PROCEEDINGS OF IAM, V.8, N.1, 2019, pp.99-105

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ РОССЕРА ПРИ ГАЗЛИФТНОМ ПРОЦЕССЕ*

А.А. Намазов[1]

[1]Институт Прикладной Математики, БГУ, Баку, Азербайджан

e-mail: atif.namazov@gmail.com

Резюме. Рассматривается дискретная модель Россера для определения движения газлифтного процесса, куда входит параметр коэффициента гидравлического сопротивления. С помощью метода наименьших квадратов и статистических данных дебита приводится нелинейное алгебраическое уравнение для определения параметра гидравлического сопротивления. Полученны результаты иллюстрируются численным примером.

Ключевые слова: Дискретная модель Россера, коэффициент гидравлического сопротивления, газлифтный процесс, метод наименьших квадратов, градиент функционала, нелинейное алгебраическое уравнение.

AMS Subject Classification: 49J15, 49J35.

1. Введение.

Как известно [8,9] при добыче нефти, передаче их на дальние расстояния и др. основную роль играет коэффициент гидравлического сопротивления в подъемнике, в трубах и др. В основном при добыче нефти из-за сложности вычислений, рассматриваются плоские модели газ-лифта и пытаются с помощью движения газожидкостной смеси на подъемнике, статистических данных дебита и методом наименьших квадратов составить квадратичный функционал и, приравнивая к нулю градиент функционала, найти коэффициент гидравлического сопротивления [2,3].

На самом деле, движение относительно давления и объема ГЖС описывается системой дифференциальных уравнений гиперболического типа[5,7,8,9].В непрерывной постановке это приводит к некоторым трудностям и поэтому имеет смысл переходить к дискретной модели Россера для движения газлифтного процесса [1]. В данной заметке сначала приводится конкретная модель для движения газлифтного процесса и дается формула для определения дебита нефти. С помощью метода наименьших квадратов и статистических

* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 30.04.2019

данных составляется квадратичный функционал, где минимизация относительно параметра гидравлических сопротивлений дает значение искомого параметра.

2. Дискретная модель Россера.

Известно,что в газлифтном процессе движение ГЖС в подъемнике описывается следующей системой гиперболических уравнений [8,9,10]:

$$\begin{cases} -F\dfrac{\partial P(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + 2aQ(x,t) \\ -F\dfrac{\partial P(x,t)}{\partial t} = c\dfrac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + 2aQ(x,t), \quad x \in (0,l),\ t \in (-\infty,+\infty), \end{cases} \tag{1}$$

Где P -давление Q - объем соответственно газа и газожидкостной смеси, c - скорость звука в газе и ГЖС соответственно; $2a = \dfrac{g}{\omega_c} + \dfrac{\lambda\omega_c}{2D}$, g, λ - ускорение свободного падения и гидравлического сопротивления в газе и ГЖС соответственно; ω - усредненная по сечению скорость движения смеси и газа в кольцевой зоне и подъемнике, D – внутренние эффективные диаметры подъемника и кольцевого пространства, F - площадь поперечного сечения насосно-компрессорных труб и является постоянной по осям.

Для решения (1) надо задать следующие условия [10]:

$$\begin{cases} P(0,t) = P_0(t) \\ Q(0,t) = Q_0(t), \end{cases} \quad t \in (-\infty,+\infty). \tag{2}$$

Пусть имеется в конце подъемника в моменте T выражение

$$Q^i(T,l) = Q^i, \quad i = \overline{1,n}. \tag{3}$$

которое означает значение дебита.

Для представления $Q^i(T,l)$ аналитически переходим из (1) к дискретной модели Россера. Поэтому разделим область (x,t) на n и m частей с для h и Δ. Тогда легко можем из (1) перейти к следующей дискретной модели Россера[4,6]:

$$\begin{bmatrix} P_i^{j+1} \\ Q_{i+1}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(\lambda) & A_{12}(\lambda) \\ A_{21}(\lambda) & A_{22}(\lambda) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_i^j \\ Q_i^j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_i^j \\ \chi_i^j \end{bmatrix} \tag{4}$$

где $P_{ij} = P(x_i,t_j),\ Q_{ij} = Q(x_i,t_j)$.

