu		8900	0.53	+0.04	0.54
112413	2.90	A0	-0.115	-0.440	Si, Hg, Cr, Eu		11900	0.36	-0.35	0.32
118022	4.93	A2	+0.030	+0.010	Sr, Cr		9450	0.45	-0.01	0.46
124224	4.90	A0	-0.13	-0.41	Si 4200		12460	0.31	-0.32	0.34
133029	6.16	B9	-0.135	-0.43	Si, Cr		11000	0.36	-0.33	0.35
137909	3.72	F2	+0.27	+0.11	Sr, Cr, Eu		7880	0.40	-0.08	0.47
140160	5.26	A0	+0.04	+0.05	Sr				+0.02	0.53
140728	5.48	B9	-0.070	-0.30	Si, Cr				+0.25	0.66
148112	4.5	A2	-0.000	-0.040	Cr, Eu		9400	0.48	-0.04	0.50
153882	6.29	B9	+0.035	+0.040	Cr, Sr				+0.01	0.53
173650	6.39	B9	+0.03	-0.011	Si, Cr				-0.03	0.50
176232	5.90	A7	+0.250	+0.105	Sr, Cr, Eu		7750	0.44	-0.08	0.47
179761	5.15	B8	-0.070	-0.400	Si		11900	0.33z	-0.35	0.32
184905	6.62	AO	-0.110	-0.230	Si, Sr, Cr, Eu		10100	0.33	-0.15	0.44
189849	4.6	A4	+0.180	+0.160	Am		8100	0.45	+0.03	0.54

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

192678	7.12	A4	-0.015	-0.015	Cr	9000	0.48	+0.05	0.55
196502	5.2	A2	+0.080	+0.106	Sr, Cr, Eu	8900	0.51	+0.05	0.55
201601	5.0	A9	+0.09	+0.26	Sr, Cr, Eu	7600	0.40	+0.19	0.62
204411	5.4	A4	0.07	0.16	Si, Cr, Hg	8800	0.49	+0.11	0.58
215038	8.18	A0	-0.045	-0.047				-0.02	0.51
215441	8.84	A0	+0.025	-0.515	Si 4200	14900	0.18	-0.53	0.23
220825	4.94	A2	-0.03	-0.01	Sr, Cr, Eu	9600	0.43	+0.01	0.53

1. . . . Nachr. 1976 1297. 217-227.
2. . . . 2010. 2. 173-178.
3. . . . 1987. 25. 8- 23.

[sajida.gafar@gmail.com](mailto:sajida.gafar@gmail.com)

- 1.
2.  $\mathbb{E}_0(r) = \exp(ikr)$ ,  $k$ ,

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\mathbb{E}_k(r) = \exp(ikr) + \int G(r, r') \mu U \mathbb{E}_k(r') dr', \quad (1)$$

$$U = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ik|r-r'|)}{|r-r'|} d\omega. \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle k' | \mu U | k \rangle dk', \quad \text{where } \mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k},$$

[1]:

$$\mu U_R = (2f\hbar^2 / \sim) \langle \mu y \rangle \operatorname{Re} a, \quad (3)$$

$\langle \dots \rangle$

$$= \langle \dots \rangle, \quad (3),$$

$$\mu U_I = (2f\hbar^2 / \sim) \langle \mu y \rangle \operatorname{Im} a, \quad (4)$$

$$F(k, k') = -\frac{i\hbar}{2f} \int \exp(-ik'r) \mu U \mathbb{E}_k(r) dr, \quad (5)$$

$k'$

$$r'd\Omega,$$

$$\frac{d^2\hat{T}}{d\Omega dE} = \frac{v}{v_0} \cdot \frac{1}{2f\hbar} \int d\hat{\Omega} e^{-i\hat{S}\hat{\Omega}} \sum_{i,j} b_i^* b_j e^{iq(d_i - d_j)}, \quad (6)$$

$$\hat{\tau} = t - t_0, \quad \check{S} = \check{S}_0 - \check{S}', \quad v = v_0, \quad q = k_0 - k, \quad (6)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{i\hbar}{2\sim} [\mathbb{E}(\mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{r}} \mathbb{E}^*(\mathbf{r}) - \mathbb{E}^*(\mathbf{r}) \nabla_{\mathbf{r}} \mathbb{E}(\mathbf{r})], \quad (7)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

$$\nabla \cdot [\mathbb{E}_{k'}^*(r') \nabla \mathbb{E}_k(r) - \mathbb{E}_k(r) \nabla \mathbb{E}_{k'}^*(r')] + 2i\omega U_I \mathbb{E}_{k'}^*(r') \mathbb{E}_k(r) = 0, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot j = -\frac{\hbar}{m} (2f \hbar^2 / \sim) \langle \mathbf{u} \mathbf{y} \rangle \operatorname{Im} a \mathbb{E}_{k'}^*(r') \mathbb{E}_k(r), \quad (9)$$

$$, \quad \mathbf{u} \mathbf{y} \neq 0 \quad \quad \quad j \quad \quad \quad , \quad \mathbf{u} \mathbf{y} \quad \quad \quad \ll \quad \gg \\ k \quad \quad \quad , \quad \quad \quad , \quad \quad \quad , \quad \quad \quad ,$$

$$\mathbb{F}(k) = \int |F(k, \Omega)|^2 d\Omega, \quad (10)$$

$$\mathbb{F}(k) = N_1 \int |F(k, \Omega)|^2 d\Omega + \frac{N_2}{k^2} \int dk' |F(k') F(k-k')|^2 d\Omega + \dots, \quad (11)$$

$$N_n = \frac{1}{\tau_1 n!} \int \exp(-\tau_1 \mathbf{u} \mathbf{y}_0 r) (-\tau_1 \mathbf{u} \mathbf{y}_0 r)^n dr. \quad \quad \quad \tau_1 = 4f (\operatorname{Re} a)^2 \frac{V}{v_0} \left\langle \left( \frac{\mathbf{u} \mathbf{y}_0}{\mathbf{y}} \right)^2 \right\rangle \quad (12)$$

$$v_0 = \dots, \quad \quad \quad \mathbf{y} = \dots$$

[2]:

$$\tau_1 = N - \tau_1 N - V (\operatorname{Re} a)^2 \langle (\mathbf{u} \mathbf{y}_0)^2 \rangle. \quad (13)$$

$$N = N_1, \quad \quad \quad ,$$

$$|\mathbb{E}|^2 \approx N \frac{\langle \mathbf{u} \mathbf{y}_0 \rangle^2}{d^2} \quad (14)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$|\mathbb{E}|^2 \approx N^2 \frac{\langle \mathbf{u} \mathbf{y}_0 \rangle^2}{d^2} \quad (15)$$

† ,

**3.**

,  $10^{-5}$ .  
,  $N$

1. . . // ., 1996, 7, .4, .989.  
2. . . //  
2002. 11, .11-18.

. . . , . . . , . . .

7,3  
†  $Sc, Ti, V, Ca, Mn, Cr.$

† ,

, ,  
, ,  
, ,

$\sigma$ .

[1]:

$$\frac{\partial^2 \hat{T}_{ab}}{\partial E_b, \partial \Omega_b} = C \left\{ 1 + \frac{1}{12} \frac{\langle \ell_a^2(E_a) \rangle \langle \ell_b^2(E_b) \rangle}{\hat{T}^4} P_2(\sigma) \right\} \quad (1)$$

-,  $\langle \ell_a^2(E_a) \rangle = \langle \ell_b^2(E_b) \rangle =$  , ; 2 -

$$\langle \ell^2(E) \rangle = \sum_0^{\infty} (2\ell+1) T_\ell(E) \ell(\ell+1) / \sum_0^{\infty} (2\ell+1) T_\ell(F) \quad (2)$$

$T_\ell$  -

(1)

$Sc, Ti, V, Ca, Mn, Cr$  [2].  $7,3$ ,  
 $0,5 \quad 3$ ,  
 $0,5-3$ ,  
 $0,5-3$ :

$$T_\ell = \frac{1}{4f} \sum_{\ell=0}^{N_0} B_\ell P_\ell$$

$\sigma^2 = \frac{1}{2} (T_0 - T_1)^2$ .  
 $0$

[3].

1.

1.

$$\sigma^2 = T_0 - 0,5-3$$

	$Sc$	$Ti$	$V$	$Cr$	$Mn$	$Co$
$T_0$	$5,3 \pm 1,2$	$6,2 \pm 1,2$	$7,3 \pm 1,6$	$7,4 \pm 1,4$	$9,2 \pm 3,1$	$9,6 \pm 2,3$
$T_1$	$0,7 \pm 0,1$	$0,6 \pm 0,1$	$0,7 \pm 0,2$	$0,6 \pm 0,3$	$0,7 \pm 0,2$	$0,7 \pm 0,3$

,  $\sigma$

, ,

$10\%$ .

$\leq 15\%$ .

, ,

$(n,p), (n,r), (n,n')$ .

[4],

$\sigma$

7

$\sigma$ ,

,

,

:

$$T^2 = \frac{I_0 T}{h^2} \quad (3)$$

$R = \frac{I_0}{m}$ , .

$$I_0 = \frac{2}{5} m A R^2 \quad (4)$$

) ;  
 ) ;  
 ) , ,  
 [5] σ.

$$, \sim(5 \div 10) .  
 [4] .$$

, I .  
 , ,  
 , , (I .)

, [5]:

$$I_0 / I = 1 + gf^2 / 2 \quad (5)$$

I\_0 / I - , g - , gf^2 / 2 -  
 gf^2 / 2, [4] - [6].

1. T.Ericson and V.Strutinski. Nucl. Phys, 1985, 8, 284.
2. . . . . -457, 1998.
3. . . . . . . 2003, .1, .73.
4. . . . . . . 2005, .1, .227.
5. . . . . . . « . . . » . 2011, .8, .1,  
 .39
6. . . . . . . « . . . » . 1995.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

• • • , • • • , • • • , • • •

[elmira@physics.ab.az](mailto:elmira@physics.ab.az)

$$\begin{aligned}
 & [1] \\
 & \Delta r_k = \frac{A}{N_k}, \quad \Delta r_q = \frac{A}{N_q} \\
 & N_k \gg N_q, \quad n_k \ll n_q \\
 & r_k = (N_k - n_k) \Delta r_k = (N_k - n_k) \frac{A}{N_k} \\
 & r_q = (N_q - n_q) \Delta r_q = (N_q - n_q) \frac{A}{N_q} \\
 & r_k = r_q, \quad k = q
 \end{aligned}$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

, « + » .  
 , . ,  $k = q$

$$, \quad n_q = \frac{N_q}{N_k} n_k . \quad , \quad N_{\kappa} \quad N_{\eta} \quad ,$$

« + ».

«  » [+].  
«  » — ,

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

<sup>4</sup> [4]).

( ), . , . ( ).

[5], : , , , , :

$$\epsilon = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) , \quad (n=3,4,5,6)$$

- , R - .  
n

$$\epsilon = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{4\Delta r^2}{f^2} \right) .$$

1. . . , - « »,
  - , 1999, 400 .
  2. Einstein A., Podolsky B., Rosen N., Phys. Rev., 47, (1935), 777
  3. Bohr N., Phys. Rev., 48, (1935), 696
  4. M. .. , 43, 6, (2000), 631
  5. . .. , - « »
  - , 1984, 93 .

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

\*

aahmad07@rambler.ru

$$( \quad ) , ( \quad ) .$$

[1].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \right) + \frac{''}{kb} q_h(t) u(r - r_c) = \frac{1}{t} \frac{\partial p(r,t)}{\partial t}, \quad r_c < r < r_k, t > 0 \quad (1)$$

$$p(r,0) = p_m = \text{const}, \quad r_c < r < r_k \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial p(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = q_h(t), \\ p(r_k, t) = p_k(t), \quad t > 0 \end{cases} \quad (3)$$

(1)-(3)

$$D = \{(r,t); \quad r \in (r_c, r_k), \quad t > 0\},$$

$$, \quad t, \quad p_m, \quad r_c, \quad r_k - , \quad q_h(t) - p_k(t) -$$

,  $u(r - r_c) -$

:

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\begin{cases} -\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial(\dots w(x,t))}{\partial t} + \frac{\gamma}{8u} \dots w^2(x,t) + \dots g \sin r + \frac{\partial}{\partial x} [(1+s) \dots w^2(x,t)], \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial(\dots w(x,t))}{\partial x}, \end{cases} \quad 0 < x < l, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$p(x,0) = 0, \quad w(x,0) = 0, \quad x \in [0,l], \quad (5)$$

$$\begin{cases} p(0,t) = p_c(t) \equiv p_{2c}(t), \\ p(l,t) = p_y(t), \end{cases} \quad t \geq 0, \quad (6)$$

(4)-(6)

$$D = \{(x,t); x \in (0,l), t > 0\},$$

$$\} , u, s, c, l, r \quad r_c - , \dots, g, p_y(t) - , p_{rc}(t) - p(x,t) \quad w(x,t)$$

$$\begin{matrix} (1)-(3) \\ , \quad p(r,t)- \end{matrix} \quad [1], \quad \dots$$

$$|p(r,t)| \leq C e^{\tau_0 t}, \quad (7)$$

$$\tilde{p}''(r,s) + \frac{1}{r} \tilde{p}'(r,s) - \frac{s}{t} \tilde{p}(r,s) = -\frac{p_m}{t} - \frac{q_h}{kb} \tilde{q}_h(s) u(r-r_c), \quad (8)$$

$$\begin{cases} \tilde{p}'(r,s) \Big|_{r=r_s} = q_h'(s), \\ \tilde{p}(r_k, s) = \tilde{p}_k(s), \end{cases} \quad (9)$$

$$s \in C - , \quad \text{Re } s > \tau_0, \quad$$

$$\tilde{p}(r,s) = \int_0^\infty e^{-st} p(r,t) dt \quad (10)$$

$$s. \quad \begin{matrix} (1)-(3) \\ (8) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (8)-(9) \\ (8) \end{matrix}$$

$$Z = r \quad (11)$$

$$\tilde{p}(r,s) = \tilde{p}\left(\frac{z}{r}, s\right) \equiv y(z,s), \quad (12)$$

$$\tilde{p}'(r,s) = y'(z,s).r, \quad \tilde{p}''(r,s) = y''(z,s).r^2.$$

(8),

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

$$r^2 y''(r, s) + \frac{1}{r} y'(r, s) \cdot r^2 - \frac{s}{t} y(r, s) = -\frac{p_m}{t} - \frac{t''}{kb} \tilde{q}_h(s) \cdot u\left(\frac{z}{r} - r_c\right) \quad (13)$$

$$r^2 = -\frac{s}{t}, \quad \dots \quad r = i\sqrt{\frac{s}{t}}, \quad (14)$$

$$z^2 y''(r, s) + z y'(r, s) + (z^2 - O^2) y(r, s) = z^2 \left[ \frac{p_m}{s} - \frac{t''}{kbs} \tilde{q}_h(s) \cdot u\left(\frac{z}{r} - r_c\right) \right], \quad (15)$$

$$z \in (r_{r_s}, r_{r_k})$$

$$\begin{cases} y'(r, s) = \frac{1}{r} \tilde{p}'(r, s) \\ y(r_{r_k}, s) = \tilde{p}_k(s) \end{cases} \quad (16)$$

$$, \quad J_0(z) \quad Y_0(z) \quad (15)$$

(16),

$$y(z, s) = C_1 J_0(z) + C_2 Y_0(z) +$$

$$+ \frac{p_m}{s} \int_{r_{r_c}}^z \frac{J_0(\xi) Y_0(z) - Y_0(\xi) J_0(z)}{t(\xi)} d\xi + \frac{t'' r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \cdot \frac{J_0(r_{r_c}) Y_0(z) - Y_0(r_{r_c}) J_0(z)}{t(r_{r_c})},$$

$$z \in (r_{r_c}, r_{r_k}) \quad (17)$$

$$t(z) = \begin{vmatrix} J_0(z) & Y_0(z) \\ J'_0(z) & Y'_0(z) \end{vmatrix} \neq 0 \quad (18)$$

$$(17)$$

$$\int_{r_{r_c}}^z u\left(\frac{v}{r} - r_c\right) d\xi = \frac{1}{\frac{1}{r}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{r}{2}. \quad (19)$$

$$c_1 \quad c_2 \quad (18) \quad (16).$$

$$(17).$$

$$y'(z, s) = C_1 J'_0(z) + C_2 Y'_0(z) +$$

$$+ \frac{p_m}{s} \int_{r_{r_c}}^z \frac{J_0(\xi) Y'_0(z) - Y_0(\xi) J'_0(z)}{t(\xi)} d\xi + \frac{t'' r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \cdot \frac{J_0(r_{r_c}) Y'_0(z) - Y_0(r_{r_c}) J'_0(z)}{t(r_{r_c})},$$

$$y(z, s) = C_1 J_0(r_{r_k}) + C_2 Y_0(r_{r_k}) +$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$+\frac{p_m}{s} \int_{r r_c}^{r_k} \frac{J_0(\pm) Y_0(r r_k) - Y_0(\pm) J_0(r r_k)}{\mathbf{t}(\pm)} d\pm + \frac{\mathbf{t}_r r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \cdot \frac{J_0(r r_c) Y_0(r r_k) - Y_0(r r_c) J_0(r r_k)}{\mathbf{t}(r r_c)} = \tilde{P}_k(s),$$

$$C_1 J'_0(z) \Big|_{z=r r_k} + C_2 Y'_0(z) \Big|_{z=r r_k} + \\ + \frac{\mathbf{t}_r r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \frac{J_0(r r_c) Y'_0(r r_k) - Y_0(r r_c) J'_0(r r_k)}{\mathbf{t}(r r_c)} = \frac{1}{r} \tilde{q}_h(s)$$

$$\begin{cases} C_1 J_0(r r_k) + C_2 Y_0(r r_k) = A(s) \\ C_1 J'_0(z) \Big|_{z=r r_k} + C_2 Y'_0(z) \Big|_{z=r r_k} = B(s) \end{cases} \quad (20)$$

$$A(s) = \tilde{P}_k(s) - \frac{p_m}{s} \int_{r r_c}^{r_k} \frac{J_0(\pm) Y_0(r r_k) - Y_0(\pm) J_0(r r_k)}{\mathbf{t}(\pm)} d\pm - \\ - \frac{\mathbf{t}_r r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \frac{J_0(r r_c) Y_0(r r_k) - Y_0(r r_c) J_0(r r_k)}{\mathbf{t}(r r_c)}, \quad (21)$$

$$B(s) = \frac{1}{r} \tilde{q}_h(s) - \frac{\mathbf{t}_r r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \frac{J_0(r r_c) Y'_0(r r_k) - Y_0(r r_c) J'_0(r r_k)}{\mathbf{t}(r r_c)},$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} J_0(r r_k) & Y_0(r r_k) \\ J'_0(z) \Big|_{z=r r_k} & Y'_0(z) \Big|_{z=r r_k} \end{vmatrix} \neq 0. \quad (22)$$

(20)

:

$$C_1 = \frac{1}{B} \begin{vmatrix} A(s) & Y_0(r r_k) \\ B(s) & Y'_0(z) \Big|_{z=r r_k} \end{vmatrix},$$

$$C_2 = \frac{1}{B} \begin{vmatrix} J_0(r r_k) & A(s) \\ J'_0(z) \Big|_{z=r r_k} & B(s) \end{vmatrix}.$$

,

(15),(16),

:

$$y(z, s) = \frac{J_0(z)}{\Delta} \begin{vmatrix} A(s) & Y_0(r r_k) \\ B(s) & Y'_0(z) \Big|_{z=r r_k} \end{vmatrix} + \frac{Y_0(z)}{\Delta} \begin{vmatrix} J_0(r r_k) & A(s) \\ J'_0(z) \Big|_{z=r r_k} & B(s) \end{vmatrix} + \\ + \frac{p_m}{s} \int_{r r_c}^z \frac{J_0(\pm) Y_0(z) - Y_0(\pm) J_0(z)}{\mathbf{t}(\pm)} d\pm + \frac{\mathbf{t}_r r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \cdot \frac{J_0(r r_c) Y_0(z) - Y_0(r r_c) J_0(z)}{\mathbf{t}(r r_c)}. \quad (23)$$

(23) (12) :

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\begin{aligned} \tilde{p}(r,s) = & \frac{J_0(\Gamma r)}{\Delta} \begin{vmatrix} A(s) & Y_0(\Gamma r_k) \\ B(s) & Y'_0(z) \Big|_{z=\Gamma r_k} \end{vmatrix} + \frac{Y_0(\Gamma r)}{\Delta} \begin{vmatrix} J_0(\Gamma r_k) & A(s) \\ J'_0(z) \Big|_{z=\Gamma r_k} & B(s) \end{vmatrix} + \\ & + \frac{P_m}{s} \int_{\Gamma r_c}^r \frac{J_0(\frac{s}{\Gamma}) Y_0(\Gamma r) - Y_0(\frac{s}{\Gamma}) J_0(\Gamma r)}{\Gamma(\frac{s}{\Gamma})} d\frac{s}{\Gamma} + \frac{\Gamma \Gamma r}{2kbs} \tilde{q}_h(s) \cdot \frac{J_0(\Gamma r_c) Y_0(\Gamma r) - Y_0(\Gamma r_c) J_0(\Gamma r)}{\Gamma(\Gamma r_c)}. \end{aligned} \quad (24)$$

,  $p(r,t)$

$$p(r,t) = \frac{1}{2fi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{st} \tilde{p}(r,s) ds \quad (25)$$

$\tilde{p}(r,s)$  (24).

1.  $p(r,t) = \dots$  (1)-(3),  $, k, b, \Gamma, r_c, r_k, P_m$   
 $, \dots$  (1)-(3),  $(25)$ .

1.  $\dots$ ,  $, 1951.$

[babani-vahid@rambler.ru](mailto:babani-vahid@rambler.ru)

$$m \frac{\partial p}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{v} + d \quad (1)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\tilde{\omega} = -\frac{k}{\tilde{m}} \operatorname{grad} \dots, \quad (2)$$

$m$  - , ... - ,  $\tilde{\omega}$  - ,  $k$  - ,  $p$  - ,  $d$  - .

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l \quad (3)$$

$l$  - ,  $D$  - ,  $c$  - ,  $x$  - .  
(3)

$$C(0, x) = C_1 \quad (4)$$

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = 0 \quad x = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} = -\frac{c(x, t) - c_0(p)}{T} \quad x = l, \quad (6)$$

$C_0 = C_0(p)$  , . . . ,  $T$  - ,

$$q = -D \frac{\partial c(l, t)}{\partial x}. \quad (7)$$

$$q = d$$

$$d = s(1-m)q, \quad (8)$$

$s$  - . . . , (1)-(8)

$$C(x, t) = U(x) + W(x, t). \quad (9)$$

$W(x, t)$ : (9) (3)  $U(x)$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2}. \quad (11)$$

(10)

$$U(0) = U_0 \quad U(l) = U_1 \quad (12)$$

$$U(x) = \frac{U_1 - U_0}{l} x + U_0 \quad (13)$$

(11)

$$W(x, t) = 0 \quad t = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = -\frac{C(x, t) - C_0(p)}{T}, \quad x = l, \quad (15)$$

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = 0, \quad x = 0. \quad (16)$$

(11), (14)-(16)

$$W(x, t) = X(x) \cdot T(t) \quad (17)$$

$$(17) \quad (11) \quad X(x) \quad T(t)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} + \gamma^2 D T(t) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \gamma^2 X(x) = 0 \quad (19)$$

(18)

$$T(t) = K e^{-D \gamma^2 t}, \quad (20)$$

$$\gamma = K \cdot \sqrt{D} \cdot \frac{l}{f}, \quad . \quad (19)$$

$$X(x) = B_1 \cos \gamma x + B_2 \sin \gamma x.$$

$$X(x) = B_2 \sin \gamma x, \quad \gamma = \frac{f_i}{l}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (21)$$

(11)

$$W(x, t) = Be^{-D\tau^2 t} \sin \varphi x, \quad (22)$$

$$B = B_2 K. \quad , \quad (9)$$

$$C(x, t) = \frac{U_1 - U_0}{l} x + U_0 + Be^{-D\tau^2 t} \sin \varphi x \quad (23)$$

$$, \quad (7) \quad (23) \quad q \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \right|_{x=l} = \frac{U_1 - U_0}{l} + B \varphi e^{-D\tau^2 t} \cos \varphi l$$

$$q = -D \left( \frac{U_1 - U_0}{l} + B \varphi e^{-D\tau^2 t} \cos \varphi l \right) \quad (24)$$

$$d \quad (8) \quad (24)$$

$$d = -DS(1-m) \left( \frac{U_1 - U_0}{l} + B \varphi e^{-D\tau^2 t} \cos \varphi l \right). \quad (25)$$

$$(25) \quad (1)-(2)$$

,

1.

. ., . ., . ., . .

1970, 1,

. 39-45

2. Simon R., Grane D.J. Generalized correlation for predicting solubility, swelling and viscosity behaviour of CO<sub>2</sub> crude oil system. J.Pet. Tech. 1965, v. 17, No 1, p.102-106
3. Rasmussen M.L., Civion F. Improved measurement of gas diffusivity for miscible gas flooding under non-equilibrium vs equilibrium conditions. SPE/DOE Improved oil recovery Symposium. Tulsa Oklahoma USA aprel 13-17 2002, p. 127

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

• • • , • • •

[neikoos@yahoo.com](mailto:neikoos@yahoo.com), [samed59@bk.ru](mailto:samed59@bk.ru)

$$\begin{cases} u_{tt}(t, x) - u_{xx}(t, x) - \Gamma u_{txx}(t, x) = \\ = F(t, x, u(t, x), u_t(t, x), u_x(t, x), u_{tx}(t, x), u_{xx}(t, x), u_{txx}(t, x)) \\ (0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq f), \end{cases} \quad (1)$$

$$u(0, x) = \{ (x) \quad (0 \leq x \leq f), \quad u_t(0, x) = \mathbb{E}(x) \quad (0 \leq x \leq f), \quad (2)$$

$$u(t, 0) = u(t, f) = 0 \quad (0 \leq t \leq T), \quad (3)$$

$$0 < T < +\infty; \quad \Gamma > 0 \quad - ; \quad F, \{, \mathbb{E} - ; \quad u(t, x) -$$

$u(t, x), \quad : \quad :$

a)  $u(t, x), u_x(t, x), u_t(t, x), u_{tx}(t, x), u_{tt}(t, x), u_{txx}(t, x) \in C([0, T] \times [0, f]);$

$u_{xx}(t, x), u_{txx}(t, x), u_{txx}(t, x) \in C([0, T]; L_2(0, f));$

) (1)  $(0, T) \times (0, f);$

) (2) (3)

, , . (1)

, (1)-(3).

1.  $F(t, x, u_1, \dots, u_6) \in C([0, T] \times [0, f] \times (-\infty, \infty)^6).$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$2. \quad F(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) = f(x, u) + \Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) + f_1(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx})_x + f_2(t, u_t)_x + f_3(x, u_x)_x, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & ) \quad f(x, u) \in C([0, f] \times (-\infty, \infty)) \quad [0, f] \times (-\infty, \infty) \\ & \int_0^u f(x, \zeta) d\zeta \equiv g(x, u) \leq C \cdot (1 + u^2 - g_0(u)), \quad 0 \leq g_0(u) \in C(-\infty, \infty); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & ) \quad \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \in C([0, T] \times [0, f] \times (-\infty, \infty)^6) \quad [0, T] \times [0, f] \times (-\infty, \infty)^6 \\ & \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \cdot u_2 \leq C \cdot (1 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + g_0(u_1)); \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & ) \quad f_1(t, x, u_1, \dots, u_4), f_{1,x}(t, x, u_1, \dots, u_4), f_{1,u_i}(t, x, u_1, \dots, u_4) \\ & (i=1,4) \in C([0, T] \times [0, f] \times (-\infty, \infty)^4) \quad [0, T] \times [0, f] \times (-\infty, \infty)^4 \\ & - f_1(t, x, u_1, \dots, u_4) \cdot u_4 \leq C \cdot (1 + u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 + g_0(u_1)); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & ) \quad f_2(t, V), f_{2,V}(t, V) \in C([0, T] \times (-\infty, \infty)); \\ & ) \quad f_3(x, V) \in C^{(1)}([0, f] \times (-\infty, \infty)) \quad [0, f] \times (-\infty, \infty) \\ & - \int_0^V f_3(x, \zeta) d\zeta \leq C \cdot (1 + V^2), \end{aligned} \quad (8)$$

$$C > 0 - . \quad u(t, x) \quad (1)-(3)$$

$$\begin{aligned} & : \\ & \int_0^f u_t^2(t, x) dx + \int_0^f u_x^2(t, x) dx + \int_0^f u_{tx}^2(t, x) dx \leq C_0 \quad \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (9)$$

$$. \quad \forall t \in [0, T] \quad x \in [0, f]$$

$$|u(t, x)| = \left| \int_0^x u_\zeta(t, \zeta) d\zeta \right| \leq \int_0^f |u_\zeta(t, \zeta)| d\zeta \leq \sqrt{f} \cdot \left\{ \int_0^f u_x^2(t, x) dx \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$|u_t(t, x)| = \left| \int_0^x u_{t\zeta}(t, \zeta) d\zeta \right| \leq \int_0^f |u_{t\zeta}(t, \zeta)| d\zeta \leq \sqrt{f} \cdot \left\{ \int_0^f u_{tx}^2(t, x) dx \right\}^{\frac{1}{2}},$$

(9) :

$$\|u(t, x)\|_{C(\bar{Q}_T)} \leq R_0, \quad \|u_t(t, x)\|_{C(\bar{Q}_T)} \leq R_0,$$

$$Q_T \equiv (0, T) \times (0, f).$$

(4),

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

$$\Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) \quad (10)$$

$$f(x, u), f_1(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}), f_2(t, u_t)_x, f_3(x, u_x)_x, \quad (11)$$

$$(10) \stackrel{(4).}{=} (11), \dots, \stackrel{2 = 2}{=} (11) \stackrel{(10)}{=}, \\ (6) \stackrel{\cdot}{=} \dots \stackrel{\cdot}{=} \left( \dots \stackrel{\cdot}{=} \right), \quad ,$$

$$|\Phi(t, x, u_1, \dots, u_6)| \leq C \cdot (1 + |u_1| + |u_2| + |u_3| + |u_4|),$$

$$(6), \quad \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6), \\ (6) \quad \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6), \quad , \\ |u_1| + \dots + |u_6| \rightarrow +\infty \quad ; \quad , \\ \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \\ \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) = u_2 \cdot \tilde{\Phi}(t, x, u_1, \dots, u_6),$$

$$\tilde{\Phi}(t, x, u_1, \dots, u_6) - , \quad : \\ \tilde{\Phi}(t, x, u_1, \dots, u_6) \in C([0, T] \times [0, f] \times (-\infty, \infty)^6),$$

$$\tilde{\Phi}(t, x, u_1, \dots, u_6) \leq C.$$

$$(6), \quad , \\ \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \quad u_2, \quad , \quad , \\ \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \quad u_2, \quad , \quad (6) \quad ( \quad , \quad u_2 = 1 \\ u_2 = -1) \\ |\Phi(t, x, u_1, \dots, u_6)| \leq \tilde{C} \cdot (1 + u_1^2 + u_3^2 + u_4^2 + g_0(u_1)), \quad (12)$$

$$, \quad \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \quad |u_1| + \dots + |u_6| \rightarrow +\infty \\ , \quad , \quad , \quad , \quad \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \\ u_2, \quad u_2 = 1 + |u_1| + |u_3| + |u_4| + \sqrt{g_0(u_1)} \quad u_2 = -(1 + |u_1| + |u_3| + |u_4| + \sqrt{g_0(u_1)}), \\ (6) \\ |\Phi(t, x, u_1, \dots, u_6)| \cdot (1 + |u_1| + |u_3| + |u_4| + \sqrt{g_0(u_1)}) \leq \\ \leq \tilde{C} \cdot (1 + u_1^2 + u_3^2 + u_4^2 + g_0(u_1)),$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\begin{aligned}
 & |\Phi(t, x, u_1, \dots, u_6)| \leq \tilde{C} \cdot (1 + |u_1| + |u_3| + |u_4| + \sqrt{g_0(u_1)}); \\
 & , \quad (12), \\
 & \Phi(t, x, u_1, \dots, u_6) \quad |u_1| + \dots + |u_6| \rightarrow +\infty. \\
 & , \quad f(x, u) = \Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) \\
 & \quad \cdot \quad , \\
 & f(x, u) = -u^{99}, \quad \Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) = u^{50} \sin u_t, \\
 & f_1 = f_2 = f_3 \equiv 0, \\
 & \dots \quad F(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) = -u^{99} + u^{50} \cdot \sin u_t; \quad , \\
 & g_0(u) = u^{100} \\
 & \Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) \cdot u_t \leq C \cdot (1 + u^2 + u_t^2 + u_x^2 + u_{tx}^2 + g_0(u)), \\
 & \dots \quad (6), \quad , \\
 & \Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}) \cdot u_t = u^{50} \sin u_t \cdot u_t \leq u^{50} \cdot |u_t| \leq \\
 & \leq \frac{1}{2} (u^{100} + u_t^2) \leq \frac{1}{2} (1 + u^2 + u_t^2 + u_x^2 + u_{tx}^2 + u^{100}); \\
 & f(x, u) = \Phi(t, x, u, u_t, u_x, u_{tx}, u_{xx}, u_{txx}), \quad (6) \\
 & g_0(u) \equiv 0, \quad (6), \\
 & (-u^{99} + u^{50} \cdot \sin u_t) \cdot u_t \leq C \cdot (1 + u^2 + u_t^2), \quad (13) \\
 & \dots \\
 & \left( -u^{99} + u^{50} \cdot \sin u_t \right) \cdot u_t \leq C \cdot (1 + u^2 + u_t^2), \quad (13) \\
 & , \quad , \quad , \quad u_t = \frac{f}{2}, \quad u \rightarrow -\infty \quad (13) \\
 & , \quad g_0(u), \quad (5), \quad , \quad \dots \\
 & g_0(u) \equiv 0, \quad (5) \quad (5) \quad (6) \quad (7),
 \end{aligned}$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**ABERON YARIMADASINDA RADAEKOLOJİ DƏQQATLAR**

**Q.Q. Məmmədov<sup>1</sup>, C.H. Natiyev<sup>2</sup>**

*Bakı Dövlət Universiteti, Fizika Problemləri nstitutu<sup>1</sup>*

*AMEA Rəsədasiya Probləmli nstitutu<sup>2</sup>*

Bakı tərafı razılıqlı ilk dəfə 1963-1964 illərdə tanı oldum və bu tanılıq məndən çox böyük təsűf hisləri yaratdı. Təraf mühit və razılıq rətərkibində neft və qaz olan təllantılarla daha çox çıxırınmışdır. Bu təllantılar içərisində zərərlili Radioaktiv təllantılar xüsusi yer tuturdu. Belki, Radioaktiv nüklidlərin təraf mühit və canlı orqanizmlər vurduğu ziyanlı təsirlər artıq çoxdan məlumat ididir. 1900-2000-ci illərdə Aberon yarımadasının razılıqlı rind və Xəzər dənizində Radioekoloji və ziyyət eynidir. Bu barədə dəbiyyatda və laqdar təkilatlarda heç bir məlumat yox idi. Hərçənd ki, keçmiş 80-ı illərinin sonlarında SSR mütəxəssislərinin təfindən və onların rəhbərliyi altında Azərbaycan torpaqlarında Aerokosmik üsullarla radioekoloji məsləhətləri aparılmışdır. Lakin, "məxviliklərdə si" altında bu məsləhətlər barədə hələ heç bir məlumat verilməmişdir.

1) Ölkəmiz ikinci dəfə müstəqillik qazandıqdan sonra Respublika Prezidenti cənab İlham Əliyevin fərمانları səsində, Respublikanın laqdar təkilatlарının rəhbərliyi altında Radioekologiya sahədə ciddi elmi -tədqiqat işləri aparılmışdır. Aberon yarımadasının torpaqlarının nefəsi və radioaktiv təllantılardan təmizlənməsi işlərinin başlanğıcıdır.

Radioekoloji tədqiqatlar aparmaq üçün tərəfimizdən qurulmuş 1-ci radioekoloji parametrləri ölçüldü. Bu məqsədlərə laqdar təkilatlardan rəhbərliyi altında yoxlanmasını təmin etmək üçün Xəzər dənizi suyunun Lənkaran çökəkliyi və Volqa çayının Xəzər töküldüyü yerdən götürülmüş su mənuməti rəsinin; həmçinin Kalium xlor (KCl) kristallarının Radioekoloji parametrləri təyin olundu. Tədqiqatlar nəticəsində müəyyən olunduğu kimi, Lənkəran çökəkliyi sularında KCl-un konsentrasiyası daha yüksəkdir.

2) Beynəlxalq Qrant Lahiyəsinin işləməsi: Bakı tərafı Aberon torpaqlarında radioekoloji tədqiqatlarının aparılması (icra müddəti 3 il-2009-2012 illər; dəyəri-40/000 AB-dollari). İcraçılarının sayı 16 nəfərdir.

Qrant-projeqt işləndirilən Bakı hərindən başlayan 10 marşrut üzrə çöl raitində EDG-nün (ekvivalent doza gücünün) cərəfi koordinatlardan və ölçüm nöqtələrinin sayıdan asılılılığı müəyyən edilmişdir. EDG-cü böyük olan lokal razılıqları laboratoriya raitində spektrometrik tədqiqatlar aparmaq üçün torpaq mənuməti götürülmüşdür.

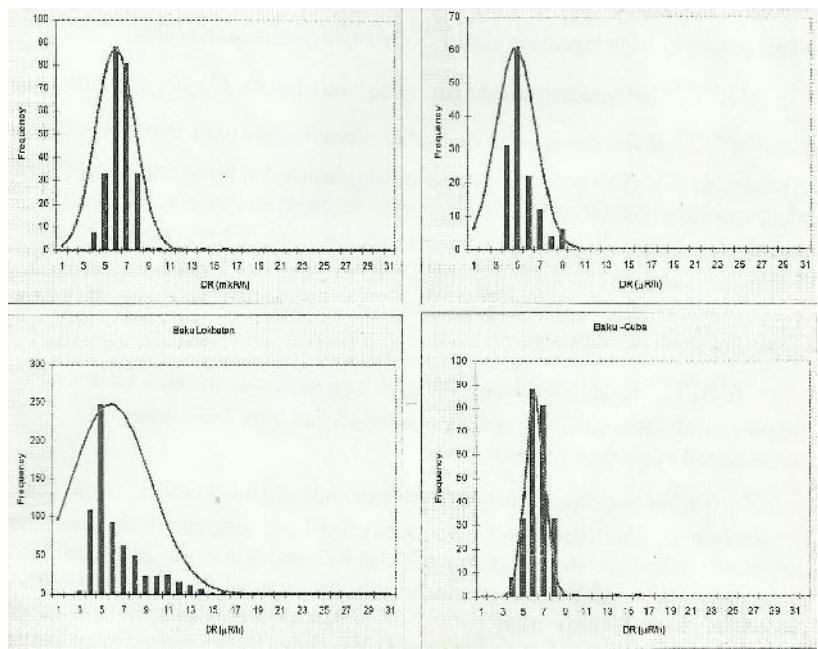
k.1-d Bakı-amaxı, Bakı-Qurd qapısı, Bakı-Lökbatan, Bakı-Quba mərəvətu üzrə Radioekoloji tədqiqatlar nəticəsi olaraq EDG-nin nöqtələrinin sayıdan (a) və cərəfi koordinatlardan asılılıqları (b) verilmişdir [1-3].

Eksperimental nəticələrin təhlili göstərdiği, DGE-nin ölçü nöqtələrinin sayıdan asılılılığı Qauss paylanması uyğunlaşdırır:

$$N(x) = Ae^{-(x_i - \bar{x})^2 / 2\sigma^2}$$

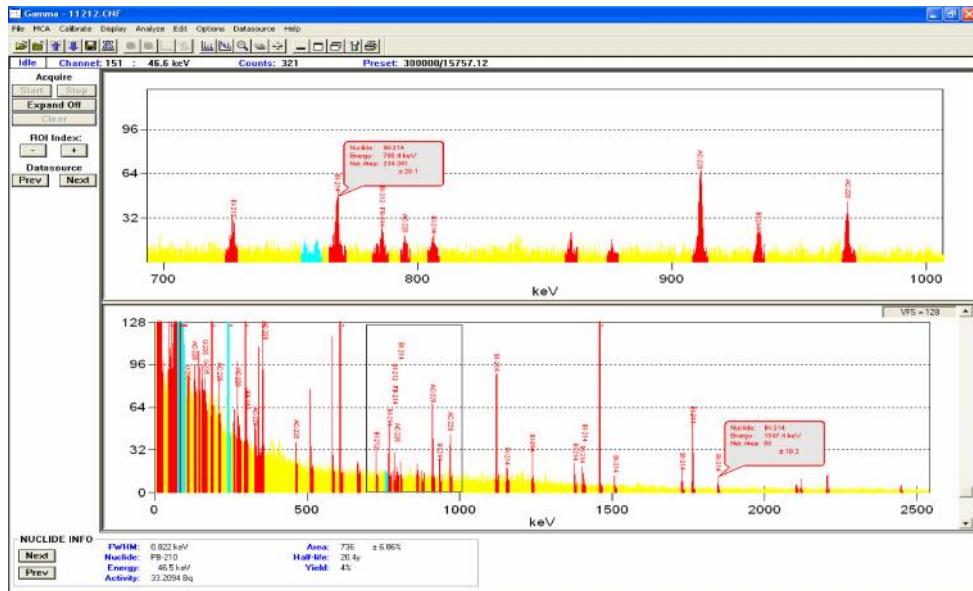
Belki, A-EDG-nin ölçülümlərindən çox təkrarlanan nöqtələrin maksimal sayı,  $x_i$  i nöqtələrin sayından EDG-nin qiyməti,  $\bar{x}$  - EDG-nin orta qiyməti,  $\sigma$  - ortak kvadratiq qiymətindən kənar çıxmışdır.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**



kil-1

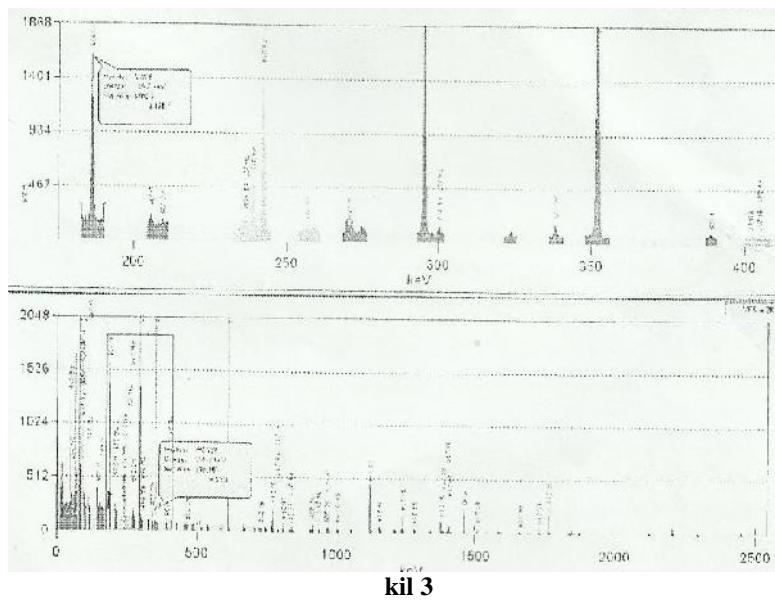
Tədqiqatlar nəticəsində məlumat olmamış dur ki, Bakı-Suraxanı, Bakı-Ramana məşhur urutlarında EDG-nin qiyməti daha yüksəkdir və bunu keçmiş Suraxanı və Ramana yod zavodlarının rəzail rindin ötürülmüş torpaq nümunənin HP GaGe dedoktorlu amma Spektrometri vasitəsilə ölçülmə enerji spektri çox aydın östərir (kil.2).



kil 2

Qeyd etmək lazımdır ki, tədqiq olunan razi torpaqlarında mövcud olan Radionüklidlərin tərkibi, onların dərinliyinin artırılması, enerji spektirləri və digər həmiyyətləri parametrləri yüksək elmi səviyyədə tədqiq olunmuşdur. kil.3-də çoxlu sayıda tədbiq sahələri olan bertonit susurlarının enerji spektri dəvərilmədir.

