Proceedings of IAM, V.3, N.1, 2014, pp.112-122

ОБ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ НА ОБЪЕДИНЕНИЕ ДВУХ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Н.А. Алиев [1], М.М. Муталлимов [1], А.К. Худадова[1], Р.Т. Зульфугарова[1]

[1]Институт Прикладной Математики, Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан
e-mail: mutallimov@yahoo.com

Резюме. В работе рассматривается граничная задача для уравнения эллиптического типа первого порядка на объединении двух прямоугольников. В отличие от других аналогичных работ по рассматриваемой проблеме, где при решении таких задач для уравнения Лапласа или Гельмгольца получается интегральное уравнение Фредгольма первого рода, в данной статье эта задача сводится к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода со слабыми особенностями в ядрах.

Ключевые слова: Уравнения Коши-Римана, нелокальные граничные условия, волноводы, сингулярность, регуляризация, фредгольмовость.

AMS Subject Classification: 34B05, 35J55.

1. Введение

Многие прикладные задачи, в том числе задачи распространения волн в волноводах с поперечными сечениями произвольной формы и в ячеистых волноводах сводятся к исследованию граничных задач для уравнений Лапласа или Гельмгольца на объединение двух простых фигур, в частности двух прямоугольников [1-2].

Традиционно, такие задачи сводятся к интегральным уравнениям Фредгольма первого рода с логарифмическими особенностями в ядрах интегрального оператора. К исследованию таких уравнений посвящены многочисленные работы, где сталкиваются трудностями как в теоретическим исследовании, так и в численном реализации из-за слабосингулярности ядра.

В предложенной работе применяется другая методика, с помощью которой граничная задача для уравнений эллиптического типа первого порядка на объединении двух прямоугольников сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода со слабыми особенностями в ядре. Этот способ позволит в дальнейшем применять эту методику к исследованию различных прикладных задач для уравнений Лапласа или Гельмгольца, которые получается при изучении задач распространения волн в волноводах.

Излагаемая работа посвящена исследованию решений граничных задач для уравнений эллиптического типа первого порядка на объединение двух прямоугольников (Рис.1).

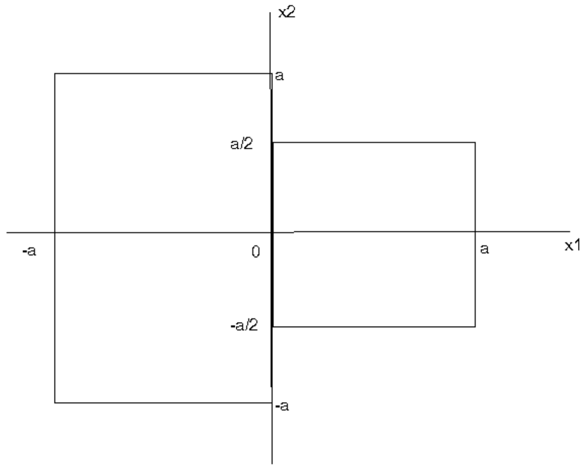

Рис.1

Рассмотрим следующую задачу:

$$\frac{\partial u_1(x)}{\partial x_2} + i\frac{\partial u_1(x)}{\partial x_1} = 0,$$
$$x \in D_1 = \{x = (x_1, x_2) : x_1 \in (-a, 0),\ x_2 \in (-a, a)\} \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_2(x)}{\partial x_2} + i\frac{\partial u_2(x)}{\partial x_1} = f(x),$$
$$x \in D_2 = \left\{x = (x_1, x_2) : x_1 \in (0, a),\ x_2 \in \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)\right\}, \tag{2}$$

где $a > 0,\ i = \sqrt{-1},\ f(x)$-известная непрерывная комплекснозначная функция D_1 и D_2 прямоугольные области с общими границами $x_1 = 0,\ x_2 \in \left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$, граничными условиями:

$$u_1(x_1, -a) = u_1(x_1, a),\ x_1 \in [-a, 0], \tag{3}$$

$$u_2\left(x_1, -\frac{a}{2}\right) = u_2\left(x_1, \frac{a}{2}\right),\ x_1 \in [0, a], \tag{4}$$

$$u_1(-a, x_2) = \begin{cases} u_1(0, x_2), \ x_2 \in \left[\dfrac{a}{2}, a\right], \\ u_2(a, x_2), \ x_2 \in \left[-\dfrac{a}{2}, \dfrac{a}{2}\right], \\ u_1(0, x_2), \ x_2 \in \left[-a, -\dfrac{a}{2}\right]. \end{cases} \tag{5}$$