Тогда статистические данные (3) будут в новых обозначениях в виде:

$$P^i(m,n) = \overline{P^i}(m,n) \tag{5}$$

Теперь легко найдем,что аналитический вид $P(m,n)$ имеет следующий вид [4,6]

$$P_m^n = A_{11}^n(\lambda)P_m^0 + A_{11}^{n-1}(\lambda)A_{12}(\lambda)Q_m^0 + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)A_{21}(\lambda)P_{m-1}^k +$$
$$+\sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)A_{22}(\lambda)Q_{m-1}^k + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-k}(\lambda)B_{11}W_m^{k-1} + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-k}(\lambda)B_{12}\chi_m^{k-1} + \tag{6}$$
$$+\sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)B_{21}W_{m-1}^k + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)B_{22}\chi_{m-1}^k$$

где

$$P_1^n = A_{11}^n(\lambda)P_1^0 + A_{11}^{n-1}(\lambda)A_{12}(\lambda)Q_1^0 + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)A_{21}(\lambda)P_0^k +$$
$$+\sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)A_{22}(\lambda)Q_0^k + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-k}(\lambda)B_{11}W_1^{k-1} + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-k}(\lambda)B_{12}\chi_1^{k-1} +$$
$$+\sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)B_{21}W_0^k + \sum_{k=1}^{n-1} A_{11}^{n-1-k}(\lambda)A_{12}(\lambda)B_{22}\chi_0^k$$

где $A_{11} = 1 + \dfrac{2ah}{F}$, $A_{12} = -\dfrac{2ah}{F}$, $A_{21} = \dfrac{2ah}{F}$, $A_{22} = 1 - \dfrac{2ah}{F}$,

$$2a = \frac{g}{\omega_c} + \frac{\lambda\omega_c}{2D},$$

$$A_{11} = 1 + \frac{2ah}{F} = 1 + \frac{h}{F}\cdot\frac{g}{\omega} + \frac{h\omega}{2FD}\cdot\lambda = 1 + A_{21} = 1 + A_0,$$

$$A_{12} = -\frac{2ah}{F} = -\frac{h}{F}\cdot\frac{g}{\omega} - \frac{h\omega}{2FD}\cdot\lambda = -A_{21} = -A,$$

$$A_{21} = \frac{2ah}{F} = \frac{h}{F}\cdot\frac{g}{\omega} + \frac{h\omega}{2FD}\cdot\lambda = A_0,$$

$$A_{22} = 1 - \frac{2ah}{F} = 1 - \frac{h}{F}\cdot\frac{g}{\omega} - \frac{h\omega}{2FD}\cdot\lambda = 1 - A_{21} = 1 - A_0,$$

Составляется следующий квадратический функционал:

$$I = \sum_{i=1}^{m}\left(P(i,n) - \overline{P}(i,n)\right)^2 \tag{7}$$

Вычисляем градиент функционала в следующем виде:

$$\frac{\partial I}{\partial\lambda} = 2\sum_{i=1}^{m}\left(P(i,n) - \overline{P}(i,n)\right)\cdot\frac{\partial P(i,n)}{\partial\lambda} =$$