**BDU-nun Fizika Probleml ri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin h sr olunmu  
Beyn Ixalq konfrans**



**kil 3**

**N T C L R**

1) Bakı trafi razil rd t rkibind Radionüklidl r olan neft-qaz tullantıları il çirkli nmi torpaqlarda Radioekoloji t dqiqatlar aparılmış ,Radionüklidl rin konsentasiyasının yüks k olan lokal razil rin (yerl rin) co rafi koordinatları v EDG-nin nöqt 1 r sayından asılılı lari t yin edilmişdir.

2) EDG-nin nöt 1 r sayının tezlyind n asılılı 1 çox çirkli olan razil rd eksponensial, az çirkli torpaqlarda is kiçik meyl buca z if olan x tti xarakter da iyir.

3) Radioekoloji t dqiq olunan razi torpaqlarında mövcud olan Radionüklidl rin t rkibi,konsentrasiyaları,aktivlikl ri,enerji spektirl ri kimi bir sira h miy tli parametrl ri t yin edilmişdir.

4) Alınan n tic 1 r 3-Beyn Ixalq Simpoziumlarda (2-d f AB -d , 1-d f Fransada) m ruz edilmiş , Beyn Ixalq v Respublika m tbuat nda çap olunmuşdur.

**D B YYAT**

1. G.G. Mamedov, M.A. Ramazanov, J.A. Naghiyev, A.A.Mehdiyeva, M.M. Bakirova, T.T. Vandergraaf, *Investigation into Natural and Anthropogenic Radionuclide Contamination on the Absheron Peninsula Azerbaijan - 10208*, WM2010 Conference, USA, Phoenix, Arizona, March 7-11, 2010, 10 p.
2. T.T. Vandergraaf, G.G. Mamedov, M.A. Ramazanov, J.A. Naghiyev, A.A. Mehdiyeva, N.A. Huseynov, *Determination of the radionuclide contamination on the Absheron peninsula in Azerbaijan*, Proceedings of the 14th International Conference on Environmental Remediation and Radioactive Waste Management ICEM2011., France, Reims, September 25-29, 2011, 9 p.
3. T.T. Vandergraaf, G.G. Mamedov, M.A. Ramazanov, J.A. Naghiyev, A.A. Mehdiyeva, V.H.Badalov, Distribution of Radioactive Materials in the Absheron Peninsula, Azerbaijan -13567, WM2013 Conference, USA, Phoenix Arizona, February 24-28, 2013, 13 p.

**METEOROLOJİ PEYK SİSTEMLƏR**

**V. . Sarıyev**

*Ming çəvər Dövlət Universiteti*

[V.Sariyev-1970@mail.ru](mailto:V.Sariyev-1970@mail.ru)

*Peyklərin orbitləri onlarda cihaz və avadanlıqların imkan və təyinatından asılı olaraq seçilir.*

*Orbitlər Yerdən olan məsafələri və fırlanma müstəvisinin Yer nötzərindən ziyyətlərlə bir-birindən fərqləndir. Orbitlər növü rəngi, nəçəx istifadə olunan geostasionar və polyar növüllü olurlar.*

Peyk rəbiti si 1945-ci ildə Amerikalı A.Klark tərfindən təklifi edilmişdir. Onun bu təklifi sa-sında 1957-ci ildə keçmiş SSRİ tərfindən süni peyk kosmosa buraxılmış, bununla kosmik sərbəsləməsi dır.

Rabit peyki ilk dəfə 1 fevral 1958-ci il ABŞ, 26 aprel 1962-ci il Böyük Britaniya, 29 sentyabr 1962-ci il Kanada, 26 noyabr 1965-ci il Fransa, 29 noyabr 1967-ci il Avstraliya tərfindən kosmosa ixtarılmışdır.

1965-ci ildə keçmiş SSRİ tərfindən kosmosa "Molniya -1" rəbit peyki buraxılmışdır.

Yüksək buraxıcılığı malik olmasına, çox uzaq məsafələr informasiya verilişinin təmin olunması və etibarlı rəbitin təmin olunması peyk rəbitinin üstünə cəhətləndir. Peykin Yerdə hündürlüyü 36000 km-dən çatır. Peyk rəbit sindən dənə iqtisadiyyatlı və televiziyyəsi sinyallarının verilməsi üçün istifadə edilir. Onların verilməsi üçün müxtəlif veriliş sürətlərində istifadə olunur.

Məsələn, terminallar arasında veriliş sürətinin qiyməti 2400 bit/sən, riyazi proqramların sürəti 50 kbit/sən, verilişin sürəti ötürülmə sürəti 1 Mbit/sən-dir. Peyk rəbit sindən həvin yaranma ehtiyaçının qiyməti  $10^{-10}$ -a bərabərdir. Diger rəbit kanallarına nisbətən peyk rəbit kanallarının effektivliyi və qədəmliyi (800 km-dən sonra) çox böyük olur. Ona görə də peyk rəbit si kanalına olan tələbat getdikcə artır.

Peyk rəbit sindən kanalların ayrılması tezliyə, zamana, mühit və kodda görəp aparılır. Yerüstü stansiyalarından peyk informasiyanın ötürülməsi və onun qəbulu kanalların ayrılması üsullarına səslənir.

Peyk rəbit sində müxtəlif diametrləri antenalar istifadə olunur ki, onların maksimal diametri 30 m, minimal diametri 1.5 m olur. Peyk istifadə olunan retranslyatorun sayı  $12 \div 48$  arasında dəyişir. Retranslyatorun hər birinin zolaq tezliyi 36 MHs olur. Retranslyatorlar həmdə yüksək tezlikli olurlar, onların tezlik zolağı 14/12 HHs, bəzən tezlik zolağı 6/4 HHs təqəlib edir.

Yerüstü A stansiyası "Yer-peyk" kanalı vasitəsilə müəyyən tezlikli sinyal verir. Öz növbəndə peyk həmin sinyalı qəbul edərək "Peyk-Yer" kanalı vasitəsilə digər yerüstü B stansiyasına ötürür. Bu kanal üzrə veriliş sinyalı qəbul razisində hər bir stansiya əla bilir. Sinyalların qəbulu və veriliş transponderlərlə aparılır.

Bu növ rəbit də bir neçə min telefon kanalı yaratmaq, onlarla transponderlər yerlərdirmək mümkündür. Onların hər birinin veriliş sürəti 48 Mbit/sən, ümumi buraxıcılığı 0.5 min.bit/sən təqəlib edir. Belə bəlkə 1 rd. informasiya verilişini məlumat kommutasiyası üsulu ilə aparıla bilir. Bu üstünə cəhətlər yanaşı peyk bəlkəsinin çatı mayan cəhətləri də var: hava rətitinin pisləməsi ilə laqdar təhrifin yaranması, informasiyanın gecikmə vaxtının böyük olması müasir

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

dövrdə Yer üzündə bərəninqilim dəyişmərinin tədqiqində aerokosmik üsulların (məsafədən zondlamasının) [1] nəticələri öz aktuallılıqlı böyük həmiyyət kəsb edir.

“Yerin məsafədən zondlaması” dedikdə, Yerin müxtəlif təbiəti obyektlərinin yüksək etdirdiyi və ya üalandırıcı şəhərlər haqqında, pilotlular və ya məsafədən idarə olunan havanın mil rənin (təyyarə və aerostatların) və ya kosmik platformalarda (kosmik apparatlar, raketlər, kosmik güzəl, peyk və stansiyalarda) quraşdırılmış cihazlar vasitəsilə alınan informasiyanın emalı nəzərdə tutulur.

Aerokosmik zondlama üçün nəzərdə tutulmuş kosmik cihazlar üçün hündürlüklərin görünüşü, alçaq, orta hündürlüklü və geostasionar cihazlar bölünür.

Geoinformatikada [2] Yerin obyektləri sənət 3 tip xarakteristikalara malik olur

1. Məkan xarakteristikası - obyektinin və loca dən qəbul olunmuş koordinat sisteminin görünüşü ziyyəti təyin olunur. Bu xarakteristikanın qarşısında qoyulan sənət 1 b obyektinin yerlədiyi məkanı, o cümlədən Yerin səthinin dəqiq rəsədlərinin rəsəd rəsəd və ziyyətinin dəqiq təyin olunmasıdır.

2. Zaman xarakteristikası - zamandan asılı olaraq, Yerin səthində olan obyektin xüsusiyyətinin, proses və hadisələrin dəyişməsini xarakterizədir, bu xarakteristikanın qarşısında qoyulan sənət 1 b aktuallığınıqdır.

3. Tematik xarakteristikası - obyektin zaman və məkan istisna olmaqla xüsusiyyətlərinin təsviri edir, sənət 1 bini praktik məsələlərin həllində dolunlu uşaq kifayəti təsvir edir.

Peyklərin orbitləri onlarda cihaz və avadanlıqların imkanı və təyinatından asılı olaraq seçilir. Orbitlər Yerdən olan məsafələri və fırlanma müstəvisinin Yerinə nəzərən və ziyyətlərinin bir-birindən fərqləndir. Orbitlər növürlərinin görünüşü, nəçər istifadə olunan geostasionar və polyar növürlər olurlar. Geostasionar orbitlərinin sənət üstünlüyü alınan informasiyanın zaman görünüşü, yüksək ayırdetməyə və sabit görünen bucağına malik olmasıdır. Bu orbitlər üçən peyklər Yerdən oqdur rəhbərliyində yerlərini, yüksək fəza istifadəsinə və keyfiyyətin müəhdidliliyinə eyni zamanda zamanlı təyin bilmir. Həmin orbitlərdə 5-6 peyklər üçduqda Yerin ekvator oblastına müəhdid olduqca faydalı olmaqla Yerin qütiblərinin görməyə rəsəd olur. Adətən geostasionar orbitlər meteoroloji və rəsəd peykləri üçurlar. Aerokosmik üsullar (məsafədən zondlaması) üçün nəzərdə tutulan peyklərin görünüşü ziyyəti hazırlıq qütb orbitləri üzərindən təqdim olunur. Bu o deməkdir ki, peyklər imal istiqamətinə uyğun olaraq Yerindən biri tərəfindən, cənub istiqamətinə uyğun olaraq isə biri tərəfindən keçir. Bu cür peyklər orbitinin bir çoxunu Günəşin görəsinə sinxronlaşdırır, yəni peyklər seçilməsi rəzaklığı üzərindən eyni vaxtda keçir. Bu hallar bir neçə illər aparılan tədqiqat üçün eyni iştirakçılar rəsədini təmin edir. Orbitin imal dövründən hissəsinin qalxan orbit, dəqiqəsinin isə dənən orbit deyilir. Polyar orbitlər geostasionar orbitləri nəzərən Yerin yaxınlığındadır. Polyar orbitalda iyişlərə yerlərdirilən cihazlar məkana görən ayırdetməni daha yaxşı təmin etməklə, aerokosmik üsullar zamanı yüksək keyfiyyəti nəticələrdən etməyi imkan verir. Aşağıda adları çəkilən cihazların hamısı qütb orbitindən üçən peyklərdirilər:

MSS cihazı (LANDSAT peykləri), AVHHR cihazı (NOAA peykləri), SMMR və SSM mikrodalı radiometrlər, SAR cihazı (ERS-2 peykləri), METEOSAT, METEOR.

Beynəlxalq hava limanlarında istifadə olunan Yerin süni meteoroloji peyklərinin işləməsi:

PS SAT SAD S, NTEL SAT-V, SAD S Reception, PC W NSAT. Orbital peyklərindən o cümlədən, nisbetən az yüksək klinikdən üçən cihazlar (təyyarə, vertalyot və s.) vasitəsilə qeydə alınmışdır. Bu dəyişmənin sahənin təbii obyektlərinin fiziki xassələrinin dəyişməsi göstəricisi olmuşdur.

### **DƏBYYAT**

1.	. «	»	1985
2.	... .	«	2005

## **INFORMATIVENESS OF X-RAY IMAGES OF HUMAN BODY**

**S. R. M JOV C**

*University of Montenegro, Faculty of Natural Sciences and  
Mathematics, Podgorica, Montenegro*  
[slavom@rc.pmf.ac.me](mailto:slavom@rc.pmf.ac.me)

The Physical theories allow us to make predictions: given a complete description of a physical system, we can predict outcome of some measurements. This problem of predicting the result of measurements is called the forward problem. The inverse problem consists of using the actual result of some measurements to conclude the values of parameters that characterize the system. While forward problem has (in deterministic physics) a unique solution, the inverse problem does not. Because of it, in the inverse problem, one needs to make explicit or implicit any available *a priori* information on the model parameters. One also needs to be careful in the representation of the data uncertainties.

Transmission X-ray radiography, which has been used for over 100 years, is based on the partial absorption of X-rays in material, which depends on thickness ( $x$ ) and the material-dependent absorption length ( $\lambda$ ) through D'Alembert's Law,

$$I(x) = I(0) \exp(-x/\lambda) \quad (1)$$

which describes the exponential decrease of beam intensity with thickness [1]. An image in medicine represents the spatial distribution of the patient tissue components within the field of view. Visualization of important details requires separation of the "structures of interest" against the "background" (e.g. in mammography (a special kind of breast radiography), micro-calcifications in the breast glandular tissue) [2]. The quality of the various components of the imaging chain (focal spot, imaging geometry, image receptor, video camera and amplifier, image processing software, image display) has also influence on the image signal, obtained at the viewing station.

Extracting useful information from such image is an inverse problem with a typical property, the so-called ill posedness. The ill-posed problem means that little non-avoidable errors in the measured values can lead to significant changes in the solution [3]. This problem has been understood and methods for overcoming difficulties due to this property have been developed [4]. Computer-supported techniques play an important role in the feature extractions from an image [5, 6].

In this paper, the Wiener filter is applied to images in mammography to get rid off of imperfection of imaging devices [7, 8]. Matlab software was used for the image processing. Typical results are depicted below.

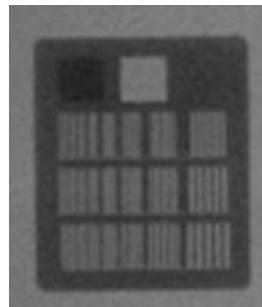
The blurred, noisy image is depicted in Fig. 1. This is the raw image of the bar-pattern, estimated to be convolved with Gaussian as a model of imperfection of the image devices (standard deviation 2), and added white noise (zero mean and standard deviation approx. 10% of mean signal). The bar-pattern was used, instead of a real breast, due to better visualization of the results. Namely, restoration process should increase spatial resolution and this case can be seen easily.

Restored images are depicted in Fig2. a), using methodology with scalar estimate of the noise/signal power ratio (NSR). In other words, only the total amounts of power in the noise and

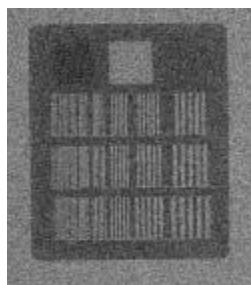
in the image is provided and their frequency dependence is not supplied 1, and b) using methodology 2, with frequency dependant estimate of the noise/power ratio.

It is found that in the both restored images, the spatial resolution is improved, although the best result is depicted in 2b) where a frequency dependant estimate of the noise/signal power ratio is done via respective autocorrelation functions.

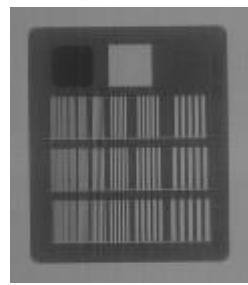
“Cleaning” the image from the imperfectness of the imaging system (x-ray mammography unit), should be the main preprocessing task before any further enhancement and processing. Carefully estimate of the quality of the imaging devices, i.e., knowing the apparatus function, together with estimation the sort and magnitude of noise in the image would improve spatial resolution significantly. Artefacts created by Wiener filter, as a most objective, would be negligible.



**Figure 1.** The blurred and noisy image of the bar pattern



a)



b)

**Figure 2.** The restored images by using methodology 1 a) and methodology 2

b) Further investigation is needed, for the cases where the apparatus function and noise is overestimated or underestimated. That could be closer to the realistic cases.

#### REFERENCES

1. Ed by Gordon Fraser, “The New Physics for the twenty-first century,” Cambridge University Press 2006.
2. H. Aichinger, J. Dierker, S. J. Barfuß and M. Säbel, Radiation Exposure and Image Quality in X-Ray Diagnostic Radiology, Springer-Verlag Heilderberg 2004.
3. A. N. Tikhonov and A. V. Goncharski , Ill posed Problems, (Moscow, University Press, 1987).
4. M. Bertero and P. Boccacci, Introduction to Inverse Problems in Imaging, IOP Publishing 2008
5. C. Solomon and T. Breckon, Fundamentals of Digital Image Processing, (Wiley-Blackwell 2011), pp.141-165.

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

6. M. Nixon, A. Aguado, "Feature Extraction & Image Processing", Elsevier Ltd. 2008.
7. A. M. Gurevich, Fizicheskie osnovi Radiacionogo kontrola i diagnostiki, (energoatomizdat, Moskva 1989). (in Russian)
8. A. Jannetta, J. C. Jackson, C. J. Kotre, I. P. Birch, K. J. Robson, R. Padgett Phys. Med. Biol. **49**, 21 (2015).

**STATE-OF-THE-ART OF NEUTRON ACTIVATION ANALYSIS AT THE REACTOR  
IBR 2 OF JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH IN DUBNA, RUSSIA**

**Marina Frontasyeva**

*Department of Neutron Activation Analysis and Applied Research, Division of Nuclear Physics,  
Frank Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Nuclear Research,  
str. Joliot-Curie, 6, Dubna, 141980, Moscow Region, Russian Federation  
[marina@nf.jinr.ru](mailto:marina@nf.jinr.ru)*

The history of the development of neutron activation analysis in the Laboratory of Neutron Physics at Joint Institute for Nuclear Research is briefly outlined. Created under initiative of Academician I.M. Frank in the 1960s a small group now turned into a large international team involved in projects in the framework of programs coordinated and supported by IAEA, the European Union, the Russian Fund for Basic Research, as well as grants of Plenipotentiaries of JINR Member States. Modernization of the pneumatic system, recently equipped with three automatic sample changers, and created NAA database to automate the measurement and processing of gamma spectra of induced radionuclides are described. Experience in the life sciences and materials science is summarized. Examples are given of projects related to the monitoring of atmospheric deposition of heavy metals and radionuclides carried out in the framework of the United Nations Program on Long-Range Transboundary Air Pollution in Europe (UNECE ICP Vegetation), a project to assess the state of the environment in Egypt, based on the analysis of soil and the sediment basin of the river Nile, as well as project on monitoring trace elements in aquatic ecosystem in the Western Cape, South Africa («Mussel Watch Program»), etc. In combination with microscopy, the synthesis of nanoparticles of various metals via biotechnology is studied. Our investigations on applying NAA to solve the problem of industrial wastewater treatment were twice awarded Gold Medals by the European Union, in 2013 and 2015. New areas of research – study of natural medicinal plants and search for cosmic dust in natural planchettes (Arctic and Antarctic mosses, Siberian peat bog cores, etc.) - reflect the public and scientific interest in these topics. Future extensions of the department's research will be connected with the development of radioecological studies using precision gamma-spectrometry and the creation of a low-background laboratory for carrying out measurements of natural and anthropogenic radioactivity.

**Keywords:** automation of neutron activation analysis, monitoring of atmospheric deposition of heavy metals and radionuclides, monitoring aquatic ecosystem, bionanotechnology, medicinal plants, cosmic dust, microscopy, radioecology.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

50 ,

50 ,

, , , , .).

, 87 ,

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

, 70

,

Cl, S<sub>4</sub>, HCO<sub>3</sub>, Na, K, Ca, Mg,

( . 1)

1

			Cl	SO <sub>4</sub>	HCO <sub>3</sub>	Na+K	Ca	Mg
-	1/80	1205	87	12	-	93	-	-
-	12		82,6	16,2	0,99	79,4	14,5	6,05
-	7	1245	57,1	1,3	41,6	93,1	3,4	3,5
-	10	2461	92,7	6,0	1,3	86,5	4,7	8,8
	111	1140	85,8	13,1	0,9	88,9	6,0	5,1
	14	1164	54,1	42,4	3,0	62,7	6,7	3,6
	5		60,5	20,2	18,5	91,1	6,4	2,5
-	9	1852	70,6	24,7	4,7	93,0	3,9	3,1
	20	1926	99,5	0,1	0,4	82,4	14,6	3,0
	112	2877	99,7	-	0,3	85,5	12,6	1,9
	113	1594	79,0	18,8	2,2	76,4	18,8	4,8
	116 <sup>3</sup>	1853	95,7	2,14	1,76	91,3	8,35	0,35
	115	1615	77,2	18,6	4,20	85,0	8,7	6,3
( . )	15	3350	36,1	38,0	2,6	91,0	6,2	2,6
	1	2497	99,0	0,3	1,0	87,0	10,7	2,7
	45		54,6	7,8	3,7	96,0	2,4	1,9
	54		43,3	1,0	5,7	96,1	0,6	3,0
	9	1067	-	16	80	85	96	29

,

,

[1]

; 2.

; 3.

; 4.

6

; 5.

: 1.

; 6.

,

,

[2]

,

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

(CO<sub>2</sub>, HS, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>).  
 (CO<sub>2</sub>, HS, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>, Rn)

112,20 - , 0,3 ( . 5, 7, 9, 10, 12, 14, 3) 106,56 / ( .

3 :

- $$\begin{array}{r} 1. \\ 2. \\ 3. \end{array} \quad \begin{array}{r} - & 10 / ; \\ - & 10 & 35 / ; \\ - & 35 / . \end{array}$$

/ . 5, 7, 9, 10, 12, 14, 3/65, 113, 55, 14. 10-35 / .  
 1/80, 33, 34, 30, 43, 35, 54, 58, 115, 111, 110, 36, 115.

<sup>35</sup> / 112, 115, 20, 6, 116, 10, 7, 111, 43, 34, 1, 2, 4, 10.

[3]

- : 1. ( -  $4^\circ$  );  
 2. ( -  $20^\circ$  ).

: 1. ( -  $20^\circ$   $37^\circ$  );  
 2.. ( -  $37^\circ$   $42^\circ$  );  
 3. ( -  $42^\circ$  );

6-7

1. . . , , 1992, .193.  
2. . . , ,  
3. : . . , - " " , 1970, .200  
4. . . , - . , , 2007, 145 .

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

## AZ RBAYCAN QT SAD YATININ DAYANIQLI

EKO NK AF MODEL

T. H s nov, M. Babayev

Baki Dövlət Universiteti

[tapdighasan@mail.ru](mailto:tapdighasan@mail.ru), [m.babayey@mail.ru](mailto:m.babayey@mail.ru)

Azrbaycan Respublikası müstəqillik iddəti ilə ilk gündən başlayaraq traf mühitinin mühafizəsi problemlərinin diqqəti artırılmışdır. Onların həlli istiqamətində məqsədönlü mərhələlər ilə həll programı həyata keçirilmişdir. İlk nüvə hazırlanmışdır. URLU Həll strategiyası qısa zaman müddəti rəzində keçmiş tətbiqindən başlanğıc ilə bütün MDB dövlətləri üçün xarakterik olan ekoloji böhranın stabil məsələsinə imkan vermişdir. Həmiyyətli dönəndə min etmə və iqtisadiyyatın ngidicilişin faktorunu aradan qaldırılmışdır.

XXI srin ba lan icında bütün inki af etmi dünya dövl tl rind oldu u kimi, t bii resurs potensiali il seçil n Az rbaycan Respublikasında da resurs s rfinin, h mçinin traf mühit t sirin minimum göst ricil ri il xarakteriz olunan iqtisadiyyatın dayanıqlı ekoinki af modelinin qurulması h yati z ruriyy td n doqan ba lica v zif y çevrilmi dir. Ik növb d qar ida duran v zif nin yerin yetirilm sinin z ruri aspektl rinin t hlilin keçm zd n vv l, t qdim olunan m s l nin sas mahiyy tinin açıqlanması üz rind dayanmaq v onun tarixi xronologiyası haqqında qisa m lumat verilm si z ruridir.Bu kontekstd hazırda ks r t dqiqatçılar t r find n tez-tez t kralanan m lum tezis: “XX srin n büyük itkisi-ekolojiya v b riiy tin öz g l c k varlı imi real t hlük qar isında qoymasıdır” –diqq ti c lb edir. Bütün b riiy t üçüncü minilliyyin ba lan icında real t hlük y qar i mübariz t dbiri kimi ekoloji c h td n dayanıqlı sosial-iqtisadi inki af yolunu sas istiqam t kimi q bul etm k z ruriyy ti il üzl mi dir. N tic 1 rin aradan qaldırılması il yana i, artıq daha çox s b bl r üz rind dü ünm k z ruriyy ti meydana g lmi dir.T bi t iqtisadiyyatın deyil, iqtisadiyyat t bi tin t rkib hiss sidir tendensiyası özünün qabarıqlı ı il b riiy ti real faktları q bul etm yi v ona meyilliliyin z ruri vektoru istiqam tind h r k t etm yi m cbur etmi dir.

Azərbaycan respublikasında, "Ekoloji Çəhətdən Dayanıqlı Sosial-İqtisadi Nüfus Afa Dair" Milli Programının həyata keçirilməsinə, faktlara istinad edərək 2003-cü ildən başlanğıcından minlərlə qeyd etmək olar. Bu Programda ekoloji çəhətdən dayanıqlı sosial-iqtisadi inkişafın minimum etmək məqsədi ilə birinci mərhələ 2003-2010-cu illərin həyatında 7 illik dövrdə rəzində həyata keçirilməsi planlaşdırılan 93 tədbir daxil edilmişdir ki, bunlar da ümumilikdə 5 səs sahə : trafik mühitin mühafizəsi və təbii ehtiyatlardan səmərəli istifadə (34 tədbir), qlobal ekoloji problemlər (14 tədbir), sənaye kompleksi (26 tədbir), kənd təsərrüfatı və turizm (9 tədbir), elm-təhsil - mədəniyyət (10 tədbir) üzrə -qruplaşdırılmışdır. Artıq "Ekoloji Çəhətdən Dayanıqlı Sosial-İqtisadi Nüfus Afa Dair" Milli Programda birinci mərhələ üçün nəzərdə tutulmuş tədbirlərin də yerinə yetirilməsinin hesabat ilə başa çatmaq üzrədir. Ümumilikdə, respublikada "Azərbaycan Respublikası Regionlarının 2009-2013-cü illərdə Sosial-İqtisadi Nüfus Afa Dövlət Programı"nda həyata keçirilməsi planlaşdırılan tədbirlərin nəzərdə alınmamayaqla, təkcə 2 səsən Programla ("Azərbaycan Respublikasında Ekoloji Çəhətdən Dayanıqlı Sosial-İqtisadi Nüfus Afa Dair" Milli Program, "Azərbaycan Respublikasında Ekoloji Vəziyyətin Yaxşılaşdırılmasına Dair 2006-2010-cu illər üçün Kompleks Tədbirlər Planı") 2003-2010-cu illər rəzində dayanıqlı inkişafın səsən inkişaf vektorunu minimum edə biləcək bazanının yaradılması üçün nəzərdə tutulmuş 158 ekoloji tədbirin başa çatdırılması yekunla dirilərək sindir.

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

Keçid müddətində Azərbaycan Respublikasının təbiəti mühitindən nəzərdə tutulmuş program tədbirlərinin həyata keçirilməsi fonunda bərəvən keyfiyyət dəyişikliyi rənzsər salsaq görür ki, təbiəti mühitinə əlamətli dəyişməsi istiqamətində bir sıra həmiyyətli müsbət irəliliyi tərəfi hiss olunmaqdadır. Bunu mövcud statistik hesabatlar və müvafiq nazirliklərin məlumatları da sübut edir. Belə ki, 1990-cı ilində ekoloji baxımdan gərginliyi ilə seçilən 50 arealın ümumi sahəsi respublika razisinin 25%-ni təkil edirdi və bu razılık ümumi halının 40%-i ya ayırdısa, eyni zamanda 64 heyvan, 37 bitki növü nəslə kilsəmədən kənara kateqoriyaya aid edildi və həzirdə razininə ən çox bioloji müxtəlifliyinin qorunub mühafiz olunmasına imkan verən xüsusi mühafiz olunan təbiət razılığının ümumi sahəsi 2003-cü ildə ki 478 min hektar-dan 2009-cu ildə 890 min hektar çatmış və ya 1,9 dəfə artaraq respublika razisinin 10,3%-ni təhat edə bilmişdir. Bu müddətində respublika razisində Milli Parkların ümumi sayı 8, Dövlət Təbiət Qoruqları 11, Dövlət Təbiət Yasaqlıqlarının sayı isə 24-çatdırılmışdır. Həzirdə təkcə Milli Parkların ümumi sahəsi respublika razisinin 3,6%-ni özündə birləşdirir, hansı ki, 1990-cı ilində respublika razisində Milli Park statusuna malik rəzi yox idi. Qeyd olunmalıdır ki, bu istiqamətə yeni layihənin həyata keçirilməsi planla dirilər və yaxın 2015-2020-ci illərdə xüsusi mühafiz olunan təbiət razılığının ümumi sahəsi respublika razisinin 15,0%-dən çoxunu özənəzarət bəlkəsi daxilində birləşdiriləcəkdir.

Keyfiyyət dəyişikliyi adamın inadət nənəyin 1 təqribi ilə seçilən torpaq və su ehtiyatlarının mühafizəsi sahəsində müəssisələrdən təməl olunur. Proqramların icrasına bəhəlanmadan əvvəl respublika razisinin ümumilikdə 40,0%-i müxtəlif dərəcədə erroziyaya, 1,2 mln hektar sahəsi oranla maya, xəzərsahili akvatoriyanın 26,6% çirkənməyə, 24 min hektar texnogen pozulmaya məruz qalmış, 657 min hektar dəmeliorativ tədbirlərin aparılmasına ehtiyac yaranmış, adambanın inadət nənəyin 1970-cı ildəki 0,23 hektardan 2009-cu ildə 0,15 hektar məsələ, təkcə 2006-2010-cu illərdə 3,0 min hektar neftli çirkənmə, lay sulları altında qalmış sahənin land-aft-arxitektura planına uyğun rekultivasiyasının başa çatdırılacağı, 86 km xəzərsahili akvatoriyanın çirkək axınlarının zərərliliyinə sirindən azad edilmişsi, həmin razılıkda nəsətka rəzində Xəzərdən nəzərdən daxil olan 6,1 min kub metrədən çox müərrəkəbə inqridient tərkibli çirkək axıntı sularının qarışının alınması, xəzər ryanı dövlətin içərisində ilk dəfə olaraq Xəzərdən nəzərdə ekoloji mühitinin mühafizəsi sisteminin yaradılması, Kür çayı zolağı boyunca yerləndən və daima standartlara cavab verməyən sulardan istifadə məcburiyyətində qalan 224 min nəfər halının Ümumdünya Səhiyyə Təhlükəsinin standartlarına cavab verən içməli su təchizatı və yaxın dövrlərdə onların sayının 394 min nəfər çatdırılacağı, eyni zamanda mərkəzlərdirilməsu təchizatı bəlkəsinin respublikanın 30 rayonunun 218 kəndi yənə məntəqəsinə özündə birləşdirilməsi ekoloji durum sahəsində tarixi nəaliyyət kimi qiymətləndirilməlidir.

Dövlətin güclü ekoloji qanunvericilik, proqram və maliyyədən yararlanmağa hazırlığı dövrlərdə dayanıqlı inkişaf sahəsindən həyata keçirilən bütün işlər, 2013-cü ildə ÜDM 85%-dən çoxunun, məsələ halının isə 70%-ni özündə birləşdirən (Azərbaycan Respublikasında hazırda əsas nəye istehsalının 91%, kənd təsərrüfatı istehsalının 99,8%, tikintinin 67%, nəqliyyat xidmətinin 78%-i özəl bölmənin payına düşür) özəl bölmənin texnogen iqtisadiyyatının təsiri altından və onun bazası səsindən həyata keçirilmə sindən azad ola biləmədi.

Aparılan təhlillər göstərir ki, Azərbaycanda ÜDM məhsulun 1000\$ üçün Rusiyaya nisbətən yüksək 1 rindən 6,5, Qazaxstan 1,6, Böyük Britaniya 57,2, Fransaya 15,9, Almaniya 20,4, Yaponiya 12,4, AB 7,4, Kanada nisbətən isə 7,0 dəfə çox su götürülür, nəticə ehtibarlı iş sahələrindən 1 rində atılan çirkək suyun miqdəri da qanuna uyğun olaraq artırıvə respublikada rəpa olunan su ehtiyatının 35%-dən çoxunun istehsala cəlb etmək məcburiyyəti ilə üzvlərdir.

Təraf mühitə zərər vuran işlərin aradan qaldırılması ilə yanaşı, artıq daha çox şəbəkələr üzrə rində düşənmək və yeni ekolojik piramida modelinin qurulması zəruriyyəti yaranmışdır. Bu

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

tipli ekoinke af piramidası üçün Respublika Prezidentinin bilavasitə rəhbərliyi ilə baza imkanları: fələ dövlət dəstəyi, dövlət maliyyə yardımı, hüquqi tənzimləmənin təmin edilməsi ekoloji qanunvericilik aktları və trafik mühitinə zərər vuran çoxsırılığın təmin aradan qaldırılması ilə laqdar son illərdə həyata keçirilən iştirakçı formalaşdırılmışdır. Azərbaycan Respublikası Prezidentinin bilavasitə rəhbərliyi ilə həyata keçirilən iştirakçı həali sahələrinə ina ləvəri siz trafik mühitinə sirinin aradan qaldırılmasına və ekoinke afın yeni modelinin qurulmasının böyük zaman perspektivin hesablanması fəaliyyətin kimi qiymətləndirilməlidir. Bu fəaliyyətin işi trafik mühafizəsi sahəsində bütün səyləri birləşdirən tələb etməklə yanaşı, ekoinke afın zəruriyyətdən doğan həllərini inkişaf yolu olduunu birdəflik bacılıq fəaliyyətinə məqsədi kimi qəbul etməyi tələb edir.

**DƏBYYAT**

1. Quliyev T. Təbiətdə istifadənin və trafik mühafizəsinin iqtisadiyyatı. Bakı, "Elm", 2008, 450 s.
2. Sadıqov A., Xəlilov. Ekologiya və trafik mühafizəsi. Bakı, 2009
3. Azərbaycanın statistik göstəriciləri. Bakı: DSK, 2009-2013.
4. Həsənov T.G. İqtisadi cərafi rayonla dırma. Bakı: "Bakı Universiteti" nəşriyyatı, 2012, 245 s.

**AZƏRBAYCANIN ALTERNATİV ENERJİ POTENSİALINDAN**

**ST FAD MƏKANLARININ QİYMƏTLƏRİNƏ LƏS**

A.M. Məmmədov, R. . faqatov

[amilmaharramov@gmail.com](mailto:amilmaharramov@gmail.com), [rustemshefagatov@gmail.com](mailto:rustemshefagatov@gmail.com)

**Açar sözlər:** *alternativ enerji, energetika, bərpə olunan enerji*

Dinamik inkişafda olan dünya birliyi ölkələrinin qarışısında duranın mühim məsələlərdən biri kimi halinin və sənayenin artan enerji təminatının ödənilməsi üçün Azərbaycan Respublikasının cərafi mövqeyi, təbii rəsədinin xüsusiyətləri və mövcud sosial-iqtisadi resursları ölkəmizin alternativ və bərpə olunan enerji mənbələrinin münsünlərinin genişləndirilməsi yaradır. Mümkün potensial imkanların düzgün qiymətləndirilməsi və onlardan istifadə yollarının axtarılıb tapılması və bu zamanın çoxvariantlı həllərdən optimalının seçilməsi, habelə real həyatda maksimal effektivliklə təbliğə davamlı inkişafı vacib axışı olan bu sfera üzrə uzunmüddətli təminat etməyi imkan verə bilər. Xüsusilə, müxtəlif alternativ enerji mənbələrinin hibrid halında birgə istifadəsi imkanlarının artırılması bölgələrdə müraciət bələğətənən razılığın davamlı olaraq enerji ilə təmin edilməsi üçün mühim həmiyyət kəsb edir [3, s. 18]. Digər tərəfdən nadir tənəvətən avtonom rejimdə çalışılan belə quruların müxtəlif iqlimlərinə uyğunlaşdırılması texniki baxımdan kəsintisiz enerji təminatının təmin edilməsi deməkdir. Bundanlav, optimal birgə istismarı səsləndirilməsi olan alternativ enerji mənbələri üzrə ixtisasla dirilən enerji parklarının yaradılması ölkə üzrə ümumi enerji istehsalında bərpə olunan enerji resurslarından təmin edilmiş enerji miqdarını həmiyyətli artırmaqla yanaşı alternativ enerji mənbələrindən alınan enerji üzrə qiymətlərinin mayaqlaşdırılması da yəkin olub. Bu iş alternativ enerjinin şəhər nayəf formasında istehsalına böyük təsir yaradır və potensial investorların bu sahəyə cəlb edilməsi üçün iqtisadi mühənitin formalaşması mexanizminin tərkib hissəsi kimi çıxıdılmalıdır. Ölkəmizdə alternativ və bərpə olunan enerji mənbələri üzrə qurulmuş və

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

avadanlıqların idxalının gömrük rüsumundan azad edilmə olması da yaxın be illikdə sahibkarlıq fəaliyyəti subyektlərin kapital yatırımlarının artıracağının proqnozla dırılmasına imkan verir. Bütün bunlar dövlətin bu sferaya olan diqqətinin göstəricisidir və bu cür stimulla dırıcı tədbirlərin davam etdirilməsi zaman baxımından çox həmiyyətliidir. Lakin, vahid enerji paylama və satışı sisteminin malik olan ölkə məzəndə alternativ enerji istehsalı hələ də çox aza 1 səviyyədədir və ümumi bəkəy yötürülən kənd alternativ enerji istehsalına sahibkarlar həvəssiz yanaşırlar, kənd hallarda biznes məhsulu olaraq avtonom sistemlər üstünlük verirlər. Buna görə də bərpə olunan enerji resurslarının mənimsənilməsinə vacib dövlətin siyasi kimi qarşıya qoyması Azərbaycan hökumətinin bu sahədə investisiya mühitinin yaxşılaşdırılması üçün islahatları davam etdirək dərinləşdiriləcək və psixoloji faktorlar da nəzər alınmaqla alternativ enerji vasitələrinin və ümumilikdə ya il texnologiyaların insanların gündəlik həyatına daxil olub adı hal alması üçün aparılmaqdə olan dövlətin siyasi təkmilləşdiriləcək siyasi idarəətə duran nəzərə rüvən zəifləndiriləcək və biri olaraq ortaya çıxır. Bu sahədə imkanlar və resurslar boldur, texnoloji yeniliklərin tətbiqi üçün innovativ sahələrə genişdir və görülməli olan işlər çox, keçilməli olan yol böyükdür. Mövcud alternativ və bərpə olunan enerji resurslarının düzgün qiymətləndirilməsi bu işlərdə urlu başlanğıc ola bilər.

Külək enerjisi digər alternativ enerji mənbələri olan gün, hidroenergetika, geotermal və biokütlə enerjisindən özünün mayaşdır. Ekoloji təmizliyin və tükənməzliyin görünüşü rəfətliidir. Hesablamalar göstərir ki, Azərbaycan Respublikası özünün coğrafi vəziyyətinə, təbii rəsədinin və iqtisadi infrastrukturuna görə 800 MVt-a yaxın əllik külək enerji ehtiyatına malikdir. Bu ehtiyat ildə təxminən hesablamalara görə 2,4 milyard kVt/saat elektrik enerjisi deməkdir. Bu iş, öz növbəsində, ildə 1 milyon tona yaxın rəti yanacaq nafta, nəsəsi iş ildə külli miqdarda tullantıların, o cümlədən azonda idarəəti olan karbon dioksidin atmosferə atılmasının qarışının alınması deməkdir [1, s. 4]. Xəzərin Azərbaycan sektorunun sahilyanı bölgəsinin dövlətin potensialını bura lavətsək külək enerjisinin ölkə məzəndən qədər böyük fayda verəbiləcəyini təsvir etmək çətin deyil.

Azərbaycanın təbii iqlim rəsədi gün enerjisindən istifadə etməklə elektrik və istilik enerjisinin istehsalını artırmağa geniş imkanlar açır. Belə ki, günəlik saatların miqdəri ilə ərzində ABŞ-da və Orta Asiya ölkələrində 2500-3000 saat, Rusiyada 500-2000 saat, Azərbaycanda isə 2400-3200 saatdır. Bir il ərzində  $1\text{m}^2$  yerə səthinə düşən gün enerjisinin miqdəri ABŞ-da 1500-2000 kVts, Rusiyada 800-1600 kVts, Fransada 1200-1400 kVts, Çinlə 1800-2000 kVts və Azərbaycanda 1500-2000 kVts təqribən edir [1, s. 4]. Sənayenin mövcud quruluşunda bu sahədə çox işverəli mövqəd yerlərdiriləcək. Belə ki, günəlik batareyaları üçün foto-elementlər istehsal edən Sumqayıt Texnologiyalar Parkı coğrafi mövqeyinə görə Qarada, Xızı kimi böyük gün enerjisi potensialına malik rəzilər yaxın yerlərdir. Paytaxt Bakını enerji ilə təminədən yüksək təqribən rəqəmlərə sahib magistral elektrik xəttləri də bu rəzilyə yaxındır və qəbulma üçün bütün imkanlar vardır.

