

## АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ\*

Н.С. Гаджиева<sup>1</sup>, А. А. Намазов<sup>1</sup>, И.М. Аскеров<sup>2</sup>, И.А. Магаррамов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан

<sup>2</sup>Ленкоранский Государственный Университет, Ленкоран, Азербайджан

e-mail: [nazile.m@mail.ru](mailto:nazile.m@mail.ru), [atif.namazov@gmail.com](mailto:atif.namazov@gmail.com)

**Резюме.** В работе рассматривается задача идентификации в дискретном случае для определения параметров динамических систем. Сначала с помощью методом квазилинеаризации линеаризуются нелинейные дискретные уравнения. Далее, используя статистические данные для начальных и конечных условий уравнений, составляется соответствующий квадратичный функционал и находится его градиент. Предлагается вычислительный алгоритм для решения рассмотренной задачи идентификации. Результаты иллюстрируются на примере нахождения коэффициента гидравлического сопротивления (КГС) течения в трубах. Показывается, что он отличается от реального КГС на  $10^{-4}$  порядок.

**Ключевые слова:** динамическая система, нелинейное дискретное уравнение, метод квазилинеаризации, градиент функционала, идентификация, статистические данные, КГС.

**AMS Subject Classification:** 49J15, 49J35.

### 1. Введение

Как известно, задачи идентификации играют важную роль в решении многих прикладных задач из физики, гидродинамики, добычи нефти [1, 4, 12] и др. Существуют различные способы для решения таких задач, одним из которых является применение методов оптимизации [5, 10]. В этом процессе важную роль играет удачный выбор соответствующего оптимизируемого функционала. Так как во многих прикладных задачах движение в основном описываются нелинейными системами, то выбор такого функционала и дальнейшее решение соответствующих задач оптимизации является проблематичным [4]. Одним из способов преодоления этих трудностей является использование итерационного метода квазилинеаризации [6,11].

В настоящей работе рассматривается задача идентификации в дискретном случае для определения параметров, входящих в правую часть

---

\* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 8.11.2016

системы нелинейных дифференциальных уравнений при заданных начальных и конечных данных. Решение этой задачи сводится к решению задачи оптимизации, в которой минимизируемый функционал составляется как квадратичное отклонение решения системы в конце отрезка от заданных значений. С методом квазилинеаризации исходная система приводится к линейной системе относительно фазовых координат и вектора параметров. Составляется квадратичный функционал для полученной задачи и выводится выражение для его градиента. Вычисление фундаментальной матрицы в непрерывном случаях являются слаженной процедурой [1, 8, 10, 14], а в дискретном случае этот процесс является относительно реализуемым на ЭВМ. Приводится вычислительный алгоритм нахождения оптимума, позволяющий определить искомые параметры. Работа этого алгоритма демонстрируется на примере, который описывает течение жидкостей в трубах.

## 2. Постановка задачи

Пусть движение объекта описывается системой дискретных нелинейных уравнений:

$$y(i+1) = f(y(i), \alpha), \quad i = \overline{0, N-1} \quad (1)$$

$$y_j(0) = y_{0j}, \quad j = \overline{1, M} \quad (2)$$

где  $y$  -  $n$ -мерный фазовый вектор,  $f$  -  $n$ -мерная непрерывная дифференцируемая функция в интервале  $(0, T)$ ,  $\alpha$  -  $m$ -мерный постоянный вектор,  $M, N$  - заданные натуральные числа.

Задача состоит в определении такого вектора  $\alpha$ , при котором решения задачи Коши (1), (2) удовлетворяют заданным условиям

$$y_j(N) = y_{Nj}, \quad j = \overline{1, N}. \quad (3)$$

В таких случаях требуется найти вектор параметров  $\alpha$  из (1) так, чтобы и решение с заданными начальными данными (2) получало значения, максимально близкие к статистическим данным (3). Отметим, что такие задачи возникают также при добыче нефти, когда требуется определить КГС [1, 7, 14].