Учитывая, что выражение вида

$$U(x-\xi) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{x_2 - \xi_2 + i(x_1 - \xi_1)}, \tag{6}$$

является фундаментальным решением уравнения Коши-Римана [3], легко получим следующие основные соотношения [4,5]:

$$\int_{-a}^{0} \left[u_1(x_1, a) U(x_1 - \xi_1, a - \xi_2) - u_1(x_1, -a) U(x_1 - \xi_1, -a - \xi_2)\right] dx_1 +$$
$$+ i \int_{-a}^{a} \left[u_1(0, x_2) U(-\xi_1, x_2 - \xi_2) - u_1(-a, x_2) U(-a - \xi_1, x_2 - \xi_2)\right] dx_2 = \tag{7}$$
$$= \begin{cases} u_1(\xi), \quad \xi \in D_1, \\ \dfrac{1}{2} u_1(\xi), \ \xi \in \overline{D_1} \setminus D_1 = \Gamma_1 \end{cases}$$

и

$$\int_{0}^{a} \left[u_2\left(x_1, \frac{a}{2}\right) U\left(x_1 - \xi_1, \frac{a}{2} - \xi_2\right) - u_2\left(x_1, -\frac{a}{2}\right) U\left(x_1 - \xi_1, -\frac{a}{2} - \xi_2\right)\right] dx_1 +$$
$$+ i \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[u_2(a, x_2) U(a - \xi_1, x_2 - \xi_2) U - u_2(0, x_2) U(-\xi_1, x_2 - \xi_2)\right] dx_2 -$$
$$- \int_{D_2} f(x) U(x - \xi) dx = \begin{cases} u_2(\xi), \ \xi \in D_2, \\ \dfrac{1}{2} u_2(\xi), \ \xi \in \overline{D_2} \setminus D_2 = \Gamma_2. \end{cases} \tag{8}$$

Этим устанавливается следующее утверждение:

Теорема 1. Пусть $f(x)$ - непрерывная функция при $x \in D_2$, тогда каждое из решений $u_1(x)$ и $u_2(x)$ уравнений (1) и (2) соответственно на D_1 и D_2 удовлетворяет соотношениям (7) и (8).

Вторые выражения основных соотношений (7) и (8), которые связаны с граничными значениями, являются необходимыми условиями. Отделяя эти условия, имеем:

$$\frac{1}{2}u_1(-a,\xi_2)=\int_{-a}^{0}[u_1(x_1,a)U(x_1+a,a-\xi_2)-u_1(x_1,-a)U(x_1+a,-a-\xi_2)]dx_1+$$
$$+i\int_{-a}^{a}[u_1(0,x_2)U(a,x_2-\xi_2)-u_1(-a,x_2)U(0,x_2-\xi_2)]dx_2,\qquad \xi_2\in(-a,a), \tag{9}$$

$$\frac{1}{2}u_1(0,\xi_2)=\int_{-a}^{0}[u_1(x_1,a)U(x_1,a-\xi_2)-u_1(x_1,-a)U(x_1,-a-\xi_2)]dx_1+$$
$$+i\int_{-a}^{a}[u_1(0,x_2)U(0,x_2-\xi_2)-u_1(-a,x_2)U(-a,x_2-\xi_2)]dx_2,\qquad \xi_2\in(-a,a), \tag{10}$$

$$\frac{1}{2}u_1(\xi_1,-a)=\int_{-a}^{0}[u_1(x_1,a)U(x_1-\xi_1,2a)-u_1(x_1,-a)U(x_1-\xi_1,0)]dx_1+$$
$$+i\int_{-a}^{a}[u_1(0,x_2)U(-\xi_1,x_2+a)-u_1(-a,x_2)U(-a-\xi_1,x_2+a)]dx_2,\ \ \xi_1\in(-a,0), \tag{11}$$