Azərbaycan Respublikasının rəzisi termal sularla zəngindir. Bunlar böyük və Kiçik Qafqaz dağları, Azerbaycan yarımadası, Talysh dağ-yamac zonası, Kür çökəkliyi və Xəzər ryani-Quba rəzisi kimi geniş sahələri əhatə edir [1, s. 6]. Göstərilən rəzilərənən termal suları istifadəyəcək etməklə mənzilərdə və digər sahələrdə istilik enerjisinin olan ehtiyacın bir hissəsinə ödəmək mümkündür. Hazırkı Gəncə hərəzinin imalat qərbində həyata keçirilən eksperimental layihənin tərkib hissəsi olaraq xüsusi qurular vasitəsi ilə termal mənbələrin alınan enerjinin potensialının artırılması imkanları sınaqdan keçirilir. Azərbaycan Respublikası üzrə termal suların proqnozla dırılan ehtiyatları verilmədir.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Hidrogeoloji bölgələr	Suyun Hərərəti (°C)	Proqnozlaşdırılan ehtiyatlar m <sup>3</sup> /sutka
Böyük Qafqazın dağ-yamac zonaları	<u>35,50</u>	2000
Qusar dağətəyi ovalıqları	<u>30-67</u> <u>39-97</u>	21654
Abşeron yarımadası	<u>20-90</u>	20000
Kiçik Qafqazın dağ-yamac zonaları (mineral bulaqlar)	<u>30-74</u>	4171
Naxçıvan MR	<u>40-53</u>	3000
Talış dağ-yamac zonası	<u>31-43</u>	14405
Lənkəran ovalığı	<u>44-64</u> <u>42-50</u>	7908
Kür çökəkliyi	<u>22-71</u> <u>2695</u>	172466
<b>Respublika üzrə cəmi:</b>		<b>245604</b>

Mənbə : Alternativ enerji mənbələrinə istifadə olunması üzrə milli program, s.12

Azərbaycan Respublikasının ümumi enerji sistemində su elektrik stansiyalarının istehsal gücünün xüsusi çəkisi hazırda təxminən 18 faiz təkildir. Ölkədə indiyə qədər istifadə edilməmiş hidroenergetika ehtiyatlarının mənimsənilməsi üçün geniş imkanlar vardır. Bu istiqamətdə aparılmış tədqiqatlarla rəsədində Azərbaycan Respublikasındaki çayların tam hidroenerji potensialının 40 mlrd. kVt.s, texniki cəhətdən ləvəli potensialın isə 16 mlrd. kVt.s olduğunu müəyyən edilmişdir ki, bunun da 5 mlrd kVt.s kiçik su elektrik stansiyalarının payına düşür. Su elektrik stansiyalarının tikintisi -sel sularının tənzimlənməsi, ekoloji cəhətdən təmiz elektrik enerjisi istehsalı və yeni suvarma sistemlərinin yaradılması kimi dövlətin həmiyyəti məsələrinə həllində mühüm rol oynayır. Ölkədə həmçinin vahid enerji sisteminin elektrik xətlərinə və yarımsənayalarından uzaqda yerləşən obyektlərin, ya ayılmış nəqliyərin elektrik enerjisi ilə təchizində mikro SES-lərdən istifadə olunması elektrik enerjisi problemləri ilə yanaşı, digər sosial məsələrin həllinə imkan yaradır.

Ölkəmizdə biokütlə enerjisinin istehsalı da böyük perspektivlərə vadidir. Aparılmış tədqiqatlar göstərir ki, Azərbaycanda iqtisadiyyatın bütün sahələrinə istehsal təllantılarının tərkibinin çox hissəsinə biokütlə maddələri təkildir. Həmin biokütlə maddələrinə elektrik enerjisinin istehsalında istifadə olunan bioqaz, biomaye və bərk biokütlənin alınması mümkündür. Belə ki, Azərbaycan Respublikasında hər il təllantıların zərərsizləşdirilməsi poligonlarına 2,0 milyon tondan çox bərk məhsilə təvəkkəl istehsalat təllantıları atılır. 2012-ci ildə istifadə yaradılmış Bakı bərk məhsilə təllantılarının yandırılması zavodunun illik emal gücü 500 min ton məhsul təllantısı və 10 min ton tibbi təllantı təkildir. Zavod iki xəttən və elektrik enerjisi istehsal edən turbindən ibarətdir. Təllantıların yandırılması prosesində alternativ enerji kimi ləğədilən elektrik enerjisinin miqdəri ləğədilən 235,5 milyon kilovatt/saatdır. Zavodun fəaliyyəti nəticəsində illik 60 milyon kub metrənərtiq təbii qazın həcmində enerji qənat edilir.

ləğədilən elektrik enerjisi 100 min evin enerji ilə təmin olunmasına imkan yaradır. İbəttəki, məhsul təllantılarının bu cür emalının bütün ölkə razılaşmış, xüsusilə, Gəncə, Sumqayıt və Mingçevir kimi hərəkətlər kili təkcə elektrik və istilik istehsalı üçün deyil, həmdə ekoloji təmizliyinə təmin edilməsi üçün da böyük faydalara verəbilər.

**DƏBYYAT**

1. Azərbaycan Respublikasında alternativ və bərpa olunan enerji mənbələrinin istifadə olunması üzrə Dövlət Programı
2. Alternativ enerji mənbələrinin istifadə olunması üzrə milli program
3. AMEA Xəzərlər. Elm və innovasiya jurnalı 2010 N3

**AZƏRBAYCANDA EKOLOJİ VƏ ZƏRƏR TƏVƏLÜK EKOLOJİ SƏYASƏTİNƏ  
REALLA DIRİLMƏSİNİN SAS STİZMƏT QAMTLAR**

**Nilufər Muradova**

*Bakı Dövlət Universiteti, iqtisadiyyat və idarəetmə kafedrası*

Hər bir tarixi dövrdə özünün müəyyən xüsusiyyətləri ilə fərqləndir. Müasir dövrümüzü dəlmin, informasiya texnologiyalarının, texnikanın inkişafı baxımından fərqləndirə bilərik. Bir zamanlar elm sahələrinin bir birindən ayrılmaması müəhid olunurrsa da, sərin və llərindən artıq elm sahələrinin bir birinə integrasiyası prosesi özünü göstərir. Bu prosesin son mərhələsi qloballa maya gətirib çıxardır, dolayısıyla qlobal problemlərin birlikdə həll olunmasını zəruri edir.

Qloballaşma zamanı zəruri edən bir çox faktorlar mövcuddur. Bunlara informasiya texnoloqiyanın inkişafı, istehsal olunmuş həsulların realizətəmək üçün bazarların axtarışları, ekoloji problemlər və s. aiddir.

Son illərdə qlobal ekoloji böhranın bilavasit insanlara təsir etməyə başlaması ilə laqdar olaraq təbiətin iqtisadiyyatının dərk olunması, təbiətin insan fəaliyyətinin və ya aylıının qarılıqlı münasibətlərinin dərindən təhlil olunması, müasir dövrünə nəzərən vacib problemlərin rindən biridir. Bəlanıçı nöqtəsi bir ölkə olmasına baxmayaraq, təraf ölkələr də tez bir zamanda yayılması, bu böhranın bərə vermə sindən heç bir günahı olmayan insanlara da zərər verməsi, problemin qloballılığınından, eyni zamanda problemin həllinin də ancaq birgə şəhərlərə tapılabilinə yindən xəbər verir.

Ümumiyyətlə insanın bütün həyat fəaliyyəti onun mənafeyi, istekliliyi, xəstəliklərini ilə sıx bağlıdır. Məhz bu səbəbdən, insanın təbiətlə laqdaşlığından zararlı yata keçirilməli, onu xəstə mənafeyi uğruna talan edilməsinə icazə verilməlidir. Sadaladıqlarımız yalnız eko-insan münasibətlərinin dövlətənəzarəti ilə mümkün ola bilər. Bu münasibətlərdən zararlı təsirlərin qoyulması sosial və mədəni vəzifələrin hesab olunmalıdır. Hele Engels qeyd edirdi ki, "Təbiətin rindəki qələbələrimiz çox da öyünməliyik. Hər bir qələbə üçün təbiət bizdən intiqam alır. Bu qələbələrdən hər biri, doğrudur, bizim gözlədiyimiz təcəlli verir. Lakin ikinci və üçüncü növbədə çox zaman birinci təcəlli rənin həmiyyətini pücaçlıxaranlapbaqa gözlənilməz təcəlli verir [1, s.339].

Sənayenin inkişafı və texniki tərəqqi insan və təraf mühit münasibətlərinin yeni, belə demək mümkünsə ziyanlıdır. Atmosferin kütləvi kildə çirkəndirilməsinin təməlis nəyənin inkişafı ilə qoyuldu. Nitric də atmosfer külli miqdarda zərərləri qazlar, o cümlədən kükürd, karbon, azot 4 oksid və ozon da idicili karbon 2 oksiddən ibarət zərərlər birləşmələr buraxıldı. Zamanla atmosfer buraxılan zərərləri qazlar ekologiyanın pisləməsinə və yer kürəsinə həyatın təhlükə altına getirib çıxarmasına səbəb oldu. Dünya üzrə hər il sənaye müəssisələrinin atmosferə təxminən 1 250 milyon ton karbon 2 oksid buraxılır. Karbon 2 oksidin

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

atmosferd istilik effektinin yaranmasına və prosesin davamı olaraq yer planetində temperaturun yüksək ləm sinəs bəb olur. Temperaturun artması prosesi irimiqyaslı da qızların başa vermişsinə bəb olur ki, bunun nəticəsində dünya halisinin böyük bir hissəsi ziyyət çəkir. Alımları ilkin hesablamalarına görə, global istiləm davam edəcəyi təqdirdə, yer kür sinin yarısı su altında qalacaq [2, s.3].

Ekoloji təhlükəyəsbəb olan bir neçə amillər mövcuddur ki, onlar arasında idakılardır.

1. Atmosfer istilik effekti yaranan zərərləri qazların buraxılması.
2. Trafik mühitin neft və neft məhsulları ilə çirkəndirilməsi.
3. Kimya və radioaktiv təllantıların okeanlara və dənizlərə axıdılması (DAMP NG).
4. Ozon qatının daşılanması.
5. Mədənin sürətlidə qırılması, şəhərlərinə problemləri, torpaq sürümənin artması.
6. Turizmə yaşılarının yaşaması [3, s.13].

Yuxarda sadaladıımız bütün problemlərin onu göstərir ki, ekoloji problemlərlə mübarizə vacibdir. Elə bu şəbəkənin dərəcəsi 70-ci illərin rindində etibarən bu haqqda yazılmaşdır və müzakirə edilmə ya da landı. Trafik mühitin problemlərinə həsr olunmuş ilk beynəlxalq konfrans 1972-ci ildə Stokholmda keçirildi.

Ekoloji problemlərinə rəsəd məsələsi, problemin həlli üçün ehtiyac yaranması ucbatından, bir müddət sonra BMT-nin Rio-de-Janeyro konfransı keçirildi.

Kopenhagen rind keçirilən son iqlim toplantısında da havaya buraxılan zərərləri qazların azaldılması müzakirə edilib. Bu sahədə bəzi şəhərlərin nəfəsi inkişaf etmə və atmosferdə daha çox zərərləri qazlar buraxan ölkələrin daha çox öhdəlik götürmələri müzakirə olunub. Havaya daha çox zərərləri qazlar buraxan ABŞ, Çin, Avropa Birliyi, Yaponiya 2020-ci il qədrən zərərləri qazların azaldılması üzrə öhdəlik götürüblər. Çünkü ABŞ-də dünya halisinin yalnız 4%-i ya amasına baxmayaraq, dünya üzrə havaya buraxılan bütün zərərləri qazların 25%-i ABŞ-in payına düşür. Eyni misalı Almaniyaya da aid edilmişdir. Almanya Federativ Respublikasının halisi dünya halisinin yalnız 1%-ni təkil etməsinə baxmayaraq, dünya üzrə havaya buraxılan zərərləri qazların 4%-i bu ölkəyə aiddir [4, s.24].

Dünyada görülən bütün tədbirlərlə yanaşı, Azərbaycan Respublikasında da ekoloji problemlər və onların həlli məsələləri diqqət mərkəzindədir. Bu da təbii bir həldir. Keçən sərindən 1991-ci ildən başlayaraq, Azerbaycan yarımadasında neft çıxarılması ilə laqdar olaraq ekoloji tarazlıq pozulmuş və yüzərlə hektar torpaq çirkənməyə rəzəq qalmışdır. Ümumiyyətlə, Azərbaycan Respublikası Sovetli Birliyinin tərkibindən ayrılaraq müstəqilliyini bərpə etdiğindən sonra beynəlxalq təsərrüfat laqətinin qırılması ucbatından böyük iqtisadi və siyasi çətinliklərlə rastlaşılmışdır. Hələ SSRİ-nin tərkibində olarkən böyük potensialı olan Azərbaycan, müstəqillik bərpə olunduqdan sonrakı 5 il (1991-1996) ərzində ciddi böhran yaşarıdır. 1996-ci ildən etibarən hər il 10 faizlik artım müəhid olunmuşdur. Son 20 ildə istehsal olunmuş 283,6 milyard manatlıq şəhərinə məhsulunun 61,7%-i mədənçixarma, 29,3%-i emal şəhəri, 7,5%-i elektrik enerjisi, qaz, buخار istehsalı, qalan hissəsi isə su təhcizatı, təllantıların təmizlənməsi və emalı müəssisələrinin payına düşür. Respublikanın müxtəlif regionlarında yerlənən bu istehsal sahələrinin hər biri trafik mühitin özündən xəsus təllantılar ataraq ölkənin ekoloji durumunu xeyli korlaşdırır [5, s.3].

Sumqayıtda 1949-cu ildə inədilən kimya zavodları, 90-ci illərin rindən 1991-ci ildən 120 min ton zərərləri maddələrini buraxırdı ki, bu da Sumqayıt və tərafı razılıqla mövcud ekoloji durumun pisləməsinə gətirib çıxartmışdır. Sovet dövründə inədilən kimya zavodlarına müəyyən yenidənqurma işləri aparılmışına baxmayaraq, burada hər il atmosferdən 96,5 min ton zərərləri qaz buraxılmışdır. Atmosfer havasına atılan təllantıların həcmindən və xüsusi çəkisi şəhərin Bakı, Sumqayıt, Ləri-Bayramlı, Gəncə və Mingçevir hərəkəti öndə gedir. Bu

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

hər ilin hava hövzəsinin çirkənlidir. Nəticəsə müəssisələrin, neftayırma, neft-kimya, kimya, energetika, metallurgiya, tikinti materiallarının nayesi sahildə və avtomobilin qılıyyatı hesab olunurlar. Belənən yəhəndən təkcə atmosferi çirkənlidirməklə qalmır, həmçinin, bütövlükdə

hər ilin traf mühitinin çirkənlidir. Həmin sinin başlıca mənbəyi hesab olunurlar. Respublikanın atmosfer havasına atılan tullantıların 79.0% Bakı hərinin, 4.7%-i Mingçevirin, 4.6%-i Ləlyan-Bayramlinin, 3.5%-i Sumqayıtin, 1.5%-i Gəncənin payına düşür. Bununla bərabər, Abşeron yarımadasında neft çıxarılan razılık neft məhsullarının illərlə çöküb qalması nəticəsində rəsədiyə fonunda yüksək kənddir. Təkcə Abşeron yarımadasında 3200 hektardan çox razi neftlər çirkənləridir. Bununla bərabər Abşeron və tərafı razılıktraf mühitinin məntəqət tullantıları ilə çirkənməsinin qarısını almaq üçün və mövcud vəziyyəti yüngülləndirmək üçün Azərbaycan Respublikasının Prezidenti İlham Əliyev 6 avqust 2008-ci ildə “Bakı hərində məntəqət tullantıları ilə bağlı idarəetmənin təkmilləşdirilməsi haqqında” Sərəncam imzaladı. Bu sərəncama istinadən “Təmiz hər” Səhmdar Cəmiyyəti yaradıldı. Balaxanı poligonunda bərkəməntəqət tullantıları zavodunun inasına bağlandı və 2012-ci ildə istifadəyə verildi.

Aparılan ara dirmalar onu göstərir ki, traf mühitinin mühafizəsi sahəsində Azərbaycan Respublikası düzgün siyaset yeritməklə MDB ölkələrinin içərisində seçilir. Ekoloji təhlükəsizliyin təmin edilməsi sahəsində, bir çox islahatlar aparılmışdır və yüksək nəticələr əldə edilmişdir.

Və la onu qeyd etməliyim ki, indiki dayanıqlı ekoloji təhlükəsizliyinə əldə edilməsi üçün hələ müstəqilərin ilk tərindən başlayaraq ilər görülməyə başlanılmışdır. 2003-cü ildən başlayaraq is proqramları qəbul edilmişdir. Bu programların sırasına “Ekoloji tətbiq nümayeqənli sosial-iqtisadi inkişaf affer”, “Mərakezin bərpə edilməsi və bərpə edilməsinə dair” milli programlar, “Abşeron yarımadasında təbii dağ yataqlarının səmərəli istifadəsi və inkişafı” regional programları hazırlanmışdır və sabiq prezident Heydər Əliyevin sərəncamı ilə 18 fevral 2003-cü ildə təsdiq edilmişdir. Azərbaycan Respublikasında Ekologiyaya dair Milli programda ölkənin razisində ekoloji təhlükəsizliyinə təmin edilməsindən, təbii ehtiyatların səmərəli istifadəsindən, ekoloji tarazlı inqorunmasının zəruriliyindən və gələcək nəsilər üçün ekoloji təmiz bir ölkənin ötürülməsi problemləri iştirakçılar hazırlanmışdır.

Ümumiyyətlə, respublikamızda ekoloji problemlərin aradan qaldırılması üçün son 10 ildə dövlətəsi viyyətində ciddi tədbirlər həyata keçirilib. Ekologiya və Təbii Sərvətlər Nazirliyi tərfindən ekoloji tarazlı inqorunma programına və traf mühitinin çirkənməsinin qarısının alınmasına dair “Ekoloji tətbiq nümayeqənli sosial-iqtisadi inkişaf affer” Milli program hazırlanıb və icrası həyata keçirilir. Bundan sonra, dövlətəsi tərfindən 2010-cu il Azərbaycanda “Ekologiya il” elan edilmişdir. Prezident 2010-cu ilin sosial-iqtisadi inkişafının yekunlarına və 2011-ci ildə qarğıda duran vəzifələr həsr olunmuş iclasda demiştir “Mən çox adam ki” Ekologiya il” çərçivəsində həm dövlət tərfindən böyük ilər görüldü, həm də özəl sektor bu ilə qəbul edildi. <sup>6(s.241)</sup> Nəticələr sevindirici halda ondan ibarətdir ki, ölkənin halisi dəbu təbəbüd qoşularaq ekoloji vəziyyətin yaxşılaşmasına özəldiyərlə töhfələrini vermişdir.

Altı milyondan artıraq aəcəkilmədir. Bu proses qarğıdaşlığı ilə rədd edən davam etdiriləcək. Ekoloji vəziyyətin yaxşılaşmasına dəlilməsi ölkənin inkişaf üçün, halinin sağlamlığı üçün çox böyük həməyyütədədir. Prezident onu da sonra edib ki, ekoloji tədbirlər ancaq aəcəkilməyib. Çaylar tərafında yerlənən kəndlər xüsusi təmizləyici qurular yerlərindən qorulmuşdur. Nəticəsində 300 min Azərbaycan və təndaş Dünya Səhiyyə Tətbiqatının standartlarına uyğunlaşmışdır.

Məlumatda ki, respublikamızın əhdə su ehtiyatlarına malikdir. Konkret olaraq, Cənubi Qafqaz regionu üzrə ümumi su ehtiyatının 62%-i Gürcüstanın, 28%-i Ermənistən və yalnız 10%-i Azərbaycanın payına düşür. Lakin bununla belə, alımlı rəsəd apardı əsaslı hesablamalar göstərir ki, respublikanın potensial su ehtiyatları sənayenin, kənd təsərrüfatının və halinin suya olan

## **BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

t 1 batını ödəy bilir. Respublikanın illik suya olan t 1 batı 11-13 kub km arasındadır. Hər il respublikamızın su hövzələrinin 12 kub km, yeraltı laylardan isə 1.2 kub km. İrin su götürülür. Götürülen suyun 60-70%-i kənd təsərrüfatının, 20-25%-i sənayenin, qalan hissəsi isə təsərrüfat və içməli su tələbatının ödənilməsinə rəsfdə edilir. Ölkə üzrə su obyektlərinin atılan tullantı suların ümumi həcmi 160-170 mln.kub metr arasında tərtib edir ki, bu göstəricilər su obyektlərinin ekoloji sağlamlılığı haqqında bizi bir az daha dərin rəsfdə fikirlərə vadar edir.

Azərbaycan razisinin (86,6 min km<sup>2</sup>) 49.3%-i (4.2 mln ha) kənd təsərrüfatı torpaqlarının payına düşür. Sovetlər dövründə adamba inədən kənd təsərrüfatına yararlı torpaq sahəsinin həcmi görünür (0.7ha). Azərbaycan 15 müttəfiq respublika arasında 14-cü yeri tuturdu. Bu gün erməni işçilərinə olan razılığın nəzərə alsaq, vəziyyətinə dərəcədə acınacaqlı oldu. Uzun birimiz aydın ola. Müasir dövrdə adamba inədən təqribən bir hektarlıq (0.92ha) yalnız 0.6 hektarı kəin yararlıdır. Ölkə razisində mövcud olan bütün torpaq resursunun 51.6 faizini otlaqlar, 30.2%-ni kildə bilən torpaq sahəsi təqribən 30.2%-lik torpaqların yalnız 12.8%-i uzun zamandır kılır. Suvarılan bölgələrdeki torpaqlar tez-tez suvarıldığında görən torpaqların ağına səbəb olur. Həddindən artıq gübrənmək dərəcədə torpaqda düzən miqdarının artırmasına, kimyəvi çirkənməyə səbəb olur. Torpaq kimyəvi çirkənməsi isə yeraltı su ehtiyatları, içməli su ehtiyatlarını, çayları çirkəndirir. Son dövrlərdə aparılan aradırmalar göstərir ki, “içməli suyun keyfiyyətinin xeyli əmək olması aran rayonlarında sağlamlıq üçün xeyli təhlükəlidir” (s.3).

Uzun illərə rəzində ölkədə agrar sənaye kompleksinin ekstensiv inkişafı, kinçilik mədəniyyətinin aqsaviyyətində olması, ilə artırlanmış dövlət planlarının və öhdəliklərinin yerinə yetirilməsi naminə torpaqların amansız istismarı onlarda oranla maşraflı eroziya, kimyəvi çirkənmə, kinaltı qatın kipləməsi kimi mənfi proseslərin təsiri altında böyük razılığın torpaq degradasiyasına (torpaq biyolojisi və iqtisadi məhsuldarlığının itməsi) səbəb olmur. Ümumiyyətlə Azərbaycanda 1.5 milyon hektar oranla mənfi torpaq sahəsi var ki onunda 900 min hektarı suvarılıb bilir.

Torpaqların yararsız hala gəlməsinə dair bir səbəb isə, sənayenin iki sahəsidir. Bu sənaye sahələrinin biri neft sənayesi, ikinci isə daş-məndən sənayesidir. Faydalı qazıntılarının açıq üsulla istismarı trafik mühitin bütün elementlərinin təsiri edir. Respublika iqtisadiyyatının əsas sənaye sahəsi olan neft hasilatı və neft ayırmalarının ölkə ekologiyasına vurduğu zamanlar qədər, daş-məndən sənayesi sahələrinin ziyan vurur. Sənaye sahələrinin trafik mühitinin vurduğu zamanlar qədər, halqaların klinidə torpaq fondlarının ağına tətbiq edilən təsirin məhsullarının istehlakçısı olan halının səhətinin korlanmasına qədər, demək olar ki bütün ekoloji sahələrdə özünü biruz verir.

Təbii sərvətlər baxımından dünyanın seçilmiş ölkələrinə olan Azərbaycanın SSR-də 1980-ci ildən sonra istismarına son qoyulmuş və müstəqilliyin ilk illərində ölkənin təbii sərvətləri iqtisadiyyatın qurulmasında bazis rolunu oynamışdır. SSR dövründə Azərbaycan iqtisadiyyatının sürəti inkişaf etdirilməsi fonunda ekoloji problemlər əməkdaşlığı tətbiq edilmişdir. Və nəticədə min hektarlarla torpaq sahəsi, meşələr, göllər, çaylar yararsız hala düşmüşdür. Təkcə faktı qeyd etmək kifayətdir ki, Bakı şəhərinin “Qara dərə” adlanan sənaye sahəsi həmiyyətli hissə tikilərkən “gül kül yığı”nın nəzərə alınmamış və beləliklə zavodlardan havaya buraxılan bütün zəhərlili qazlar hərəkətin havasını yararsız hala salmışdır. Müstəqillik dövründə etibarən dövlət ekoloji problemlər xüsusi diqqət ayırmışdır, bunun da nəticəsi çox qısa zamanda hissə olunmuşdur. Havanın, torpaqın, su ehtiyatlarının hətət Xəzərdən niziminin keçməsi nəzərən, nəzərə çarpacaq dərəcədə təmizlənməsi bizi gəlciyə nikbin baxmaq və vadar edir. Bununla yanaşı dövlətin ekoloji stratejiyası iqtisadiyyatın inkişafı ilə bərabər aparılır ki, bu da Azərbaycan dövlətinin urlu siyasi tətbiqidir.

**BDU-nun Fizika Probleml ri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin h sr olunmu  
Beyn Ixalq konfrans**

---

**D B YYAT**

1. Engels F. “T bi tin Dialektikası” B. “Az rn r” 1966, 339s
2. Babayev.A. “Az rbaycan torpaqlarının ekoloji probleml ri.”Ekoloji k nd t s rrüfatı” G nc .2011. s(3)
3. Ekoloji probleml r v milli s viyy d onların aradan qaldırılması.“Zaman” q zeti.11 mart 2014
4. Climate change 2014 Synthesis report summary for Policymakers.(s.24) [www.ipcc.ch](http://www.ipcc.ch)
5. badov.K . “Ekoloji probleml r u urla h yata keçirilir”Respublika q zeti. 8mart.2012
6. Prezident İlham liyevin s drliyi il Nazirl r Kabinetinin 2010-cu ilin sosial-iqtisadi inki afinin yekunlarına v 2011-ci ild qar ıda duran v zif l r h sr olunmu iclası keçirilmişdir.s.241 [www.preslib.az](http://www.preslib.az)
- 7..Az rbaycan torpaqlarının ekoloji probleml ri.”Ekoloji k nd t s rrüfatı” jurnalı. S.3. 07 sentyabr 2011

, « »

[haji\\_@mail.ru](mailto:haji_@mail.ru)

(

)

,

,

,

?

,

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

427

## DYNAM CS OF BALANCED COMPARATORS BASED ON SMALL JOSEPHSON JUNCT ONS W TH COULOMB BLOCKADE

I.N. Askerzade<sup>a,b</sup>, R.T. Tagiyeva Askerbeyli<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Comp. Eng. Dep. and Center of Excellence of Superconductivity Research,  
Ankara University, Turkey

<sup>b</sup>*Institute of Physics Azerbaijan NAS 33, H.Cavid 33, Baku, AZ1143, Azerbaijan*

<sup>c</sup>Karabuk University, Karabuk, Turkey

Due to development of fabrication of submicron size Josephson junctions last years his properties attract attention of researchers. Interests to such circuits with small Josephson junctions related with manifestations of quantum effects in this systems. As shown in [1-3], in small Josephson junctions arises Coulomb blockade of Cooper pairs, which leads Bloch oscillations of voltage in junctions. Dynamics of tunneling Cooper pairs in small size Josephson junctions was investigated in [4]. Properties of single junction interferometer with small Josephson junctions was analyzed in study [5].

It is well known that small Josephson junctions characterized by the ratio  $| = \frac{E_J}{E_C}|$ , where

$E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$  Josephson energy,  $I_c$  critical current,  $E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$  Coulomb energy, capacity of junction [1-3]. The case of  $| >> 1$  correspond to the classical Josephson effect and in this case can be neglected by the effects of correlation in Cooper pair tunneling. In opposite case due to

small capacity, Coulomb energy  $E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$  becomes considerable, which leads to Coulomb blockade under tunneling of Cooper pair [1-3]. It means that  $| <> 1$  and the equation for evolution of quasi-charge  $q$  ( $-e < q < e$ ) in lower band approximation (i.e. in absence of Zener tunneling to high bands) can be written as [1-3]

$$\frac{dq}{dt} = I(t) - \frac{dE_0(q)/dq}{R}, \quad (1)$$

where  $E_0(q)$  is the dispersion relation for lower band,  $R$  normal resistance of junction.

Such approach is equivalent to nonlinear alternating differential Bloch capacity  $C_B(q)$ , which is determined by the expression

$$C_B(q) = \left( \frac{d^2 E_0(q)}{dq^2} \right)^{-1}. \quad (2)$$

Recently in paper [6] it was shown, that the equation for dynamic of quasicharge  $q$  in small junctions should include inductive term related with Bloch inductance. Inclusion of Bloch inductance causes changing of dynamics of quasi-charge alone lower band and this mathematically is equivalent to introducing term related with second derivative of quasi-charge  $q$ .

Dynamical properties of balanced comparators on small Josephson junctions firstly was investigated in [7]. However in calculation [7] of transient characteristic of balanced comparator based on small Josephson junction was used Equation (1) neglecting effects of Bloch inductance. Influence of the Bloch inductance on the time resolution of balanced comparator based on small Josephson junctions was not considered yet. In this study we develop linear theory for the estimation time resolution of balanced comparator based on small Josephson junctions taking into account Bloch inductance.

For the analysis of the dynamics of balanced comparator based on small Josephson junctions taking into account Bloch inductance we will use system of differential equations

$$L_B(q_1) \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R \frac{dq_1}{dt} + V(q_1) = V_e, \quad (3)$$

$$L_B(q_2) \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R \frac{dq_2}{dt} + V(q_2) = V_e + V_s, \quad (4)$$

where  $V_e$  voltage in comparator circuit related with strobe-pulse,  $V_s$  signal voltage. It is useful to note, that Eqs. (3), (4) without first terms, i.e. neglecting Bloch inductance was used in calculation [7] of transient characteristic of balanced comparator. Periodical function  $V(q)$  in Eqs. (3), (4), replace term  $\sin\omega t$  in Eqs. of usual Josephson effect [8]. Expression of  $V(q)$  presented below ( $-e < q < e$ ) and was used in [1-3]

$$V(q) = \frac{e}{C} \frac{\frac{q}{e} - (\frac{q}{e})^3}{\sqrt{(\frac{q}{e})^2 - 1)^2 + \frac{|l|^2}{4}}} . \quad (5)$$

Bloch inductance  $L_B(q)$  in Eqs. (3) and (4) is positive periodic function of quasi-charge  $q$ . General expression for  $L_B(q)$  presented in [6]. In our calculations we will use asymptotical expressions for Bloch inductance  $L_B(q)$ .

As for any comparator, the value of the time resolution can be determined using the transient response  $H(\tau)$  [7], which represents the output signal of the comparator  $V_{out}$  when the signal in the form of a small current step  $V_s = V(t)$  is applied to the input of the comparator. In this case, the time resolution is usually defined as the step response time  $H(\tau)$  from the level of 0.10 to 0.90 of its maximum value, where  $\tau$  denotes the delay time (lead time) of the strobe pulse relative to the step.

The dynamic behavior of balanced comparator is determined by two control variables  $V_e$  and  $V_s$ . For small quasicharge increment  $uq = q_1 - q_2$  in respect to pulse  $V_s$  we have the following system of Eqs.

$$L_B(q_+) \frac{d^2 uq}{dt^2} + R \frac{duq}{dt} + \frac{dV}{dq}(q_+) uq = V_s, \quad (6)$$

$$L_B(q_1) \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R \frac{dq_1}{dt} + V(q_1) = V_e, \quad (7)$$

where  $q_+ = (q_1 + q_2)/2$ . Asymptotic solution of (7), under linear growing external voltage  $V_e = \tau t$  has the following form

$$V = \frac{q}{C} = \begin{cases} \tau t, & \text{at } t \ll 1/\tau \\ \left[ -\frac{1}{2}(\tau t - 1) + \left( \frac{|l|^2}{4}(\tau t - 1)^2 - \frac{1}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3} + \\ + \left[ -\frac{1}{2}(\tau t - 1) - \left( \frac{|l|^2}{4}(\tau t - 1)^2 - \frac{1}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3}, & \text{at } 1/\tau < t < t_0, \\ \frac{6|l_B e|}{(t_D - t)^2}, & \text{at } t_0 < t < t_D \end{cases}, \quad (8)$$

where  $t_0 = \frac{1}{\tau} + \frac{2}{3^{3/2} |l|}$ ,  $|l_B| = \frac{2f L_B I_C}{\Phi_0}$ ,  $\Phi_0$  is magnetic flux quantum. In Equation (8) near  $q \approx e$  Bloch inductance  $L_B(q)$  can be approximated by expression [6]

$$L_B(q) \approx \frac{\Phi_0}{2fI_c} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) . \quad (9)$$

Transient characteristic  $H(\tau)$  of balanced comparator on small Josephson junctions taking into account Bloch inductance  $L_B$  presented in Fig. 2. In calculations we use asymptotical solution for the dynamics of quasicharge Eq. (8). In contrast to results obtained in [7], transient characteristic  $H(\tau)$  of balanced comparator on small Josephson junctions  $H(\tau)$  has an oscillating character in the case of  $\tau < 0$ . This behavior is associated with a complete set of reactive elements in the equivalent circuit of the Josephson tunnel junction. Using calculated transient characteristic  $H(\tau)$  and above presented definition of time-resolution, for  $u\tau$  we found

$$u\tau \approx 1.15 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{\Phi_0}{2fI_c R} . \quad (11)$$

For typical values of resistance  $R = 5.2 \text{ k}\Omega$  and critical currents  $I_c = 0.1 \text{ A}$  of small Josephson junctions, at which arises Coulomb blockade, time resolution can be estimated at the level 0.12ps. In calculations parameter  $| = \frac{E_J}{E_C}$  considered to be equal 0.333. As followed from expression (11), time resolution  $u\tau$  becomes worse with increasing of parameter  $|$ . Physically it related with growing of delay time of tunneling of Cooper pair in small Josephson junctions from one electrode to another one.

Thus, in this paper, the time resolution of Josephson balanced comparators with a Coulomb blockade was investigated. Bloch oscillations in small Josephson junctions taken into account inclusion corresponding inductance in equivalent scheme. It was shown that the time resolution becomes worse with reduction size of Josephson junction. Estimation show that it is possible to reach a time resolution at the level of tenths of picoseconds.

## REFERENCES

1. Likharev K.K., Zorin A.B., *Journal of Low Temperature Physics*. 1985. V.59. P.347-382.
2. Averin D.V., Zorin A.B., Likharev K.K., *JETP*. 1985. V.88, P.692-704.
3. L.S.Kuzmin, D.B.Haviland, *Physical Review Letters*. 1991. V. 67. P.2890-2893.
4. Askerzade, I.N., *Technical Physics*. 2003. V. 48. P. 1496-1498.
5. Askerzade, I.N., *Technical Physics*. 2010. V. 55. P. 896-899.
6. Zorin A.B., *Physical Review Letters*. 2006. V. 96, P.167001.
7. Askerzade, I.N., R.Samet, *Technical Physics Letters*. 2008. V. 34, P. 737-739.
8. Likharev, K.K., *Introduction into dynamics of Josephson's junctions*, M: Nauka, 1985.

C

• • , • • , • •

[mmm@bsu.az](mailto:mmm@bsu.az)

,

[1,2].

,

$$U = \frac{U_0}{\cos^2(z/a)}, \quad (1)$$

$U_0$  - ,  $a$  -

:

$$\nu_{n,k_x,k_y} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m} + \nu_n, \quad (2)$$

$k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $m$  - ,  $\nu_n$  [3]:

$$\nu_n = \nu_0 \left( 1 + 2n + \sqrt{1 + \frac{U_0}{\nu_0}} \right)^2, \quad (3)$$

$\nu_0 = \hbar^2 f^2 / 8ma^2$  - ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  -

:

[4]:

$$\dagger = e^2 n_{el} \left\langle \frac{\ddot{\tau}}{m} \right\rangle, \quad (4)$$

$e$  - ,  $n_{el}$  -

:

$$n_{el} = \frac{m}{f a \hbar^2} \sum_n \int_{\nu_n}^{\infty} \Theta(\nu - \nu_n) (\nu - \nu_n) \left( -\frac{\partial f_0}{\partial \nu} \right) d\nu, \quad (5)$$

$\ddot{\tau}$  - ,  $\langle \dots \rangle$  :

$$\langle \dots \rangle = \frac{m}{f a n_{el} \hbar^2} \sum_n \int_{\nu_n}^{\infty} \Theta(\nu - \nu_n) (\nu - \nu_n) (\dots) \left( -\frac{\partial f_0}{\partial \nu} \right) d\nu. \quad (6)$$

(5) (6)

[5]:

$$g(v) = \frac{m}{f \hbar^2 a} \sum_n \Theta(v - v_n). \quad (7)$$

$\Theta(v - v_n)$  -

$$\begin{aligned} \frac{\dagger}{\dagger_0} &= (1 + \bar{n})(\tilde{\gamma}_F^* - U_0^*) - \frac{4}{3} v_0^* \left( \bar{n}^3 + 3\bar{n}^2 + 2\bar{n} + \frac{3}{2} \right) - \\ &\quad - \sqrt{v_0^*(v_0^* + U_0^*)} (\bar{n}^2 + \bar{n} + 2) \end{aligned} \quad (8)$$

$\dagger_0 = e^2 f_0 n_0 / m$ ,  $n_0 = m k_0 T / f a \hbar^2$ ,  $v^* = v / k_0 T$ ,  $v_n^* = v_n / k_0 T$ ,  $\tilde{\gamma}_F^* = \tilde{\gamma}_F / k_0 T$ ,  $\tilde{\gamma}_F$  - [5]:

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_F &= \frac{n_{\text{gas}} f \hbar^2 a}{m(\bar{n} + 1)} + U_0 + 2\sqrt{v_0^2 + v_0 U_0} (\bar{n} + 1) + \\ &\quad + \frac{4v_0 \left( \bar{n}^3 + 3\bar{n}^2 + 2\bar{n} + \frac{3}{2} \right)}{3(\bar{n} + 1)} \end{aligned} \quad (9)$$

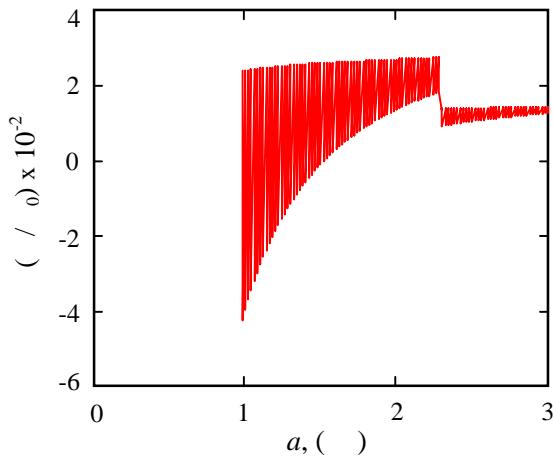
$$\bar{n} = \sqrt{2m \tilde{\gamma}_F} a / f \hbar - 0.5 - \sqrt{1 + U_0 / v_0} / 2,$$

$$\tilde{\gamma}_F = v_n.$$

(8)

(1). :  $m = 0,067 m_0$ ,

$$v_0 = 60 \text{ meV}, a = 10 \text{ nm}, n_{el} = 10^{25} \text{ m}^{-3}.$$



.1.

**E F-2013-9(15)-46/04/I**

1. Meyerovich A.E., Ponomarev I.V. Quantum size effect in conductivity of multilayer metal films. // Physical Review. B 67. 165411. 2003.
2. Palasantzas G., Zhao Y.P., Wang G.C., Lu T.M., Barnas J. and De Hosson J. Th. M. Electrical conductivity and thin film growth dynamics. // Phys. Rev. B64, 2001. 079903.
3. . . . . // .170. 2010. c.1297-1324.
4. Askerov B.M., Electron transport phenomena in semiconductors. World Scientific, Singapore. 1994, p.389.
5. Figarova S.R., Hasiyeva G.N., Figarov V.R. Thermodynamic properties of electron gas in complex-shaped quantum well. // Physica E 69. 2015. pp. 24–26.

**KÖLÇÜLÜ ELEKTRON SİSTEMİNİN TERMOELEKTRİK  
HƏRƏKƏT QÜVVƏSİNİN GÜCLÜ ELEKTRİK SAHİNİN NƏTİCƏLƏRİ  
. . Babayev, X.B. Sultanova**

*AMEA-nın H.M.Abdullayev adına Fizika İnstitutu*

[mirbabababayev@yahoo.com](mailto:mirbabababayev@yahoo.com), [xatire280@gmail.com](mailto:xatire280@gmail.com)

*Güclü elektrik sah sind ikiölçülü elektron sisteminin (2ES) termoelektrik hərəkət qüvvəsi tədqiq edilmişdir. Göstərilmişdir ki, termoelektronun elektron hissəsinin qiyməti elektrik sah sind xeyli artır, fonon hissəsi elektrik sah sind nəsli deyil. Nöticə elektron temperaturunu birbaşa ölçün 2ES termocütünün ölçmə intervalını genişləndirməyi imkan verir. Elektrik sah sinin intensivliyinin müxtəlif qiymətlərinə rind termoelektronun qüsər temperaturundan asılılıq qrafikləri qurulmuşdur.*

Güclü elektrik sah sind elektronların qızması termoelektrik və termomagnit effektlərin qiymətlərinə, elektronların bu effektlərin elektronların konsentrasiyasından, qüsər temperaturundan və s. asılılıqlarını xeyli dəyişdirir. Bu, bir tərəfdən əsas ölçülü sistemlərdə termoelektrik və termomagnit effektlərin qiymətinin elektrik sahəsi vasitəsi ilə idarəetməyi, digərtərəfdən isə bu sistemlərin xarakterizədən kəmiyyətlərin ölçün cihazlarının yaradılmasına imkan verir.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Termoelektrik hər kət qüvvəsinin elektron temperaturundan asılılığından istifadə edərək, a ə 1 temperaturlarda elektron temperaturunu birbaşa ölçmək 2ES termocütü yaradılmışdır [1]. Termoehəq iki hissədən - elektron və fonon hissədən ibarət olur [2]. Bu cihazın iki termoehəq-nin elektron hissəsinin elektron temperaturundan asılılığına səslənir və cihazın qəfəs temperaturunun  $2K$ -qədər qiymətləndirilən rind yaxşıntıları verir. Daha yuxarı temperaturlarda termoehəq-nin fonon hissəsi həmiyyətli rol oynadı üçün, mütləq hesab edir ki, elektron temperaturunun təyinində bu cihazdan istifadə edilməsinin düzgünlüyü übhədən urur. [1] indən təcərlərin analizində qızılı elektronların termoelektrik hər kət qüvvəsinin elektron hissəsinin fenomenoloji dəsturundan istifadə edilmiş, fonon hissənin elektrik sahəsinə nəsli olub-olmaması məsələsi ara dirilməmişdir.

Biz burada 2ES sistemləndə yaranan termoehəq-yə güclü elektrik sahəsinin təsirini öyrənərkən Bolzmannın kinetik tənlik metodundan istifadə etmişik və termoehəq-nin həm elektron, həm də fonon hissəsinin hesablanmasıdır. Elektrik sahəsinin intensivliyi və temperatur qradienti elektron qazının təbəqəsi üzrə götürülür. 2ES-də təbəqə boyunca kvantlanma başa vermişdiyi üçün bu təbəqə üzrə elektrik cərəyanını hesablayanda Bolzmanın kinetik tənlik metodunu yaxşılaşdırır [2]. Elektronların akustik fononların deformasiya və pyezoelektrik potensialından, aqar ionlardan səpilmə mekanizmləri, elektrik dəsəcək pici potensialların ekranlaşması nəzərə alınmışdır.

Məhdudlayıcı potensial olaraq parabolik potensial götürülmüşdür:

$$V = \left( \frac{1}{2} + N \right) \hbar \tilde{S}_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (1)$$

Burada  $m$  - keçirici elektronların effektiv kütləsi,  $\tilde{S}_0$  - parabolik potensialın parametri,  $N$  - əsaslıyyası kvantaldı,  $\vec{k}(k_y, k_z)$  - elektronların dala vektorudur.