## 3. Метод решения

Существуют разные численные методы для решения задачи (1)-(3), например, метод квазилинеаризации [6, 11]. Поэтому для решения задачи (1) - (3) на первом этапе линеаризуем уравнение (1). Для этого выбирается некоторая номинальная траектория  $y^0(i)$  и параметр  $\alpha^0$  и предполагается, что  $(k-1)$ -я итерация уже выполнена. Линеаризуем уравнение (1) около этих данных до порядка  $(y - y_0, \alpha - \alpha_0)$

$$y^k(i+1) = f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) + \frac{\partial f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1})}{\partial y(i)} \cdot (y^k(i) - y^{k-1}(i)) + \frac{\partial f(y^{k-1}(i), \alpha^{i-1})}{\partial \alpha} \cdot (\alpha^k - \alpha^{k-1}) \quad (4)$$

После некоторых преобразований уравнения (4) можно привести к виду

$$y^k(i+1) = A^{k-1}(i) \cdot y^k(i) + B^{k-1}(i) \alpha^k + C^{k-1}(i), \quad (5)$$

где

$$A^{k-1}(i) = \frac{\partial f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1})}{\partial y(i)},$$

$$B^{k-1}(i) = \frac{\partial f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1})}{\partial \alpha},$$

$$C^{k-1}(i) = f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) - \frac{\partial f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1})}{\partial y(i)} y^{k-1}(i) - \frac{\partial f(y^{k-1}(i), \alpha^{k-1})}{\partial \alpha} \alpha^{k-1}.$$

Тогда  $y(N)$  из уравнения (5) можно определить в виде

$$y^k(N) = \Phi^{k-1}(i) y^k(0) + \Phi_1^{k-1}(i) \alpha^k + \Phi_2^{k-1}(i), \quad (6)$$

и

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi^{k-1}(i) &= \prod_{i=N-1}^0 A^{k-1}(i), \\ \Phi_1^{k-1}(i) &= \sum_{p=1}^{N-1} \left( \prod_{i=N-1}^p A^{k-1}(i) \right) \cdot B^{k-1}(p-1), \\ \Phi_2^{k-1}(i) &= \sum_{p=1}^{N-2} \left( \prod_{i=N-1}^{p+1} A^{k-1}(i) \right) \cdot C^{k-1}(p) + B(N-1) + C(N-1), i = \overline{0, N-1}. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

Далее, построим следующий квадратичный функционал при  $k$ -й итерации

$$I^k = \sum_{s=1}^n (y_s^k(N) - y_{NS}^k)^T \cdot A \cdot (y_s^k(N) - y_{NS}^k), \quad (8)$$

где символ  $T$  означает операцию транспонирования,  $A$  - постоянная весовая симметричная  $n \times n$  мерная матрица, которая выбирается в каждой итерации, учитывая специфику конкретно поставленной задачи,  $y_s^k(N)$  -  $n \times 1$  мерный вектор наблюдений, который определяется из (6),  $y_{NS}^k$  -  $n \times 1$  мерный вектор. Тогда решение поставленной задачи приводится к задаче: найти постоянный вектор  $\alpha$ , при котором решение уравнения (1) с начальными условиями (2) минимизирует функционал (8).

Далее, поставив (6) в (8) имеем:

$$J^k = \sum_{s=1}^n \left( \Phi_s^{k-1}(i) y_s^k(0) + \Phi_{1s}^{k-1}(i) \alpha^k + \Phi_{2s}^{k-1}(i) - y_{NS}^k \right)^T \times A \times \\ \times \left( \Phi_s^{k-1}(i) y_s^k(0) + \Phi_{1s}^{k-1}(i) \alpha^k + \Phi_{2s}^{k-1}(i) - y_{NS}^k \right). \quad (9)$$

Для градиента функционала  $J^k$  относительно параметра  $\alpha^k$  получим следующее выражение

$$\frac{\partial J^k}{\partial \alpha^k} = \sum_{s=1}^n \left( y_s^k T(0) \Phi_s^{k-1 T}(i) \cdot A \Phi_{1s}^{k-1}(i) + \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot A \cdot \Phi_s^{k-1} y_s^k(0) + \right. \\ \left. + \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot A \cdot \Phi_{2s}^{k-1}(i) - \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot y_{NS}^k T + \Phi_{2s}^{k-1 T}(i) \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) - \right. \\ \left. - y_{NS}^k T \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) + 2 \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot A \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot \alpha^k \right). \quad (10)$$