$$
\begin{aligned}
&=2\sum_{i=1}^{m}\Big[\Big(\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n}P_m^0+\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1}A_0(\lambda)Q_m^0-\sum_{k=1}^{n-1}A_0^2(\lambda)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1-k}\times\\
&\times\left(P_{m-1}^k+Q_{m-1}^k\right)-\sum_{k=1}^{n-1}A_0(\lambda)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1-k}\left(B_{21}W_{m-1}^k+B_{22}\chi_{m-1}^k\right)+\\
&+\sum_{k=1}^{n-1}\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-k}\left(B_{11}W_m^{k-1}+B_{12}\chi_m^{k-1}\right)-\overline{P}(i,n)\Big)\times\Big(n\cdot\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1}P_m^0+ \qquad (8)\\
&\left(n-1\right)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-2}A_0(\lambda)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1}\cdot\frac{h\omega}{2FD}Q_m^0-\sum_{k=1}^{n-1}\left(P_{m-1}^k+Q_{m-1}^k\right)\times\\
&\times\left(2A_0(\lambda)\cdot\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1-k}+A_0^2(\lambda)\left(n-1-k\right)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-k-2}\right)-\\
&\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{h\omega}{2FD}\cdot\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1-k}+A_0(\lambda)\left(n-1-k\right)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-k-2}\right)\times\\
&\times\left(B_{21}W_{m-1}^k+B_{22}\chi_{m-1}^k\right)+\sum_{k=1}^{n}\left(n-k\right)\left(1+A_0(\lambda)\right)^{n-1-k}\left(B_{11}W_m^{k-1}+B_{12}\chi_m^{k-1}\right)\Big)\Big]=0
\end{aligned}
$$

И приравнивая ее к нулю для вычисления λ, решаем последнее и находим $\lambda=\lambda^*$

Если в функционале (7) учесть выражение (8), мы получим многочлен $2n-3$ степени относительно параметра λ. Чтобы найти соответствующие нули этого многочлена нужно использовать любые численные методы или программные пакеты MATLAB.

Таким образом, имеем следующий алгоритм для нахождения коэффициента гидравлического сопротивления λ^*.

Алгоритм.

1. Формируются параметры уравнения (1), F, c, g, ω, D, $P_0(t)$, $Q_0(t)$.
2. Формируются статистические данные $\overline{P^i}(m,n)$ из (5).
3. Формируется коэффициент дискретного уравнения Россера (4) A_{ij}, $i=\overline{1,2}$, $j=\overline{1,2}$
4. Вычисляется градиент функционала (7) и формируется левая часть алгебраических уравнений (8).
5. Решается уравнение (8) на базе MATLAB методом Ньютона и находятся корни λ^*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aliev F.A., Aliev N.A., Guliev A.P., Time-frequency method of solving oneboundary value problem for a hyperbolic system and its application to the oil extraction, Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom., 2016, Volume 12, Number 2, pp.101–112.
2. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, Journal of Inverse and ILL-Posed Problems, V. 23, N. 5, 2015, pp. 511–518.
3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Rajabov M.F. Algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture in the shoe of gas lift well. Appl/Comp/Math., 2016, vol. 15, pp. 370-376.
4. Aliev, F. A., Aliev, N. A., Safarova, N. A., Tagiev, R. M., & Rajabov, M. F.. Sweep method for solving the Roesser type equation describing the motion in the pipeline. *Applied Mathematics and Computation*, *295*, (2017), pp. 16-23.
5. Himmelblau D.M., Applied Nonlinear Programming, New-York, Craw-Hill Book Company, 1972, p.536.
6. Алиев Н.А., Алиев Ф.А., Муталлимов М.М., Тагиев Р.М., Алгоритм построения модели Россера для газлифтного процесса при добыче нефти, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.3, No.2, 2014, с.173-184.
7. Алиев Ф. А., Алиев Н. А., Гулиев А. П., Тагиев Р. М., Джамалбеков М. А.,. Метод решения одной краевой задачи для системы уравнений гиперболического типа, описывающих движение в газлифтном процессе. *Прикладная математика и механика ПММ*. tom 84., No:4, (2018), с. 512-519.
8. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Джамалбеков М.А,. Моделирование работы газлифтной скважины // Доклады НАНА, №4, 2008, с. 107-116.
9. Алиев Ф.А., Ильясов М.Х., Нуриев Н.Б., Задачи моделирования оптимальной стабилизации газлифтного процесса, Прикладная механика, т.46, №6, 2010, с. 113-122.
10. Чарный И.А., Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах, М., Гостехиздат, 1951, 389 с.