Elektronların səpilməsi kvazielastiklilik rətfini ödəyir və öz aralarında toqquşmalarının tezliyi onların fononlardan səpilmə tezliyindən böyükdür, paylanma funksiyasının izotrop hissəsi, qəfəsin  $T$  temperaturundan fərqli  $T_e$  temperaturu ilə xarakteriz olunan Fermi-Dirak paylanması kimi göstəriləbilir. Elektronların effektiv temperaturu  $T_e$  balans tənliyindən (stasionar halda elektron sisteminin elektrik sahəsinə nəsli ə enerjinin bu sistemin fononlar sisteminə verdiyi enerjiyə bərabərliyindən) təpilir [3]

Biz fononların elektrik sahəsinə qızmadı ə halda baxırıq, onda uzundalaklı fononların  $N(\vec{q}, \vec{r})$  paylanma funksiyasının izotrop hissəsi  $T$  temperaturlu Bolzman paylanması ilə ifadə edilir, anizotrop hissəsi fononlar üçün kinetik tənlikdən təpilir. Elektron qazının təbəqəsi boyunca

$$\nabla_y T \text{ temperatur qradienti yaradılanda } məlumat üçün termoehəq üçün alırıq [2] \quad r = \frac{S_{yy}(T_e)}{\Gamma_{yy}(T_e)}. \quad (2)$$

$S_{yy}(T_e)$  məsalə (və deməli  $r$ ) iki hissədən - elektron və fonon hissədən ibarətdir:  $S_{yy}(T_e) = S_{yy}^e(T_e) + S_{yy}^{ph}(T_e)$ . Qızdırıcı elektrik sahəsinin intensivliyi kvantlanmanın olmadığı əzoxlu istiqamətində yaradılmışdır. Güclü cirləmə elektron qazının üçün termoehəq-nin elektron hissəsi adətki kıl düür:

$$r_e = -\frac{k_0 f^2}{e} \frac{1}{3} \frac{1}{y_0} \left[ 1 - \frac{y_0}{\epsilon(y_0)} \frac{\partial \epsilon(y_0)}{\partial y_0} \right] \frac{T_e}{T} \frac{\partial T_e}{\partial T}. \quad (3)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

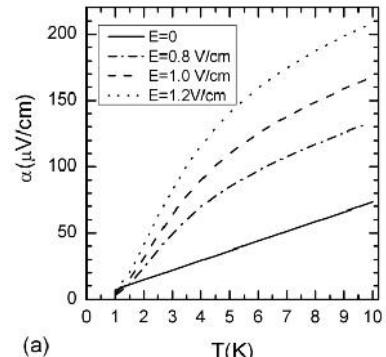
---

Burada  $y_0 = \hbar^2 k_F^2 / 2mk_0T$  -elektronların gətirilmə kimyəvi potensialı,  $k_F$  elektronların Fermi səviyyəsinin daladlılığı,  $\epsilon(y_0)$  is elektronların sürətli tezliyidir.

Termoelektron həssinin hesablamaları göstərir ki, güclü cırla mədə elektron sistemində elektronların qızması termoelektron həssini dəyişdirmir. Bu həss üçün alınan ifadənin müraciəti bylini, elektrik sah sindən asılı olmadığı inəni və [4] indiki nəticə ilə üst-üst düzüyünnəzər alaraq onun ifadəsinin burada vermirik. Termoelektron həssini, (3) ifadə sindən göründüyü kimi, elektronların qızmasına çox həssasdır. Termoelektron üçün dəyişdirilmiş hesablamalar elektronların sürətli səxiyi  $n = 1.78 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ , məhdudlayıcı potensialın parametri  $S_0 = 7 \times 10^{13} \text{ san}^{-1}$  olan ikiölçülü  $GaAs / Al_xGa_{1-x}As$  kvant çəxurunda aparılmışdır. Kildə elektrik sahini intensivliyinin sabit qiyməti rind ( $E = 0.8; 1; 1.2 \text{ V/m}$ ) və elektrik sah sinin olmadığı halda termoelektron həssinin qəflət temperaturundan asılılıq qrafikləri verilmiştir.

Kildən göründüyü kimi, elektrik sahini olmayan halda termoelektron həssini qəflət temperaturu ilə düz müxtənasibdir. Elektrik sah sində elektronların qızması nəticəsində termoelektron həssini sahini olmayan halla müqayisədə xeyli artır,  $2K < T < 10K$  temperatur intervalında bu artım 2-4 intervalindədir.

Burada alınmış nəticələr [1] ində təsvir olunan, elektron temperaturunu birbaşa ölçmək 2ES termocütünün ölçüm intervalını genişləndirməyə imkan verir. Termoelektron həssinin fonon həssini elektrik sah sindən asılı olmadığından elektrik sah sində termoelektron həssini dəyişməsi yalnız elektron həssinin dəyişməsi nəticəsində baş verir:  $\Delta r(T_e) = r(T_e) - r(0) = r_e(T_e) - r_e(0)$ . Ona görə də müvafiq dəyişiklik etməklə (hər bir temperatura uyğun fonon həssini çıxmışsa) həmin termocüt daha yuxarı temperaturlarda da elektron temperaturunu ölçmək üçün tətbiq oluna bilir.



## DƏBYYAT

1. W.E. Chickering, J.P. Eisenstein, J.L. Reno. Phys.Rev.Letters, 103, 046807 (2009).
2. M.A. , , , (1985), 318 .
3. . , , , (1970), 338 .
4. F.M. Hashimzade, M.M. Babayev, B.H. Mehdiyev, Kh.A. Hasanov. J. of Physics: Conference Series, 245, 012015 (2010).

**BDU-nun Fizika Probleml ri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin h sr olunmu  
Beyn Ixalq konfrans**

---

**SPEKTR N Q D APAZONUNDA AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> QARI IQ**

**B RL M D ND UMUN N SB T RK B N N TEZL K**

**ÇEVR LM S N N EFFEKT VL Y N T S R**

**R.C. Qasimova, G. .S f rova<sup>1</sup>, N.V. K rimova<sup>2</sup>, L.S. Haciyeva**

*Bakı Dövl t Universiteti, <sup>1</sup>Fizika Probleml ri nstitutu, <sup>2</sup>Az rbaycan Tibb Universiteti*

[safarovagulnara@rambler.ru](mailto:safarovagulnara@rambler.ru)

*d mövcud t crüb l r raitind AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> növlü qarı iq kristallarda m s l nin müxt lif parametrl rin çevrilm effektivliyin t sirinin t dqiqinin n tic l ri göst rilmi dir. T rkibind ki indiumun miqdari il f rql n n üç növ AgGa<sub>x</sub>In<sub>1-x</sub>Se<sub>2</sub> kristalları üçün bucaq dispersiya msalları hesablanmasıdır.*

Bir sıra üstünlükl rin gör t dqiqat obyekti kimi qarı iq kristal növl rind n AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> seçilmişdir. [1]-d aparılmış t dqiqatlar göst rimi dir ki, indiumun t rkibini ( $x$ ) seçm kl yaxın v orta infraqırmızı diapazonda ikinci harmonikanın generasiyası zamanı 90<sup>0</sup>-li qeyri-kritik faza sinxronizmi rtini h yata keçirm k olar. Bu zaman CO<sub>2</sub> lazer üalanmasının  $\lambda = 9,64 \text{ mkm}$  dal a uzunlu unda  $x$  parametrinin qiym ti 0,6-ya b rab rdir. M lumdur ki, AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> kristalı üçün qeyri-x tti kvadratik h ssashı in ölçülmü qiym ti  $d_{36} = 41 \text{ pm/V}$  b rab rdir. Spektrin Q diapazonunda t tbiqi m s 1 l r üçün CO<sub>2</sub> lazerl ri aparıcı rol oynayır, onlar spektrin bu oblastında güclü optik koherent üalanma m nb yidir.

Seçilmiş növ kristalin qeyri-x tti optik xass l rini t dqiq etm k üçün, h y canlanan dal anın h yacanlaşdırın dal aya ks t sirini n z r alma a imkan ver n sabit intensivlik yaxınla masından [2] istifad etm k m qs d uy undur. Bu yaxınla ma verilmiş qarı iq növ kristallarda [4] CO<sub>2</sub> lazerin üalanmasının tezliyinin ikiqat artması prosesin faza effektl rinin t sirini n z rd n keçirm y imkan verdi [3].

Bu i d mövcud eksperiment raitind AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> kristalında  $x$  parametrinin çevrilm effektivliyin t sirinin t dqiqat n tic l ri göst rilmi dir. stifad olunan analitik üsul h m çeviriçi kristalin, h m d üalanma m nb yinin optimal parametrl rini konkret t crüb d qeyri-kritik faza sinxronizmi rtl ri üçün optimal parametrl ri hesablama a imkan verir. Bel ki, m s 1 n verilmiş itkil rd kristalin uzunlu u v doldurma dal asının invensivliyi, bu çevrilm nin gözl nil n effektivliyini qiym tl ndirm y imkan verir.

Birinci növ  $oo \rightarrow e$  skalyar sinxronizm raitind m nfi biroxlu AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> kristalında S tezliyind CO<sub>2</sub> lazer üalanmasının tezliyinin ikiqat artması prosesini (2S tezliyind ) t hlil ed k.

Doldurma dal asının üç uzunlu unda: 9.64 mkm, 9.55 mkm v 9.31 mkm CO<sub>2</sub> lazer üalanmasının ikinci harmonikasının generasiyası halında m nfi biroxlu qarı iq AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> kristalında sinxronizmin bucaq enini t yin ed k. Sinxronizm istiqam tind n meyletm buca inin  $\Delta_\alpha$  hesablanması [5, 6]-a uy un olaraq kristalda indiumun miqdarını ks etdir n üç qiym t üçün (0; 0.3; 0.4) aparaq. Bu zaman [5-6]-da verilmiş Selmeyyer msallarıdan istifad olunur [7, 8].

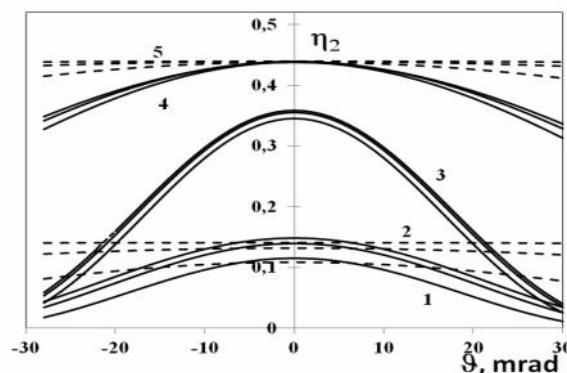
Q diapazonda AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> kristalında CO<sub>2</sub> lazer üalanmasının tezlik çevrilm sinin effektivliyinin artırılması yollarını t dqiq etm k üçün sabit intensivlik yaxınla alınımı çevrilm effektivliyi üçün analitik ifad ni d di hesablayaq. Bu zaman m s 1 nin parametrl riverilm kristal üçün mövcud t crüb 1 rin rtin uy un seçilir [7-9].

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Məlumdur ki,  $\text{AgGa}_{0.6}\text{In}_{0.4}\text{Se}_2$  qarışıq strukturlarında kristalın xassı 1 rindən indium təsir edir [1]. Kildə indiumun kristalda üç müxtəlif konsentrasiyası halında tezlik çevrilməsi prosesinin sabit intensivlik yaxınlaşdırma zamanı təhlilinin 1-ci göstərilməsi CO<sub>2</sub> lazerinin doldurma dalasının uzunluqlarının üç variantı nəzərdən keçirilmişdir: 9.31 mkm, 9.55 mkm və 9.64 mkm. Üç yridən 1 və 4 qrupu  $\text{AgGa}_{0.7}\text{In}_{0.3}\text{Se}_2$  kristalının ( $x=0.7$ ) üçün olaraq 1.05 sm və 0.65 sm-lik rəsədə olan uzunluqlarında doldurma dalasının üalanmasının üç dala üzənlikləri halında çevrilmə effektivliyinin  $\eta_2(\theta)$  asılılığı inənmişdir. Üç yridən 2 və 5 qrupu isə  $\text{AgGa}_{0.6}\text{In}_{0.4}\text{Se}_2$  kristalının ( $x=0.6$ ) üçün olaraq 1.05 sm və 0.65 sm-lik rəsədə olan uzunluqlarında doldurma dalasının üalanmasının üç dala üzənlikləri  $\eta_2(\theta)$  asılılıqlarına uyğunlaşdırılmışdır. Üçüncü qrup yridi isə  $\text{AgGaSe}_2$  kristalının ( $x=1$ ) 0.8 sm-lik rəsədə uzunluqda doldurma dalasının üalanmasının üç dala üzənlikləri  $\eta_2(\theta)$  asılılıqlarına uyğunlaşdırılmışdır. Hər bir qrupda yuxarıdağı yrid 9.64 mkm-lik üalanma dalası üzənlikləri, ortadakı 9.55 mkm, aşağıdağı isə 9.31 mkm-lik üalanma dalası üzənlikləri inənmişdir.

3, 4 və 5 qrupu yridinin müqayisəsinə göründür ki, qarışıq kristalın tərkibində indiumun konsentrasiyası 1-dən 0.6-ya qədər artırıldığda  $\eta_2(\theta)$  asılılıq 1 horizontal formada yüksələr. Bu əmək məsələsi, kristalın faza sinxronizminin ödənməsi üçün qarışıq qeyri-kritik rejimin keçilir. Belə ki, məsələnin  $\text{AgGaSe}_2$  kristalında çevrilmə effektivliyinin 0.036% dəyişməsi -0.6 mrad +0.6 mrad qiymətləri bucaq intervalında bərabərdir. Kristalda Ga-un bir hissənin indiumla  $x=0.7$ -yə qədər vəzifələndirilməsi ( $\text{AgGa}_{0.7}\text{In}_{0.3}\text{Se}_2$ ) effektivliyinin analoquudur. Lakin 1.67 dəfə böyük bucaq intervalında (-1 mrad-dan +1 mrad-adətək). Kristala sonradan  $x=0.6$ -ya qədər indium lav olunması ( $\text{AgGa}_{0.6}\text{In}_{0.4}\text{Se}_2$ )  $\text{AgGaSe}_2$  kristalı ilə müqayisədə bucaq intervalını 33 dəfə artırır (-20 mrad +20 mrad). Buradan  $\text{AgGa}_{0.6}\text{In}_{0.4}\text{Se}_2$  kristallarında faza sinxronizmi rətinin ödənməsinin qeyri-kritikliyi,  $\text{AgGa}_{0.7}\text{In}_{0.3}\text{Se}_2$  və əlçədə  $\text{AgGaSe}_2$  kristallarına nəzərən daha böyük bucaq diapazonda ödənilir. Bu məsələ [1]-də təcrübə tədqiq olunmuşdur, lakin təcrübə  $\text{AgGa}_x\text{In}_{1-x}\text{Se}_2$  kristalının 1.05 sm-lik üzənlikləri bizim halda 1 ( $x=0.7$ ) və 2 ( $x=0.6$ ) yridi rəqəmələrinə uyğunlaşdırılmışdır. 1 və 4; 2 və 5 qrup yridinin müqayisəsi göstərir ki, çeviriçi-kristalın optimal üzənliklərinin istifadəsi çevrilmə effektivliyini üç dəfə,  $\eta_2(\theta)=0.15$ -dən 0.45-dək artırmaq imkanı verilir.



- k.**  $\text{AgGa}_x\text{In}_{1-x}\text{Se}_2$  kristalında ikinci harmonikaya  $\eta_2$  çevrilmə effektivliyinin doldurma dalasının  $I_{10}=0.6 \text{ MW/cm}^2$  intensivliyində  $x=0.7$ -ə -  $\text{AgGa}_{0.7}\text{In}_{0.3}\text{Se}_2$  (1 və 4 yridi),  $x=0.6$  -  $\text{AgGa}_{0.6}\text{In}_{0.4}\text{Se}_2$  (2 və 5 qırıq-qırıq yridi),  $x=1$  -  $\text{AgGaSe}_2$  (3 yridi) üçün sabit intensivlik yaxınlaşdırma zamanı hesablanmış fazaların rəqəmləri asılılıqları. Yuxarıda yirdi 9.64 mkm, orta - 9.55 mkm, aşağıdağı isə - 9.31 mkm-lik üzənlikləri inənmişdir. Kristalın üzənlikləri  $l=1.05 \text{ sm}$  [4], (1 və 2 yridi),  $0.8 \text{ sm}$  [1] (3 yridi) və  $0.65 \text{ sm}$  (4 və 5 yridi).  $\text{AgGaSe}_2$  kristalı üçün itkiyələr  $\delta_1=0.09 \text{ }^{-1}$ ,  $\delta_2=0.15 \text{ }^{-1}$  [1] və  $\text{AgGa}_x\text{In}_{1-x}\text{Se}_2$  kristalında  $\delta_1=0.06 \text{ }^{-1}$ ,  $\delta_2=0.08 \text{ }^{-1}$  [1].

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Beləliklə, faza effektlərinin nəzər almaqla qarıq kristallarda tezlik çəvrilməsinin nəzəri tədqiqi çəvrilmə effektivliyini artırmaq yollarını aks etməyi imkan verir. Yarıçevirici kristalda uzunluğunu verilməsi qıymətləndirmədən asının intensivliyinin optimal qıymətini, eləcə də üalanan lazerin seçilməsi doldurma dalasının intensivliyindən çəvirici-kristalın koherent uzunluğunu hesablamaya olur. Analitik üsul həmdə lazer üalanlığının müxtəlif dərəcələrində gözlənilən çəvrilmə effektivliyini qıymətləndirməyi imkan verir. Qarıq tip kristallar üçün indiumun müxtəlif konsentrasiyalarında sinxronizmin bucağı eni ölçülüdür. Faza sinxronizmi rətinin olduğunu sənət qeyri-kritik rejimin rait yaradan rəsədlər meydana çıxarılmışdır.

**Bu iş qismının Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Elminə nəzər olunmuş Fonduñun maliyyə yardımına ilə yerin yetirilmişdir. Qrant № F-2013-9(15)-46/04/1**

**DƏBYYAT**

1. Yu. M. Andreev, I. S. Baturin, P. P. Geiko, and A. I. Gusarov, Frequency doubling of CO<sub>2</sub>-laser radiation in new nonlinear crystal AgGa<sub>x</sub>In<sub>1-x</sub>Se<sub>2</sub>, Quantum Electronics **29** (1999) 66-70.
2. Z. H. Tagiev, and A. S. Chirkov, Fixed intensity approximation in the theory of nonlinear waves, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **73** (1977) 1271-1282; Z. H. Tagiev, R. J. Kasumova, R. A. Salmanova, and N. V. Kerimova, Constant-intensity approximation in a nonlinear wave theory, J. Opt. B: Quantum Semiclas. Opt. **3** (2001) 84-87.
3. R. J. Kasumova, Conversion efficiency in AgGa(Se<sub>1-x</sub>S<sub>x</sub>)<sub>2</sub> crystals, International J. of Science and Research, **3** (2014) 410-413.
4. R. J. Kasumova, Second harmonic of laser radiation for IR-range in mixed AgGa<sub>0.6</sub>In<sub>0.4</sub>Se<sub>2</sub> crystals, An Indian J: Material Science, **10** (2014) 306-311.
5. V. G. Dmitriev, and L. V. Tarasov, Prikladnaya Nelineynaya Optika [Applied Nonlinear Optics] (Radio i Svyaz, Moscow, 1982).
6. R. J. Kasumova, G.A. Safarova, N.V. Kerimova, Ternary wide-bandgap chalcogenides LiGaS<sub>2</sub> and BaGaS<sub>7</sub> for the mid-IR, International J. of Engineering and Computer Science, **3** (2014) 7823-7828.
7. Yu. M. Andreev, I. S. Baturin, P. P. Geiko, and A. I. Gusarov, Frequency doubling of CO<sub>2</sub>-laser radiation in new nonlinear crystal AgGa<sub>x</sub>In<sub>1-x</sub>Se<sub>2</sub>, Quantum Electronics **29** (1999) 66-70.
8. G. C. Bhar, S. Das, U. Chatterjee, and K. L. Vodopyanov, Temperature-tunable second-harmonic generation in zinc germanium diphosphide, Appl. Phys. Lett. **54** (1989) 313-314.
9. P. P. Geiko, A. I. Gusarov, and Yu. M. Andreev, Optical properties and phase-matched conditions in nonlinear AgGa<sub>x</sub>In<sub>1-x</sub>Se<sub>2</sub> crystals, Atmospheric and Oceanic Optics **2** (1999) 606-610.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

irada.gadirova@mail.ru

z , [1]:

$$V(z) = \begin{cases} V_0 \operatorname{th}^2(rz) & |z| \leq \frac{a}{2} \\ V_0 & |z| \geq \frac{a}{2} \end{cases}, \quad (1)$$

$$V_0 = \frac{\hbar^2 r^2}{2m} \cdot (\nu + 1), \quad \nu > 0, \quad a -$$

$$\mathbb{E}_{nk_{\perp}}^i(\vec{r}) = S^{-1/2} u_i(\vec{r}) \exp(i\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{r}_{\perp}) \{_{n_i}(z) \quad (2)$$

$$i , \quad (i = v), \quad n_i - , \quad \vec{r}_{\perp} - , \quad (i = c) \quad ,$$

$$(i = v), \quad n_i - , \quad \vec{r}_{\perp} - , \quad S, u_i(\vec{r}) - ,$$

$$, \quad k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad \{_{n_i}(z) - z \quad . \quad \{_{n_i}(z) \quad (1)$$

$$\{_{\nu}^n(rz) = \left( \frac{r(\nu - n)\Gamma(2\nu - n + 1)}{\Gamma(n + 1)} \right)^{\frac{1}{2}} P_{\nu}^{n-1}(th(rz)), \quad (3)$$

$$P_{\nu}^{n-1}(th(rz)) - , \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots [\nu], [\nu] - \} . \quad (1) \quad :$$

$$V_n = \frac{\hbar^2 r^2}{2m} (\nu(\nu + 1) - (\nu - n)^2) \quad (4)$$

:

$$E_n(k_{\perp}) = V_n + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_c} = \frac{\hbar^2 r^2}{2m_c} (\nu(\nu + 1) - (\nu - n)^2) + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_c} \quad (5)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$E_l = -E_g - V_l - \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_v} = -E_g - \frac{\hbar^2 r^2}{2m_v} [\{(\}+1) - (\} - l)^2] - \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_v} \quad (6)$$

$E_g$  -

,

[2]:

$$W = \frac{2f}{\hbar} \sum_{cv} \left| H_{cv}(\vec{k}) \right|^2 u(E_c - E_v - \hbar \check{S}), \quad (7)$$

$H_{cv}(\vec{k})$  -

$$\hat{H} = \frac{e}{mc} \vec{A} \cdot \vec{p}$$

(2)

$$\vec{A} = \dots, \quad |A| = \frac{\sqrt{2fN\hbar\check{S}}}{\check{S}/v}, \quad v -$$

$$v = \frac{c}{n}, \quad \hat{p} = -i\hbar\nabla, \quad N = \dots, \quad H_{cv}(\vec{k}) = \dots$$

$$H_{cv}(\vec{k}) = \frac{eA_o}{mc} (\vec{P}_{cv}) \mathbf{u}_{k_{\perp} k_{\perp}^1} I_{nl}, \quad (8)$$

$\vec{P}_{cv}$  -

,  $\mathbf{u}_{k_{\perp} k_{\perp}^1}$

$$I_{nl} = \int \{_n^*(z) \hat{p}_z \{_l(z) dz \quad (9)$$

$$(9) \quad (8) \quad , \quad I_{nl} = -\mathbf{u}_{nl},$$

:

$$W = \frac{2\sim e^2 A_o^2}{\hbar^3 (a+b)m^2 c^2} (\vec{P}_{cv})^2 \sum_n \Theta(\hbar \check{S} - E_g - \frac{\hbar^2 r^2}{2\sim} [\{(\}+1) - (\} - n)^2]) \quad (10)$$

$$\frac{1}{\sim} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}, \quad b -$$

$$r = \frac{W\sqrt{v}}{Nc},$$

(11)

$V$  -

(10) (11),

:

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

$$S = \frac{4f \sim e^2 (\vec{\nabla} P_{cv})^2}{\hbar(a+b)m^2 c \sqrt{\hbar} S} \sum_n \Theta(\hbar S - E_g - \frac{\hbar^2 r^2}{2\sim} [\{+1\} - \{n\}^2]) \quad (12)$$

(7), (8) (9) ,

$$n = l.$$

.1      2  
 $GaAs / Al_x Ga_{1-x} As$

}

$$E_g = 1.43 \text{ eV}, \quad a = 500 \text{ \AA},$$

$$m_c = 0.06m_o, \quad m_v = 0.4m_o, \quad v = 8.2, \quad \overrightarrow{P_{cv}} = 1.2 \cdot 10^{-38} \quad \cdot, \quad b = 5a .$$

$\}$

S(Š)

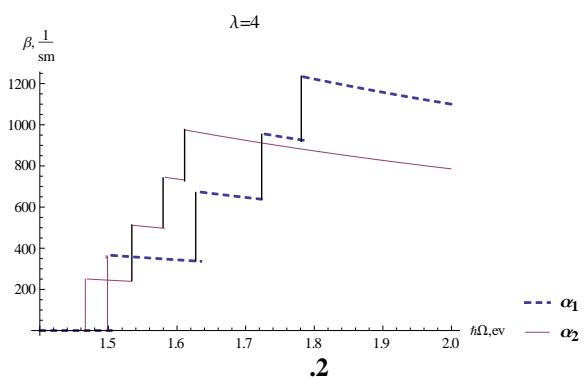
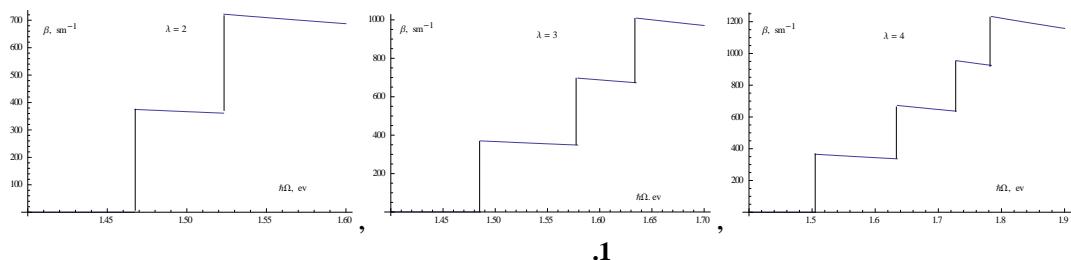
1

r

}

}

r



2. . , .

. 1974 343 .

: « », 1982, 392 .

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

• • , • • , • \* , \* ,  
mhsh28@mail.ru

mhsh28@mail.ru

(Hot Electron Bolometer —mixers), (*transition edge sensors*, TES —), SIS (—), (Superconducting Nanowire Single-Photon Detector SNSPD) .

( $\tau_{\text{e-ph}}$ ,  $\tau_{\text{ph-sub}}$ ),

$$10^{-12} \text{c.}, \tau_{\text{e-ph}} : \text{Nb} \sim 10^{-9} \text{c}, \text{NbN} \sim 10^{-11} \text{c}, \text{YBaCuO} \sim$$

$$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{\sim 90} - \text{MgO} \quad ( .1 ) \quad (\text{NbN}, \text{N})$$

-8 8<sup>2</sup>.

( .1 ).  
1

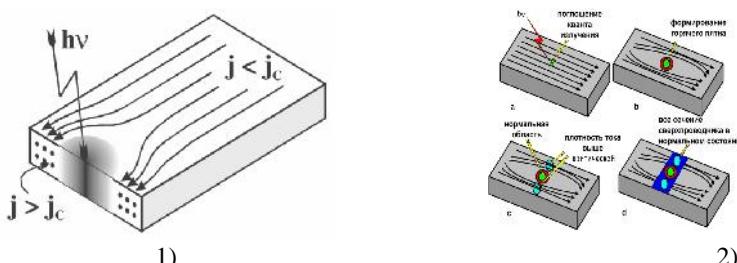


SNSPD ) ( ).

SNSPD  
[1].

$\tau_{e-ph}$  ( $\sim 10$  - - - NbN).

$\tau_{ph-sub}$ .



.2.  
(1)  
(2 - ).

[2].

( .2 , .2 (2 , )).

( .2 ).

SNSPD  
 $10^9 \div 10^{10}$   
( , Hamamatsu,  
QE 0,1% )  
 $0,85 \div 1,5$   
QE = 30 % ( ,  $\lambda = 1,3$   
 $9 \cdot 10^6$  ( ~150 )  
SPD

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

( t),

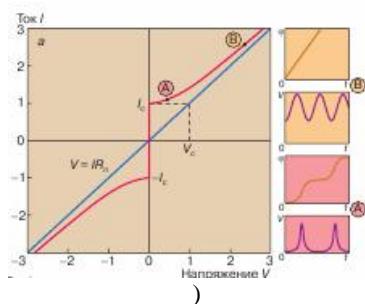
( ), NbTiN  $=1550$   
 $t \approx 60$ .

SIS.

$\Phi$

$$j = j_{\text{co}} \sin \varphi \left( \frac{U}{U_c} \right)^{\frac{2eU}{\epsilon_0}} \quad (1)$$

$j_{\text{co}} = 2eU / (h\epsilon_0) = 4\pi e/h$ ,  $U_c = V_c / \epsilon_0 = 2e(0)/\epsilon_0$ ,  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  C/V·m.



.3.

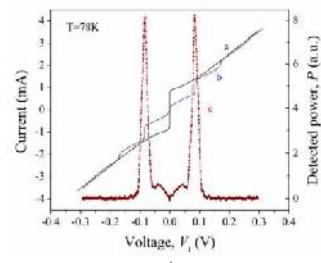
(

$U > V_c$ , ( )

$$h\epsilon = 77,08$$

( b);  
78,28

( c).



$\epsilon$ ,

$$\epsilon = \epsilon_0/n, \quad n =$$

( . 3 )

$$U = n(h/2e)\epsilon.$$

— «».

1. , . . . , , Phys. Rev. B, 85, 024509  
 $\vdots$

(2012).

2. . . .

2 2012.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

GeSe

$$\begin{matrix} \dots & & 1,2, & \dots & 1,2, & \dots & 3 \\ & & I & & & & \cdot \\ & & 2 & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & 3 \end{matrix}$$

[zakircahangirli@yahoo.com](mailto:zakircahangirli@yahoo.com)

*Ge Se* , *GeSe.*

64x64      *Ge* (*Se*),      *Se* (*Ge*),  
 “      “      “      ”;

1

<sup>4-6</sup> [4-6].

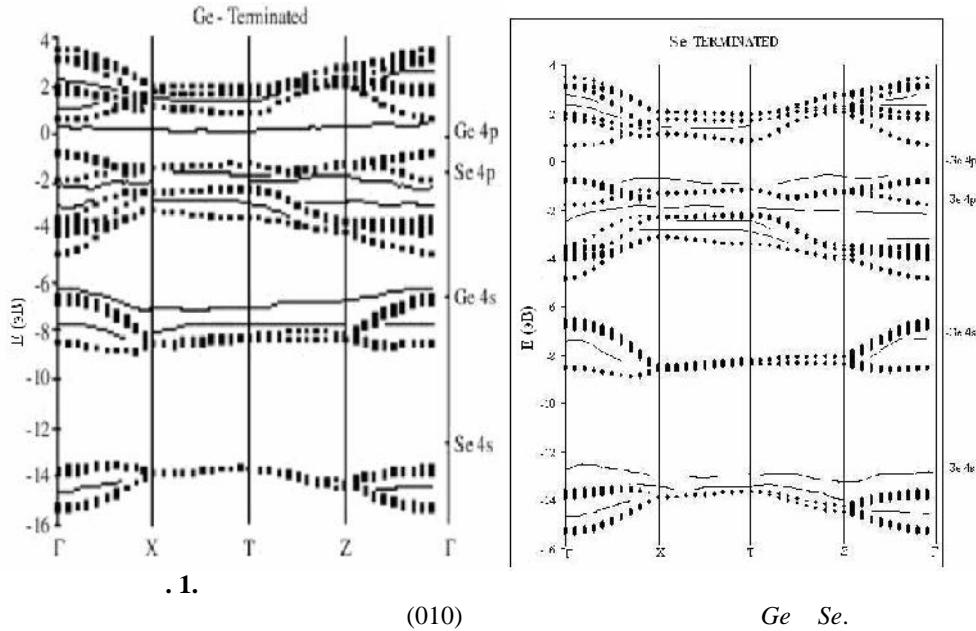
*Ge Se.* .

GeSe

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

, , . 2 3  
,  
,  
 $Ge - Se$ ,  
-14.5 eV -7.5 eV.  
 $s-$   $Ge$ ,  $Se$ ,  $E_V - 7 \text{ eV}$ ,  $s-$   $Ge$ ,  $E_V - 13 \text{ eV}$ ,  $Se$ .



, ( . 2, 3)  
 $E_V - 13 \text{ eV}$ ,  $s-$   $Ge$ ,  
 $E_V - 7 \text{ eV}$ ,  $s-$   $p_x$ -  
 $E_V - 14 \text{ eV}$ ,  $E_V - 7 \text{ eV}$

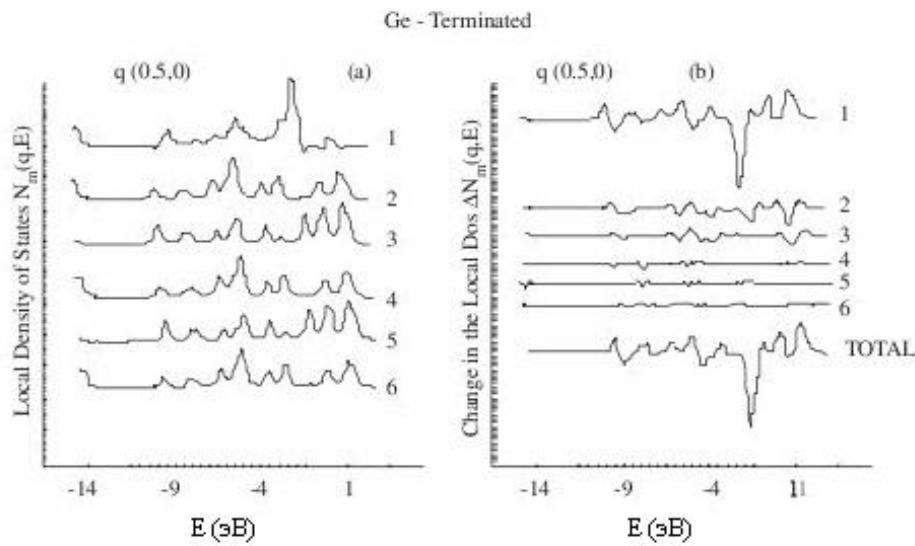
. 1,  
 $Ge$ ,  
 $Se$ ,  
 $\Delta N(E) = q(0.5, 0, 0)$  [3,4],

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

*Se*

$$\Delta N(E)$$

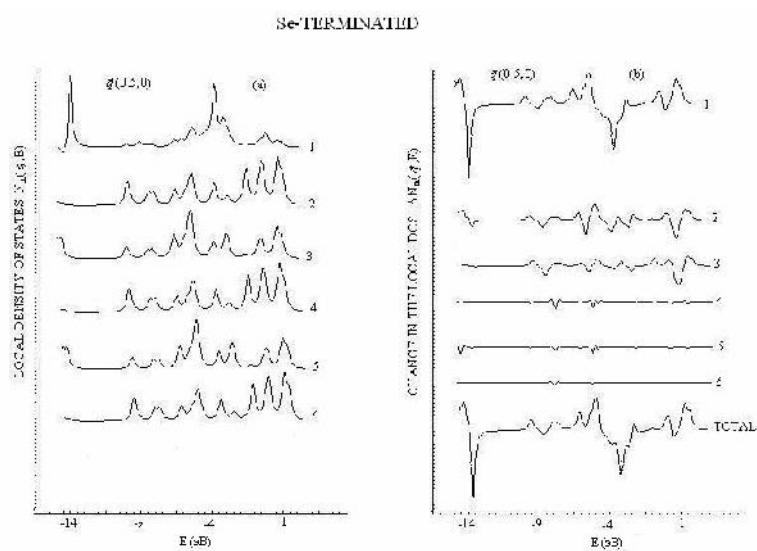
*Ge,*



. 2. a-

*Ge. b-*

(010),



. 3. a-

*Se. b-*

(010),

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

$$\Delta N(E) \quad , \quad .$$

Se

$$d \quad , \quad Ge \quad , \quad Se \quad , \quad s^- , p^-$$

$$f_{sq}^m(\mathbf{E}_s) = \sum_r \| A_{s,q}^{m,r} (\mathbf{E}_s) \|.$$

$$(\quad, 2 \quad, 3) \quad ,$$



**Qrin funksiyası metodu ilə laylı GeSe kristalında səth elektron strukturunun özüünü tənzimləməklə hesablanması.**

Z.A. Cahangirli, H.S. Orucov, T.O. Bayramova

Lokalla mı orbitallar vasıt sil Qin funksiyası metodu il özünü t nzimi m kl GeSe kristalında lokal defektlerin vakansiyaların elektron strukturları hesaplanmıştır. Qada an zolaında elektronun viyyiliinin genezisi, orbital tırkibi, valent zonasında rezonans ve antirezonanslar, hımanın defektin yaranması il elektron sıxlığının d yi mi analiz olunmuştur.

## **Self-consistent calculation of the electronic structure of the surface of the layered crystals of GeSe by Green function method.**

Green function method.

## ABSTRACT

Electronic structure of the local defects-vacancies in GeSe has been calculated by the self-consistent Green's function method on the bases of localized orbitals. The origin, orbital content of the electronic states in the band gap, resonances and antiresonances in the valence band, and change in the charge density made by defect are discussed.

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**KRİSTALLARDA ELEKTRONLARIN KANALLAŞMA ÜALANMASI**

**M.R. Rəcəbov, . . Tağıyeva**

*Bakı Dövlət Universiteti*

[shahnaz.ilqarzadeh.92@mail.ru](mailto:shahnaz.ilqarzadeh.92@mail.ru)

Nəzəri olaraq yeni fiziki effekt -relyativistik kanallaşma zamanı rəsədi klassik mexanikanın qanunları təbiq oluna bilir. Çünkü bu zaman yaranan səviyyələrin sayı kifayət qədər böyük olur. Lindxardinın verdiyi atom müstəvisi və zəncirləri potensialında formalanmış müxtəlif səviyyələr arasında keçidlər müşəsaslanır. Zərər ciklərin enerjisi ~ 0.1÷10GeV olduqda, üalanma daha intensiv kildə 0.1-bir neçə on MeV diapazonda baş verir.

Yüksək sürəti elektronların kanallaşması zamanı klassik mexanikanın qanunları təbiq oluna bilir. Çünkü bu zaman yaranan səviyyələrin sayı kifayət qədər böyük olur. Lindxardinın verdiyi atom müstəvisi və potensialından istifadə olunur:

$$U(y) = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2 N d_p}{c a} \left[ (y^2 + c^2 a^2)^{1/2} - y \right] \quad (1)$$

Burada,  $y$  sürət dərəcəsi olan məsafə,  $d_p$ -kanalının enidir,  $N$ -atomlarının sıxlığı,  $Z_1 e$ ,  $Z_2 e$ -müvafiq olaraq zərər ciyin və hədəf atomunun yüküdür.  $C=3$ ,  $a$ -Tomas-Fermi atom modelində ekranla ma sabitidir. Elektronlar üçün (1) potensialı cəbənmə xarakterlidir. Elektronlar potensial çuxuradadır və atom müstəvisi dorudur hər kəndədir onunla ki, sonra cazibənin təsiri sindən yenidən geri qayıdır və beləliklə hər kəndə dekanallaşma baş verir yine davam edir. Elektron sətinə yaxınlıında ossilyasiya edir və onun trayektoriyası ilk yana maddə sinüsoidi xatırladır.

Sadəcə qiymətləndirmə üçün (1) potensialını  $y=0$  nöqtəsinin yaxınlığında sıraya ayıraq və ayrılmış ikinci həddi ilə kifayət qədər hesab edək ki, elektron parabolə killi çuxuradadır. Bu cür yaxınlaşma labəttəki, tam dəqiq deyil və burada yalnız hesablamaların sadəcə məsələ üçün istifadə olunur.

Zərərini elektronun uzununa sürəti boyunca yəni atom sətinə boyunca yönündədir. Parabolə killidə potensialı sahədə hər kəndənliyi əməkdaşlığı kildə olacaq.

$$\frac{d}{dt} \frac{\frac{mv_y}{(1-\frac{v_y^2+v_z^2}{c^2})^{1/2}}}{v_z} = -2V_0 y \quad (2)$$

Burada,  $V_0 = \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2 N d_p}{c a}$ ;  $v_y = \frac{dy}{dt}$ ,  $v_z = \frac{dz}{dt}$  sürətin yəni zərər istiqaməti rində proyeksiyalarıdır. Kanallaşma zamanı  $v_y \ll v_z$

(2) tənliyinin həlli bu cür olacaq:

$$y(t) = y_m \sin \bar{\omega} t \quad (3)$$

$$\bar{\omega}^2 = \frac{2V_0}{m} \left[ 1 - \frac{v_z^2}{c^2} \right]^{1/2} \quad (4)$$

$y_m$ -başlanğıc amplituddur.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Zərər ciyin müstvi potensialının təsiri altında trayektoriyasının yilməsi nəticəsində üalanma yaranmalıdır. R - radiuslu çəvrə boyunca hər kətdən relyativistik zərər ciyin ( $v_z \approx c$ ) üalanma gücü:

$$I = \frac{2}{3} \frac{\epsilon^2 c}{R^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right) \quad (5)$$

klində olur. Burada  $R^2$  – yarılık radiusunun kvadratı, E-zərər ciyin enerjisidir. Zərər çıxış təcili hər kətdən zaman yarılık radiusu

$$R = \frac{v^2}{v_1} \approx \frac{c^2}{v_1} \quad (6)$$

bərabərdir.  $v'_\perp$ -enin sürətin dəyişməsidir. Bizim halda  $v'_\perp = -\bar{\omega}^2 y_m^2 \sin \bar{\omega}t$ , yəni,  $R^2 = 2c^4 / \bar{\omega}^4 y_m^2$

Bu səbəbdən orta gücənin idakı kimi olacaq:

$$I = \frac{y_m^2 \epsilon^2 \bar{\omega}^4 \gamma^4}{3c^5} \quad (7)$$

Bu məsələni kvant mexanikası qanunları ilə həll etmək olar. Bizim halda elektron uzununa relyativist, enin is qeyri-relyativist hər kətedir. Bu zaman uzununa hər kəti Dirak tənliyi ilə, enin hər kəti Sredinger tənliyi ilə svir etmək olar.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dy^2} + U(y) \psi = E \psi \quad (8)$$

$$E = (c \vec{a} \vec{p} + \rho_3 mc^2) \psi \quad (9)$$

Burada,  $\alpha = (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3)$  və  $\rho_3$  Dirak matrisləridir.