Теперь, приравняв к нулю выражение (10), имеем

$$\sum_{s=1}^n \left( 2 \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot A \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot \alpha^k \right) = - \sum_{s=1}^n \left( y_s^k T(0) \Phi_s^{k-1 T}(i) \cdot A \Phi_{1s}^{k-1}(i) + \right. \\ \left. + \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot A \cdot \Phi_s^{k-1} y_s^k(0) + \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot A \cdot \Phi_{2s}^{k-1}(i) - \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot y_{NS}^k T \right). \quad (11)$$

Решая уравнения (11) относительно  $\alpha^k$ , получим

$$\alpha^k = - \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \left[ \left( \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot A \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot \alpha^k \right)^{-1} \times y_s^k T(0) \Phi_s^{k-1 T}(i) \cdot A \Phi_{1s}^{k-1}(i) + \right. \\ \left. + \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot A \cdot \Phi_{2s}^{k-1}(i) - \Phi_{1s}^{k-1 T}(i) \cdot y_{NS}^k T + \Phi_{2s}^{k-1 T}(i) \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) - \right. \\ \left. - y_{NS}^k T \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) \right],$$

где предполагается, что  $\left( \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot A \cdot \Phi_{1s}^{k-1}(i) \cdot \alpha^k \right)^{-1}$  существует.

Таким образом, можно предложить следующий вычислительный алгоритм для решения задачи идентификации (1)-(3).

**Алгоритм.**

1. Ввод исходных данных и параметров из (5);
2. Выбор номинальных траекторий  $y^0(i)$  и параметра  $\alpha^0$
3. Вычисление  $A^{k-1}(i)$ ,  $B^{k-1}(i)$ ,  $C^{k-1}(i)$  из (5);
4. Из (6) вычисление фундаментальной матрицей  $\Phi^{k-1}(i)$  и матрицы  $\Phi_1^{k-1}(i)$ ,  $\Phi_2^{k-1}(i)$ ;
5. Формирование функционала  $J^k$  из (9) и нахождение решения уравнения (11).
6. Проверка условия

$$\left| \frac{\partial J^k}{\partial \alpha^k} \right| < \varepsilon, \quad (12)$$

где  $\varepsilon$  заданное достаточно малое число. Если (12) удовлетворяется, процесс прекращается, иначе осуществляется переход к шагу 2.

**Пример.** Изложенный алгоритм апробируем на примере процесса газлифта [8, 12]. Известно, что неустановившееся движение газа в кольцевом пространстве и ГЖС в вертикальных трубах, т.е. в подъемнике газлифтной скважины с поперечным сечением, описываются следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{cases} -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial(\rho\omega_c)}{\partial t} + 2a\rho\omega_c, \\ -\frac{\partial P}{\partial t} = c^2 \frac{\partial(\rho\omega_c)}{\partial x}, \end{cases} \quad (13)$$

где  $P = P(x, t)$  – давление соответственно газа и газожидкостной смеси,  $c$  -

скорость звука в газе и ГЖС соответственно;  $2a = \frac{g}{\omega_c} + \frac{\lambda\omega_c}{2D}$ ;  $g, \lambda$  -

ускорение свободного падения и гидравлического сопротивления в газе и ГЖС соответственно;  $\omega_c$  - усредненная по сечению скорость движения смеси и газа в кольцевой зоне и подъемнике соответственно.  $D$  – внутренние эффективные диаметры подъемника и кольцевого пространства (Рис.1).