$$\frac{1}{2}u_1(\xi_1,a)=\int_{-a}^{0}[u_1(x_1,a)U(x_1-\xi_1,0)-u_1(x_1,-a)U(x_1-\xi_1,-2a)]dx_1+$$
$$+i\int_{-a}^{a}[u_1(0,x_2)U(-\xi_1,x_2-a)-u_1(-a,x_2)U(-a-\xi_1,x_2-a)]dx_2,\ \xi_1\in(-a,0), \tag{12}$$

и

$$\frac{1}{2}u_2(0,\xi_2)=\int_{0}^{a}\left[u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)U\left(x_1,\frac{a}{2}-\xi_2\right)-u_2\left(x_1,-\frac{a}{2}\right)U\left(x_1,-\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}[u_2(a,x_2)U(a,x_2-\xi_2)-u_2(0,x_2)U(0,x_2-\xi_2)]dx_2- \tag{13}$$
$$-\int_{D_2}f(x)U(x_1,x_2-\xi_2)dx,\qquad \xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right),$$

$$\frac{1}{2}u_2(a,\xi_2)=\int_0^a\left[u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)U\left(x_1-a,\frac{a}{2}-\xi_2\right)-\right.$$
$$\left.-u_2\left(x_1,-\frac{a}{2}\right)U\left(x_1-a,-\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\left[u_2(a,x_2)U(0,x_2-\xi_2)-u_2(0,x_2)U(-a,x_2-\xi_2)\right]dx_2- \tag{14}$$
$$-\int_{D_2}f(x)U(x_1-a,x_2-\xi_2)dx,\qquad \xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right),$$

$$\frac{1}{2}u_2\left(\xi_1,-\frac{a}{2}\right)=\int_0^a\left[u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)U(x_1-\xi_1,a)-u_2\left(x_1,-\frac{a}{2}\right)U(x_1-\xi_1,0)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\left[u_2(a,x_2)U\left(a-\xi_1,x_2+\frac{a}{2}\right)-u_2(0,x_2)U\left(-\xi_1,x_2+\frac{a}{2}\right)\right]dx_2- \tag{15}$$
$$-\int_{D_2}f(x)U\left(x_1-\xi_1,x_2+\frac{a}{2}\right)dx,\qquad \xi_1\in(0,a),$$

$$\frac{1}{2}u_2\left(\xi_1,\frac{a}{2}\right)=\int_0^a\left[u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)U(x_1-\xi_1,0)-u_2\left(x_1,-\frac{a}{2}\right)U(x_1-\xi_1,-a)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\left[u_2(a,x_2)U\left(a-\xi_1,x_2-\frac{a}{2}\right)-u_2(0,x_2)U\left(-\xi_1,x_2-\frac{a}{2}\right)\right]dx_2- \tag{16}$$
$$-\int_{D_2}f(x)U\left(x_1-\xi_1,x_2-\frac{a}{2}\right)dx,\qquad \xi_1\in(0,a).$$

Учитывая, что переход от D_1 к D_2 является непрерывным, получим:

$$u_1(0,\xi_2)=u_2(0,\xi_2),\qquad \xi_2\in\left[-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right]. \tag{17}$$

Этим доказана следующая теорема.

Теорема 2. При условиях теоремы 1 каждое решение $u_1(x)$ и $u_2(x)$ уравнения (1) и (2), удовлетворяющее необходимым условиям (9)–(12) и (13)–(16) каждое из которых содержит одно сингулярное слагаемое.