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \rho_3 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$(E - U(y)) \psi = (c \vec{a} \vec{p} + \rho_3 mc^2) \psi \quad (11)$$

(11)tənliyində  $\psi = \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix}$  və Dirak matrislərinin yerinə qoyaraq alarıq:

$$(E - U(y)) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix} = \left\{ c \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \vec{p} + \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} mc^2 \right\} \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} E - U(y) & 0 \\ 0 & E - U(y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & c(\vec{\sigma} \vec{p}) \\ c(\vec{\sigma} \vec{p}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} mc^2 & 0 \\ 0 & -mc^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix} \quad (13)$$

Matrislərin vurulması qaydasına əsasən yaza bilərik:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E - U(y) & \psi_a \\ E - U(y) & \psi_b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} mc^2 \psi_a + c(\vec{\sigma} \vec{p}) \psi_b \\ c(\vec{\sigma} \vec{p}) \psi_a - mc^2 \psi_b \end{pmatrix} \\ \begin{cases} (E - U(y)) \psi_a = mc^2 \psi_a + c(\vec{\sigma} \vec{p}) \psi_b \\ (E - U(y)) \psi_b = c(\vec{\sigma} \vec{p}) \psi_a - mc^2 \psi_b \end{cases} \\ c(\vec{\sigma} \vec{p}) \psi_b &= (E - U(y) - mc^2) \psi_a \end{aligned} \quad (14)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

$p = -i\hbar \vec{\nabla}$  oldu unu nəzər alaq:

$$\begin{aligned} -i\hbar c(\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_b &= ((E - U(y)) - mc^2)\psi_a \\ (\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_b &= \frac{(E - U(y) - mc^2)}{-i\hbar c}\psi_a \\ (\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_b - i\frac{E - U(y) - mc^2}{\hbar c}\psi_a &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Analoji qaydada (12) tənliklər sisteminin ikinci tənliyindən  $(\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a$  ni tapa bilərik:

$$\begin{aligned} (E - U(y))\psi_b &= c(\vec{\sigma} \vec{p})\psi_a - mc^2\psi_b \\ c(\vec{\sigma} \vec{p})\psi_a &= (E - U(y) + mc^2)\psi_b \\ -i\hbar c(\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a &= (E - U(y) + mc^2)\psi_b \\ (\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a &= \frac{E - U(y) + mc^2}{-i\hbar c}\psi_b \\ (\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a &= i\frac{E - U(y) + mc^2}{\hbar c}\psi_b \\ (\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a - i\frac{E - U(y) + mc^2}{\hbar c}\psi_b &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Sonda ağırladıktı tənlikləri alırıq:

$$(\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_b - i\frac{E - U(y) - mc^2}{\hbar c}\psi_a = 0 \quad (17)$$

$$(\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a - i\frac{E - U(y) - mc^2}{\hbar c}\psi_b = 0 \quad (18)$$

$\sigma = (\sigma_x \sigma_y \sigma_z)$  Pauli matriçləridir.

(17) və (18) hər kəttənliklərinindən istifadə edərək yaza bilərik:

$$(\vec{\sigma} \vec{\nabla}) \frac{\hbar c}{i(E - U(y) + mc^2)} (\vec{\sigma} \vec{\nabla})\psi_a - i\frac{E - U(y) - mc^2}{\hbar c}\psi_a = 0 \quad (19)$$

gərni zərər alsaq ki,  $E \gg U(y)$

$$= \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix}$$

$$= e^{i(k_x x + k_z z)} (y)$$

Onda (20) hər kəttənliyi enin hər kət üçün redinger tənliyini özündən etdirmə olur

$$\frac{d^2\psi_a}{dy^2} + \frac{E^2 - m^2 c^4 - h^2 c^2 (k_x^2 + k_z^2) - 2EU(y)}{h^2 c^2} \psi_a = 0 \quad (20)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Enin hər kət üçün  $U(y)$  potensialı dövri  $d_p$  olan dövri funksiyadır.  $Y=V_0y^2$  potensialı sahədə dipol yaxınla masında üalanma intensivliyi üçün alarıq:

$$I = \frac{e^2 \mu_0^2 \hbar \omega n}{m \lambda c^2} \frac{1}{3(1-S_z^2)^2} \left[ 1 + \frac{1}{S_z^2} - \frac{2}{S_z^2} (1-S_z^2) + \frac{1-S_z^2}{2S_z^3} \ln \frac{1+S_z}{1-S_z} \right], \quad S_z = \frac{v_z}{c}$$

**DƏBYYAT**

1. M. Nəcfov Müasir klassik elektrodinamika Bakı, 2012
2. S.Q. Abdullayev Kvant elektrodinamikası Bakı, 2014
3. . . . . , .99, .2, .297-316
4. . . . . , .72, 1977, .1489-1502

**OQTOEDR KS MMETR YALI L QANT SAH S ND Fe<sup>++</sup>**

**ONUNUN ENERJİ SƏVYYƏLƏRİNİN HESABLANMASI**

**D.B. Bayramova**

*BDU, Fizika Problemləri ET*

[dilb.r.bayramova@mail.ru](mailto:dilb.r.bayramova@mail.ru)

Dəmir ionlarının iştirakı ilə meydana çıxan kompleks birləşmələrin canlı orqanizmlərin həyat fəaliyyətinə təmin edən bir çox proseslərdə səs rol oynadı. İndən uzun illərdə rətibətində ünəşaların diqqətmərkəzində dirlər. Fe<sup>++</sup> ionunun xarici elektron təbəqəsində yerlənən elektronların [Ar] 3d<sup>5</sup> 4s<sup>1</sup> konfiqurasiyasına uyğun maksimal spin momentinin malik olma imkanı meydana çıxdı. İndən [Fe<sup>++</sup> X]<sub>n</sub> quruluşlu komplekslər yüksək spinli olmaları nöqtəyini zərindən xüsusi maraq kəsb edirlər. Maqnit nanozərr ciklərinin, nanokompozitlərin idarəedilməsi üçün ləvəli olan bu tip birləşmələrin nəzəri modellərinin qurularaq, elektronlaşdırma quruluşunun tədqiqi, quruluş-xasslaqlarının müəyyənləşdirilməsi məqsədinə xidmət edir.

Təqdim edilən məruzədə Fe<sup>++</sup> ionunun müxtəlif model liqantlarla kompleks birləşmələrinin fəza modellərinin qurularaq stabillaşması xüsusiyyətlərinin analizi, oktoedrik simmetriyaya malik liqandə sahə sind [Ar] 3d<sup>5</sup> 4s<sup>1</sup> elektron konfiqurasiyasında S=3 yüksək spinli hala uyğun mərkəzi ionun enerjisi viyyətiinin hesablanması nəticələri rəhə olunur. Hesablamalar zamanı 3d və 4s orbitallarının ekranlaşdırma sabitləri Sleyter-Qener qaydalarına səsən müəyyən edilmişdir. Kompleksin həndisi quruluşunu modelləşdirək nə 6 H<sub>2</sub>O molekulundan ibarət oktoedrik liqant sahəsi qurulmuşdur.

**Cədvil 11.**

Fe<sup>++</sup> (H<sub>2</sub>O)<sub>6</sub> kompleksinin fəza quruluşu

A	X	Y	Z
Fe	-0.802762	-0.37097	-0.26191
O	-0.299246	-0.18910	1.95453
O	-0.312379	1.86209	0.01125

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

0	-0.354051	-0.04362	0.40260
0	-0.361410	0.02794	-2.58802
0	-0.347994	-2.60082	0.34578
H	-0.311419	-0.10253	-0.03075
H	0.228094	-0.12291	-0.58022
H	0.227505	0.94894	0.56969
H	0.233739	-2.86481	- 0.643439
H	0.232837	-2.79762	0.59155
H	0.236952	-1.15414	2.26996
H	0.233366	0.20914	2.37237
H	0.238661	-0.30805	-0.96612
H	0.237599	-0.87313	0.56601

**C dv 12.**

Fe<sup>++</sup> (H<sub>2</sub>O)<sub>6</sub> kompleksində Fe<sup>++</sup> ionunun enerji sırası viyyəti (eV)

Sırası viyyəti	Enerji
4S	-35.96
3P <sub>x</sub>	-18.20
3P <sub>y</sub>	-18.11
3P <sub>z</sub>	-15.43
3d <sub>zz</sub>	-12.67
3d <sub>xz</sub>	-7.61
3d <sub>yz</sub>	8.59
3d <sub>xz</sub>	12.76
3d <sub>xy</sub>	12.77

**C dv 13.**

Fe<sup>++</sup> (H<sub>2</sub>O)<sub>6</sub> kompleksinin Fe<sup>++</sup> kompleksinin energetik parametrləri (KKal/mol)

E <sub>tot</sub>	-82755.10
E <sub>bin</sub>	-2493.30
E <sub>izo</sub>	-80261.81
E <sub>ll</sub>	-252349.65
E <sub>CC</sub>	169594.54
H	-1411.420

**DƏBYYAT**

1. K . . . . . , .3. . , . . 1969
2. Cotton F. Watton R.A. Multiple Bonds Between Metal Atoms. New York: Wiley Intersci, 1982
3. Nabiyev N.S. Kvant kimyəvi yarıiempirik metodlar. Bakı 2002. 68 s.

## SOME PROPERTIES OF “HYDRINO” STATES

**T.A. Abdulrahimbayli<sup>1,a)</sup> and M.Kh. Eyyubzade<sup>2,b)</sup>**

<sup>1)</sup>*Uncnowm;*<sup>2)</sup>*Theoretical Physics Department, Faculty of Physics, BSU*

<sup>a)</sup> [turkan5@live.com](mailto:turkan5@live.com) ; <sup>b)</sup> [meyyubzade17@gmail.com](mailto:meyyubzade17@gmail.com)

**1. So called “Hydrino” state.** In 1986 Randell Mills MD developed a theory that hydrogen atoms could shrink, and release lots of energy in the process [1]. He called the resultant entity a "Hydrino" (little Hydrogen), and started a company called Black-light Power, Inc. to commercialize his process. According to Dr. Mills, when a hydrogen atom collides with certain other atoms or ions, it can sometimes transfer a quantity of energy to the other atom, and shrink at the same time, becoming a Hydrino in the process. The atom that it collided with is called the "catalyst", because it helps the Hydrino shrink. Once a Hydrino has formed, it can shrink even further through collisions with other catalyst atoms. Each collision potentially resulting in another shrinkage.

Each successive level of shrinkage releases even more energy than the previous level. In other words, the smaller the Hydrino gets, the more energy it releases each time it shrinks another level.

To get an idea of the amounts of energy involved, I now need to introduce the concept of the "electron volt" (eV). An eV is the amount of energy that a single electron gains when it passes through a voltage drop of one volt.

Since a volt isn't much (a "dry cell" is about 1.5 volts), and the electric charge on an electron is utterly minuscule, an eV is a very tiny amount of energy. Nevertheless, it is a very representative measure of the energy involved in chemical reactions. e.g. when Hydrogen and Oxygen combine to form a water molecule, about 2.5 eV of energy is released per water molecule formed.

Mills says that with this new understanding he's produced clean and limitless energy and an entirely new class of materials and plasma that will reshape every industry in the coming decade. Mills also claims breakthroughs in artificial intelligence, cosmology, medicine, and perhaps even a form of gravitational jujitsu. According to the prevailing orthodox establishment dogma of quantum mechanics, hydrinos can't exist, since a free-floating hydrogen atom is in a "ground state," with the electron as close as it can get to the nucleus. But we must ask: now that hydrino theory has been incontrovertibly proven, what comes next? My purpose here is to announce that hydrino theory, according to Klein – Gordon equation.

Our first goal is to find singular behavior of the Laplacian in spherical coordinates. Let's pay attention to the Schrödinger equation, which in the Cartesian coordinates has a form (in units  $\hbar=c=1$ )[3], [4]

$$\left[ -\frac{1}{2m} \Delta + V(r) \right] \psi(r) = E \psi(r). \quad (1)$$

where

$$\Delta \equiv \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (2)$$

Is a Laplacian.

In spherical coordinates can be represented as follows:

$$\psi(r) = R(r)Y_1^m(\theta, \varphi) = \frac{u(r)}{r}Y_1^m(\theta, \varphi). \quad (3)$$

We can also rewrite Laplacian with these coordinates and after some substitutions (Eq.(3) into Eq.(1) we get:

$$-\frac{1}{2m} \left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right] R(r) + \frac{l(l+1)}{2mr^2} R(r) + V(r)R(r) = ER(r), \quad (4)$$

$$\left[ -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \right] u(r) = Eu(r). \quad (5)$$

It is clear that we know all of these from quantum mechanics, electrodynamics and etc.  
Let's consider the Laplace equation in vacuum:

$$\nabla^2 \varphi(r) = 0 \quad (6)$$

Which in Cartesian coordinates have the form

$$\nabla^2 \varphi(r) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi(x, y, z) = 0 \quad (7)$$

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \varphi(r) = 0 \quad (8)$$

We note that though  $\vec{r}=0$  is an ordinary point in the full Schrödinger equation, it is singular point in the radial equation and thus, knowledge of the behavior at  $\vec{r}=0$  is required. We consider the radial wave function  $u(r)$  which is a solution of radial equation (4). Let us consider the derivation of equation (5) in more detail. The following equation:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \frac{u(r)}{r} &= \frac{1}{r} \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) u(r) + u(r) \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right) + 2 \frac{du}{dr} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \right) - \\ &- \left[ \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} (E - U(r)) \right] \frac{u}{r} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

Allows us to write the radial equation explicitly to show the action of the radial part of the Laplacian. The first derivatives of  $u(r)$  cancel, and we left with:

$$\frac{1}{r} \left( \frac{d^2 u}{dr^2} \right) + u \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \frac{u}{r} + 2m [E - U(r)] \frac{u}{r} = 0. \quad (10)$$

As we do the derivatives in the second term naively, we obtain zero, when  $r \neq 0$ . If we take into account that:

$$\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) \equiv \nabla_r^2 \quad (11)$$

we conclude that :

$$\nabla_r^2 \left( \frac{1}{r} \right) = \nabla^2 \left( \frac{1}{r} \right) = -4\pi \delta^{(3)}(\vec{r}). \quad (12)$$

and, thus, equation (D2) becomes:

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} u(r) \right] + 4\pi \delta^{(3)}(\vec{r}) u(r) - 2m[E - U(r)] \frac{u(r)}{r} = 0 \quad (13)$$

Let's consider the following derivative (for more detail see works by A.A. Khelashvili [4], also [5]):

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right). \quad (14)$$

A naive calculation would yield zero. But the separate terms in this expression are highly singular, and therefore we must regularize them. We choose the following regularization near the origin:

$$\frac{1}{r} \rightarrow \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2}} \quad (15)$$

Equations (14) and (15) lead to:

$$\frac{d}{dr} \frac{1}{r} \rightarrow \lim_{a \rightarrow 0} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2}} \right) = -r(r^2 + a^2)^{-3/2},$$

and

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2} \left( \frac{1}{r} \right) &= -r(r^2 + a^2)^{-3/2} + \frac{3}{2} r \cdot 2r(r^2 + a^2)^{-5/2} = -(r^2 + a^2)^{-3/2} + 3r^2(r^2 + a^2)^{-5/2} \\ &= (r^2 + a^2)^{-5/2}(3r^2 - (r^2 + a^2)) = (r^2 + a^2)^{-5/2}(2r^2 - a^2). \end{aligned}$$

After following:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right) &\Rightarrow (r^2 + a^2)^{-5/2}(2r^2 - a^2) - \frac{2}{r}(r^2 + a^2)^{-3/2} = \\ &= (r^2 + a^2)^{-5/2}(2r^2 - a^2 - 2(r^2 + a^2)) = -\frac{3a^2}{(r^2 + a^2)^{5/2}} \end{aligned} \quad (16)$$

The right-hand side of equation (16) behaves well everywhere for  $a \neq 0$ , but as  $a \rightarrow 0$  it becomes infinite at  $r = 0$  and vanishes for  $r \neq 0$ . To make the connection to a delta function, we integrate the right-hand side of equation by  $d^3 \vec{r} = r^2 dr d\Omega$ , which gives:

$$-4\pi \int \frac{3a^2}{(r^2 + a^2)^{5/2}} r^2 dr. \quad (17)$$

We divide the volume of integration into two parts: A sphere of radius  $R$  with center at the origin and region outside the sphere. Because  $a \ll R$  and approaches zero, the integral from the exterior of the sphere vanishes as  $a^2$  as  $a \rightarrow 0$ . We thus need to consider only the contribution from inside the sphere. We can neglect  $r$  in the denominator because the integrand varies very slowly with  $r$ . After this the integral will be equal to:

$$\frac{3a^2}{(a^2)^{5/2}} \frac{a^3}{3} = \frac{a^5}{a^5} = 1 \quad (18)$$

Thus, we have all the properties of the three-dimensional delta function, and we confirm equation (8). It includes an extra three-dimensional delta-function term, which is evident from

equation (8). Its presence in the radial equation has no physical meaning and thus it must be eliminated. Note that if  $r \neq 0$ , this extra term vanishes due to the nature of the delta function. If  $r \neq 0$  and we multiply the equation (8) by  $r$ , we obtain the ordinary radial equation (5).

Therefore, we have to investigate this term separately and find a way to discard it. Therefore we conclude that the radial equation (5) for  $u(r)$  is compatible with the full Schrodinger equation if and only if the condition  $u(0) = 0$  is satisfied.

**2. Theoretical describing of Hydrino and Klein – Gordon equation.** We note that the problems of additional levels were discussed by other authors as well [6-7]. In particular, in [40] the Klein-Gordon equation as considered with  $V = -\frac{\alpha}{r}$  Coulomb potential [4]

$$\begin{aligned} E &= \frac{\vec{P}^2}{2m} + V(r), \\ \vec{P} - \hat{\vec{P}} &= -i\hbar\vec{\nabla}, \quad \vec{E} \rightarrow \vec{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}, \\ i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} &= \left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\Delta}^2 + V(r) \right]\psi. \end{aligned}$$

For find an equation, which fulfilled the demand of relativity theory, so, is invariant than Lorentz transformations, let's use relation between energy, impulse, and mass which obtain from relativity theory:

$$E = \sqrt{c^2 \vec{p}^2 + m^2 c^4}.$$

If we do substitution with our upper formula we get:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \sqrt{-c^2 \hbar^2 \vec{\nabla}^2 + m^2 c^4} \psi$$

But we don't know what is quadrate root of operator yet, that is why we must quadrate both side of this formula. This operation came us to an equation which exactly determined by math:

$$(c^2 \hbar^2 \vec{\nabla}^2 - \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - m^2 c^4) \psi(\vec{r}, t) = 0.$$

This is a Klein- Gordon equation for free particle. Let's write Klein- Gordon equation as clear relativity – invariant form, and include four dimensional vector- operator:

$$\begin{aligned} \chi_\mu &= (ct, -\vec{r}), \quad \partial^\mu = \left( \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right), \\ \hat{\vec{P}}^\mu &= i\hbar \partial^\mu = \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, -i\hbar \vec{\nabla} \right). \end{aligned}$$

Then:

$$(\hat{P}_\mu \hat{P}^\mu - m^2 c^2) \psi(x) = 0$$

Or:

$$\left( \partial_\mu \partial^\mu + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi(x) = 0.$$

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

The invariance of Klein-Gordon equation than Lorentz transformation is shown from upper formulas. Let's calculate probability cell density and probability density, for explain physical meaning of wave function. Let's use continuous equation:

$$\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

If we multiply Klein-Gordon equation to  $\psi^*(x)$ , and equation for  $\psi^*(x)$  to  $\psi(x)$ , and minus result from first equation we get:

$$\begin{aligned} \psi^* \vec{\nabla}^2 \psi - \psi^* \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{m^2 c^2}{h^2} \psi^* \psi &= 0, \\ \psi \vec{\nabla}^2 \psi^* - \psi \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial t^2} - \frac{m^2 c^2}{h^2} \psi \psi^* &= 0, \\ \psi^* \vec{\nabla}^2 \psi - \psi \vec{\nabla}^2 \psi^* - \frac{1}{c^2} \left( \psi^* \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi - \psi \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi^* \right) &= 0 \end{aligned}$$

Let's doing such substition:

$$\psi^* \vec{\nabla}^2 \psi - \psi \vec{\nabla}^2 \psi^* - \vec{\nabla}(\psi^* \vec{\nabla}^2 \psi - \psi \vec{\nabla}^2 \psi^*), \quad (19)$$

$$\psi^* \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi - \psi \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi^* = \frac{\partial}{\partial t} \left( \psi^* \frac{\partial}{\partial t} \psi - \psi \frac{\partial}{\partial t} \psi^* \right). \quad (19a)$$

Equation which shown upper are checking.

$$R'' + \frac{2}{r} R' + \left[ E^2 - m^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2E\alpha}{r} + \frac{\alpha^2}{r^2} \right] R = 0 \quad (19b)$$

The author underlines, that there must be levels below the standard levels (called, "hydrino" eigenstates), but he/she did not perform the SAE procedure.

Let consider this problem in more detail. First of all note that the equation (19) coincides

$$P = 2\sqrt{m^2 - E^2}; \quad \lambda = \frac{E\alpha}{\sqrt{m^2 - E^2}}; \quad P = \sqrt{(l+1/2)^2 - \alpha^2} > 0 \quad (20)$$

We must require  $m^2 > E^2$  for bound states. Therefore one can use all the previous relations from valence electron model taking into account the definitions (20). In particular the SAE parameter now is

$$\tau = \frac{C_1}{C_2} \frac{1}{(2\sqrt{m^2 - E^2})^P} \quad (21)$$

and for eigenstates we have the following equation

$$\frac{\Gamma(1/2 - \lambda - P)}{\Gamma(1/2 - \lambda + P)} = -\tau \left( \left( 2\sqrt{m^2 - E^2} \right)^P \right) \frac{\Gamma(1 - 2P)}{\Gamma(1 + 2P)} \quad (22)$$

This is a new form, that follows by SAE procedure in the Klein-Gordon equation. For the edge points we derive the standard and additional levels in analogy with (22)

$$E_{st} = \frac{m}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{(1/2 + n_r + P)^2}}} ; \quad n_r = 0, 1, 2, \dots \quad (23)$$

$$E_{add} = \frac{m}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{(1/2 + n_r - P)^2}}} ; \quad n_r = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

Exactly these (24) levels are called as “hydrino” levels in [6-7]. It is evident that the hydrino levels are analogical to  $E_{add}$  states, but these two cases differ from each others. Particularly, it is possible to pass the limit  $V_0 \rightarrow 0$  and obtain Hydrogen problem. Usually this limiting procedure is used in traditional textbooks to choose between two signs, while coupling constants for both terms in potential terms are mutually proportional ( $\alpha$  and  $\alpha^2$ ), and vanishing of one of them causes vanishing of another, so we turn to the free particle problem instead of Coulomb one. Moreover, as we mentioned above, in those papers [4-5] the SAE procedure was not used. They considered only two signs in front of square root in equation analogous and only (23) and (24) levels are considered, which correspond only to cases  $P=0$  and  $P=\pm$ . Contrary to that case we performed SAE procedure, derived the Eq.(22) and take attention to the hydrino (when  $P=\pm$ ) problem.

The difference between standard and hydrino states manifests clearly in the nonrelativistic limit when

$P=0$ , which must be performed by definite caution. The hydrino existence condition for such states follows from earlier constraints and the restriction  $0 < P < 1/2$ . It has a form

$$l(l+1) < \alpha^2 \quad (25)$$

and it is evident that for states with  $l > 0$  in transition to the nonrelativistic  $P=0$  limit the additional (hydrino) states disappear. Therefore we must consider only  $l=0$  states.

For the ground states ( $n_r = l = 0$ ) we have

$$E_{st}^{(0)} = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - 4\alpha^2}} \quad (26)$$

$$E_{hyd} \equiv E_{add}^{(0)} = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - 4\alpha^2}} \quad (27)$$

Expansion in powers of  $\alpha$  gives

$$E_{st}^{(0)} = m \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{8} \right) \quad (28)$$

$$E_{HYD}^{(0)} = m(\alpha + \alpha^3/2) \quad (29)$$

It follows that the hydrino is very tightly bound system and sensitive to the sign of  $\alpha$ .

If we expand  $l=0; n_r \neq 0$  states till to order of  $\alpha^2$ , we derive

$$E_{st}^{(0)} = m \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2(n_r + 1)^2} \right) \quad (30)$$

$$E_{HYD}^{(0)} = \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2(n_r)^2} \right) \quad (31)$$

Comparison of these two expressions shows that there appears some kind of degeneracy between the levels with  $n_r + 1$  nodes of hydrino and energies for  $n_r$  nodes of standard states. This degeneracy disappears in the next order. The fact that the additional (hydrino [1-2] states of the  $(n_r + 1)$ th  $^1S_0$  state is nearly degenerate with the usual  $n$  th  $^1S_0$  state may facilitate a tunneling transition. Our description by the unified function analogous of , as a result of SAE procedure, gives a possibility of interpolation between them [4].

**3. Conclusion.** The solution of equations (19)- (19b) are our future elaboration.

#### REFERENCES

1. R. Mills, G. Zhao, W. Good, M. Nansteel, International Journal of Energy Research, Vol. 36 (2012) 778-788. DOI: 10.1002/er.1834.
2. J. Naudts Preprint arXiv: physics/0507193v2 [physics.gen-ph], 8 p.
3. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3<sup>rd</sup> ed. 'John Wiley & Sons, New York , 199, p.641
4. A.A. Khelashvili Journal Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei Letters, 2015,v.12,No1, p.11
5. S.A. Gadzhiev, R.G. Jafarov *Introduction to operator formulation of Quantum Mechanics*, "Baki Universiteti"(in Print), 2016, 210 p.

#### ON HIGGS BOSON MASS IN NON-PERTURBATIVE THEORY

**L. . gamalieva**

*Dept. of matter structure BSU*

*ag.leyla@hotmail.com*

**Key words:** *Higgs boson, non-perturbative approach*

Higgs mechanism is one of the crucial points of Standard Model and simultaneously one of the most mysterious its properties. Considerable efforts on the experimental search for Higgs particles have not still lead to success [1]. Theoretical investigation of the scalar sector of the Standard Model is also far from completeness. In attempting to go beyond the framework of the quasiclassical approximation and the perturbation theory, one encounters a number of difficulties and the principal problem of them is the well-known triviality of quadric scalar self-interaction: the renormalized coupling constant of  $\phi^4$ -interaction tends to zero at the cutoff removing. The triviality of  $\phi^4$ -interaction leads to the fact, that the mass of Higgs particle is not a fully independent parameter but it is connected with other parameters of the model such as intermediate boson masses, t-quark mass, etc. In the frameworks of different approaches (see, for example, [2], [3] and refs. therein) this fact leads to different estimates of the Higgs boson mass, and the absence of experimental data does not favor over any approach.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

**1. The variance of mean field expansion construction.** A generating functional for Schwinger functions ( $2n$ -point ( $n$ -particle) in the form of  $w(x)$  scalar field theory in Euclidean space ( $x \in E_d$ ) with the action in the symmetric phase ( $m_0^2 > 0, \lambda > 0$ ) in this method has the following form [2, 3]

$$G(y) = N^{-1} \int D(w, w^*) \exp \left\{ -S - \int dx dy w^*(x) y(x, y) w(y) \right\}$$

Here  $y(x, y)$  bilocal source fields and the normalization constant  $N$  is determined from  $G(0)=1$ .

According to the translational invariance of the integration the master equation for the generating functional of Schwinger functions has following explicit form [2],

$$\int D(w, w^*) \frac{u}{uw^*(x)} w^*(y) \exp \left\{ -S - \int dx dy w^*(x) y(x, y) w(y) \right\} = 0$$

And generating functional  $G^{(0)} = \exp\{Tr\Delta_0 * y\} = \exp\{\int dx_1 dy_1 \Delta(x_1, y_1) y(y_1, x_1)\}$  of the main approximation generates linear iterative scheme [2]:

$$G = G^{(0)} + G^{(1)} + \dots + G^{(n)} + \dots,$$

where (in this iterative scheme) absent small parameter.

The unique rconnected function is a free scalar particle propagator, which is the first derivative of the generating functional source  $\Delta(x-y) = \langle w(x)w(y) \rangle = -\frac{uG}{uy(y,x)} \Big|_{y=0}$  and has the form:  $\Delta = [m_0^2 + 4\lambda\Delta(0)]^{-1}$ . the value  $\Delta(0)$  determined from the gap equation, which is a consistent solution of equations [2]

$$\} \frac{u^2 G}{uy(x,x)uy(y,x)} - (m_0^2 - \partial^2) \frac{uG}{uy(y,x)} - u(x-y)G = \int dy_1 y(x, y_1) \frac{uG}{uy(y, y_1)}.$$

First iteration step generating functional of the it is determined from  $G^{(n)} = P^{(n)} \cdot G^{(0)}$   $P^{(n)}$  –  $2n$ -order polynomial of sources  $y$ , where  $*$  is operator in a functional sense:  $P^{(1)} = \frac{1}{2} tr \int \Delta_2(x_1 y_1, x_2 y_2) y(y_1, x_1) y(y_2, x_2) dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 + \int \Delta^{(NLO)}(x_1, y_1) y(y_1, x_1) dx_1 dy_1$ .

In the first step, what is next step of the leading order, arise the equation for the two-particle functions  $\Delta_2$  and next-to-leading order (NLO) propagator  $\Delta^{(NLO)}$  of a scalar particle. Amputation of external lines gives us to four-point function

$$\Delta_2 = G_2(xy, x'y') = \frac{u^2 G}{uy^2} \Big|_{y=0} :$$

$$G_2 \begin{pmatrix} x & y \\ x' & y' \end{pmatrix} = \Delta(x-y) \Delta(x'-y') - \int dx_1 dx_2 \Delta(x-x_1) \Delta(x'-x_2) f(x_1-x_2) \Delta(x_1-y) \Delta(x_2-y') ,$$

and

$$f(p) = \frac{\lambda}{1 + \lambda L_0(p)},$$

where

$$L_0(p) = \int_A \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Delta(p+q)\Delta(q) -$$

one-loop integral.

**2. Higgs model.** Our goal is the investigation this approximation in NNLO in the framework of the Abelian Higgs model with Lagrangian

$$L = (\partial_\mu - ieA_\mu)W^* (\partial_\mu + ieA_\mu)W - m^2 W^* W - \frac{\lambda}{2} (W^* W)^2 - \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\mu - \partial_\mu A_\mu)^2 - \frac{1}{2r} (\partial_\mu A_\mu)^2$$

It is act that, a location of propagator poles defines masses of particles. A distinctive feature of the generalized Higgs mechanism in comparison with the usual one is the possibility to model the triviality of  $W^4$ -theory, i.e., we can tend  $\lambda$  to zero but the masses of Higgs and gauge bosons will retain non-zero values. At  $\lambda \rightarrow 0$  the admissible values of the parameter  $m^2$  lie in the region  $-\infty < m^2 < 6^{-2}$  [2]. Also, the investigation of Landau pole is our elaboration.

## REFERENCES

1. Chatrchyan S. Et al. (CMS Collaboration) Phys. Lett. B, 2012, v.B, 710, p. 284
2. V.E. Rochev. On Higgs mechanism in nonperturbative region. Preprint arXiv: hep-ph/9812315, 13pp.
3. S.A. Gadjiev, R.G.Jafarov and S.N. Mammadova Russian Physics Journal, 2013, No 5, p. 37

## THE INVESTIGATION OF ASYMPTOTICAL BEHAVIOR OF THE AMPLITUDE FOR LARGE MOMENTA IN THE SO-CALLED "TWO-PARTICLE APPROXIMATION" AND NON-PHYSICAL LANDAU POLE PROBLEM

**P. Aghakishiyeva<sup>1,a)</sup>, S. Rahimzade<sup>1,b)</sup> and M.M. Mutallimov<sup>2,c)</sup>**

<sup>1)</sup>*Baku State University, Faculty of Physics*

<sup>2)</sup>*Baku State University, Institute for Applied Mathematics*

<sup>a)</sup>[p\\_aghakishiyeva@outlook.com](mailto:p_aghakishiyeva@outlook.com), <sup>b)</sup>[sara.rehimzade@gmail.com](mailto:sara.rehimzade@gmail.com)

<sup>c)</sup>[mutallim@mail.ru](mailto:mutallim@mail.ru)

**1. Introduction.** As well known, Quantum Field Theory (QFT) –the theory of relativistic particle physics is the advanced version of the relativistic Quantum Mechanics. QFT describes the properties and interactions of fundamental particles of matter, for example, electrons, photons, quarks and gluons, which are composed of other material objects. For example, a hydrogen atom is a bound state of an electron and proton interacting with an electromagnetic field (photons), and the proton, in turn, consists of quarks, interacting via gluons. The main characteristics include particle rest mass  $m$ , energy  $E$  and momentum  $p$ , which are interconnected

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

by the known relation:  $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ , which is satisfied in any inertial reference frame. Here  $c$  - light speed in the vacuum. In the rest system of the particle ( $p=0$ ) this ratio turns to the \textcolor{magenta}{Einstein}'s famous formula:  $E=mc^2$ . If the relative momenta of the particles and their interaction energies are small compared to the rest mass, the motion of particles is described by quantum mechanics: each particle is mapped to the wave function  $\Psi$ , which is the solution of the Schrödinger equation. Increasing the interaction energies, the usual quantum-mechanical description of particles becomes inapplicable, since there is a new physical phenomenon: creation and annihilation of particles. For example, during the scattering of high-energy photon ( $\gamma$ -quant) at the nuclei electrons and their antiparticles – positrons are produced. In turn, the electron and positron can annihilate, i.e. turn into photons. With further increase of the interaction energy more and more particles can be born. The number of new particles known today exceeds the hundreds. To describe the systems with a variable number of high-energy particles each class of fundamental particles is connected with quantized field, which consists of the creation and annihilation operators of particles. Quantized field of the electron  $\Psi$  is no longer the usual generalized function in quantum mechanics, and much more complex object - as operator's (operators-like generalized function). Such a quantized field describes, in general, all the particles of the class, i.e. electronic field describes all the electrons in the universe, the photon (electromagnetic field) - all photons, etc. The particles are divided into two categories - real particles existing in the initial and final stages of the physical process physical and virtual, particles, which play a role only in the process of interaction between the particles. For real particles the usual relativistic relation between energy and momentum is valid. In high-energy physics so-called natural system of units is commonly used in which of light speed  $c$  and Planck's constant  $\hbar$  equal to one:  $c=\hbar=1$ . In this system of units using conventional 4-vector notation of relativistic mechanics  $p=(p_0, \vec{p})$ ,  $p_0=E$ , the ratio between the momentum and energy of real particles takes the simple form:  $p^2 = p_0^2 - \vec{p}^2 = m^2$ . As physicists say, the real particles are on the mass shell *mass shell*. For virtual particles, this relation is not satisfied:  $p^2 \neq m^2$  i.e., *virtual particles are off the mass shell*. As in all physical experiments measured only the parameters of the initial and final states, the concept of virtual particles, of course, in no way does not violate the law of conservation of energy-momentum.

It is well known, that in QFT the basic mathematical objects of calculations are vacuum expectation values of products of fields  $\langle 0 | T\Psi(x_1)\Psi(x_2)\dots\Psi(x_n) | 0 \rangle$ . Here  $|0\rangle$  - the vacuum state, i.e. state without real particles - 4-vector  $x=(x_0, \vec{x})$  coordinates in the usual 4-dimensional space-time. Sign  $T$  indicates the chronological ordering of the field operators, i.e. field operators are arranged in ascending order of time coordinates. Introduction of chronological ordering is necessary in order to take into account the *principle of causality*, i.e. the correct sequence of events describing the particles interactions.

Knowing the vacuum expectation values, we can calculate all the physical characteristics of both the fundamental particles and composed of these objects, i.e., - *masses of the particles* and *bound states*, *scattering cross sections*, *lifetimes* of unstable particles, etc. Briefly theorists call the vacuum expectation values of products of fields *Green's functions*.

The simplest physically meaningful Green's function is the two-point Green's function, or propagator (particles propagation function):  $D(x-y)=\langle 0 | T\Psi(x)\Psi(y) | 0 \rangle$ . Propagator depends only

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

on a 4-dimensional variable  $x - y$ . This fact is a reflection of the translational invariance of the theory, i.e. independence of the physical phenomena of the coordinate system.

Simple propagators of the free fields are in momentum space is:

$$D_c(p) = \int dx e^{i(px)} D_c(x) \equiv \frac{1}{m^2 - p^2}. \quad \text{Note that in this formula } p \text{- is not a real particle momentum}$$

but the momentum variable Fourier conjugate to coordinate. As can be seen from this expression, the propagator has a pole singularity in the momentum variable. This fact is very general and is also valid for interacting fields. In other words, in QFT the pole of the Green's function implies the existence of a real particle with mass  $m$ . Massless particles (e.g., photons) correspond to the pole at the point  $p^2 = 0$ , and, accordingly, the propagator of a free photon has the form:  $D_c(p) \equiv \frac{1}{-p^2}$ . The calculation of the Green's functions in the theory of interacting

fields is a very difficult problem. For more than half a century, the exact physically meaningful solution of interacting quantum fields was not found. Therefore, the various approximate methods are of particular importance, among which the most important is the perturbation theory. Green's function of free fields are taken as the main approach. Interaction is considered as a small perturbation, which is physically quite reasonable for important case of quantum electrodynamics (QED) of interaction of electrons with photons, as the strength of interaction in this theory and is

determined by the  $r = \frac{e^2}{4f} = \frac{1}{137}$  – a small and expansion parameter in the perturbation theory in QED.

By the mid-fifties of the last century, successful theoretical description of most of the well-known electrodynamic phenomena was given, including splitting of the electron levels in the hydrogen atom, the anomalous magnetic moment of the electron, etc. These successes have led theorists to investigate the limits of applicability of QED. In 1954-1955, Landau and his colleagues: Landau pole [1], published the results of their calculations, the asymptotic behavior of the Green functions of QED, i.e. behavior for large values of the momentum variable  $p^2$ . These results were very strange, and further interpretation led them to a very sad for the QFT. It was found that when  $|p^2| \gg m^2$  asymptotic behavior of the photon propagator is described by the

following formula:  $D(p) \equiv \frac{1}{-p^2} \left[ 1 - \frac{r}{3f} \ln \left( \frac{-p^2}{m^2} \right) \right]^{-1}$ , i.e., apart from the normal pole at  $p^2 = 0$

the photon propagator has "ghost pole" at  $p^2 = -m^2 e^{\frac{3f}{r}}$ . In accordance with the foregoing principles of QFT, such a pole corresponds to a particle with a 'negative squared mass' (?!) Such particles have never been observed experimentally, and their very existence contradicts the basic principles of particle physics. Landau pole cannot undo all the successes of QED, is very far from the energies attainable in experimental setups. Indeed, the value of 'Landau mass' according to the above formula is  $M_L = 10^{28} m$ , while the energy of the particles that can be achieved in the most modern plants do not exceed  $10^7$ . Therefore, the effect of such a remote pole is negligible. But it exists, and it can not be ignored, especially since studies later confirmed the existence of such poles and in other models of QFT. There arose a *dual* and a *strange situation*. On the one

hand, calculations based on perturbation theory described well the experimental data and the predictions of QED were always confirmed experimentally. On the other hand, QED was internally inconsistent, as contained in the statement of magnitude, the existence of which is contrary to the basic principles of the theory. This inner contradiction was inherent and other models of QFT, including models, claiming at the time to describe strong interactions.

Landau himself assessed the situation very pessimistic and made a very definitive conclusion: "Operators  $\mathcal{E}$  containing unobservable information should disappear from the theory; and because the Hamiltonian can be built only from the operators, we need to come to the conclusion that the Hamiltonian method for strong interactions outlived its usefulness and should be buried, of course, with all the respect it deserves". In fact, Landau called completely abandons the concept of quantized fields in the describing of the interaction of high-energy particles. Instead, he proposed the creation of a new theory, which uses only the scattering amplitude and their analytic continuation. But the heroic efforts of many theorists to create this kind of theory, taken in the following years, unfortunately, yielded modest results. It turned out that the information contained in the field operators and compiled out of \textcolor{magenta}{Lagrangians} and Hamiltonians, replace virtually nothing. Remained the other way - to try to solve the problem within the framework of the QFT. But Vladimir Fainberg from Lebedev Physical Institute (Moscow), listened to the personal word of Landa, "such non-physical poles must be reduced counter non-physical pole, in the summation of infinite number \textcolor{magenta}{Feynman} diagrams. Is reasonable: appropriate to look for a new nonperturbative approach!, i.e., a new method for summing Feynman diagrams, necessary!"

A widespread opinion is formulated as a triviality of the quantum field models that is not asymptotically free in the sense of the improved coupling constant perturbative expansion. There is a rigorous theorem that the four-dimensional scalar field theory with  $\{\lambda^4\}$  interaction on the lattice does not have an interacting continuum theory as its limit for zero lattice spacing, i.e. the theory is trivial. However, this argument is not fully conclusive due to an uncertainty of the continuous limit in this model. In our day the situation with triviality of  $\{\lambda^4\}$  theory is vague as before, and recent papers in this topic maintain incompatible statements. So that in the models without asymptotic freedom the asymptotic short-distance region of strong coupling (exactly, concerning to weak coupling) is the difficultly at investigation, therefore a standard non-perturbative methods are too tethered to the weak-coupling region and not in full enough meaning to describes a short-distances for these models. Promising method for solving of problems for large momenta (or, short distances) demonstrated in works by Rochev [2]. It is new approximation in this direct and based on iteration scheme of solution of the Schwinger-Dyson equation (SDEs) with the fermion bilocal source. The present version of this method based on a system of SDEs for the single-particle and two-particle Greens functions. For standard QFT procedure, which is the beyond our knowledge, we will to investigate the following nonlinear second order Volterra-type integral equation for amplitude (for detail mathematical foundation, see [2]):

$$\frac{1}{y(t)} = \frac{1}{g} + l(t) + \int_0^t \bar{K}(t, \tau) y(\tau) d\tau \quad (1)$$

**2. Numerical realization.** For getting of the standard nonlinear second order Volterra-type integral equation in the form of Urysohn [3] make the following change,

$$\frac{1}{y(t)} = u(t). \quad (2)$$

Then we get

$$u(t) = \int_0^t K(t, \tau, u(\tau)) d\tau + f(t) \quad (3)$$

on the segment  $0 \leq t \leq T$ , where  $K(t, \tau, u(\tau)) = \frac{\bar{K}(t, \tau)}{u(\tau)}$  and  $f(t) = \frac{1}{g} + l(t)$ .  $\quad (3)$ ,

$u(0) = f(0)$ . From (3) it is seen that  $u(0) = f(0)$ . Then for every  $n > 1$  integer define a constant integration step  $h = \frac{T}{n-1}$  and consider a discrete set  $t_i = h(i-1)$ , where  $i = 1, 2, \dots, n$ . It's obvious that  $t_1 = 0, t_n = T$ . At the points of  $t = t_i$ , the equation (3) takes the form

$$u(t_i) = \int_0^{t_i} K(t_i, \tau, u(\tau)) d\tau + f(t_i). \quad (4)$$

To obtain an explicit formula for the solution of the recurrence to find  $u_i = u(t_i)$ , the integral in the expression (4) using a quadrature formula of rectangles [4] on the segments  $[t_i, t_{i+1}]$  with the selection of the value of the function at the left end  $t = t_i$ . Then we have

$$\int_0^{t_i} K(t_i, \tau, u(\tau)) d\tau \approx \sum_{j=2}^i A_{ij} K(t_i, \tau_j, u_{j-1}) \quad (5)$$

Label  $f_i = f(t_i)$  and using (5) as in [3] we obtain the relation of recursion formulas

$$\begin{aligned} u_1 &= f_1, \\ u_i &= \sum_{j=2}^i A_{ij} K(t_i, \tau_j, u_{j-1}) + f_i, \quad i = 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (6)$$

Further, from (6) we obtain the solution of equation (1)

$$y_i = \frac{1}{u_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Example. Let some constant  $g$ , and the function  $\bar{K}(t, \tau)$  and  $l(t)$  are set as follows

$$\bar{K}(t, \tau) = \frac{\tau}{t} - 1 + \frac{1}{t} \log \frac{1+t}{1+\tau} + \tau \log \frac{t(1+\tau)}{\tau(1+t)},$$

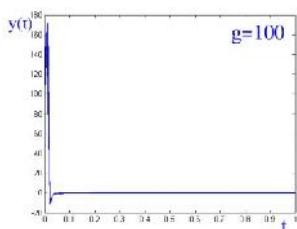
$$l(t) = \left(\frac{g}{2} - 1\right) \log(1+t) + (1-g)\left(1 - \frac{1}{t} \log(1+t)\right).$$

By setting different values  $g, T$  and  $n$  we obtain approximate solutions whose graphs are shown below.