$\rho\omega_c = \frac{Q}{F}$ ,  $Q = \rho\omega_c F$  - массовый расход закачиваемого газа в кольцевом пространстве и ГЖС в подъемнике,

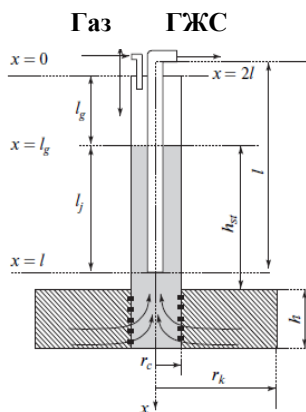


Рис.1

$Q$  – объем соответственно газа и газожидкостной смеси.  $F$  - площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб и является постоянной по осям.

Используя метод осреднения, системы уравнений (13) сводятся к двум нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнениям первого порядка, описывающих давление и объем газа [2]

$$\begin{cases} \dot{Q} = \frac{2\alpha(\lambda_c)\rho F Q^2}{c^2 \rho^2 F^2 - Q^2}, & Q(0) = u \\ \dot{P} = -\frac{2\alpha c^2 \rho^2 F Q^2}{c^2 \rho^2 F^2 - Q^2}, & P(0) = P_0. \end{cases} \quad (14)$$

Первое уравнение системы (14) не зависит от решения второго уравнения, ее можно решать отдельно методом разделения переменных.

Дискретные нелинейные дифференциальные уравнения, соответствующие уравнениям (14), будут выглядеть следующим образом:

$$Q(i+1) = Q(i) + h \cdot \frac{2\alpha(\lambda_c)\rho F Q^2(i)}{c^2 \rho^2 F^2 - Q^2(i)}, \quad Q(0) = u_0 \quad (15)$$

$$P(i+1) = P(i) - h \cdot \frac{2\alpha c^2 \rho^2 F Q(i)}{c^2 \rho^2 F^2 - Q^2(i)}, \quad P(0) = p_0. \quad (16)$$

Уравнения (15) будут заменены следующими уравнениями на интервале  $0 \leq i \leq N-1$  и  $N+1 \leq i \leq 2N$ :

$$Q(i+1) = Q(i) + h \cdot \frac{2\alpha_1 \rho_1 F_1 Q^2(i)}{c_1^2 \rho_1^2 F_1^2 - Q^2(i)}, \quad 0 \leq i \leq N-1, \quad (17)$$

$$Q(i+1) = Q(i) + h \cdot \frac{2\alpha_2 \rho_2 F_2 Q^2(i)}{c_2^2 \rho_2^2 F_2^2 - Q^2(i)}, \quad N+1 \leq i \leq 2N, \quad (18)$$

$$Q(0) = u. \quad (19)$$

В точке  $-N$  уравнения (17), (18) соединятся друг с другом следующим условием:

$$Q(N+1) = \gamma Q(N-1) + (-\delta_3(Q(N-1) - \delta_2)^2 + \delta_1) \cdot \bar{Q}, \quad (20)$$

где  $\gamma$  и  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  - постоянные действительные числа и выбираются для каждой конкретной скважины отдельно, по ее истории. Для простоты предположим, что параметры  $\gamma, \delta_1, \delta_2, \delta_3$  известны,  $\bar{Q}$  - объем флюидов в зоне смешивания.

Выбирается некоторая номинальная траектория  $Q^0(i)$ , параметр  $\alpha^0$  и предполагается, что  $(k-1)$ -я итерация уже выполнена. Линеаризуя системы (17), (18) около этих данных, имеем

$$Q^k(i+1) = A_1(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1})Q^k(i) + B_1(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1})\alpha^k + C_1(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}), \quad 0 \leq i \leq N-1, \quad (21)$$

$$Q^k(i+1) = A_2(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1})Q^k(i) + B_2(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1})\alpha^k + C_2(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}), \quad N+1 \leq i \leq 2N, \quad (22)$$