Теперь, если вычислим

$$\frac{1}{2}u_1(0,\xi_2)+\frac{1}{2}u_2(0,\xi_2)=u_1(0,\xi_2)=u_2(0,\xi_2), \qquad \xi_2\in\left[-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right],$$

то получим:

$$\begin{aligned}
u_1(0,\xi_2)=u_2(0,\xi_2)=&\int_{-a}^{0}[u_1(x_1,a)U(x_1,a-\xi_2)-u_1(x_1,-a)U(x_1,-a-\xi_2)]dx_1-\\
&-i\int_{-a}^{a}u_1(-a,x_2)U(-a,x_2-\xi_2)dx_2+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(a,x_2)U(a,x_2-\xi_2)dx_2+\\
&+\int_0^a\left[u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)U\left(x_1,\frac{a}{2}-\xi_2\right)-u_2\left(x_1,-\frac{a}{2}\right)U\left(x_1,-\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1+\\
&+i\int_{-a}^{-\frac{a}{2}}u_1(0,x_2)U(0,x_2-\xi_2)dx_2+i\int_{\frac{a}{2}}^{a}u_1(0,x_2)U(0,x_2-\xi_2)dx_2-\\
&-\int_{D_2}f(x)U(x_1,x_2-\xi_2)dx, \qquad \xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right).
\end{aligned} \tag{18}$$

Учитывая граничные условия (3) – (5), из необходимых условий получим:

$$\begin{aligned}
&u_1(-a,\xi_2)=u_1(0,\xi_2)=\\
&=\int_{-a}^{0}u_1(x,a)[U(x_1+a,a-\xi_2)-U(x_1+a,-a-\xi_2)+\\
&+U(x_1,a-\xi_2)-U(x_1,-a-\xi_2)]dx_1+\\
&+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\{u_1(0,x_2)[U(a,x_2-\xi_2)+U(0,x_2-\xi_2)]-\\
&-u_1(-a,x_2)[U(0,x_2-\xi_2)+U(-a,x_2-\xi_2)]\}dx_2+\\
&+i\int_{\left(-a,-\frac{a}{2}\right)U\left(\frac{a}{2},a\right)}u(0,x_2)[U(a,x_2-\xi_2)-U(-a,x_2-\xi_2)]dx_2,\\
&\xi_2\in\left(-a,-\frac{a}{2}\right)U\left(\frac{a}{2},a\right),
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\frac{1}{2}u_1(-a,\xi_2)=\int_{-a}^{0}u_1(x_1,a)\left[U(x_1+a,a-\xi_2)-U(x_1+a,-a-\xi_2)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\left[u_1(0,x_2)U(a,x_2-\xi_2)-u_1(-a,x_2)U(0,x_2-\xi_2)\right]dx_2+$$
$$+i\int_{\left(-a,-\frac{a}{2}\right)\cup\left(\frac{a}{2},a\right)}u_1(0,x_2)\left[U(a,x_2-\xi_2)-U(0,x_2-\xi_2)\right]dx_2,\quad \xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right), \tag{20}$$

$$\frac{1}{2}u_1(0,\xi_2)=\int_{-a}^{0}u_1(x,a)\left[U(x_1,a-\xi_2)-U(x_1,-a-\xi_2)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\left[u_1(0,x_2)U(0,x_2-\xi_2)-u_1(-a,x_2)U(-a,x_2-\xi_2)\right]dx_2+ \tag{21}$$
$$+i\int_{\left(-a,-\frac{a}{2}\right)\cup\left(\frac{a}{2},a\right)}u_1(0,x_2)\left[U(0,x_2-\xi_2)-U(-a,x_2-\xi_2)\right]dx_2,$$
$$\xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right).$$

Теперь аналогичную формулу получим для $u_2(\xi)$.

$$\frac{1}{2}u_2(0,\xi_2)=\int_{0}^{a}u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)\left[U\left(x_1,\frac{a}{2}-\xi_2\right)-U\left(x_1,-\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1+$$
$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(a,x_2)U(a,x_2-\xi_2)dx_2-i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(0,x_2)U(0,x_2-\xi_2)dx_2- \tag{22}$$
$$-\int_{D_2}f(x)U(x_1,x_2-\xi_2)dx,\quad \xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right),$$

$$\frac{1}{2}u_2(a,\xi_2)=\int_0^a u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)\left[U\left(x_1-a,\frac{a}{2}-\xi_2\right)-U\left(x_1-a,-\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1+$$