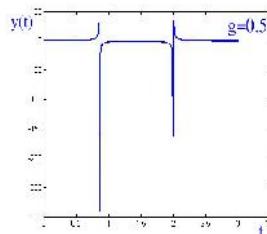
**3. Conclusion.** By decreasing the values of  $g$ , Landau "point"  $m_L$  slowly increases (see Fig.1) and in terms of lower than  $g=0.99$ , the situation doubles (!) (see Fig.2) for Landau pole,

which confirms the well known opinion: such non-physical poles must be reduced via counter non-physical pole, in the summation of infinite number Feynman diagrams. And less than  $g=0.1$ , a non-physical pole disappears (see Fig.3).

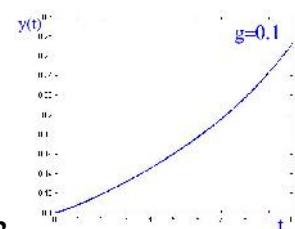
Authors thanks to prof. RG Jafarov for the useful discussions and new trend in research of quantum field theory.



**Fig.1.**



**Fig.2.**



**Fig.3.**

## REFERENCES

1. Landau L D et al 1954 Dokl.Akad.Nauk Ser.Fiz. 95 1157; 1955 Dokl.Akad.Nauk Ser.Fiz. 102 489; On the fundamental issues in Review: Theoretical Physics in the XX century, 1960
2. Rochev V E 2011 J.Phys.A:Math.Theor A44 305403;
3. . . , . . , . . , 1999, 272 .
4. . . , . . , . . , 1978, 512 .
5. . . , . . Matlab II , . . , . . , 2010, . . 4, . 156-161.

**XT YAR 1 - HALI ÜÇÜN D - ÖLÇÜLÜ REDINGER T NŁ Y N N  
VUD-SAKSON POTENS ALI SAH S ND LAQ L H LL R  
V.H. B d lov**

*Fizika Problemləri nstitutu, Bakı Dövlət Universiteti*

[badalovvatan@yahoo.com](mailto:badalovvatan@yahoo.com)

*d Pekeris yaxınla masının kömək ilə Vud-Sakson potensialı üçün D - ölçülli radial redinger tənliyinin laqılı həll ri ara dirilmişdir. xtiyari l - hali üçün Sonlu polinom metodunun kömək ilə enerjinin müxtəsus qiyməti ri və onlara uyğun radial dal a funksiyaları tapılmışdır. Həmçinin potensialın  $V_0$  dərinliyindən n, radial  $n_r$  və orbital l kvant dərəcələrindən, D, a, R₀ parametrlərinə asılı məhdud sayıda enerji spektri müəyyən edilmişdir.*

*Qeyri-relyativistik kvant mexanikasında redinger tənliyinin həlli kvant sisteminin tam təsvir olunması üçün bütün vacib informasiyanı özündə kəs etdirir. xtiyari  $n_r$  və l kvant dərəcələri üçün bir necə potensiallarda radial redinger tənliyinin dəqiqliğilərini olunması mümkündür. Radial redinger tənliyi Vud-Sakson potensialları üçün orbital kvant dərinin  $l \neq 0$  xtiyari qiyməti tətbiq olunur.*

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

də qıq həll oluna bilmir. Belə ki, S. Flugge  $l=0$  halında Vud-Sakson potensialı sah sind radial redinger tənliyini analitik həll edərək də funksiyası üçün də qıq ifadə almış, lakin enerjinin məxsusi qiymətlərinin qrafik üsulla müyyənetmədir [1]. Vud-Sakson potensialı [2] nə mühüm yaxına təsir potensialı olub, nüvə və hissəciklər fizikasında, atom fizikasında, materiallar və kimyəvi fizikada müxtəlif problemlər təbiq edilmişdir.

Də Vud-Sakson potensialı sah sində ixtiyari  $l$  hələ üçün mərkəz qəçmə potensialına təkmilləşdirilən mi yaxınla maşxeminin kömək yilində ölçülü radial redinger tənliyini analitik həll edilmiş, enerjinin məxsusi qiymətləri və onlara uyğun məxsusi funksiyaları müyyənetməmişdir. Hesablamalar ixtiyari  $l$  həlində effektiv  $V_{eff}(r)$  potensialının  $r = r_{min}$  minimum nöqtəsi tərəfində müyyənetməmişdir.  $C_0, C_1, C_2$  approksimasiya parametrləri səsində  $V_l(r)$  mərkəz qəçmə potensialına Pekeris yaxınla masmına təbiq etməklə Polinom metodunun [1,3] köməyi ilə aparılmışdır.

Sferik simmetrik  $V(r)$  potensial sahində  $D$ -ölçülü radial redinger tənliyi aəidək kimidir [4]:

$$\frac{d^2 R_{nl}(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR_{nl}(r)}{dr} + \frac{2\sim}{\hbar^2} \left[ E_{nl} - V(r) - \frac{\hbar^2 l(l+D-2)}{2\sim r^2} \right] R_{nl}(r) = 0, \quad (0 \leq r < \infty) \quad (1)$$

burada  $l$  - orbital kvant məndili,  $\sim$  - sistemin gətirilmə kütlesi dir.

Yeni  $u_{nl}(r) = r^{\frac{D-1}{2}} R_{nl}(r)$  funksiyası üçün (1) tənliyi

$$\frac{d^2 u_{nl}(r)}{dr^2} + \frac{2\sim}{\hbar^2} [E_{nl} - V_{eff}(r)] u_{nl}(r) = 0, \quad (2)$$

burada  $V_{eff}(r) = V(r) + \frac{\hbar^2 \tilde{l}(\tilde{l}+1)}{2\sim r^2}$  - effektiv potensial və  $\tilde{l} = l + \frac{D-3}{2}$ -dir.

Sferik simmetrik standart Vud-Sakson potensialı [2]

$$V(r) = -\frac{V_0}{\frac{r-R_0}{1+e^{-a}}} \quad (a \ll R_0) \quad (3)$$

klindir, burada  $V_0$  - potensial çuxurunun radiusu,  $R_0$  - potensialın eni və ya nüvənin radiusu,  $a$  - parametri sistem təbəqəsinin qalınlığı və o, ionla maşxem enerjisini təcürüb qiyməti ilə müyyənetməlidir.  $a=0$  olduqda nüvəsinin potensialın sıçraması ilə o sadə potensial çuxura çevrilir.

Vud-Sakson potensialı sah sində  $\tilde{l} \neq 0$  qiymətiində (3) tənliyini analitik həll etmək mümkün deyil, buna səbəb olan effektiv  $V_{eff}(r)$  potensialın orbital mərkəz qəçmə  $V_l(r) = \frac{\hbar^2 \tilde{l}(\tilde{l}+1)}{2\sim r^2}$  potensialıdır. Yeni adı  $x = \frac{r-R_0}{R_0}$  dəyişməni daxil edib,  $r = R_0(1+x)$  və orbital mərkəz qəçmə  $V_l(r)$  potensialını effektiv  $V_{eff}(r)$  potensialının ekstremum nöqtəsi, yəni

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\frac{r V_0 e^{rx}}{(1 + e^{rx})^2} = \frac{\hbar^2 \tilde{l} (\tilde{l} + 1)}{2 \sim R_0^2} \cdot \frac{2}{(1 + x)^3} \quad (4)$$

transendent tənliyini ödəyən  $x = x_{\min}$  ( $r = r_{\min}$ ) minimum nöqtəsi tərəfində Teylor sırasına ayıraq:

$$V_l(r) = \frac{\hbar^2 \tilde{l} (\tilde{l} + 1)}{2 \sim r^2} = \frac{\hbar^2 \tilde{l} (\tilde{l} + 1)}{2 \sim R_0^2} \cdot \frac{\tilde{u}}{(1 + x)^2} = \tilde{u} \left[ \frac{1}{(1 + x_l)^2} - \frac{2}{(1 + x_l)^3} \cdot (x - x_l) + \right. \\ \left. + \frac{3}{(1 + x_l)^3} \cdot (x - x_l)^2 + o((x - x_l)^3) \right]. \quad (5)$$

(4) tənliyinin həlli  $l$  orbital kvant dindən asılı olduyu üçün  $x_{\min} = x_l$  olur. Pekeris approksimasiyasına görə  $V_l(r)$  potensialı aəidək kimi götürülür [5-7]:

$$\tilde{V}_l(r) = \tilde{u} \left( C_0 + \frac{C_1}{1 + e^{rx}} + \frac{C_2}{(1 + e^{rx})^2} \right), \quad (6)$$

burada  $r = R_0/a$  və  $\tilde{u} = \frac{\hbar^2 \tilde{l} (\tilde{l} + 1)}{2 \sim R_0^2}$ -dir.  $\tilde{V}_l(r)$  orbital mərkəz qəçmə potensialını effektiv  $V_{\text{eff}}(r)$  potensialının  $x = x_{\min} = x_l$  ( $r = r_{\min} = r_l$ ) minimum nöqtəsi tərəfində Teylor sırasına ayırib, onun (5) ifadəsilə  $x$ -in uyğun dərəcələrinin müqayisindən  $C_0, C_1, C_2$  sabitləri üçün alarıq:

$$\begin{cases} C_0 = \frac{1}{(1 + x_l)^2} + \frac{(1 + e^{rx_l})^2}{r e^{rx_l} (1 + x_l)^3} \left[ \frac{e^{-rx_l} - 3}{1 + e^{-rx_l}} + \frac{3e^{-rx_l}}{r(1 + x_l)} \right] \\ C_1 = \frac{2(1 + e^{rx_l})^2}{r e^{rx_l} (1 + x_l)^3} \left[ 2 - e^{-rx_l} - \frac{3(1 + e^{-rx_l})}{r(1 + x_l)} \right] \\ C_2 = \frac{(1 + e^{rx_l})^3}{r e^{rx_l} (1 + x_l)^3} \left[ e^{-rx_l} - 1 + \frac{3(1 + e^{-rx_l})}{r(1 + x_l)} \right] \end{cases}. \quad (7)$$

Bələliklə, yeni effektiv potensial üçün alarıq:

$$\tilde{V}_{\text{eff}}(r) = V_{\text{ws}}(r) + \tilde{V}_l(r) = K_0 - \frac{K_1}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} + \frac{K_2}{\left(1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}\right)^2}, \quad (8)$$

burada  $K_0 = \tilde{u} C_0$ ,  $K_1 = V_0 - \tilde{u} C_1$ ,  $K_2 = \tilde{u} C_2$ -dir. Pekeris approksimasiyasına səsən (2) tənliyində  $V_{\text{eff}}(r)$  yerinə  $\tilde{V}_{\text{eff}}(r)$  yazsaq, alarıq:

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyin həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\frac{d^2 u_{nl}(r)}{dr^2} + \frac{2\gamma}{\hbar^2} \left[ E_{nl} - K_0 + \frac{K_1}{1+e^{\frac{r-R_0}{a}}} - \frac{K_2}{\left(1+e^{\frac{r-R_0}{a}}\right)^2} \right] u_{nl}(r) = 0. \quad (9)$$

(9) tənliyində yeni  $z = \left(1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}\right)^{-1}$  dəyişənin keçib, ölçüsüz  $v^2 = -\frac{2\gamma a^2(E - K_0)}{\hbar^2} > 0$ ,

$s^2 = \frac{2\gamma a^2 K_1}{\hbar^2} > 0$ ,  $x^2 = \frac{2\gamma a^2 K_2}{\hbar^2} > 0$  parametrləri səsində (9) tənliyi aəidək klədür:

$$u''(z) + \frac{1-2z}{z(1-z)} u'(z) + \frac{-v^2 + s^2 z - x^2 z^2}{(z(1-z))^2} u(z) = 0, \quad (0 \leq z \leq 1). \quad (10)$$

(10) tənliyin həlli  $z \rightarrow 0$  və  $z \rightarrow 1$  limitində sıfır yaxınlaşır, yəni  $u(z) \rightarrow 0$ . Asimptotik dələfunksiyası  $z^g(1-z)^y$  oldu undan radial  $u_{n,l}(z)$  dələfunksiyasını aəidək kildə axtaraq:

$$u_{n,l}(z) = z^g (1-z)^y f_{n,l}(z). \quad (11)$$

Bu həlli (10) tənliyində yerinə yazsaq, alıraq:

$$z(1-z)f''(z) + (1+2g-2(1+g+y)z)f'(z) + \frac{g^2 - v^2 - (2g^2 + g + 2gy + y - s^2)z + (g^2 + g + 2gy + y^2 + y - x^2)z^2}{z(1-z)} f(z) = 0. \quad (12)$$

gərək  $g^2 - v^2 = 0$  və  $g^2 + g + 2gy + y^2 + y - x^2 = 2g^2 + g + 2gy + y - s^2$  götürsək, onda dələfunksiyasının sonlu olması ərtindən  $g$  və  $y$  parametrləri üçün taparıq:

$$g = v > 0, \quad y = \sqrt{v^2 - s^2 + x^2} > 0. \quad (13)$$

(13) münasib tələrini (12) tənliyindən zərarsızlaşdırmaq üçün taparıq:

$$z(1-z)f''(z) + (2v + 1 - (2v + 2y + 2)z)f'(z) - [(v + y)^2 + v + y - x^2]f(z)f'(z) = 0. \quad (14)$$

alınır. Bu tənliyin həlli hiperhəndisi funksiyadır [37], yəni

$$f(z) = {}_2F_1(a, b, c, z), \quad (15)$$

burada  $a = v + y + \frac{1 \mp \sqrt{1+4x^2}}{2}$ ,  $b = v + y + \frac{1 \pm \sqrt{1+4x^2}}{2}$ ,  $c = 2v + 1$ . Beləliklə, (10) tənliyin həlli

$$u_{n,l}(z) = z^v (1-z)^y {}_2F_1(a, b, c, z) \quad (16)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

olar. Aşağıdakı münasibətən istifadə edərək [37],

$${}_2F_1(a, b, c; z) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(c-a-b)}{\Gamma(c-a)\Gamma(c-b)} {}_2F_1(a, b, a+b-c+1; 1-z) + \\ \frac{\Gamma(c)\Gamma(a+b-c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} (1-z)^{c-a-b} {}_2F_1(c-a, c-b, c-a-b+1; 1-z)$$

$z=1$  nöqtəsi tərafında tənliyin həllini araşırsaq, alarıq:  $e^{\frac{2\pi R_0}{a}} \frac{\Gamma(c)\Gamma(a+b-c)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} = 0$ .  $c = 2v + 1 > 0$ ,

$a + b - c = 2y > 0$  səsən  $\Gamma(c) \neq 0$ ,  $\Gamma(a+b-c) \neq 0$  oldu undan  $\frac{1}{X(a)} = 0$  və ya  $\frac{1}{X(b)} = 0$ .

Buradan  $\Gamma(a) = \infty$  və ya  $\Gamma(b) = \infty$  olar. Nüticədə, taparıq:  $a = -n_r$  və ya  $b = -n_r$ . Beləliklə,

$$v + \sqrt{v^2 - s^2 + x^2} + \frac{1 \mp \sqrt{1 + 4x^2}}{2} = -n_r \quad (17)$$

olur, burada  $n_r$  radial kvant adıdır ( $n_r = 0, 1, 2, \dots$ ). (17) münasibətlərdən alarıq:

$$v + \sqrt{v^2 - s^2 + x^2} = n', \quad (18)$$

burada

$$n' = \frac{\sqrt{1 + 4x^2} - 1}{2} - n_r. \quad (19)$$

Beləliklə, (18) münasibətiindən və üçün taparıq:

$$v = \frac{1}{2} \left( n' + \frac{s^2 - x^2}{n'} \right). \quad (20)$$

laqılı halların  $-V_0 < E < 0$  və dala funksiyasının sonlu olması rətəbindən  $v > 0$  və  $v^2 - s^2 + x^2 > 0$  alınır. Buradan  $n' > 0$  və  $s^2 - x^2 > -n'^2$  olur. Beləliklə, (4) və (19) münasibətlərinə səsənə aşıdakı bərabərsizlikləri alarıq:

$$0 \leq n_r < \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{8\sim a^2 K_2}{\hbar^2}} - 1 \right), \quad (21)$$

$$V_0 R_0^3 \geq \frac{4\hbar^2 \tilde{l} (\tilde{l} + 1)a}{\sim}. \quad (22)$$

$v, s, x$  və  $n'$ -nin ifadələrini (20)-da yerinə yazsaq,  $E_{n,l}$  enerjinin məxsusi qiyməti üçün aşıdakı münasibəti alarıq:

$$E_{n,l} = K_0 - \frac{K_1 - K_2}{2} - \frac{\hbar^2}{32\sim a^2} \left( \sqrt{1 + \frac{8\sim a^2 K_2}{\hbar^2}} - 2n_r - 1 \right)^2 - \frac{\frac{2\sim a^2}{\hbar^2} (K_1 - K_2)^2}{\left( \sqrt{1 + \frac{8\sim a^2 K_2}{\hbar^2}} - 2n_r - 1 \right)^2}. \quad (23)$$

gələr (21), və (22) və  $-V_0 < E < 0$  bərabər səzliyi övdür nirlər, laqlı hallar mövcud olur. Deməli, (23) enerji spektri məhduddur, yəni enerjinin məxsusi qiyməti sonlu sayı malikdir. (21) bərabər səzliyin səs növü  $D=3$  olduqda  $l=0$  hələ üçün sistemin laqlı halları yoxdur. Çünkü, bu halda (21) bərabər səzliyi övdür, yəni  $n_r < 0$  olur. Bu o deməkdir ki, impuls momentinin sıfır qiyməti standart Vud-Sakson potensialı üçün redinger tənliyinin laqlı halları olmur.  $D>3$  olduqda,  $l=0$  hələndə sistemin laqlı halları vardır. (23) və  $K_0 = \tilde{u}C_0$ ,  $K_1 = V_0 - \tilde{u}C_1$ ,  $K_2 = \tilde{u}C_2$  ifadələrindən görünür ki, enerjinin məxsusi qiyməti potensialın  $V_0$  dərinliyindən, potensialın  $R_0$  enindən, səhlin  $a$  qalınlığından və  $D$  parametrindən asılıdır. Enerjinin hər hansı məxsusi qiyməti  $-V_0$ -dan kiçik olmamalıdır, yəni  $-V_0 < E < 0$ .  $l$  orbital kvant dərinliklərinin verilmə qiymətiindən (22) bərabər səzliyin səs növü potensial çuxurun dərinliyi  $V_0$  azaldıqda  $a$  parametri azalır, amma  $R_0$  parametri artır vəksin.

$$\text{Beləliklə, } a = v + y + \frac{1 - \sqrt{1+4x^2}}{2} = -n_r, \quad b = v + y + \frac{1 + \sqrt{1+4x^2}}{2} = 2v + 2y + 1 + n_r, \quad c = 2v + 1$$

səs növü  $u_{nl}(z)$  - radial dalğa funksiyası üçün taparıq:

$$u_{n,l}(z) = C_{n,l} z^v (1-z)^{\sqrt{v^2-s^2+x^2}} {}_2F_1(-n_r, 2v + 2y + 1 + n_r, 2v + 1, z), \quad (24)$$

burada  $C_{n,l}$  normallaşma sabiti və ortoqonallıq

$$\int_0^\infty |R_{nl}(r)|^2 r^{D-1} dr = \int_0^\infty |u_{nl}(r)|^2 r^{D-1} dr = a \int_0^\infty \frac{|u_{nl}(z)|^2}{z(1-z)} dz = 1 \quad (25)$$

ritdən təyin olunur.

## D BIYYAT

1. S. Flügge, Practical Quantum Mechanics, vol. 1 (Springer, Berlin, 1994).
2. C.L. Pekeris, Phys. Rev. **45** (1934) 98.
3. W. Greiner, Quantum Mechanics (Springer, Berlin, 2001).
4. J. Avery, Hyperspherical Harmonics. Applications to Quantum Theory (Kluwer, Dordrecht, 1989).
5. V.H. Badalov, H.I. Ahmadov and S.V. Badalov, News of Baku University, **2** (2008) 157.
6. V.H. Badalov, H.I. Ahmadov and A.I. Ahmadov, Int.J.Mod.Phys. E **18** (2009) 631.
7. V.H. Badalov, H.I. Ahmadov and S.V. Badalov, Int.J.Mod.Phys. E **19** (2010) 1463.

## **SINGULAR BEHAVIOUR OF THE LAPLACE OPERATOR IN SPHERICAL COORDINATES**

Anzor A. Khelashvili<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of High Energy Physics, Iv. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia*

<sup>2</sup>*St. Andrea the First-called Georgian University of Patriarchy of Georgia, Tbilisi, Georgia*

[anzor.khelashvili@hotmail.com](mailto:anzor.khelashvili@hotmail.com)

*Singular behaviour of the Laplace operator in spherical coordinates is investigated. It is shown that in course of transition to the reduced radial wave function in the Schrodinger equation there appears additional term containing the Dirac delta function, which was unnoticed during the full history of Physics and mathematics. The possibility of avoiding this contribution from the reduced radial equation is discussed. It is demonstrated that for this aim the necessary and sufficient condition is a requirement of the fast enough falling of the wave function at the origin. The result does not depend on character of potential – is it regular or singular*

### **INTRODUCTION**

This talk is prepared in collaboration with Teimuraz Nadareishvili, fellow of High Energy Physics Institute of Tbilisi State University.

The aim of this talk is to survey the singular behaviour of the Laplacian in spherical coordinates. Laplacian is encountered almost in all disciplines of Theoretical physics as well as in mathematical physics. In this article our attention is paid mostly to the Schrodinger equation.

In spherical coordinates after separation of angular variables following two forms of radial equations are used in practice

$$-\frac{1}{2m} \left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right] R(r) + \frac{l(l+1)}{2mr^2} R(r) + V(r) R(r) = E R(r) \quad (1)$$

or

$$\left[ -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{2mr^2} + V(r) \right] u(r) = Eu(r) \quad u(r) = rR(r) \quad (2)$$

All of this is well known from the classical textbooks on quantum mechanics, electrodynamics and etc. We display them here for further practical purposes. It will be shown below that the status of the Eq.(2) is problematic.

From both mathematical and physical points of view it is very important that the solutions of radial equations were compatible with the full Schrodinger equation. This is verbally mentioned in books, not only earlier [1,2], but also in the modern ones [3]. For example, P. Dirac [1] wrote: “Our equations ... strictly speaking, are not correct, but the error is restricted by only one point  $r = 0$ . It is necessary perform a special investigation of solutions of wave equations, that are derived by using the polar coordinates, to be convinced are they valid in the point  $r = 0$  (p.161)”.

We are sure that mathematicians knew about this problem (singularity of the Laplacian) for a long time, but character of singularity never been specified. It was always underlined in mathematics that  $r > 0$  strictly, but  $r = 0$  is not somehow prominent point for the 3-dimensional equation. Therefore refinement of the behaviour of the radial wave function at that point has a basic meaning by our opinion.

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

The first papers [4-7] on this problem appeared recently almost in parallel.

To complete the picture we first discuss briefly the essence of this problem and then some of its applications will be considered.

In the teaching books and scientific articles two methods were applied in the transition from Eq. (1) to Eq. (2):

1. Substitution

$$R(r) = \frac{u(r)}{r} \quad (3)$$

into the Eq. (1) and

2. Replacement of the differential expression in the parenthesis of Eq. (1) as [8-10]<sup>\*</sup>

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right] \rightarrow \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2}(r) \quad (4)$$

We demonstrate below that in both cases the mistakes were made.

<sup>\*</sup>) In the fundamental book of J.D.Jackson [10] this relation is even exhibited on the cover-page in the list of the most fundamental forms!

Because all the principle information is concentrated in the Laplacian, we begin by consideration the classical Laplace equation in the vacuum (electrostatic equation)

## 1. THE LAPLACE EQUATION

Let us consider the Laplace equation in vacuum

$$\nabla^2 w(\mathbf{r}) = 0 \quad (5)$$

This equation may be solved simply by separation of variables. The solution has the form [10]

$$\{ (x, y, z) = e^{\pm i \omega x} e^{\pm i \omega y} e^{\pm \sqrt{r^2 + s^2} z} \quad (6)$$

Clearly the solution is regular everywhere and at the origin is constant

$$\{ (0) = const \quad (7)$$

There are another forms of solution of Eq.(5) depending on alternate ways of separation, but all of them gives the constant values at the origin.

Now, let us find the spherically symmetric solution. The corresponding equation is written as [8]

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \{ (r) = 0 \quad (8)$$

The operator in parenthesis of Eq. (8) often is rewritten ([8], Ch.20, [9] etc.) according to (4) and, subsequently, equation (8) takes the form

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r \{ ) = 0, \quad (9)$$

the solution of which is

$$u(r) \equiv r\varphi = ar + b \quad (10)$$

But, determining from here the function

$$\varphi = a + \frac{b}{r} \quad (11)$$

does not obey to Eq. (8), because

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right) = -4f u^{(3)}(\mathbf{r}) \quad (12)$$

i.e. the function (11) is the solution everywhere except the origin of coordinates. It does not satisfy to the boundary value (7) as well.

What happens? *It seems that we made an illegal action somewhere (see, Feynmann [8]).*

It is possible to consider this problem by another way also, namely, following to the substitution (3), take

$$\varphi(r) = \frac{u(r)}{r} \quad (13)$$

in order to remove the first derivative term from the Eq. (8). Then we obtain

$$\frac{1}{r} \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) u(r) + u(r) \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right) + 2 \frac{du}{dr} \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \right) = 0 \quad (14)$$

The last term cancels the first derivative term in the first parenthesis and there remains

$$\frac{1}{r} \frac{d^2 u}{dr^2} + u \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \left( \frac{1}{r} \right) = 0. \quad (15)$$

But, according to Eq. (18), it follows

$$\frac{1}{r} \frac{d^2 u}{dr^2} - 4f u^{(3)}(\mathbf{r}) u(r) = 0 \quad (16)$$

The appearance of the delta function is unexpected. Comparing this one with Eq. (13) we conclude that the representation of the Laplace operator in the form (4) is not valid *everywhere*. The correct form is [5, 7]

$$\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r \cdot) - 4f u^{(3)}(\mathbf{r}) r. \quad (17)$$

This expression defines the form of the Laplacian precisely everywhere including the origin of coordinates.

It is evident, that after substitutions

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) \varphi \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r \varphi) \quad \text{and} \quad u = r \varphi \quad (18)$$

the solution  $\varphi = u/r$ , obtained from the equation (9), never satisfies to the initial equation (8) *everywhere*.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

By unknown for us reasons this simple fact stayed unnoticed and in all papers as well as in all books the expression (7) was used. As we made clear up above, in this case the obtained solution (11) looks like if there is a point source at the origin. However it is not so – mathematical reason is that in spherical coordinates the point  $r = 0$  is absent. The Jacobian of transformation to spherical coordinates has a form  $J = r^2 \sin \theta$ , and is singular at points  $r = 0$  and  $\theta = nf$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ).

Singularity in angles is eliminated by requirements of continuity and uniqueness, which lead to spherical harmonics  $Y_l^m(\theta, \phi)$ . As regards of the radial variable  $r$ , there is no such restriction for it. Therefore if we want to derive the solution valid everywhere, we are forced to include the delta function in the consideration.

It must be noted that the appearance of the delta function in the Laplace equation was discussed also in article [6], where the difference between spaces  $R^n$  and  $R^n / \{0\}$  is studied from the positions of distribution theory.

The question is: *how to formulate the problem in such a way that to remain all results derived earlier for the central potentials with the aid of traditional reduced radial equation (2) containing the second derivative only?* One of the reasonable way is the following: Because in spherical coordinates [11]  $u^{(3)}(\vec{r}) = \frac{u(r)}{4f r^2}$ , the Eq. (20) can be reduced to

$$r \frac{d^2 u}{dr^2} - u(r)u(r) = 0 \quad (19)$$

or

$$r \frac{d^2 u}{dr^2} - u(0)u(r) = 0 \quad (20)$$

Let us require that the additional term does not present, i.e.

$$u(0) = 0 \quad (21)$$

Moreover the delta function be “overcome” if at least

$$\lim_{r \rightarrow 0} u(r) \approx r \quad (22)$$

Then, owing to the relation  $ru(r) = 0$ , the extra term falls out and the standard equation (9) remains. Let us look at first what the condition (21) gives in above obtained solution, (10). Requiring (21), it follows  $b = 0$ , i.e.  $u = ar$  and  $\{\theta(r) = a = \text{const}$ . Hence we obtain the correct, consisting with the full equation (5) value (7). It is consisting also with the real physical picture.

Therefore in the reduced radial equation (2) we must consider only such class of solutions, which vanish at the origin. All the other boundary conditions loss the physical meaning and have only mathematical interest. It is precisely the main result of this Section – the equation (2) gives the consistent with the primary equation in cartesian coordinates solution only if the restriction (21) is satisfied. Appearance of this condition is purely geometrical (not a dynamical) artefact. In short words, the Eq.(2) and the condition (21) appear simultaneously.

## **2. CONCLUSIONS**

We have found a singularity like the Dirac delta function in process of reduction the Laplace equation in spherical polar coordinates, that was not mentioned earlier. The cornerstone in our consideration was a requirement of Dirac that the solution of the radial equation at the same time must be a solution of the full 3-dimensional equation.

On the basis of this observation we have proved that for removing this extra term from the radial equation it is necessary and sufficient to impose the reduced radial wave function by definite restriction, which has a form of the boundary condition at the origin, eq. (21). Moreover this condition is independent of whether the potential in the Schrodinger equation is regular or singular. The singular potential influences only the character of turning to zero the radial function at the origin.

The substitution (3) is convenient because the problem reduces to one dimensional one on the semi-axis.

Above described situation takes place in spaces with dimensions three and more. Therefore in all equations of mathematical physics, where the Laplacian is involved, after the separation of angular variables the singular solutions, generally speaking, would not be the solutions of the primary equations. It concerns e.g. to spherical Bessel functions – the spherical Neuman function is singular and is not the solution of the full problem.

## **REFERENCES**

1. Dirac, P.M.A., *The Principles of quantum mechanics*: Second edition, Oxford at the Clarendon press, 1935.
2. Messiah, A., *Quantum Mechanics*: Vol 1, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1961.
3. Rae, I.M., *Quantum Mechanics*: Fourth edition, IOP Publishing Ltd, Bristol and Philadelphia, 2002.
4. Khelashvili A and Nadareishvili T., *Am.J.Phys*, 2011, vol 79, 668; arXiv: 1009.2694v2
5. Khelashvili A and Nadareishvili T., *Bulletin of the Georgian National Academy of Sciences (Moambe)*, 2012, vol 6, 68; arXiv: 1102.1185v2
6. Cantelaube, Y and L. Khelif, L., *Journal of Mathematical Physics*, 2010, vol 51, 053518.
7. Cantelaube, Y., arXiv: 1203.0551
8. Feynman, R, Leighton, R and M. Sands, M., *The Feynman Lectures on Physics* vol 2, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, Pablo Alto, London., 1964 .
9. Weinberg, S., *Lectures on Quantum Mechanics*, Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
10. Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics*: Third Edition John Wiley & Sons, New York, 1999.
11. Blinder, M., *Am. J. Phys*, 2003, vol 71, 816.

**ZAMANDAN ASILIXI TİPOTENSİAL ÜÇÜN REDİNGER**

**T N L Y N N B Z H LL R**

**M. Nəliyev<sup>1</sup>, A. . Kazimova<sup>2</sup>, K. . Cəfərova<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*AMEA Fizika nstitutu*

<sup>2</sup>*Gənc Dövlət Universiteti*

**1. Giriş**

Kvantın zamanın səs məsələlərindən biri fiziki sistemlərin zamana görə evolusiyasının tədqiqidir. Qeyri-stasionar hər kət tənliklərinin dəqiqliklərinin qurulması böyük maraq doğurur, çünki onlar kvant sistemlərinin zamana görə inkafını təsvir edir və baxılan sistemi xarakteriz edən fiziki kəmiyyətlərin dəyişməsini nədən kildiğimiz yolu imkan verir. Lakin yaxşılmam lumdur ki, zamandan asılı redinger tənliyinin dəqiqlikləri təqdimatlıdır. Zamandan asılı harmonik ossilyator və zamandan asılı xətti potensial modelləri dəqiqliklər olunan modellər yaxşılmışlardır. Bu modellər fizikanın müxtəlif sahələrində geniş tətbiqlər tapmaqdadır.

Məqsədimiz zamandan asılı xətti potensial üçün redinger tənliyinin bəzi dəqiqliklərini tapmaq və onları araşdırmaqdır. Biz bunun üçün evolusiya operatorunu metodundan istifadə etməyik. Qeyd edək ki, 30 ilənə çoxdur ki, zamandan asılı xətti potensial üçün redinger tənliyinin analitik həlləri fiziki sistemlərin diqqətinə cəlb etmədi [1-7]. Zamandan asılı kvant sistemlərinin öyrənmək üçün bu ilərdə Lewis-Riesenfeld (LR) invariant metodundan [8], trayektoriyalar üzrə integrallı metodundan [9] və fəza-zaman çevirməli metodundan [5] istifadə olunmur. Neticədə müstəvədaləti tətbiq etməyə, Eyeri paketi tətbiq [1, 5] və Qauss paketi tətbiq [6] həllər tapılmışdır.

Biz məlumat həllrlə yanaşı məsəlinin yeni həllini məsələnin ossilyator tətbiq həllini dətəpməyi təqdim edir. Biz məsəlini həm konfiqurasiya fəzəsində, həm də impuls fəzəsində nüümə halda - zərər ciyin kütləsinin zamandan asılılığından həll etməyik.

**2. Konfiqurasiya fəzəsi**

Zərər ciyin zamandan asılı xətti potensial sahədə hər kət təsvir edən redinger tənliyi belədir

$$i\hbar\partial_t \mathbb{E}(x,t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2M(t)} \partial_x^2 - F(t)x \right] \mathbb{E}(x,t), \quad (2.1)$$

burada  $M(t)$ -kütlə,  $F(t)$ -qüvvədir. Onlar zamanın ixtiyari funksiyalarıdır. (2.1) tənliyinin həlli evolusiya operatoru  $U(x,t)$ -nin kömək yolu ilə tapıla bilir:

$$\mathbb{E}(x,t) = U(x,t)\mathbb{E}(x,0), \quad (2.2)$$

burada  $\mathbb{E}(x,0)$  başlanğıc zamanında sistemin dənə funksiyasıdır.  $U(x,t)$  operatorunun aksəti kərəkili [10]ində tapılmışdır:

$$U(x,t) = e^{\frac{i\mathbb{E}(t)}{\hbar}} e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{1}{2M(t')} [-i\hbar\partial_x + u(t')]^2 dt'}, \quad (2.3)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş Beynəlxalq konfrans**

---

burada  $U(t) = \int_0^t F(t') dt'$ . (2.3)-ü (2.2)-də yerin yazsaq, redinger tənliyinin həllini üçün

$$E(x,t) = e^{\frac{i}{\hbar} [xU(t) - S_0(t)]} e^{-S_1(t)\partial_x} e^{i\hbar S_2(t)\partial_x^2} E(x,0), \quad (2.4)$$

ümumi təsvirini alırıq, burada

$$S_0(t) = \int_0^t \frac{U^2(t')}{2M(t')} dt', \quad S_1(t) = \int_0^t \frac{U(t')}{M(t')} dt', \quad S_2(t) = \int_0^t \frac{dt'}{2M(t')}. \quad (2.5)$$

gərəm  $\sim(t) = m$  götürsək

$$S_0(t) = \frac{U_2(t)}{2m}, \quad S_1(t) = \frac{U_1(t)}{m}, \quad S_2(t) = \frac{t}{2m}, \quad (2.6)$$

olar, burada  $U_1(t) = \int_0^t U(t') dt'$  və  $U_2(t) = \int_0^t U^2(t') dt'$ .

ndi (2.4) ifadə sind müxtəlif bəlanıclarla funksiyaları  $E(x,0)$  seçərkən,  $t > 0$  zaman anları üçün müxtəlif  $E(x,t)$  dalə funksiyaları qura bilərik. Misallara baxaq.

1)  $E(x,0) = C = const$ . Bu halda asanlıqla alırıq ki,

$$E(x,t) = Ce^{\frac{i}{\hbar} [xU(t) - S_0(t)]}. \quad (2.7)$$

Bu həll müstəvi dala tipli həldir.

2)  $E(x,0) = Ce^{iAx}$ ,  $C, A = const$ . Bu halda tapırıq ki,

$$E(x,t) = Ce^{iA[x - S_1(t)]} e^{-i\hbar S_2(t)A^2} e^{\frac{i}{\hbar} [xU(t) - S_0(t)]}. \quad (2.8)$$

3)  $E(x,0) = Ai(Bx)$ , burada  $Ai(x)$ - Eyri funksiyası,  $B$ -is inxtiyari sabitdir. Nəticə belədir:

$$E(x,t) = e^{\frac{i}{\hbar} [xU(t) - S_0(t)]} e^{i\hbar S_2(t)B^3[x - S_1(t)] - \frac{2}{3}i\hbar^3 S_2^3(t)B^6} \cdot Ai(B[x - S_1(t) - \hbar^2 S_2^2(t)B^3]). \quad (2.9)$$

### 3. İmpuls fəzası

(2.1) redinger tənliyini impuls fəzasında yazaq:

$$i\hbar \partial_t \Phi(p,t) = \left[ \frac{p^2}{2M(t)} - i\hbar F(t) \partial_p \right] \Phi(p,t). \quad (3.1)$$

İmpuls fəzasında evolusiya operatoru sadəliklilikdir:

$$U(p,t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{[p' - U(t') + U(t')]^2}{2M(t')} dt'} e^{-U(t)\partial_p}. \quad (3.2)$$

ndi biz (3.1) tənliyinin simvolik həllini yaza bilərik:

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

$$\Phi(p,t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{[p - u(t') + u(t')]^2}{2M(t')} dt'} \Phi(p - u(t), 0). \quad (3.3)$$

$\Phi(p,0)$   $p$ -fazasında ixtiyari funksiyadır (başlanğıcda funksiyasıdır).

Misal olaraq Qauss tipli dalğan paketi həlli tapaqlı. Bunun üçün başlanğıcda funksiyasını bələşək:

$$\Phi(p,0) = (2\pi^2/f\hbar^2)^{1/4} \exp\left[-\frac{\pi^2(p-p_0)^2}{\hbar^2} - i\frac{(p-p_0)}{\hbar}x_0\right], \quad (3.4)$$

burada  $p_0$  və  $x_0$  baxılan kvant halında impulsun və koordinatın orta qiyməti rəidir. Sad çevirmərdən sonra Qauss tipli həlli tapırıq:

$$\begin{aligned} \Phi(p,t) &= (2\pi^2/f\hbar^2)^{1/4} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{p_c^2(t')}{2M(t')} dt'\right) \exp\left(\frac{\pi^2(1+it/T(t))}{\hbar^2} [p - p_c(t)]^2\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{i}{\hbar} [p - p_c(t)]x_c(t)\right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

burada  $p_c(t)$  və  $x_c(t)$  funksiyaları aiddakı kimi təyin olunur:

$$p_c(t) = p_0 + u(t), \quad x_c(t) = x_0 + \int_0^t \frac{p_c(t')}{M(t')} dt'. \quad (3.6)$$

Burada

$$T(t) = \frac{\pi^2 t}{\hbar S_2(t)} = \frac{\frac{\pi^2 t}{\hbar}}{\int_0^t \frac{dt'}{2M(t')}} \quad (3.7)$$

parametri Qauss dalğan paketi (3.5)-ində ilmə müddətinin zamandan asılı ölçüsüdür.

Konfiqurasiya  $x$ -tə svirində (3.5) dalğan funksiyası bələşək olur:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(x,t) &= \frac{1}{(f\hbar)^{1/4} \sqrt{\pi(1+it/T(t))}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t \frac{p_c^2(t')}{2M(t')} dt'\right) \exp\left(\frac{\pi^2(1+it/T(t))}{\hbar^2} [p - p_c(t)]^2\right) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{[x - x_c(t)]^2}{4\pi^2(t)} + \frac{i}{\hbar} p_c(t)x\right), \end{aligned}$$

burada  $\pi^2(t) = \pi^2(1+it/T(t))$ .

#### 4. Ossilyator tipli həllər

redinger tənliyi (2.1)-ində sonlu sayıda həlləri var. Bu paraqrafda biz onun ossilyator tipli həllərini tapacaq. Bunun üçün başlanğıcda funksiyasını bələşək

$$\mathbb{E}_n(x,0) = c_n e^{\frac{-1}{2}\omega_n^2 x^2} H_n(\omega_n x), \quad \omega_n = \sqrt{mS/\hbar}, \quad (4.1)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

Burada  $H_n(x)$ - Ermit çoxluq dəlilidir və  $c_n$ - məsələ normallama vuruşudur. Evolusiya operatorunun (4.1)-tə sirini hesablaşsaq, alarıq

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(x,t) = & \frac{c_n}{\sqrt{V(t)}} \exp\left(\frac{V^*(t)}{V(t)}\right)^{n/2} \exp\left(\frac{i}{\hbar}[xU(t) - S_0(t)]\right) \times \\ & \times \exp\left(-\frac{\gamma^2[x - S_1(t)]^2}{2V(t)}\right) H_n\left(\frac{\gamma[x - S_1(t)]}{|V(t)|}\right). \end{aligned} \quad (4.2)$$

burada  $V(t) = 1 + 2i\hbar\gamma^2 S_2(t)$ -i ar 1 m si daxil edilmişdir. (4.2) həllini udulma və do ulma operatorlarının

$$\begin{aligned} a(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \gamma \hat{x}_1(t) + \frac{iV(t)}{\gamma\hbar} \hat{p}_1(t) \right), \\ a^+(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \gamma \hat{x}_1(t) - \frac{iV^*(t)}{\gamma\hbar} \hat{p}_1(t) \right). \end{aligned} \quad (4.3)$$

kömək yil də almaq olar, burada

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(t) &= \hat{x} - S_1(t), \quad \hat{p}_1 = \hat{p} - U(t); \\ a(t)\mathbb{E}_n(x,t) &= \sqrt{n}\mathbb{E}_{n-1}(x,t), \quad a^+(t)\mathbb{E}_n(x,t) = \sqrt{n+1}\mathbb{E}_{n+1}(x,t). \end{aligned} \quad (4.4)$$

redinger tənliyi (2.1)-in ümumi həlli bütün  $\mathbb{E}(x,t)$ -lərin superpozisiyası olacaqdır, yəni

$$\mathbb{E}(x,t) = \sum_n a_n \mathbb{E}_n(x,t), \quad (4.5)$$

burada  $a_n$ -ixtiyari sabit məsallarıdır.