здесь

$$\left\{ \begin{array}{l} A_j(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) = E + h \cdot \frac{4\alpha_j^{k-1} c_j^2 \rho_j^3 F_j^3 Q^{k-1}(i)}{(c_j^2 \rho_j^2 F_j^2 - Q^{2k-1}(i))^2}, \\ B_j(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) = h \cdot \frac{2\alpha_j^{k-1} c_j \rho_j F_j Q^{2k-1}(i)}{c_j^2 \rho_j^2 F_j^2 - Q^{2k-1}(i)}, \\ C_j(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) = Q^{k-1}(i) + h \cdot \frac{2\alpha_j^{k-1} \rho_j F_j Q^{2k-1}(i)}{c_j^2 \rho_j^2 F_j^2 - Q^{2k-1}(i)} - \\ - \left( E + h \cdot \frac{4\alpha_j^{k-1} c_j^2 \rho_j^3 F_j^3 Q^{k-1}(i)}{(c_j^2 \rho_j^2 F_j^2 - Q^{2k-1}(i))^2} \right) \cdot Q^{k-1}(i) - h \cdot \frac{2\rho_j F_j Q^{2k-1}(i)}{c_j^2 \rho_j^2 F_j^2 - Q^{2k-1}(i)} \alpha^{k-1}, j = 1, 2, \end{array} \right. \quad (23)$$

где  $h$  достаточно малое число.

Уравнения (21)-(22) можем записать на концах интервала в виде

$$Q^k(N-1) = \Phi_1^{k-1}(i) \cdot Q^k(0) + \Phi_{11}^{k-1} \alpha^k + \Phi_{21}^{k-1}(i), \quad 0 \leq i \leq N-1, \quad (24)$$

$$Q^k(2N) = \Phi_2^{k-1}(i) \cdot Q^k(N+1) + \Phi_{12}^{k-1}(i) \alpha^k + \Phi_{22}^{k-1}(i), \quad N+1 \leq i \leq 2N, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1^{k-1}(i) &= \prod_{i=N-2}^0 A_1(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}), \\ \Phi_2^{k-1}(i) &= \prod_{i=2N-1}^{N+1} A_2(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}), \\ \Phi_{11}^{k-1}(i) &= \sum_{j=1}^{N-2} \left( \prod_{i=N-2}^j A_1(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) \right) \cdot B_1(Q^{k-1}(j-1), \alpha^{k-1}) + B_1(Q^{k-1}(N-2), \alpha^{k-1}), \\ \Phi_{12}^{k-1}(i) &= \sum_{j=1}^{2N-1} \left( \prod_{i=2N-1}^j A_2(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) \right) \cdot B_2(Q^{k-1}(j-1), \alpha^{k-1}) + \\ &+ B_2(Q^{k-1}(2N-1), \alpha^{k-1}), \\ \Phi_{21}^{k-1}(i) &= \sum_{j=0}^{N-3} \left( \prod_{i=N-3}^{j+1} A_1(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) \right) \cdot C_1(Q^{k-1}(j), \alpha^{k-1}) + \\ &+ C_1(Q^{k-1}(N-2), \alpha^{k-1}), \\ \Phi_{22}^{k-1}(i) &= \sum_{j=0}^{2N-2} \left( \prod_{i=2N-2}^{j+1} A_2(Q^{k-1}(i), \alpha^{k-1}) \right) \cdot C_2(Q^{k-1}(j), \alpha^{k-1}) + \\ &+ C_2(Q^{k-1}(2N-1), \alpha^{k-1}) \end{aligned} \quad (26)$$

Пусть имеем некоторые статистические данные, которые при заданных начальных объемах газа при выходе измеряют дебит  $\tilde{Q}_s(2N)$ , т.е.  $\tilde{Q}_s(0)$  и  $\tilde{Q}_s(2N)$  известные,  $s = \overline{1,5}$ .