$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(a,x_2)U(0,x_2-\xi_2)dx_2-i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(0,x_2)U(-a,x_2-\xi_2)dx_2-$$

$$-\int_{D_2}f(x)U(x_1-a,x_2-\xi_2)dx,\quad \xi_2\in\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right),\tag{23}$$

$$u_2\left(\xi_1,-\frac{a}{2}\right)=u_2\left(\xi_1,\frac{a}{2}\right)=$$

$$=\int_0^a u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)\left[U(x_1-\xi_1,a)-U(x_1-\xi_1,-a)\right]dx_1+$$

$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(a,x_2)\left[U\left(a-\xi_1,x_2+\frac{a}{2}\right)+U\left(a-\xi_1,x_2-\frac{a}{2}\right)\right]dx_2-$$

$$-i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_2(0,x_2)\left[U\left(-\xi_1,x_2+\frac{a}{2}\right)+U\left(-\xi_1,x_2-\frac{a}{2}\right)\right]dx_2-$$

$$-\int_{D_2}f(x)\left[U\left(x_1-\xi_1,x_2+\frac{a}{2}\right)+U\left(x_1-\xi_1,x_2-\frac{a}{2}\right)\right]dx,\quad \xi_1\in(0,a),\tag{24}$$

$$u_1(\xi_1,-a)=u_1(\xi_1,a)=$$

$$=\int_{-a}^{0}u_1(x,a)\left[U(x_1-\xi_1,2a)-U(x_1-\xi_1,-2a)\right]dx_1+$$

$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}u_1(0,x_2)\left[U(-\xi_1,x_2+a)+U(-\xi_1,x_2-a)\right]dx_2$$

$$-i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} u_1(-a,x_2)[U(-a-\xi_1,x_2+a)+U(-a-\xi_1,x_2-a)]dx_2 \quad +$$

$$+i \int_{\left(-a,-\frac{a}{2}\right)U\left(\frac{a}{2},a\right)} u_1(0,x_2)[U(-\xi_1,x_2+a)-U(-a-\xi_1,x_2+a)+,$$

$$+U(-\xi_1,x_2-a)-U(-a-\xi_1,x_2-a)]dx_2 \tag{25}$$

$$\xi_1 \in (-a,0),$$

Таким образом, из полученных выражений, выражения (19) и (24) регулярные. А в каждом из выражений (20) - (23) содержится одно сингулярное слагаемое. Наконец, сравнение (20) с (23) и (21) с (22) приводит нас к следующим регулярным соотношениям:

$$u_1(-a,\xi_2)=u_2(a,\xi_2)=$$

$$=\int_{-a}^{0} u_1(x,a)[U(x_1+a,a-\xi_2)-U(x_1+a,-a-\xi_2)]dx_1 +$$

$$+\int_{0}^{a} u_2\left(x_1,\frac{a}{2}\right)\left[U\left(x_1-a,\frac{a}{2}-\xi_2\right)-U\left(x_1-a,-\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1 +$$

$$+i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} u_1(0,x_2)U(a,x_2-\xi_2)dx_2 -$$

$$-i\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} u_1(0,x_2)U(-a,x_2-\xi_2)dx_2 +$$

$$+i \int_{\left(-a,-\frac{a}{2}\right)U\left(\frac{a}{2},a\right)} u_1(0,x_2)[U(a,x_2-\xi_2)-U(0,x_2-\xi_2)]dx_2 -$$

$$-\int_{D_2} f(x)U(x_1-a,x_2-\xi_2)dx, \quad \xi_2 \in \left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right) \tag{26}$$

и

$$
\begin{aligned}
u_1(0,\xi_2) = u_2(0,\xi_2) = &\int\limits_{-a}^{0} u_1(x,a)\left[U(x_1, a-\xi_2) - U(x_1,-a-\xi_2)\right]dx_1 + \\
&+ \int\limits_{0}^{a} u_2\left(x_1, \frac{a}{2}\right)\left[U\left(x_1, \frac{a}{2}-\xi_2\right) - U\left(x_1, -\frac{a}{2}-\xi_2\right)\right]dx_1 + \\
&+ i\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} u_2(a,x_2)\left[U(a, x_2-\xi_2) - U(-a, x_2-\xi_2)\right]dx_2 + \\
&+ i\int\limits_{\left(-a,-\frac{a}{2}\right)U\left(\frac{a}{2},a\right)} u_1(0,x_2)\left[U(0,x_2-\xi_2) - U(-a,x_2-\xi_2)\right]dx_2 - \\
&- \int\limits_{D_2} f(x)U(x_1, x_2-\xi_2)dx, \quad \xi_2 \in \left(-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right).
\end{aligned}
\tag{27}
$$