**5. Sərbəst zərr cikməxətti potensial sahədə hərəkət edən zərr cikməsilləri arasında unitar ekvivalentlik**

redinger tənliyi (2.1)-i belə yazaq:

$$\hat{S}_L \mathbb{E}_L(x,t) = 0, \quad \hat{S}_L = i\hbar\partial_t + \frac{\hbar^2}{2M(t)}\partial_x^2 - F(t)x. \quad (5.1)$$

Unitar çevirmə aparaq

$$\hat{S}_F(t) = U_1^{-1}(t) \hat{S}_L(t) U_1(t) = i\hbar\partial_t + \frac{\hbar^2}{2M(t)}\partial_x^2, \quad (5.2_a)$$

$$\mathbb{E}_F(x,t) = U_1^{-1}(t)\mathbb{E}_L(x,t). \quad (5.2_b)$$

Bu halda (5.1)tənliyi beləkilər düzür:

$$\hat{S}_F(t)\mathbb{E}_F(x,t) = 0, \quad (5.3)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

yəni biz sərbəst zərər cik üçün redinger tənliyini alarıq. Göstərmək olar ki, (5.2) rəsədləri ödəyən unitar operator

$$U_1(t) = e^{\frac{i}{\hbar} [xu(t) - S_0(t)]} e^{-S_1(t)\partial_x} \quad (5.4)$$

klindir. Beləliklə,  $U_1(t)$ -operatoru sərbəst redinger tənliyinin hər bir həllini xətti potensiallı redinger tənliyinin həllinə keçirir,  $U_1^{-1}(t)$ -operatoru isəks keçidi doğurur.

## DƏBYYAT

1. M.V. Berry, N.L. Balazs, Am. J. Phys. **47** (1979) 264.
2. M.A. Gregorio, A.S. de Castro, Am. J. Phys. **52** (1984) 557.
3. V.V.Dodonov, V.I.Manko, O.V.Shakhmistova, Phys. Lett. **A102** (1984) 295.
4. I. Guedes, Phys. Rev. **A63** (2001) 034102.
5. M. Feng, Phys. Rev. **A64** (2002) 034101.
6. P.-G. Luan, C.-Sh.Tang, Phys. Rev. **A71** (2005) 014101.
7. H.Bekkar, F.Benamura, M.Maamache, Phys. Rev. **A68** (2003) 016101.
8. H.R.Lewis, W.B.Riesenfeld, J.Math.Phys. **10** (1969)1458.
9. R.Feynman, A.R.Hibbs, Quantum mechanics and path integrals (McGraw-Hill, New York, 1965).
10. Sh.M. Nagiyev, K.Sh. Jafarova, Phys. Lett. **A377** (2013) 747.

## ISING MODEL ON A 3-7 LATTICE: ORDER AND DISORDER

**Viktor Urumov**

*Partenij Zografski 46, Skopje, Macedonia*

[v.urumov@gmail.com](mailto:v.urumov@gmail.com)

*The analytic solution of the model is obtained using the method of mapping. One observes ferromagnetic and antiferromagnetic phases, and the reentrance phenomenon. For a certain range of interaction parameters between nearest neighbors, as a result of geometrical frustration, the ground state is degenerate, but nevertheless the system exhibits phase transition at a finite critical temperature accompanied by coexistence of order and disorder.*

## INTRODUCTION

The model proposed by Lenz [1] to his student Ising [2] has an important place in the theory of phase transitions, as shown by the huge number of published papers accumulated over the years. The model has been applied to magnetic systems, lattice gas, binary alloys, systems with random interactions and random fields, and different types of lattices

with nearest and further neighbor interactions. An introductory guide to the literature in the field has been prepared by Tobochnik [3].

Geometrical frustration first appeared when the triangular lattice was considered [4]. The spin system is said to be frustrated if its minimum energy does not incorporate the minimum of

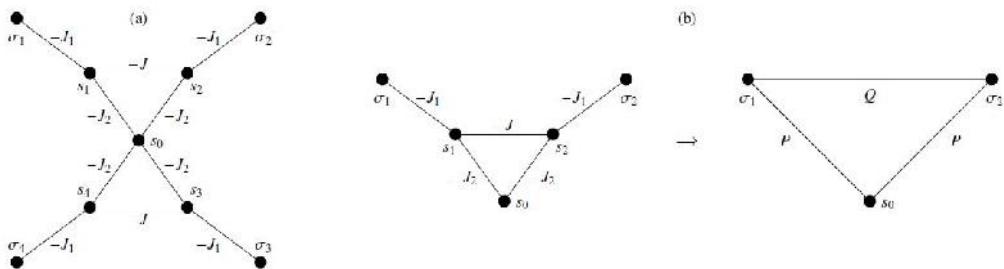
all local interactions of each pair of spins. In an elementary triangle with Ising spins with two possible orientations at each vertex, when the interaction is antiferromagnetic, all three bonds cannot be simultaneously in the state of lower energy.

### ISING MODEL ON THE 3-7 LATTICE AND ITS TRANSFORMATION

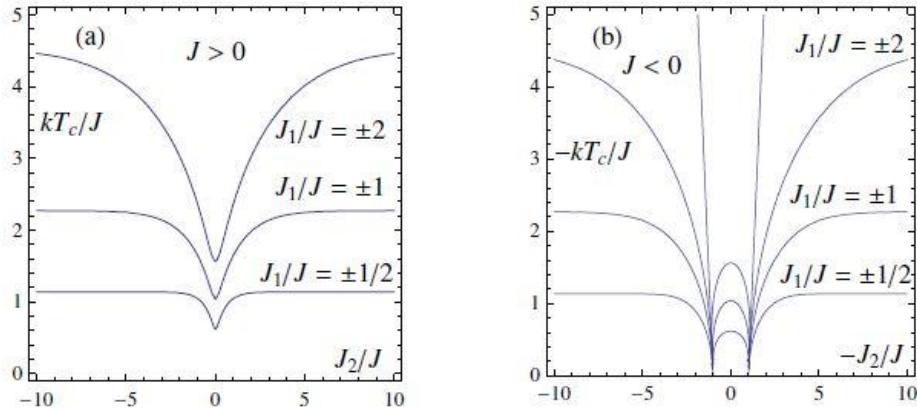
The elementary plaquette of the lattice in the shape of a square is depicted in Fig. 1a. There are five internal sites, connected in the shape of bow tie and four at the corners of the square. The spin at each site can be in one of two possible states, denoted as upwards and downwards orientations, or plus and minus. The lattice has a structure similar to a chessboard pattern. Each plaquette is surrounded by four plaquettes, all of them rotated by  $90^\circ$  with respect to the one in the middle. This gives rise to heptagons from the elements of each pair of neighboring plaquettes. Hence the name 3-7 or bow tie lattice. The Cairo lattice has a similar structure, containing only pentagons [5, 6]. There are sites with two different coordination numbers, three and four. Only pair interactions between nearest neighbors are assumed, with an interaction strength,  $J$ ,  $J_1$ , or  $J_2$ , depending on the type of bond (Fig. 1a). The contribution to the Hamiltonian of the system from each elementary plaquette is given by

$$H = -J(s_1 s_2 + s_3 s_4) - J(s_1 \dagger_1 + s_2 \dagger_2 + s_3 \dagger_3 + s_4 \dagger_4). \quad (1)$$

There are several ways to proceed. It can be verified that the partial summation in the partition function leads to a system that satisfies the free fermion condition [7] and subsequently to an equation for the critical temperature. Another method is to use star-triangle and dedecoration transformations [8] to map the model to the centered square lattice with nearest and next-nearest neighbor diagonal noncrossing interactions solved by Vaks et al. [9]. It is simpler to achieve the mapping to the above mentioned lattice by using the general transformation [10]. Thus, summation over all possible orientations of the internal spins of an elementary plaquette and the subsequent identity in Eq. 2, provide the effective interactions  $P(K, K_1, K_2)$  and  $Q(K, K_1, K_2)$  of the centered square lattice (Fig. 1b)



**Fig. 1.** (a) Elementary plaquette of 3-7 lattice, (b) Transformation by elimination of the internal spin variables  $s_1$  and  $s_2$ .



**Fig. 2.** Critical temperature as a function of  $J_2/J$  for several values of  $J_1/J$ : (a)  $J > 0$ , (b)  $J < 0$ . The slightly inclined lines are the asymptotes in the limit  $T_c \rightarrow 0$  indicating reentrance in a tiny interval.

$$\begin{aligned} \sum_{s_1, s_2} \exp(-H/kT) &= \sum_{s_1, s_2} \exp[K s_1 s_2 + K_1 s_0 (s_1 + s_2) + K_2 (s_1 \dagger_1 + s_2 \dagger_2)] = \\ &= A \exp[P s_0 (\dagger_1 + \dagger_2) + Q \dagger_1 \dagger_2], \end{aligned} \quad (2)$$

where

$$\exp(4P) = [\exp(-K) + \exp \cosh 2(K_1 + K_2)] / [\exp(-K) + \exp \cosh 2(K_1 - K_2)], \quad (3)$$

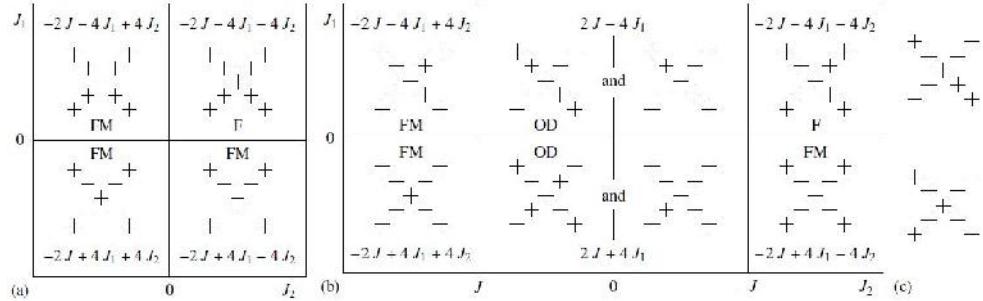
$$\begin{aligned} \exp(4Q) &= [\exp(K) + \exp \cosh 2(K_1 + K_2)] \times \\ &[\exp(-K) + \exp \cosh 2(K_1 - K_2)] / [\exp K \cosh 2K_1 + \exp(-K) \cosh 2K_2]^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} A^4 &= \\ &= 16 [\exp(-K) + \exp \cosh 2(K_1 + K_2)] [\exp(-K) + \exp \cosh 2(K_1 - K_2)] \times \\ &[\exp K \cosh 2K_1 + \exp(-K) \cosh 2K_2]^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$K = J/kT$ ,  $K_1 = J_1/kT$ ,  $K_2 = J_2/kT$ ,  $k$  is the Boltzmann constant and  $T$  is the absolute temperature. Here  $A$  represents a factor contributed to the partition function from each elementary plaquette. The effective interaction  $P(K, K_1, K_2)$  is even function of  $K_1$  and  $K_2$ , while  $Q(K, K_1, K_2)$  is odd function of the same arguments. Therefore  $P(K, -K_1, -K_2) = P(K, K_1, K_2)$  and  $Q(K, -K_1, -K_2) = -Q(K, K_1, K_2)$ , and the space of parameters to be examined can be reduced to  $J_1 > 0$  or  $J_2 > 0$ .

### CRITICAL TEMPERATURE

There are two equivalent ways for determination of the critical temperature. In the first case it can be obtained from one or both of the following two equations [9]



**Fig. 3.** Ground state energy and spin orientations of the elementary plaquette: ((a)  $J > 0$ , (b)  $J < 0$ , (c) two basic ground states when  $J < 0$  and  $|J_2| < |J|$ . FM - ferrimagnetic state, F - ferromagnetic state, OD - coexistence of order and disorder.

$$(y+1)^2(x^2+1)^2 = 2(1-x^2)^2, \quad (y+1)^2(x^2+1)^2 = 2y(1-x^2)^2, \quad (6)$$

where  $x = \tanh P$  and  $y = \tanh Q$ . Alternatively the equation for  $T_c$  is given by [9, 11]

$$(1-x^4)^2 + 4x^4(1-y^2)^2 = 4[xy(1+x^2)]^2 \quad (7)$$

where  $x = \exp(-2P)$  and  $y = \exp(-2Q)$ . The latter equation can be factorized, which leads to the following simplified expressions

$$y_{1,2} = \pm 1 + \frac{1+x^2}{\sqrt{2}x}, \quad y_{3,4} = \pm 1 - \frac{1+x^2}{\sqrt{2}x} \quad (8)$$

Only  $y_1$  and  $y_2$  are positive and provide the expressions for determination of the critical temperature.

In Fig. 2a the dependence of  $T_c$  on the exchange interaction parameters is shown for the case  $J > 0$ . The critical temperature increases with the increase of the strength of  $J_1$  independently of its sign. The minima of the curves correspond to the critical temperature of the doubly decorated square lattice which is obtained when the interaction  $J_2$  vanishes. The analogous curves for  $J < 0$  are shown in Fig. 2b. The critical temperature, similarly to the case of the triangular lattice, vanishes due to frustration when  $J_2 = \pm |J|$ . The approach to zero, for  $J_2 > 0$ , follows the asymptotic law

$$kT_c/J = (4/\ln 2)(1+J_2/J), \quad (9)$$

or its symmetric expression when  $J_2 < 0$ . The same asymptotic law is found for the dependence of  $T_c$  on  $J$ , for a given  $J_2$ , when  $J \rightarrow -|J_2|$ .

In a narrow interval for  $J_2$  when  $|J_2| > |J|$ , increasing the temperature from zero, a disordered phase appears, which is followed by an ordered phase that disappears with further increase of the temperature. Such a behavior is known as reentrance phenomenon.

## GROUND STATE

The ground states of the system are shown in Fig. 3a and 3b. When  $J < 0$  and  $|J_2| < |J|$ , the ground state is degenerate. There are altogether 8 different arrangements of the spins on an elementary plaquette with a minimal energy. They arise from the two basic configurations (Fig. 3c) by mirror symmetry with respect to vertical line and from interchange between up and down spin orientations. Only the configurations obtained from the upper arrangement in Fig. 3c can cover the whole plane with plaquettes at their lowest energy. All possible coverages can be obtained by the quadruplets containing four elementary plaquettes shown in Fig. 4a and 4b for  $J < 0$  and  $|J_2| < |J|$ , and  $J_1 < 0$  or  $J_1 > 0$ , respectively.

Depending on the interaction parameters, the ground state is ferromagnetic (F) or ferrimagnetic (FM), except for the case when  $J < 0$  and  $|J_2| < |J|$ . In the latter case, at  $T = 0$ , one observes coexistence of order and disorder (OD).

(a)			(b)		
$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \\ + & - & + & - \end{array}$ $M = 1/6$	$\begin{array}{cccc} - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & + & - \end{array}$ $M = 1/12$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & - & - \\ - & - & + & - \\ - & - & + & + \\ + & - & + & - \end{array}$ $M = 0$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ - & + & + & - \\ - & + & - & - \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = 1/6$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ - & + & + & - \\ - & + & - & - \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = 1/12$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ - & + & + & - \\ - & + & - & - \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = 0$
$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ + & + & - & - \\ + & - & + & - \\ + & - & + & - \\ + & - & + & - \end{array}$ $M = 0$	$\begin{array}{cccc} - & + & - & + \\ + & - & - & + \\ + & - & + & - \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{array}$ $M = -1/12$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & - & - \\ - & + & - & + \\ - & + & - & + \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = -1/6$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ - & + & + & - \\ - & + & - & - \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = 0$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ - & + & + & - \\ - & + & - & - \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = -1/12$	$\begin{array}{cccc} + & - & - & + \\ - & + & + & - \\ - & + & + & - \\ - & + & - & - \\ + & - & - & + \end{array}$ $M = -1/6$

**FIGURE 4.** Quadruplets of elementary plaquettes in the ground state: (a)  $J < 0, J_1 < 0, -|J| < J_2 < |J|$ , (b)  $J < 0, J_1 > -|J| < J_2 < |J|$ . Plaquettes on each diagonal have their own specific orientation which is rotated by  $90^\circ$  in comparison to the orientation of plaquettes on the other diagonal. Central spins are disordered, the remaining spins have antiferromagnetic (a) or superantiferromagnetic (b) order.

The central spins of each plaquette have arbitrary orientation, while the remaining spins are ordered antiferromagnetically (Fig. 4a) or superantiferromagnetically (Fig. 4b). The entropy at  $T = 0$  for the OD state is  $S_0 = \ln(2)/6$ . The magnetization of the quadruplets with lowest energy takes one of the following values:  $0, \pm 1/12$  and  $\pm 1/6$ . Despite the degeneracy of the ground state for the case under consideration, the system has a finite critical temperature (Fig. 2b). Similar behavior was observed in other two-dimensional Ising models [12].

## DISCUSSION

The analysis of the model was performed without any approximation. It shows phase transition to some ordered phase or transition to a state leading to coexistence of order and partial disorder. For  $J \rightarrow 0$  the model is reduced to decorated square lattice, for  $J \rightarrow \infty$  it becomes equivalent to partly decorated pentagonal Cairo lattice. Other limiting cases considered previously are:  $J_1 \rightarrow \infty$ ,  $J_2 \rightarrow 0$  and  $J_2 \rightarrow \infty$ .

The model is exactly solvable in the more general case with higher spins included, not necessarily equal, at the intermediate locations between the central and corner spins. Also, the

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

symmetry of the interactions could be avoided and one can introduce further neighbor interactions between spins in the first part of Fig. 1b.

**REFERENCES**

1. W. Lenz, Z. Phys. 21, 613-615 (1920).
2. E. Ising, Z. Phys. 31, 253-258 (1925).
3. J. Tobochnik, Am. J. Phys. [69], 255-263 (2001).
4. R. M. F. Houtappel, Physica 16, 425-455 (1950).
5. V. Urumov, J. of Phys. A: Math. Gen. 35, 7317-7321 (2002).
6. M. Rojas, O. Rojas, and S. M. de Souza, Phys. Rev. E 86, 051116-1-11 (2012).
7. C. Fan, and F. Y. Wu, Phys. Rev. B 2, 723-733 (1970).
8. I. Syozi. "Transformation of Ising Models" in Phase Transitions and Critical Phenomena Vol. 1, edited by C. Domb and M. S. Green, Academic Press, New York, 1972.
9. V. G. Vaks, A. I. Larkin, and Yu. N. Ovchinnikov, Zh. Eksp. Theor. Phys. 45, 1180-1189 (1965) [Sov. Phys. JETP 22, 820-826 (1966)].
10. O. Rojas, and S. M. de Souza, J. of Phys. A: Math. Theor. 44, 245001-1-17 (2011).
11. T. C. Choy, and R. J. Baxter, Phys. Lett. A 125, 365-368 (1987).
12. P. Azaria, H. T. Diep, and H. Giacomini, Phys. Rev. Lett. 59, 1629-1632 (1987); H. T. Diep, M. Debauche, and H. Giacomini, Phys. Rev. B 43, 8759-8762 (1991).

**QCD SUM RULES FOR THE 70-PLET BARYONS**

T. Aliyev and V. Zamiralov<sup>\*</sup>

*Institute of physics, Baku, Azerbaijan and Physical Department,*

*Middle East Technical University, Ankara, Turkey, [taliev@metu.edu.tr](mailto:taliev@metu.edu.tr),*

*\* Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow,  
Russia, [zamir@depni.sinp.msu.ru](mailto:zamir@depni.sinp.msu.ru)*

*Magnetic moments of the positive parity 70-plet baryons are estimated within the nonrelativistic quark model and QCD sum rules method. It is found that the magnetic moments of the 70-plet baryons can be expressed in terms of the D and F couplings. Results reproduce the nonrelativistic quark model predictions and exhibit unitary symmetry pattern.*

Study of the electromagnetic properties of hadrons represents very important source of information about their internal structure and can provide valuable insight in understanding the mechanism of strong interactions at low energies, i.e., about nonperturbative aspects of QCD. Particular interest deserves magnetic moments of baryons as the subject of permanent study due to growing experimental information [1]. Magnetic moments of the positive parity octet and decuplet baryons are studied in framework of different approaches such as nonrelativistic quark model (NRQM) [2], static quark model [3], QCD string approach [4], chiral perturbation theory [4], Skyrme model [5], traditional QCD sum rules [6], light-cone version of QCD sum rules [7], lattice QCD [8].

Shortly we discuss construction of QCD sum rules introduced in [9], [10].

The starting point is polarization operator (correlator) for  $\Lambda$ -like hyperons. Explicitly we write it for  $\Lambda^0$ -hyperon:

$$=i \int dk d^4x \exp(ipx) \langle 0 | T\{ \Lambda(x), \Lambda(0) \} | 0 \rangle, \quad (1)$$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

where interpolating currents (in some way analogue of the baryon wave functions in NRQM) could be chosen as

$$J^0(x) = [u^{aT} C s^b \bar{s}_5 d^c - d^{aT} C s^b \bar{s}_5 u^c - (C s^b \bar{s}_5 C \bar{s}_5 s^b x)], \quad (2)$$

where  $a, b, c$  are the color indices,  $C$  is the charge conjugation matrix. Other baryon currents (but that of  $\Lambda$ ) are written by changing quark symbols.

The idea of the **QCD sum** rules [9],[10] could be stated as follows: polarization operator is calculated in two different schemes:

(1) Upon using some phenomenological pole model saturated by baryon poles and resonances plus high energy contributions;

(2) Upon performing Wilson operator product expansion (OPE) and calculating quark diagrams with insertions of non-zero vacuum expectation values.

Putting them equal and performing Borel transformation one arrives at desired sum rule .

We can write QCD sum rules for the magnetic moments of  $\Lambda$ -like octet 56-plet baryons  $\mu_B$  [7, 11] as

$$a_B^2 \mu_B \exp(-m^2/M^2) = (e_u + e_d) \epsilon_1(u, d, s) + e_s \epsilon_2(u, d, s), \quad (3)$$

while for the  $\Lambda$ -hyperon we obtain result with the use of the relations from [11]. The  $a_B$  are so-called Borel residue,  $M$  is characteristic parameter of the Borel transformation and  $\epsilon_i$  can be found in [6] and [12]. We have shown earlier that unitary symmetry plays essential role in the QCD sum rules in relating various couplings through well-known F- and D-type structures reducing number of independent correlation functions to minimum. We would show here in what way unitary pattern of the QCD sum rules arrives. We remind in what way SU(3) description in terms of F- and D couplings arrives in NRQM. Let us begin with the discussion of the 56-plet baryon octet  $1/2^+$  in SU(3) and assume that photon interacts in a different way with two quarks of similar flavor of the  $\Lambda$ -like baryon  $B(q\bar{q}, Q)$  and with a single quark  $Q$ . As an example let the magnetic moment operator has the form  $e_q w_q a^q$ , where new operator  $w_q$  just differs between a single  $Q$  quark and a biquark  $(q \bar{q})$  or  $(\bar{q} q)$  through the matrix elements

$$\begin{aligned} < q \bar{q}, Q | w_q | q \bar{q}, Q > &= w_F, & < q \bar{q}, Q | w_Q | q \bar{q}, Q > &= w_D, \\ < q \bar{q}, Q | w_Q | q \bar{q}, Q > &= v_F, & < q \bar{q}, Q | w_Q | q \bar{q}, Q > &= v_D. \end{aligned} \quad (4)$$

Then magnetic moment of the proton  $p(uu,d)$  yields:

$$\begin{aligned} \mu_p = & < p | e_q w_q z^q | p > = 1/18 < 2u_1 u_1 d_2 - u_1 d_1 u_2 - d_1 u_1 u_2 + 2u_1 d_2 u_1 - u_1 u_2 d_1 - d_1 u_2 u_1 \\ & + 2d_2 u_1 u_1 - u_2 u_2 d_1 - u_2 d_1 u_1 | e_q w_q z^q | p > \\ = & (4/3) | e_u w_F - e_d (2 v_F - v_D) | = e_u 2\mu_F + e_d (\mu_F - \mu_D) \end{aligned} \quad (5)$$

with  $w_F = 3\mu_F/2$ ,  $w_D = \mu_D$ ,  $(2 v_F - v_D)/3 = (\mu_F - \mu_D)$ . (It is worth noting that the assumption  $w_F = w_D$  yields  $F/D = 2/3$  !)

The main results are:

- The F coupling is related to the interaction of the  $\Lambda$  with 'biquark' composed of two quarks of (almost) equal flavour and the same spin projections

- The (F - D) is related to the interaction of the  $\Lambda$  with the single quark

Magnetic moment of the photon to  $^0(\bar{u}d,s)$  containing two quarks  $u, d$  in a biquark state and a single quark  $s$  would have the form similar to that of the QCD sum rules of (3)

$$\mu_B = (e_u + e_d)F + e_s(F-D) \quad (6)$$

Now we try to transfer this reasoning to the QCD sum rules of baryons with spin  $\frac{1}{2}$  of the 70-plet.

Let us analyze magnetic moments of baryons entering 70-plet representation SU(6) with decomposition  $70 = (8,2) + (10,2) + (8,4) + (1,2)$  in framework of NRQM and quark-diquark model. The wave functions of 70-plet within the NRQM were obtained in a number of works (see [13] and references therein). Following [13] the wave function of  $N^{*+}$  state in 70-plet with positive parity can be written as

$$18 |N^{*+}\rangle = |2u_1 u_1 d_2 - u_1 d_1 u_2 - d_1 u_1 u_2 - u_1 d_2 u_1 - u_1 u_2 d_1 \\ + 2d_1 u_2 u_1 - d_2 u_1 u_1 - u_2 u_1 d_1 + 2 u_2 d_1 u_1 \rangle \quad (7)$$

Using this wave function with the modified operator for the magnetic moment form  $e_q w_q a^q$  for  $N^*$  we get

$$\mu_{N^{*+}} = e_u 2/3(2w_u + w_d) + e_d 1/3(2v_u + v_d) = e_u \mu_F + e_d(2\mu_F - \mu_D) \quad (8)$$

with  $w_u = 3\mu_F/2$ ,  $(2v_u - v_d)/3 = (\mu_F - \mu_D)$ .

In a way similar for 56-plet one can predict the magnetic moments of the octet in 70-plet. in terms of D- and F- quantities and their NRQM limit with  $D=1$ ,  $F=2/3$  and  $e_q$  changed to  $\mu_q$

$$\begin{aligned} \mu_{N^{*+}} &= e_u \mu_F + e_d(2\mu_F - \mu_D) - 2/3 \mu_u + 1/3 \mu_d, \\ \mu_{\Lambda^{*+}} &= e_u \mu_F + e_s(2\mu_F - \mu_D) - 2/3 \mu_u + 1/3 \mu_s, \\ \mu_{\Xi^{*0}} &= 1/2(e_u + e_d) \mu_F + e_s(2\mu_F - \mu_D) - 1/3 \mu_u + 1/3 \mu_d + 1/3 \mu_s, \\ \mu_{\Xi^{*-}} &= 1/6(e_u + e_d)(9\mu_F - 4\mu_D) + 1/3 e_s \mu_D - 1/3 \mu_u + 1/3 \mu_d + 1/3 \mu_s, \end{aligned} \quad (9)$$

in accord with the NRQM results [13].

Let us now assume that the same transformations from  $\mu_p$  to  $\mu_{N^{*+}}$  in NRQM and quark-diquark model hold in QCD sum rules framework, i.e. at interpolating current level. In this case even when the explicit expressions for interpolating currents of octet baryons belonging to the 70-plet representation are not known, one can predict the magnetic moments of these baryons. Derivation of sum rules for 70-plet baryons follows this reasoning. QCD sum rules for  $\Lambda$ -like octet 70-plet can be written in the form similar to eq. (3);

$$\mu_{\Lambda^{*0}}(u, d, s) = 1/2(e_u + e_d + 2e_s) - 1\{u, d, s\} + e_s - 2(u, d, s), \quad (10)$$

while for the  $\Xi^{*-}$ -hyperon we obtain result with the use of the relations from [11]. Comparing these relations with sum rules for the  $\Lambda^0$  and  $\Xi^-$  baryons of the 56-plet we see that they change itself drastically and this constitutes the main result of this work.

As examples we cite only few of them, the rest can be found in [14]:  $\mu_{N^{*+}}$  changes from  $=2.72 \mu_N$  to  $0.83 \mu_N$ ,  $\mu_{\Lambda^{*+}}$  changes from  $2.52 \mu_N$  to  $0.70 \mu_N$ ,  $\mu_{\Xi^{*0}}$  changes from  $-0.50 \mu_N$  to  $-0.11 \mu_N$ .

Thus it is shown that octet baryons in the 70-plet can be analyzed in the way similar to those of 56-plet. In particular magnetic moments are written in terms of the D and F quantities characteristic for octet coupling. Moreover the main formulas for the magnetic moments are written in such a way as to obtain the NRQM results as well as unitary symmetry ones. Borel QCD sum rules are constructed for the magnetic moments of the 70-plet octet.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

REFERENCES

1. J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D 86,010001 (2012) and 2013 update for the 2014 edition.
2. G.Morpurgo G. 1965 Physics 2, 95; J. Franklin, Phys. Rev. D 66,033010 (2002).
3. B.O. Kerbikov and Y.A. Simonov, Phys. Rev. D 62,093016 (2000).
4. S.J. Puglia and M.J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D 62,034010 (2000).
5. N.W.Park and H.Weigel, Nucl. Phys. A 541, 453 (1992).
6. C.B.Chiu, J.Pasupathy and S.L.Wilson, Phys. Rev. D 33, 1961 (1986).
7. T.M.Aliev and A.Ozpineci, Phys. Rev. D 62,053012 (2000); T.M.Aliev, A.Ozpineci, M.Savci and C.Yuce, Phys. Rev. D 66,11506 (2002).
8. D.B.Leinweber, T.Draper and R.M.Woloshyn, Phys. Rev. D 46, 3067 (1992)
9. M.A.Shifman, V.I.Vainshtein and V.I.Zakharov, Nucl. Phys. **147** 385 (1979).
10. B.L.Ioffe and A.V.Smilga, Nucl.Phys. **232** 109 (1984); I.I.Balitsky and A.V.Yung, Phys. Lett. **129** 328 (1983).
11. A.Ozpineci, S.Yakovlev and V.Zamiralov, Mod. Phys. Lett. A20, 243 (2005).
12. T.M.Aliev and M.Savci Phys. Rev. D 90, 116006 (2014).
13. N.Sharma, A.Martinez Torres, K.P.Khemchandani and H.Dahiya, Eur. Phys. J. A 49,11 (2013).
14. T.M.Aliev and V.S.Zamiralov, arXiv hep-ph 1506.07648, 2015.

$d + H \rightarrow + X$

. . . , . . . , . . . , . . .  
A. . . , . . . , . . . , . . .

[yashartur@yahoo.com](mailto:yashartur@yahoo.com)

$(A_y)$

,  $90^\circ$  . . . , 3 9 / .  
( )  $A_y$

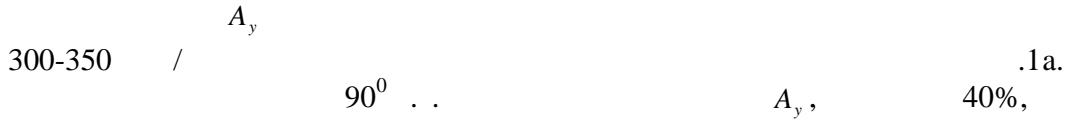
$f - d + H \rightarrow + X$   
 $300-350 / .$  — ,  
 $A_y$ .

,  $pp [1-3] \rightarrow pA -$  [4]  
(  
)  $p_t$   
 $x_F.$   $p \uparrow + p \rightarrow f^{\pm,0} + X,$   
[1], [2], [3], ,  
 $x_F = 0.3,$  40%  $x_F$

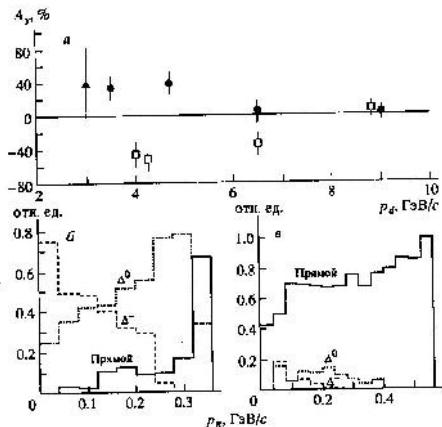
1.

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

$$78^0, \quad , \quad 90^0).$$



,  $A_y$



**1 a-**  $A_y$        $f^+$      $f^-$        $d \uparrow + H \rightarrow f^\pm(90^0) + X$

$p_f = 300 - 350$  / , :  $\bullet - f^+, -f^+(78^0), -f^-$ ; , - - -

$d + H \rightarrow f^- + X$  -

$p_d = 4$  / ( ) 9 / ( ).

$$d + H \rightarrow f^- + X \quad \eta_f = 90^\circ \quad 4 \quad 9 \quad / .$$

— ,  $p_t -$  , ) — — . 1 — 1 ,  $A_y$

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

4 / ,  
 $A_y$ ,  
 $\Delta^0$  - .  
 ” ”  
 $A_y$ ,  
 $f^+$   
 $\Delta^{++}$  - .  
 ,  
 $\Delta$  - .  
 $A_y$ ,  
 $f^-$  - .  
 ,  
 $A_y$ ,  
 $6.5$  / .  
 $A_y$ ,  
 ,  
 $A_y$ ,  
 $p_f=200$  / .  
 ” ”  
 $f^+$  - .  
 $8.9$  / .  
 $A_y$

$$A_y, \quad , \\ 600 \quad / \quad A_y, \\ D - .$$

$$\begin{aligned}
 1) & \quad d \uparrow + H \rightarrow f^\pm + X \quad p_d = 6.5 \quad / \\
 50\%) & \quad p_f = 300 - 350 \quad / . \\
 2) & \quad : \quad f^+ \quad f^- \\
 A_y & \quad p_d \\
 3) & \quad - \quad , \quad A_y \\
 \Delta & \quad , \quad P = 
 \end{aligned}$$

1. Antille J. et al. - Phys. Lett., 1980, B94, p.523.
  2. Bonner B.E. et a. - Phys. Rev., 1990, D41, p.13.
  3. Adams D.L. et al. - Phys. Lett., 1991, B261, p.201.
  4. Krisch A.D. - In: Proc. 9 Inter. Symp. on High Energy Spin Physics, Bonn, 1990.

**INFLATIONARY EXPANDING UNIVERSE BY A COMPOSITE SCALAR FIELD**

**Tomohiro Inagaki**

*Information Media Center and Core of Research for the Energetic Universe,*

*Hiroshima University, Higashi-Hiroshima, 739-8521, Japan*

[inagaki@hiroshima-u.ac.jp](mailto:inagaki@hiroshima-u.ac.jp)

One of the basic concepts of the particle physics is symmetry and its breaking. It is considered that a more fundamental theory with a higher symmetry realizes and the symmetry is broken down at high energy scale. Hence, there is possibility to test the fundamental model by observing the critical phenomena induced by symmetry breaking at early universe.

A simple model of the symmetry breaking has been introduced by Y. Nambu and G. Jona-Lasinio to study the meson physics, low energy phenomena of QCD [1]. A scale up version of the model has been applied at the electroweak symmetry breaking is known as Technicolor model (see, for example [2]). Here we regard the gauged Nambu-Jona-Lasinio (NJL) model as a simple prototype model at inflationary expanding era of our universe and investigate the evolution of the universe.

We start from the  $SU(N_c)$  gauged NJL model with  $N_f$ -flavor fermions,

$$L_{qNJL} = L_{gauge} + \bar{\psi} i\hat{D}\psi + \frac{16f^2 q_4}{8N_f N_c \Lambda^2} \left[ (\bar{\psi} \psi)^2 + (\bar{\psi} i\gamma_5 \gamma^a \psi)^2 \right], \quad (1)$$

where  $L_{gauge}$  denotes the pure  $SU(N_c)$  gauge Lagrangian and  $\gamma^a$  indicates the generator of  $SU(N_f)$  flavor symmetry. We normalized the four-fermion coupling,  $g_4$  by  $N_f$ ,  $N_c$  and the compositeness scale,  $\Lambda$ . The Lagrangian can be rewritten by the auxiliary field method,

$$L_{aux} = L_{gauge} + \bar{\psi} (i\hat{D} - \gamma^a \gamma^5 f^a) \psi - \frac{2N_f N_c \Lambda^2}{16f^2 q_4} (\gamma^2 + f^{a2}). \quad (2)$$

where the fields,  $\gamma$  and  $\pi$ , can be identified with composite scalar and pseudo-scalar fields, respectively. On the other hand, the gauged Higgs Yukawa theory is given by

$$\begin{aligned} L_{qHY} = & L_{gauge} + \frac{1}{2y^2} \partial_\mu \gamma \partial^\mu \gamma + \frac{1}{2y^2} \partial_\mu f^a \partial^\mu f^a - \frac{1m^2}{2y^2} (\gamma^2 + f^{a2}) - \\ & - \frac{1}{4y^4} (\gamma^2 + f^{a2})^2 - \frac{1\kappa}{2y^2} R(\gamma^2 + f^{a2}) + \bar{\psi} i\hat{D}\psi - \bar{\psi} (\gamma + i\gamma_5 \gamma^a f^a) \psi, \end{aligned} \quad (3)$$

where  $y$  indicates the Yukawa coupling. We noted that the ordinary gauged Higgs Yukawa Lagrangian is obtained by the replacements,  $\gamma \rightarrow y\gamma$  and  $f^a \rightarrow yf^a$ .

The compositeness conditions are imposed at the scale [3, 4],

$$\frac{1}{y^2(\Lambda)} = 0, \quad \frac{\lambda(\Lambda)}{y^4(\Lambda)} = 0, \quad \frac{m^2(\Lambda)}{y^2(\Lambda)} = \frac{2N_f N_c \Lambda^2}{16 f^2 g_4}, \quad \zeta(\Lambda) = \frac{1}{6}. \quad (4)$$

Eqs. (2) and (3) coincide under these conditions. Evaluating the renormalization group equation with neglecting the running of the  $SU(N_c)$  gauge coupling and the higher order terms in the curvature,  $R$ , we obtain the solution to satisfy these conditions [5, 6]. Therefore we regards the gauged Higgs Yukawa theory with the compositeness conditions as an effective theory of the gauged NJL model below the compositeness scale,  $\Lambda$ .

As is illustrated in Fig. 1, we assume that the dominant contribution to the energy density of the universe can be described by the gauged Higgs Yukawa theory with the compositeness conditions at the inflationary expanding era. We also assume that only the field,  $\psi$ , contributes the inflationary expansion and apply the slow roll scenario of the chaotic inflation.

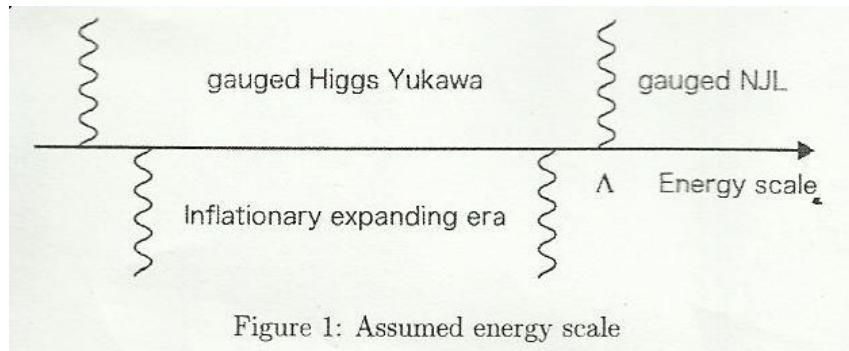


Figure 1: Assumed energy scale

Starting from the renormalization group improved effective potential for the gauged Higgs Yukawa theory with the compositeness conditions, we evaluate the inflationary parameters [7]. Our model has parameters, the gauge coupling,  $\alpha_s$ , the four-fermion coupling,  $g_4$ , the number of fermion species,  $N_c$  and  $N_f$ , the energy scale,  $\mu$  and the composite scale,  $\Lambda$ . The initial field configuration is set to generate an enough e-folding number,  $N_{efold} = 50 \sim 60$ .

After some numerical calculations we obtain the amplitude of the density fluctuation,  $u$ , the spectral index,  $n_s$ , the tensor-to-scalar-ratio,  $r$  and the running of the spectral index,  $r_s$ . In Tab. 1 we show some typical results for a fixed  $N_f$ ,  $N_c$ ,  $\mu$  and  $N_{efold}$ . A constant parameter,  $\tilde{S}$ , is introduced to define the renormalized four-fermion coupling,  $g_{4ren}$ . The amplitude of the density fluctuation,  $u$ , can be tuned by strength of the interactions,  $\alpha_s$ , and  $g_{4ren}$ . The other parameter dependence is much smaller. We also found that the spectral index, the tensor-to-scalar-ratio and the running of the spectral index are consistent with the Planck 2015 data.

**Table 1:**

Inflationary parameters for  $N_f = 1$ ,  $N_c = 10$ ,  $\mu = 10^{-5} M_{pb}$ ,  $\tilde{S} = M_{pl}$  and  $N_{efold} = 50$ .

	$1/g_{4ren} - 1/\tilde{S}$	$u$	$n_s$	$r$	$r_s$
$10^{-7}$	$10^{-1}$	$7.02 \times 10^{-4}$	0.970	0.08	-0.00059
$10^{-8}$	$10^{-1}$	$2.22 \times 10^{-4}$	0.970	0.08	-0.00059
$10^{-9}$	$10^{-1}$	$7.02 \times 10^{-5}$	0.970	0.08	-0.00059
$10^{-9}$	$10^{-3}$	$7.02 \times 10^{-6}$	0.970	0.08	-0.00059
$10^{-9}$	$10^{-5}$	$7.48 \times 10^{-7}$	0.968	0.11	-0.00061

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

A composite scalar field has been investigated as an alternative candidate for the inflaton field. The gauged Nambu-Jona-Lasinio model is employed as a simple model of the composite scalar field. The model can be described by the gauge-Higgs-Yukawa theory with the corresponding compositeness conditions. Evaluating the renormalization group improved effective potential, we have calculated the inflationary parameters: the amplitude of the density fluctuation, the spectral index, the tensor-to-scalar-ratio and the running of the spectral index. Under the slow roll approximation and some assumptions it is shown that the model predicts consistent the spectral index, the tensor-to-scalar-ratio and the running of the spectral index. Therefore we conclude that the inflation induced by a composite scalar field predicts consistent CMB fluctuations.

### **Acknowledgements**

The main part of this talk is based on the work collaborated with Hiroki Sakamoto and Sergei D. Odintsov. The work is supported in part by JSPS KAKENHI Grant Number 26400250.

### **REFERENCES**

1. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122 (1961) 345; Phys. Rev. 124 (1961) 246.
2. V. A. Miransky, *Dynamical Symmetry Breaking in Quantum Field Theories*, World Scientific (1993); M. Harada and K. Yamawaki, Phys. Rept. 381 (2003) 1.
3. W. A. Bardeen, C. T. Hill and M. Lindner, Phys. Rev. D41 (1990) 1647.
4. C. T. Hill and D. S. Salopek, Annals Phys. 213 (1992) 21.
5. M. Harada, Y. Kikukawa, T. Kugo and H. Nakano, Prog. Theor. Phys. 92 (1994) 1161.
6. B. Geyer and S. D. Odintsov, Phys. Lett. B376 (1996) 260; Phys. Rev. D53 (1996) 7321.
7. T. Inagaki, S. D. Odintsov and H. Sakamoto, arXiv:1509.03738 [hep-th], to appear in Astro. Space Sci.