Тогда функционал будет иметь следующий вид:

$$J^k = \sum_{s=1}^5 \left| Q_s^k(2N) - \tilde{Q}_s^k(2N) \right|^2. \quad (27)$$

Далее, поставив (25) в (27) имеем:

$$J^k = \sum_{s=1}^5 \left| \Phi_{2s}^{k-1}(i) Q_s^k(N+1) + \Phi_{12s}^{k-1}(i) \alpha^k + \Phi_{22s}^{k-1}(i) - \tilde{Q}_s^k(2N) \right|^2. \quad (28)$$

Для решения исходной задачи оптимизации (19), (24), (25), (27) находим градиент функционала  $J^k$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^k}{\partial \alpha^k} &= 2 \sum_{s=1}^5 \left| \Phi_{2s}^{k-1}(i) Q_s^k(N+1) + \Phi_{12s}^{k-1}(i) \alpha^k + \Phi_{22s}^{k-1}(i) - \tilde{Q}_s^k(2N) \right| \cdot \Phi_{12s}^{k-1}(i) = \\ &= 2 \sum_{s=1}^5 \left| \Phi_{2s}^{k-1}(i) \Phi_{12s}^{k-1}(i) Q_s^k(N+1) + \Phi_{22s}^{k-1}(i) \Phi_{12s}^{k-1}(i) - \Phi_{12s}^{k-1}(i) \tilde{Q}_s^k(2N) + \left( \Phi_{12s}^{k-1}(i) \right)^2 \alpha^k \right| \end{aligned} \quad (29)$$

Приравниваем (29) к нулю:

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^5 \left| \left( \Phi_{12s}^{k-1}(i) \right)^2 \right| \cdot \alpha^k &= \\ &= - \sum_{s=1}^5 \left| \Phi_{2s}^{k-1}(i) \Phi_{12s}^{k-1}(i) Q_s^k(N+1) + \Phi_{22s}^{k-1}(i) \Phi_{12s}^{k-1}(i) - \Phi_{12s}^{k-1}(i) \tilde{Q}_s^k(2N) \right| \end{aligned} \quad (30)$$

Решая уравнения (30) относительно  $\alpha^k$

$$\begin{aligned} \alpha^k &= - \sum_{s=1}^5 \left| \left( \Phi_{12s}^{k-1}(i) \right)^2 \right|^{-1} \times \\ &\times \sum_{s=1}^5 \left| \Phi_{2s}^{k-1}(i) \Phi_{12s}^{k-1}(i) Q_s^k(N+1) + \Phi_{22s}^{k-1}(i) \Phi_{12s}^{k-1}(i) - \Phi_{12s}^{k-1}(i) \tilde{Q}_s^k(2N) \right| \end{aligned}$$

где предполагается, что  $\left| \left( \Phi_{12s}^{k-1}(i) \right)^2 \right|^{-1}$  существует.

Пусть параметры уравнения (17)-(18) имеют вид:

при  $0 \leq i \leq N-1$

$$l = 1485 \text{ м}, c = 331 \text{ м/с}, \rho = \frac{0,717 \text{ кг}}{\text{м}^3}, d = \sqrt{114^2 - 73^2} \cdot 10^{-3} \text{ м}, \lambda = 0,01;$$

при  $N+1 \leq i \leq 2N$

$$c = 850 \text{ м/с}, \rho = \frac{700 \text{ кг}}{\text{м}^3}, d = 0,073 \text{ м}, \lambda = 0,23.$$

Теперь переходим к выполнению вышеприведенного алгоритма. Для достижения точности  $10^{-4}$  требовалось 44 итерации и получили  $\lambda_c = 0.298342$ , которое отличается от заданной  $\tilde{\lambda}_c = 0,23$  на  $10^{-4}$  порядок.



Авторы выражает благодарность академику Ф.А.Алиеву за постановку задачи, постоянную поддержку и внимание к работе.