DEFINING THE COEFFICIENT OF HYDRAULIC RESISTANCE BY MEANS OF THE ROSSER MODEL IN GASLIFT PROCESS

A.A. Namazov

Institute Applied of Mathematics, BSU,Baku, Azerbaijan
e-mail: atif.namazov@gmail.com

ABSTRACT

In the paper a discrete Rosser model is considered to determine the motion of a gas-lift process, which includes the parameter of the hydraulic resistance coefficient. Using the least squares method and statistical data of a debit, the nonlinear algebraic equation is given to determine the hydraulic resistance parameter. The obtained results are illustrated by a numerical example.

Keywords: Discrete Rosser model, the coefficient of hydraulic resistance, gas-lift process, the least squares method, the gradient of functional, nonlinear algebraic equation.

References

1. Aliev F.A., Aliev N.A., Guliev A.P., Time-frequency method of solving oneboundary value problem for a hyperbolic system and its application to the oil extraction, Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom., 2016, Volume 12, Number 2, pp.101–112.
2. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Asymptotic method for finding the coefficient of hydraulic resistance in lifting of fluid on tubing, Journal of Inverse and ILL-Posed Problems, V. 23, N. 5, 2015, pp. 511–518.
3. Aliev F.A., Ismailov N.A., Namazov A.A., Rajabov M.F. Algorithm for calculating the parameters of formation of gas-liquid mixture in the shoe of gas lift well. Appl/Comp/Math., 2016, vol. 15, pp. 370-376.
4. Aliev, F. A., Aliev, N. A., Safarova, N. A., Tagiev, R. M., & Rajabov, M. F.. Sweep method for solving the Roesser type equation describing the motion in the pipeline. Applied Mathematics and Computation, 295, (2017), pp. 16-23.
5. Himmelblau D.M., Applied Nonlinear Programming, New-York, Craw-Hill Book Company, 1972, p.536.
6. Aliev N.A., Aliev F.A., Mutallimov M.M., Tagiev R.M., Algoritm postroeniya modeli Rossera dlya gazliftnogo protsessa pri dobiche nefti, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.3, No.2, 2014, c.173-184 (Aliev N.A., Aliev F.A., Mutallimov M.M., Tagiev R.M.,

Algorithm for constructing a Rosser model for a gas-lift process in oil production, Proceedings of the Institute of Applied Mathematics, Vol.3, No.2, 2014, c.173-184) (in Russian).

7. Aliev F.A., Aliev N.A., Guliev A.P., Tagiev R.M., Metod resheniya odnoy kraevoy zadachi dlya sistemi uravneniy giperbolicheskogo tipa, opisivayushikh dvijeniye v gazliftnom, Prikladnaya matematika I mekhanika. V.84, N.4, (2018), pp.512-519 (Aliev F.A., Aliev N.A., Guliev A.P., Tagiev R.M., The method for solving a single boundary value problem for a system of hyperbolic equations describing motion in gas-lift process, Applied mathematics and mechanics, V.84, N.4, (2018), pp.512-519) (in Russian).
8. Aliev F.A., Il'yasov M.Kh., Dzhamalbekov M.A,. Modelirovanie raboty gazliftnoy skvazhiny // Doklady NANA, №4, 2008, s. 107-116 (Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Jamalbekov M.A. The modeling of gaslift well, Reports of ANAS, N.4, 2008, pp.107-116) (in Russian).
9. Aliev F.A., Il'yasov M.Kh., Nuriev N.B., Zadachi modelirovaniya optimal'noy stabilizatsii gazliftnogo protsessa, Prikladnaya mekhanika, t.46, №6, 2010, s. 113-122. (Aliev F.A., Ilyasov M.Kh., Nuriev N.B. The problems of modeling the optimal stabilization in gas-lift process, Applied mechanics, V.46, N.6, 2006, pp.113-122) (in Russian).
10. Charnyy I.A., Neustanovivsheesya dvizhenie real'noy zhidkosti v trubakh, M., Gostekhizdat, 1951, 389 s. (Charniy I.A., Unsteady motion of a real fluid, Gostekhizdat, 1951, 389p) (in Russian).