**ON NLO CONTRIBUTION TO QUARK MASS IN PION SECTOR  
AND SOME OTHER PROPERTIES OF REGULARIZATION  
PROCEDURE IN NJL MODEL**

**R.G. Jafarov**

*IPP BSU*

[rauf\\_jafarov@hotmail.com](mailto:rauf_jafarov@hotmail.com)

As well known Namby–Jona-Lasinio (NJL) model [1] with the quark content [2] is one of the most successful effective models of quantum chromodynamics of light hadrons in the non-perturbative region (see, for example, reviews [3] and [4] and references therein). Since the foundation of the NJL model is a non-renormalizable interaction, the quite essential point of the model is a regularization. It already advances in the literature an opinion, that the NJL model for different regularization can lead to different physical results. But as concerning to most common regularizations (such, for example, the 4-dimensional cutoff in comparison with the Fock–Schwinger “proper-time” regularization or the Pauli–Villars regularization) this statement is not mean some principal distinctions of main effects in the leading approximation of the model. In

the next-to-leading order, which includes the meson contributions in chiral condensate and corrections to the quark propagator, these distinctions become apparent more clearly (see, for example, [5] - [7]), but do not change essentially the physical content of the model in the case too. Nevertheless, a regularization of the NJL model exists in which the physical effects differ from the effects of the classical variant of the model with 4-dimensional cutoff as early as on the level of two-particle amplitudes. It is a dimensional regularization considered as a variant of the analytical regularization. Note, the traditional treatment of the dimensional regularization as a transition to D-dimensional space strikes in the application to the NJL model the essential obstacle: the regularization parameter, i.e. a deviation in physical dimension of space, is included in formulae for physical quantities. This circumstance makes an interpretation of results to be very awkward. In the alternative treatment of dimensional regularization as a variant of analytical regularization all calculations are made in four-dimensional Euclidean space, and the regularization parameter is treated as a power of a weight function, which regularizes divergent integrals<sup>1</sup>. Such treatment of dimensional regularization was consistently developed for the NJL model in mean-field approximation by Krewald and Nakayama [8]. In work [9] in the framework of this regularization the meson contributions in chiral condensate were calculated. It should be stressed that in such treatment of dimensional regularization the regularization parameter is not a deviation in the physical dimension of space.

### **Conclusion**

The results of present work demonstrate that the NJL model with dimensionally-analytical regularization essentially differs from the NJL model with 4-dimensional cutoff at least in two aspects. Firstly, there is the different behavior of scalar amplitude in threshold region. For the 4-dimensional cutoff it is possible to separate near the threshold a pole term, which is usually associated with a scalar particle –sigma-meson (note, however, that reasoning doubts in such interpretation have been stated as early as in founder's work [1]).

$c$ (MeV)	$m$ (MeV)	$\xi$	$\kappa = 3gm^2/2\pi^2$
-210	357	0.333	0.373
-220	356	0.289	0.322
-230	354	0.252	0.277
-240	353	0.221	0.242
-250	352	0.195	0.212

Table 1. The model parameters in leading order (dimensionally-analytical regularization): chiral condensate  $c$ , quark mass  $m$ , regularization parameter  $\xi$  and dimensionless coupling  $\kappa$ .

For the dimensionally-analytical regularization the singularity of scalar amplitude is not of pole type at physical values of regularization parameter.

$c$ (MeV)	$m$ (MeV)	$\Lambda$ (MeV)	$\kappa_\Lambda = 3g\Lambda^2/2\pi^2$
-210	423	733	1.86
-220	323	791	1.448
-230	276	873	1.315
-240	253	947	1.240
-250	236	1029	1.187

Table 2. The model parameters in leading order (4-dimensional cutoff): chiral condensate  $c$ , quark mass  $m$ , regularization parameter  $\Lambda$  and dimensionless coupling  $\kappa_\Lambda$ .

This fact, even if does not exclude entirely, makes its interpretation as a physical particle to be awkward. But much more principal thing is the different behavior of these models with respect to quantum fluctuations caused by meson contributions in chiral condensate.

$c$ (MeV)	$m_r$ (MeV)	$\xi$	$\kappa = 3gm^2/2\pi^2$
-210	339	0.432	0.486
-220	336	0.385	0.434
-230	333	0.346	0.387
-240	330	0.312	0.334
-250	328	0.284	0.316

Table 3. Model parameters with first-order corrections (dimensionally-analytical regularization): chiral condensate  $c$ , quark mass  $m_r$ , regularization parameter  $\xi$  and dimensionless coupling  $\kappa$ .

As it follows from results, the NJL model with dimensionally-analytical regularization is stable with respect to these fluctuations, whereas for the NJL model with 4-dimensional cutoff the meson contributions can lead to destabilization.

$c$ (MeV)	$m_r$ (MeV)	$\Lambda$ (MeV)	$\kappa_\Lambda = 3g\Lambda^2/2\pi^2$
-240	310	785	1.501
-250	283	819	1.408

Table 4. Model parameters with first-order corrections (4-dimensional cutoff): chiral condensate  $c$ , quark mass  $m_r$ , regularization parameter  $\Lambda$  and dimensionless coupling  $\kappa_\Lambda$ .

Surely, a number of physical applications of the NJL model are connected exclusively with the leading order of mean-field expansion (mean-field approximation), for which the possibility of such destabilization can be simply ignored. On the other hand, some physical applications of the NJL model exist, that connected with multi-quark functions (such as pion-pion scattering, baryons etc.). For these applications the neglecting by the meson contributions in quark propagator is certainly noncorrect from the point of view of the mean-field expansion, and, consequently, the stability of basic model parameters with respect to these contributions becomes a determinative significance.

The calculations of meson contributions in the quark chiral condensate and in the dynamical quark mass demonstrate, that these contributions though their relatively smallness can

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

destabilize the Nambu–Jona-Lasinio model with 4-dimensional cutoff. On the contrary, the Nambu–Jona-Lasinio model with dimensionally-analytical regularization is stabilized with the next-to-leading order, i.e. the value of the regularization parameter shifts to the stability region, where these contributions decrease[10].

**REFERENCES**

1. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio: Phys.Rev. 122 (1961) 345;
2. T. Eguchi and H. Sugawara: Phys.Rev. D 10 (1974) 4257; K. Kikkawa: Prog. Theor. Phys. 56 (1976) 947; H. Kleinert: in "Understanding the Fundamental Constituents of Matter", ed. A. Zichichi, Plenum Press, N.Y., 1978, p.289; D. Ebert and M.K. Volkov: Z.Phys. C 16 (1983) 305
3. S.P. Klevansky: Rev.Mod.Phys. 64 (1992) 649
4. T. Hatsuda and T. Kunihiro: Phys Reports 247 (1994) 221
5. T. Inagaki, T. Muta, S.D. Odintsov Prog.Theor.Phys.Suppl. 127 (1997) 93
6. T. Fujihara, T. Inagaki, D. Kimura, A. Kvinikhidze: Prog.Theor.Phys.Suppl. 174 (2008) 72-75; T. Fujihara, D. Kimura, T. Inagaki (Hiroshima U.), A. Kvinikhidze: Phys.Rev. D79 (2009) 096008; T. Inagaki D. Kimura), H. Kohyama, A. Kvinikhidze: Phys.Rev. D83 (2011) 034005; T. Inagaki, D. Kimura, H. Kohyama, A. Kvinikhidze: Phys.Rev. D85 (2012) 076002; T. Inagaki, D. Kimura, H. Kohyama), A. Kvinikhidze Phys.Rev. D86 (2012) 116013; T. Inagaki,D. Kimura, H. Kohyama, A. Kvinikhidze: Int.J.Mod.Phys. A28 (2013) 1350164; T. Inagaki, D. Kimura, H. Kohyama: Int.J.Mod.Phys. A29 (2014) 1450048; T. Inagaki: TSPU Bulletin 2012 (2012) 13, 66-69
7. M. Oertel, M. Buballa and J. Wambach: Nucl.Phys. A676 (2000) 247
8. S. Krewald and K. Nakayama: Annals of Phys. 216 (1992) 201
9. R.G. Jafarov and V.E. Rochev : Centr.Eur.J.of Phys. 2 (2004) 367 (hep-ph/0311339) 13; R.G. Jafarov and V.E. Rochev : Russian Physics Journal: 49 (2006) 364-378; R.G. Jafarov: Russian Physics Journal: 49 (2006) 712-719
10. A.B. Arbuzov, A.N. Tavkhelidze, A.N. Faustov: Doklady AN USSR, 139, (1961) 69.

**QFT APPROACH WHICH SAVES PROBABILITY INTERPRETATION  
OF THE WAVE FUNCTION**

**Alexander Kvinikhidze**

*Razmadze Mathematical Institute, Tbilisi State University,  
Department of Theoretical Physics, Tbilisi, Georgia*

"The wave function is the most fundamental concept of quantum mechanics. According to the standard interpretation of the wave function today the square of its absolute value represents the probability density for particles to be measured in certain locations."

However none of existing "quantum mechanical" approaches developed within quantum field theory (incorporating quantum mechanics) confirms such interpretation. Indeed all of them offer expressions for the charge density of a few body system which is altered by interaction between them in spite of that the probability interpretation would require the charge density of a few-body system to be only the sum of single particle charge densities.

Here the quantum field theoretical approach is presented for the description of strongly interacting particles where the expression for the charge density is consistent with the probability interpretation of the particles' wave function. A key bases of this achievement is the fundamental property of gauge invariance which is kept manifest up to the last step of our derivation.

Apart from the obvious conceptual importance of this result it is extremely useful for practical applications. For example it significantly simplifies high accuracy first principle calculations of electromagnetic properties of few nucleon systems which are extensively studied in the proposed by S. Weinberg chiral effective field theory

**SCHWINGER-DYSON EQUATIONS**

**V. E. Rochev**

*Institute for High Energy Physics, National Research Center Kurchatov  
Institute, Protvino, Moscow oblast, 142281 Russia*

[Vladimir.Rochev@ihep.ru](mailto:Vladimir.Rochev@ihep.ru)

*A system of Schwinger–Dyson equations for the model of scalar-field interaction is studied in a deep Euclidean region. It is shown that there exists a critical coupling constant that separates the weak-coupling region characterized by the asymptotically free behavior and the strong-coupling region, where the asymptotic behavior of field propagators becomes ultralocal.*

**DOI:** [10.1134/S1063778815020258](https://doi.org/10.1134/S1063778815020258)

We will consider a system of Schwinger–Dyson equations for the model involving a complex scalar field (phion) and a real scalar field (chion) and take the Lagrangian for this model in the four-dimensional Euclidean space in the form

$$L = -\partial_w w^* \partial_w w - m_0^2 w^* w - \frac{1}{2} (\partial_w t)^2 - \frac{\tilde{t}^2}{2} + g w^* w t, \quad (1)$$

where  $g$  is the coupling constant that have dimensions of mass. This model, also known as the scalar Yukawa model, is used in nuclear physics as a simplified version of the Yukawa model without spin degrees of freedom and as the effective model of scalar quark interaction. Despite its well-known imperfection associated with the presence of instability (more precisely, metastability - see [1]) in it, this model, which is the simplest field-interaction model, is frequently used as a prototype of more sophisticated theories for studying the properties of various nonperturbative methods of quantum field theory and for comparing them.

It is well known that the generating functional for Green's functions (vacuum expectation values of time-ordered products of fields)  $G$  can be represented as a functional integral that depends parametrically on some functions called sources. Such sources are usually chosen in the form of functions of one variable  $x \in E_4$ . We will refer to such sources as simple ones. It is also possible to choose sources in the form of functions of several variables. The derivatives of the generating functional with respect to such higher sources correspond to vacuum expectation values of several fields (their number is equal to the number of source variables). For example, a source  $y$  that depends on two variables can be introduced for the model specified by the Lagrangian in Eq. (1). The derivative with respect to this source is the vacuum expectation value of the phion and antiphion, that is, the propagator

$$\langle w(x)w^*(y) \rangle = -\frac{uG}{uy(y,x)}, \quad (2)$$

where the angular brackets mean the vacuum expectation value of a time-ordered product. Such a source is referred to as a bilocal source. For a long time, higher sources has been used both in statistical mechanics [2] and in quantum field theory [3] to study so-called higher Legendre transformations (a more correct term would be Legendre transformations with respect to higher sources). It is also convenient to use such sources in constructing nonperturbative expansions (of the  $1/N$ -expansion type) and in studying many-body equations. In the present study, use is made of the bilocal source as a convenient tool for studying phion–antiphion functions for the model specified by Eq. (1). After Gaussian functional integration with respect to the field  $w$ , the functional-differential Schwinger–Dyson equation for the generating functional  $Z[y] = \ln G[y]$  can be represented in the following form by using the property of translation invariance of the functional-integration measure:

$$+ g^2 \int dx_1 D_c(x-x_1) \left[ \frac{u^2 Z}{uy(x_1, x_1)uy(y, x)} + \frac{uZ}{uy(x_1, x_1)} \frac{uZ}{uy(y, x)} \right] + (m_0^2 - \partial_x^2) \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, x)} \\ + \int dy_1 y(x, y_1) \frac{uZ^*}{uy(y, y_1)} + u(x-y) = 0. \quad (3)$$

Here, we have used the notation  $D_c \hat{=} (\mu^2 - k^2)^{-1}$ . The successive differentiation of this equation yields an infinite system of Schwinger–Dyson equations for phion–antiphion functions. In order to calculate chion functions, it is necessary to introduce a simple chion source.

The mean-field approximation is the simplest exactly solvable nonperturbative approximation for this equation. The mean-field approximation and the expansion based on it are extensively used in statistical mechanics. This expansion does not involve a small parameter

{Even though there is a small parameter in lattice field theory - in this version, the mean-field expansion is a  $1/d$  expansion, where  $d$  is the dimensionality of space (see, for example, [4])}.

The mean-field expansion for the generating functional in the model specified by Eq. (1) is based on the leading-order approximation

$$\begin{aligned}
 & + g^2 \int dx_1 D_c(x - x_1) \frac{uZ^{(0)}}{uy(x_1, x_1)} \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, x)} + (m_0^2 - \partial_x^2) \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, x)} \\
 & + \int dy_1 y(x, y_1) \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, y_1)} + u(x - y) = 0. \tag{4}
 \end{aligned}$$

Once the source has been switched off, the phonon-field propagator in the leading order is obtained from Eq. (4):  $\Delta_0 = (m^2 - \partial^2)^{-1}$ . Here,  $m^2 = m_0^2 - \frac{g^2}{2} \Delta(x=0)$  is the renormalized phonon mass. Differentiation of Eq. (4) with respect to the source yields an equation for the two-particle function. In terms of diagrams, the calculation of the two-particle function amounts to summing chains; therefore, we refer to this version of the mean-field expansion as the chain expansion.

The calculation of the remaining multiparticle functions is also straightforward (see [5]). A feature peculiar to multiparticle functions in the leading-order approximation is their incomplete structure from the point of view of crossing symmetry. This seeming mismatch is characteristic of many nonperturbative approximations. It is inherent, for example, in the Bethe-Salpeter equation in the ladder approximation. In order to restore crossing symmetry lost in the leading-order approximation, it is necessary to consider the next-to-leading-order (NLO) approximation. Calculations in the NLO approximation show that crossing symmetry lost for the two-particle system in the leading-order approximation is restored. This restoration of crossing symmetry is typical of nonperturbative expansions in the bilocal-source formalism (in [6], one can find similar examples for other models).

The expressions for the propagators and multiparticle functions in the mean-field approximation involve divergent quantities and call for a renormalization. The renormalization procedure performed according to standard recipes shows that the asymptotic behavior of the two-particle amplitude and the chion propagator, which is related to it, in the deep Euclidean region is self-consistent in the approximation being considered only in the weak-coupling region:  $g^2 < g_c^2$ . For  $g^2 \geq g_c^2$ , the asymptotic expression for the inverse propagator becomes negative, which means that the chion propagator develops a Landau singularity in the Euclidean region. This in turn means the breakdown of basic physics principles. The existence of a critical coupling constant in the scalar Yukawa model was noticed by almost all of the authors who studied this model by various methods (see, for example, [7] and references therein). According to the opinion of some of the authors, it is obvious that the presence of such a critical constant reflects the metastability of the model. The point of view advocated in the present article is that the presence of a singularity of this type means, first of all, the inapplicability of the method in question to calculations in the strong-coupling region and entails the need for constructing more adequate nonperturbative approximations.

The two-particle approximation is one of such approximations. For the model specified by Eq. (1), it was considered in [5]. The two-particle approximation is the set of equations that consists of Eq. (3) at  $=0$  and the equation obtained by differentiating Eq. (3) in which the term

involving a three-body function is discarded. This set of equations can be reduced to a set of two nonlinear integral equations for the phonon and chion propagators. An investigation of this set of integral equations reveals that the asymptotic behavior of the propagators in the deep-Euclidean region changes at some value of the coupling constant. At small values of the coupling constant, the propagators behave as free ones in agreement with the commonly accepted opinion that perturbation theory is dominant for this superrenormalizable theory. In the strong-coupling region, however, the asymptotic behavior changes quite drastically- both propagators in the deep Euclidean region tend to some constant limits, and this corresponds to the ultralocal limit [8]. At the critical point, the propagators behave asymptotically as  $1/\sqrt{p^2}$  - that is, their behavior is intermediate between that in the case of weak coupling and that in the case of strong coupling.

Thus, one can see that, in the two-particle approximation, a self-consistent solution for propagators exists for the strong-coupling region as well-that is, the existence of a critical coupling-constant value rather looks as a phase transition in accordance with the general definition of a phase transition as a sharp change in the properties of a model in response to a smooth variation of its parameters.

In the present study, the existence of such a phase transition is confirmed by the calculation of the asymptotic behavior of the phonon propagator in the ladder approximation, which is one of the versions of the mean-field expansion and which is an alternative to the chain expansion considered above. In order to construct the expansion in question, we note that, in deriving the functional-differential equation (3), the quartic term, which belongs to the  $\langle w(x)w(x')w^*(y)w^*(y') \rangle$  type and which corresponds to the interaction after Gaussian integration with respect to chion fields, admits representations of two types, in the form of derivatives of the generating functional with respect to the source  $,$

$$\langle w(x)w(x')w^*(y)w^*(y') \rangle \Rightarrow u^2 / uy(y', x')uy(y, x), \quad (5)$$

or in the form

$$\langle w(x)w(x')w^*(y)w^*(y') \rangle \Rightarrow u^2 / uy(y', x)uy(y, x'). \quad (6)$$

Equation (3) corresponds to the version in (5), and the following equation corresponds to the version in (6):

$$\begin{aligned} g^2 \int dx_1 D_c(x - x_1) & \left[ \frac{u^2 Z}{uy(x_1, x)uy(y, x_1)} + \frac{uZ}{uy(x_1, x)} \frac{uZ}{uy(y, x_1)} \right] + \\ & + (m_0^2 - \partial_x^2) \frac{uZ}{uy(y, x)} + \int dy_1 y(x, y_1) \frac{uZ}{uy(y, y_1)} + u(x - y) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

These two versions are fully equivalent from the point of view of constructing a perturbation-theory series in the coupling constant or from the point of view some imaginable exact solutions of the model being considered. However, they lead to different versions of nonperturbative expansions belonging to the type of the mean-field expansion. Of course, this is due to the aforementioned incomplete crossing structure of multiparticle functions in such expansions.

For Eq. (7), the leading approximation of the mean-field expansion has the form

$$g^2 \int dx_1 D_c(x - x_1) \frac{uZ^{(0)}}{uy(x_1, x)} \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, x_1)} + (m_0^2 - \partial_x^2) \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, x)} + \\ + (m_0^2 - \partial_x^2) \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, x)} + \int dy_1 y(x, y_1) \frac{uZ^{(0)}}{uy(y, y_1)} + u(x - y) = 0. \quad (8)$$

In contrast to what we obtain from the chain expansion, in which the phion propagator is a free propagator (apart from a trivial mass renormalization) in the leading-order approximation, a nontrivial nonlinear integral equation for the propagator arises from Eq. (8) upon switching off the source. Differentiation of Eq. (8) yields an equation for the twoparticle function; in terms of diagrams, the latter corresponds to the Bethe–Salpeter equation in the ladder approximation (the only difference is that the phion propagator is a solution of the aforementioned nonlinear integral equation). In view of this, the expansion in question is referred to here as a ladder expansion. The renormalized leading-order equation for the phion propagator in momentum space has the form

$$\Delta^{-1}(p^2) = m^2 + p^2 + \sum_r(p^2), \quad (9)$$

where

$$\sum_r(p^2) = -\sum(0) - p^2 \sum'(0), \quad (10)$$

$$\sum(p^2) = -g^2 \int \frac{d^4 q}{(2f)^4} D_c(p - q) \Delta(q^2).$$

Here,  $\Delta$  and  $m$  are, respectively, the renormalized propagator and the phion mass.

In studying the asymptotic behavior of the solution of Eq. (9) in the deep Euclidean region, relevant calculations can be simplified substantially by using the approximation in which  $D_c$  is replaced by its asymptotic expression for  $p^2 \rightarrow \infty$  - that is, by the massless propagator  $1/p^2$ . This massless-integration approximation is quite a conventional tool in studying the deep-Euclidean region. In this approximation, Eq. (9) reduces, after integration with respect to angular variables, to a one-dimensional Volterra equation, which, in turn, reduces readily to an ordinary nonlinear differential equation. In terms of the dimensionless variables

$$t = \frac{p^2}{m^2}, \quad y = \frac{1}{m^2} \Delta^{-1}, \quad \} = \frac{g^2}{32f^2 m^2}, \quad (11)$$

this equation assumes the form

$$(ty)'' = 2(1 - \}) + \frac{2\}}{y}, \quad (12)$$

the respective boundary conditions being  $y(0)=1$  and  $y'(0)=1$ . This equation coincides with Eq. (57) in [5], where the present author derived it in studying the two-particle approximation. The results obtained in [5] by asymptotically solving this equation therefore apply directly to Eq. (12).

In the weak-coupling region of  $\lambda < 1$ , we have  $y = (1 - \lambda)t$  for  $t > 0$  and  $\Delta \sim 1/p^2$ . In the strong-coupling region of  $\lambda > 1$ , we have  $y = \frac{\sqrt{8t}}{3} + 0$  (1) and  $\Delta \sim 1/\sqrt{p^2}$ . At the critical point of  $\lambda = 1$ , we arrive at  $y = \sqrt{\frac{8t}{3}} + 0$  (1) and  $\Delta \sim 1/\sqrt{p^2}$ .

Thus, the changeover of the asymptotic regime in the scalar Yukawa model in the two-particle approximation used in [5] also occurs within the ladder expansion considered here. Equation for the phion propagator has self-consistent solutions in the Euclidean region not only in the weak-coupling region, where the dominance of perturbation theory is obvious, but also in the strong-coupling region. In the strong-coupling region, the field propagators tend to constants, and this corresponds to the ultralocal approximation [8]. This approximation, in which the model being considered is exactly solvable, is based on discarding the kinetic terms in the Lagrangian. As a result, all of the Green's functions become combinations of delta functions in coordinate space – that is, constants in momentum space. It would be difficult to interpret this approximation physically, but one can consider it as the leading-order approximation for a strong-coupling expansion. The solutions obtained in the present study within two different approximations of the set of Schwinger–Dyson equations for propagators in the strong-coupling region at high Euclidean momenta tend to constants; that is, they asymptotically correspond to the ultralocal approximation and the strong-coupling expansion based on it. It is noteworthy that these solutions (in contrast to the ultralocal approximation itself) are free from the interpretation problem, since, in the region of low momenta, they exhibit a traditional pole behavior.

#### REFERENCES

1. C. Savkli, F. Gross, and J. Tjon, Phys. At. Nucl. 68, 842 (2005).
2. C. de Dominicis, J. Math. Phys. 3, 983 (1962).
3. H. D. Dahmen and G. Jona-Lasinio, Nuovo Cimento A 52, 807 (1967).
4. J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena* (Clarendon Press, Oxford, 1993).
5. V. E. Rochev, J. Phys. A 46, 185401 (2013).
6. V. E. Rochev, J. Phys. A 33, 7379 (2000).
7. R. Rosenfelder and A.W. Schreiber, Eur. Phys. J. C 25, 139 (2002).
8. R. J. Rivers, *Path Integral Methods in Quantum Field Theory* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987).

## **COULD QUARK GLUON PLASMA BE A SOURCE OF SUPER HIGH ENERGY COSMIC RAYS?**

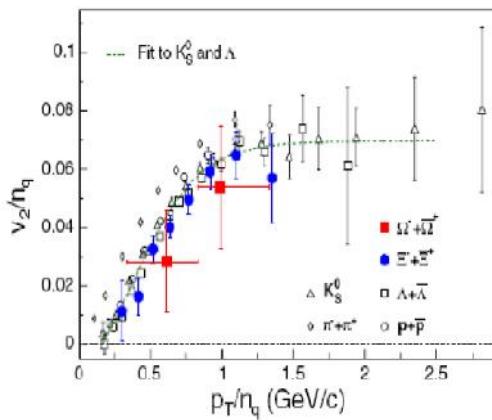
**Mais Suleymanov**

*Department of physics COMSATS Institute of Information Technology Islamabad  
mais\_suleymanov@comsats.edu.pk*

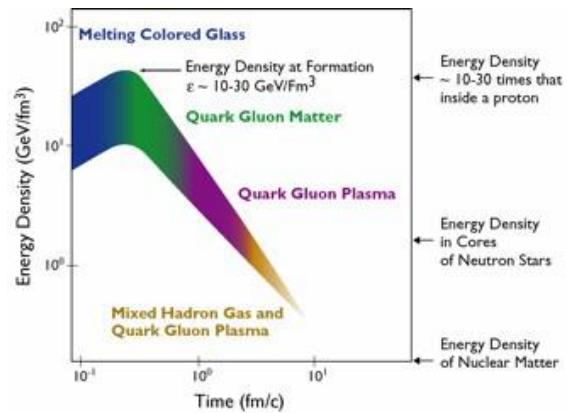
Cosmic rays can provide us an important information on appearance and evolution of the Universe. Since super high energy particle beams (greater than  $10^{17-18}$  eV) are not available in ground-based laboratories, super high energy cosmic rays are the only resource to study interactions of the particles in this energy domain. The source of super high energy cosmic rays are still unknown [1], moreover, we don't even know whether their origin is galactic or extragalactic. The flux of cosmic rays with energy up to  $\sim 10^{10}$  eV is mainly attributed to solar cosmic rays, intermediate energies (up to  $\sim 10^{15}$  eV) to galactic cosmic rays, and highest energies (greater than  $10^{15}$  eV) to extragalactic cosmic rays. The electromagnetic fields generated by some massive stars are considered as plausible sources for the super high energy cosmic rays [2], however, some theoretical predictions show that these fields could be too weak to accelerate particles to energies of order  $10^{15}$  eV.

The talk focuses on one of the possible sources of the super high energy cosmic particles and proposes the Quark Gluon Plasma (QGP) is formed in the centre of some super massive stars as a possible source of the super high energy hadrons - super high energy cosmic rays.

Azimuthal anisotropy observed experimentally at *RHIC* and *LHC* shows a collective behavior, which is likely to be formed at an early, parton, stage of the space-time evolution of the produced hot and dense matter [3]. The anisotropy indicates that matter under extreme conditions behaves as a nearly ideal liquid rather than an ideal gas of quarks and gluons. Scaling behavior of  $v_2 v_{SP}$  [4] gives a possibility to assume that the collective behavior of the partons defines the dynamics of the expansion in the longitudinal plane namely (see Fig.1, Number of quark ( $n_q$ ) scaled  $v_2$  as a function of scaled  $p_T$ . All data are from 200 GeV Au+Au minimum bias collisions. The dot-dashed-line is the scaled result of the fit to  $K_0^S$  and  $\Lambda$ .)



**Fig. 1**



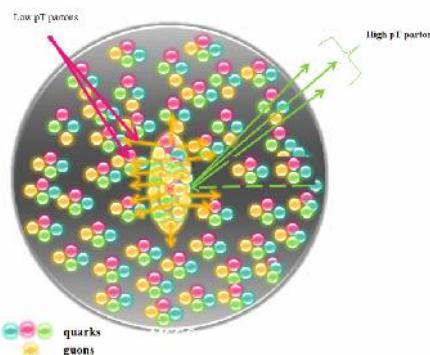
**Fig. 2**

The first measurement of elliptic flow of charged particles in *Pb-Pb* collisions at the center of mass energy per nucleon pair  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ A GeV}$  [5], with the *ALICE* detector, demonstrated

that the  $v_2(p_t)$  does not change within uncertainties from the  $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$  to  $2.76 \text{ TeV}$ . *ALICE LHC* data demonstrated that values of the  $v_2$  increase with energy.

We support that above mentioned parton collective behavior could lead to formation of coherent parton system like “Mini” Color Glass Condensate (M CGC). It means parton collective behavior and interactions in hot and dense matter, in the QGP could lead to increase locally the density of the matter due to for example parton percolation (decreasing the volume) [6] and fast growth of the number of gluons (increasing the energy) and something like M CGC could be formed [7] (Fig.2)

Fig.3



**Fig.3.** Shows schematically the coherent prompt parton production by collected parton system. As a result of coherent interaction with collected partons(s) within the M CGC could be emitted the partons with limited high-transfer energy and hadronized. The energy of the hadrons would depend on the parameters of the system and limited by the total energy of the mini M CGC only –could be obtained from the parton Coherent Tube Model (CTM) [8].

It is widely discussed that the dense and/or hot quark matter– QGP can be formed in the center of some massive stars, for example as a result of supernova explosion, and could lead to the neutron stars formation [9] and formation of the Quark Stars [10]. The M CGC might form in the centre of the stars and be a source of super high energy hadrons -super high energy cosmic rays.

#### REFERENCES

1. V.L. Ginzburg "The origin of cosmic rays (Forty years later)" Phys. Usp. 36 (7) 587591 (1993)
2. K.V. Ptitsina, S.V. Troitsky. Phys. Usp. 187 (7) 587–591 (2010)
3. V. A. Okorokov. Physics of Atomic Nuclei, 2009, Vol. 72, No. 1, pp. 147–160.; J.Adam et al., Phys.Rev.Lett. 95, 122301 (2005); A. Adare et al., Phys. Rev. Lett. 98, 162301 (2007).
4. J.Adam et al., Phys. Rev. Lett. 95, 122301 (2005); A. Adare et al., Phys. Rev. Lett. 98, 162301 (2007)
5. K. Aamodt et al. arXiv:1011.3914v1 [nucl-ex] 17 Nov 2010
6. H. Satz, arXiv:hep-ph/0212046; J. Brzyczyk, arXiv:nucl-th/0407008; C. Pajares, Eur. Phys. J. C43, 9 (2005) arXiv:hep-ph/0501125
7. Larry McLerran. arXiv:0812.4989v1, hep-ph 2008

**BDU-nun Fizika Problemləri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

8. Y. Afek, G. Berlad, G. Eilam and A. Darf. Phys. Rev. Lett. **37** 947 (1976); Y. Afek et al. Techkibon Hifa preprint TECHNION-PH-7722, 1978; Afek Y, Berlad G, Eilam G and Dar A 1976 Technion Report No. PH-76-12; Afek Y, in Proceedings of the Multiparticle production Topical Meeting ICTP, Trieste, Italy, 1976, edited by G. Bellini (International Centre For Theoretical Physics, Trieste, 1976) p.591; Takagi Fujio, Lett. NuovoCimento, 14,(1975)559; Prog. Theor. Phys., 57(1977) 939; Berlad G, Dar A and Eilam G, Phys. Rev.D , 13(1976) 161; Ta-Chung Meng, Phys.Rev. D, 15 (1977) 197.
9. A.G. Lyne and F.G. Smith. *Pulsar Astronomy*. Cambridge University Press, 1990.
10. N. Itoh, Prog. Theor. Phys. 44, 291 (**1970**); E. Witten. Phys. Rev. D **30**, 272 (1984).

**SUPER SYMMETRY AND CONSERVATION OF PHASE VECTOR-POTENTIAL  
CIRCULATION ON THE BASIS OF FIELD TRANSISTORS WITH  
CIRCULATION RING GEOMETRY (THROUGHOUT HISTORY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY)**

**P. Asatiani**

**Georgian Technical University**

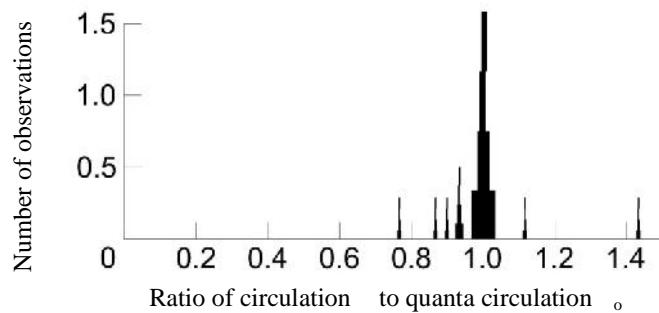
[pavleasatiani@mail.ru](mailto:pavleasatiani@mail.ru)

Discovery of superconductivity and helium superfluidity in experiments of Camerling-Onnes and Kapitza awarded with Nobel prizes have led to the formation of macroscopic quantum physics of condensed matter and postulation of macroscopic wave function of Bose-Einstein condensate of ideal gas in the works of F. London, R. Feynman, Bardeen-Cooper-Schrieffer leading to quantized vortices based on the below-mentioned circulation:

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_0 \exp[i\phi(\vec{r})]$$

where  $\Psi_0$  is amplitude of wave function,  $\vec{r}$  – vector  $\vec{r}$ ,  $\phi$  – phase of wave function's real part of the radius-vector.

Due to these works appearance in quantum metrology fundamental constant as above-mentioned circulation is established experimentally by W. Vinen and B. Josephson. In such a way the indicated relict factor of helium in the Universe formation from the very beginning, is of great historical and practical interests [[1], Asatiani (1977)].



**Fig. 1.** Discovery of Circulation in Vinen's experiment

**BDU-nun Fizika Problemleri nstitutunun yaradılmasının 10 illiyinə həsr olunmuş  
Beynəlxalq konfrans**

---

The fundamental condition of the circulation quantification has been obtained as follows:

$$\int_L 2m\vec{v}_s dl + \int_L 2e\vec{A} dl = nh \quad (1)$$

where L is contour of the circulation,  $\vec{v}_s$  - velocity of superfluid motion, m - mass of helium atom, e - charge of electron, A - Maxwell vector-potential; h - Planck's constant, n - order of quantification.

Generalization of experimental equations of quantum hydrodynamics of superfluids and Cauchy circulation integrals in (1) expression has led us to indivisible two-dimensional phenomenon of motion - the circulation of phase angular wave vector - real part of wave function (further the circulation) of the condensate using Feynman theory

$$\Gamma = \int \nabla \{\cdot(l)\} dl \quad (2)$$

where  $\nabla \{\cdot\}$  is the boundless phase velocity of superfluidity limited due to our feelings organs possibilities boundaries only (see below neuron in Fig. 4 with inbedded circulation);  $dl$  - differential of coherence (correlation) length in the space of generalized coordinates ( $\{\cdot, l\}$ ).

Defining motion as the Bohr complementarity of oppositions - the change and coherence (correlation) we have come to the universal kind of motion as the indivisible change of phase and its coherence giving circulation of matter, and to the Planck's constant as the derivative of more fundamental value of circulation than the "elementary" action quanta following the relation (1).

As is known Einstein has built his theory of relativity on the basis of the space curvature tensor using the Maxwell electrodynamics of continuous media. As a result we have come to conclusion that the space curvature itself is the derivative of the universal circulation. As a result the charge and mass are the derivatives of the same space-time curvature tensor revealing the same nature and carrying only the function of bond coefficients between Planck's constant - action quanta and circulation in (1) expression. Circulation generates the united space-time. Space and time are indivisible as derivatives of the same nature circulation in our model.

Being engaged in history of science and technology our analysis of the whole history of science shows the universal character of circulation, which is in the basics of all fundamental physical experiments and observations [1] beginning with the very first lines of the Old Testament of the Universe Creation "... and the God Soul carrying on the waters..."; with the circulation on the hydrodynamic orbits closed on the God Soul. Circulation itself in the classical definition is a vector of a point moving on the orbits (see Fig. 4, D).

As a result of the above-mentioned experimental facts and postulates the boundary between quantum and classical physics defined with the Heisenberg principle of uncertainties is being cancelled and we have come to the classical physics on the new level of universal motion as the nonquantized classical circulation.

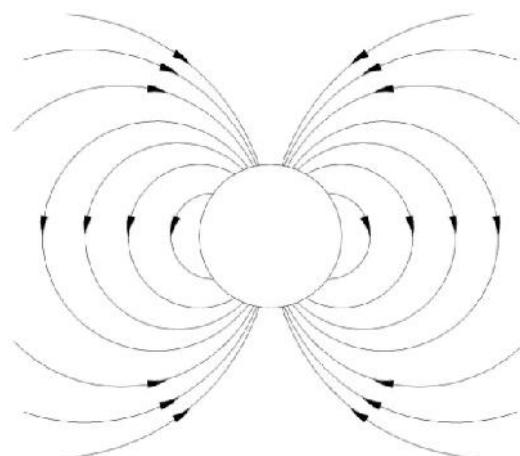
Following the informatiology (science of the information nature studying) approved with the special UNO Doctrine of Informatiological Development of the Mankind in the XXI century we have defined accordingly the information as a system of relations [1] lying in the basis of all kinds of correlations in Nature of the Creator. And information in the language of the circulation has got the fundamental definition throughout Bohr-Heisenberg complementarity of uncertainties as the united correlation of oppositions - phase wave vector change and its coherence in the circulation leading us to the two-dimensional Universe and lying in the basis of all kinds of interactions, being defined through phase shifts and their correlations. As soon as we try to fix

separately phase change or its coherence we come to uncertainty – fundamental sense of Heisenberg principle based on the Bohr's complementarity.

As a result of above-mentioned all matter particles from Cooper pairs, electron-hole pairs up to Higgs bosons can be represented as of the same nature coherent de Broglie wave packages of circulations throughout (positive and negative-oriented) Kepler-Bohr stationary orbits superpositions and revealed also in the Hudson's [1] two-dimensional function unity of maximal likelihood of mathematical expectation and dispersion of the random values of wave vectors (vector whose all directions are equiprobably coincided with travelling wave direction generating scalar Bose-Einstein condensate) generalized in the geometry spaces of vortexes from Democritus, Descartes, Newton up to neurons computing united on the same basis of the circulation in our model (see Fig. 4. A).

So instead of unsuccessful searching of **elementary particles** we have come to fundamental **"elementary" physical phenomenon as a circulation** forming our Universe.

Having repelled from Newton method of fluxes and Minkowsky geometry of numbers with his fundamental tangency of algebraic curves finely noted by D. Gilbert and Weyl in their introduction to "Space and Time" by Minkowsky astonishingly have coincided with Euler approach in his "Analysis of Infinitesimal" introduction. All these signs of the language including "zero" and "infinity" are constructed in our model as geometrical patterns of derivative of curves tangency (The Cross) in the circulation with opposite signs (following physics of Landau rottons defined by Landau as "a soul of disappeared vortex").

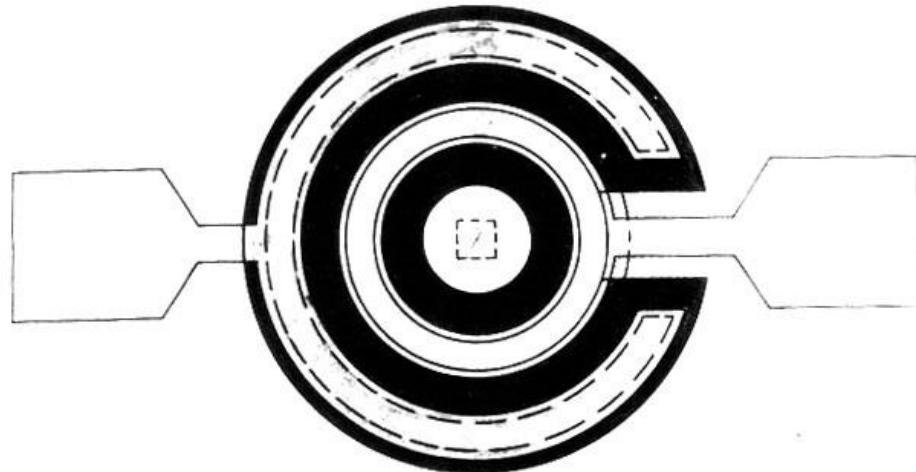


**Fig. 2.** Landau's Physical Model of Roton [[1], Asatiani (1977)]

On the basis of above-mentioned we have come to conclusion that all history of physics throughout quantized vortexes, circular motions or spins generating matter is based on the circulation of phase wave vector of wave function as a new language fundamentals generalized finally in the theories of superconductivity and superfluidity by Onsager-Feynman and Bardeen-Cooper – Schrieffer (experimentally approved accordingly in Vinen's and Josephson's experiments), awarded with Nobel Prizes.

Earlier we have constructed the computer machine as the field MOS (metal-oxide semiconductor) transistor with circulation ring geometry tested successfully on the cosmic apparatus revealing the negative transversal resistor of tunneling phase transition between normal

matter (visual) and unconscious superfluid and superconducting (spiritual) states according to the two-fluid model of superconductivity (superfluidity) of semiconductors [[1], Asatiani (1977)]].



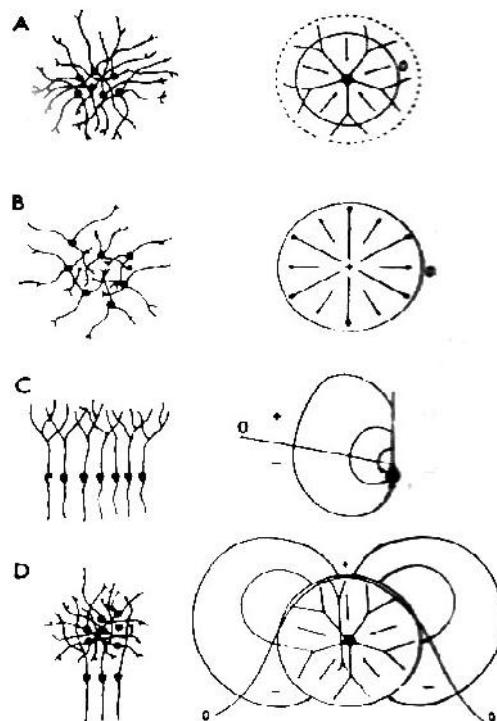
**Fig. 3. MOS Field Transistor with Circulation Ring Geometry**

This superfluid state experimentally correlated with 5-7% of the above-mentioned Bose-Einstein condensate (BEC) (BEC discoveries awarded with Nobel Prize), in our opinion is the limit state of experimentally interpreted part of the Universe (so-called “black matter”) due to the above-mentioned natural neurocomputing’s limited possibilities.

As a result we have come to the basics of universal mechanism of our geometrodynamics language on the wave vector circulation, put in the very nature of neuron (see Fig. 4 - model of neurons with superconducting axial and radial ion currents of the circulation) as the universal machine.

Using the circulation as fundamentals of universal language we have transferred the circulation in the machine language of information technology too. Following our above-mentioned MOS field transistors with circulation ring geometry last investigations in nanotechnology show for today the revealed opportunity for construction of the spin transport and Internet machine on the basis of circulation taking into account that the spin itself is the derivative of the circulation.

As a result of last investigations in nanotechnology for today the fundamental type of machines remains above-mentioned MOS field transistors with circulation ring geometry.



**Fig. 4.** Experimental Model of Neuron.

Examples of closed-open and open-closed fields for different types of neuron pools in the central nervous system (see Lopes da Silva and Ab van Rotterdam in [1])

So we have got for today the model of machine with universal computing language including neurocomputing, on the basis of circulation, which communicate two natures micro- and macrocosmos, its ideal (superfluid) and normal components in the two-fluid model of superfluids, uniting cognizable and incognizable parts of our Universe with the feedback.

Materials have been protected at Nobel Symposia Committee.

#### REFERENCES

1. P. Asatiani, V. Chavchanidze. Introduction to the Physical and Mathematical Modelling of Information System, Kybernetes. vol. 39, 1, pp. 140-142, 2010.