Этим установлено следующее утверждение:

Теорема 3. Если $f(x),\ x \in D_2$ - непрерывная функция, то тогда для уравнений (1), (2) справедливы следующие регулярные соотношения (19), (24)–(27).

Эти регулярные соотношения (19), (24)–(27) получены после регуляризации необходимых условий с помощью заданных граничных условий (3)–(5).

В итоге получаем следующее:

Теорема 4. При условиях теоремы 3 граничная задача (1)–(5) фредгольмова.

Заключение. Как уже было отмечено, задачи распространения электромагнитных волн в ячеистых волноводах, а также другие прикладные задачи [1,2,6] сводятся к решению уравнений Лапласа и Гельмгольца в областях, образованные как объединение двух прямоугольников. Применяя полученные в этой статье результаты мы можем свести их к интегральным уравнениям Фредгольма второго рода, что позволит исследовать эти задачи по новому.

Литература

1. Ильинский А.С., Гусейнов Э.А. Прямой численный метод решения сингулярного интегрального уравнения задачи дифракции на открытом конце волновода. – Вестник МГУ. Сер.15. Вычислительная математика и кибернетика, 1981, №4, с.9-19.
2. Ильинский А.С., Муталлимов М.М. Спектральный метод расчета постоянных распространения ячеистых волноводов, Журнал

вычислительной математики и математической физики, 1985, т.25, №3, с.381-391.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. «Наука», Москва, 1971, 512 с.
4. Aliyev N.I., Jahanshahi M. Sufficient conditions for redaction of the BVP including a mixed PDE with non-local boundary conditions to Fredholm integral equations. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 1997, №3, pp.419-425.
5. Jahanshahi M., Aliyev N.I. Determining of an analytic fanction on its analytic domain bu Cauchy-Riemann equation with special kind of boundary conditions. Southeast Asian Bulletin Mathematics, 28, 2004, №1, pp.33-39.
6. Ильинский А.С., Муталлимов М.М. Исследование дисперсионных уравнений спектрального метода, Доклады АН СССР, 1983, т.271, №4, стр.793-795.

İki düzbucaqlinin birləşməsində qoyulmuş bir sərhəd məsələsi haqqinda

N.Ə.Əliyev, M.M.Mütəllimov, A.K.Xudadova, R.T.Zülfüqarova

XÜLASƏ

İşdə iki düzbucaqlının birləşməsində birinci tərtib elliptik tip tənliklər sistemi üçün sərhəd məsələsinə baxılır. Laplas və ya Helmholts tənlikləri üçün belə məsələlərin həlli zamanı baxılan problem üzrə birinci növ Fredholm tipli inteqral tənliklərinin alındığı analoji işlərdən fərqli olaraq bu məqalədə baxılan məsələ nüvəsində zəif məxsusiyyətin olduğu ikinci növ Fredholm tipli inteqral tənliyə gətirilir.

Açar sözlər: Koşi-Riman tənlikləri, qeyri-lokal sərhəd şərtləri, dalğaötürücüsü, sinqulyarlıq, requlyarizasiya, fredholmluq.

On boundary value problem on the union of two rectangles

N.A. Aliev, M.M. Mutallimov, A.K. Khudadova, R.T. Zulfugarova

ABSTRACT

We consider the boundary value problem for elliptic equations of the first order on the union of two rectangles. Unlike other similar works on this problem, where in the solution of such problems for the Laplace equation or the Helmholtz obtained Fredholm integral equation of the first kind, in this paper the problem is reduced to the Fredholm integral equations of the second kind with weak singularities in the kernels.

Keywords: Cauchy-Riemann equations, nonlocal boundary conditions, waveguides, singularity, regularization, fredholming.