### Литература

1. Aliev F.A., Ismailov N.A., Inverse problem to determine the hydraulic resistance coefficient in the gas lift process, *Appl.Comput. Math.*, Vol.12, No.3, 2013, pp.306-313.
2. Aliev F.A., Ismailov N.A., Mukhtarova N.S., Algorithm to determine the Optimal Solution of a Boundary Control Problem, *Automation and Remote Control*, 2015, Vol.76, No.4, pp.627–633.
3. Altshul D.M. *Hidraulic resistance*, Moscow: Nedra, 1970, 216p.
4. Apostolyuk A.S., Larin V.B. On linear stationary system identification at regular and irregular measurements, *Appl. Comput. Math.*, Vol.8, No.1, 2009, pp.42-53.
5. Apostolyuk A.S., Larin V.B. Updating of linear stationary dynamic system parameters, *Appl. Comput. Math.* Vol.10, No.3, 2011, pp.402-408.
6. Bellman, P.E., Kalaba P.E., *Quasilinearization and nonlinear boundary problems*, Moscow: Mir, 1968, 153p.
7. Mukhtarova N.S., Safarova N.A., Ismailov N.A., Algorithm defining the hydraulic resistance coefficient by lines method in gas-lift process, *Miskolc Mathematical Notes*, V.17, N.2, 2016, pp.15-21.
8. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А., Гасымов Ю.С., Намазов А.А., Об одной задаче идентификации по определению параметров динамических систем, *Proceedings of IAM*, V.3, N.2, 2014, pp.139-151.
9. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А., Моделирование работы газлифтной скважины, *Докл. НАН. Азербайджана*, 2008, № 4, с.30-41.
10. Алиев Ф.А., Исмаилов Н.А. Об одной задаче идентификации в линейном стационарном случае. *Доклады НАН Азербайджана*, т.46, №6, 2010, с.6-14.
11. Брайсон А., Хо Ю-ши. *Прикладная теория оптимального управления*, М.:Мир, 1972, 544 с.
12. Льюнг Л., *Идентификация систем. Теория для пользователя*. М.:Наука, 1991, 432с.
13. Мирзаджанзаде А.Х., Аметов И.М., Хасаев А.М., Гусев В.И., *Технология и техника добычи нефти*, М.: Недра, 1986.
14. Мухтарова Н.С., Алгоритм решения задачи идентификации для нахождения коэффициента гидравлического сопротивления газлифтного процесса, *Proceedings of IAM*, Vol.4, No.2, 2015, pp.206-213.

**Diskret dinamik sistemin parametrlərinin təyini üçün identifikasiya məsələsinin həlli algoritmi**

**N.S. Hacıyeva, A.A. Namazov, İ.M. Əskərov, İ.A. Məhərrəmov**

**XÜLASƏ**

İşdə diskret halda dinamik sistemin parametrlərinin təyini üçün identifikasiya məsələsinə baxılmışdır. Əvvəlcə kvazixəttiləşdirmə üsulundan istifadə edərək qeyri-xətti diskret tənlik xəttiləşdirilir. Daha sonra isə başlanğıc və son verilənlər üçün statistik verilənlərdən istifadə edilir və bu verilənlər əsasında kvadratik funksional və bu funksionalın qradiyenti qurulur. Axtarılan məsələnin həlli üçün hesablama algoritmi təklif edilir. Alınan nəticələr neft borularında hidravlik müqavimətin təyini məsələsinin həllinə tətbiq edilir. Göstərilir ki, hidravlik müqavimət əmsalının statistik qiyməti alınmış hidravlik müqavimət əmsalının qiyməti ilə  $10^{-4}$  dəqiqliyi ilə üst-üstə düşür.

**Açar sözlər:** dinamik sistem, qeyri-xətti diskret tənlik, kvazixəttiləşdirmə üsulu, funksionalın qradiyenti, identifikasiya, statistik verilənlər, hidravlik müqavimət əmsalı.

**Algorithm to solution of identification problem to determine the parameters of discrete dynamic system**

**N.S. Hajieva, A.A. Namazov, I.M.Askerov, I.A.Maharramov**

**ABSTRACT**

In the paper the identification problem in discrete case is considered to determine the parameters of dynamic system. Firstly, nonlinear discrete equation is linearized using the method of quasilinearization. Then using the statistical data the quadratic functional and its gradient are derived. The calculation algorithm is proposed to the solution of the considered problem. The obtained results are demonstrated on the example on the definition of the hydraulic resistance in the tubes. It is shown that the statistical value of the coefficient of hydraulic resistance differ from the new value of the coefficient of hydraulic resistance on the order of  $10^{-4}$ .

**Keywords:** dynamic system, nonlinear discrete equation, the method of quasilinearization, the gradient of the functional, identification, statistical data, the coefficient of hydraulic resistance.