Proceedings of IAM, V.2, N.2, 2013, pp.196-202

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ НАЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ЗАКАЗОВ*

Р.Г. Гамидов[1], Н.К. Аллахвердиева[2]

[1]Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан

Резюме. В данной работе рассматривается задача назначения и распределения заказов между субъектами коллектива. Предлагается алгоритм принятия решения для организации деятельности коллектива на основе модели Марковица, которая известна как задача о максимизации полной прибыли.

Ключевые слова: коллективный выбор, назначение заказов, вектор коллективной полезности, оптимизация, множество Парето, оптимальное решение по Лоренцу.

AMS Subject Classification: 90C31.

1. Введение

В данной работе рассматривается задача назначения и распределения заказов между субъектами коллектива. Предлагается алгоритм принятия решения для организации деятельности коллектива на основе модели Марковица, которая известна как задача о максимизации полной прибыли. В работе также дается обобщение поставленной задачи, с помощью которой моделируются различные важные практические задачи экономического и технического характера. Проведенная нами процедура организации процесса принятия решения может быть успешно применена и в этих задачах.

2. Постановка задачи

Назначение заказов между субъектами исполнителей, адекватных реалиям и потребностям социально-экономической жизни современного общества, нередко требует соблюдения справедливости относительно каждого, кто получает заказы и кто распределяет их.

В данной работе рассматривается ситуация следующего характера:

Имеется коллектив $K = \{1, 2, 3\}$ из трех участников (агентов). Агент 1 и агент 2 после того, как получают объемы заказов от агента 3 организуют свои деятельности на основе модели Марковица [1] , которая известна, как задача о максимизации полной прибыли. Объемы заказов представляются с помощью n- мерных векторов

$x^{io} = (x^i_{10}, \dots , x^i_{n0}), x^i_{r0} \geq 0, r = 1,\dots,n, i = 1, 2,$

такие, что $x^{10}+ x^{20} = a$,

* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 12.11.2013.

где a n - мерный вектор распределяемых заказов a_i , i = 1,... , n.

Производственная программа агента i, $x^i(t)$ = ($x_1^{(i)}$ (t),... ,$x_n^{(i)}$ (t)) определяется по модели Марковица из решения следующей задачи:

$$\frac{dx_j^{(i)}(t)}{dt} = \sum_{r=1}^{n} a_{jr} y_r^{(i)}(t), \quad 0 \le y_r^{(i)}(t) \le x_r^{(i)}(t), \tag{1}$$

$$x^{(i)}(0) = x^{i0}, \quad t \in [0, T].$$

Здесь $y_r(t)$ означает часть продукции $x_r(t)$ которая идет на расширение производства.

Полная прибыль, которую получает агент i от реализации производственной программы $x^{(i)}$(t) является оптимальным значением целевой функции:

$$f_i\,(x^{(i)}(t)) = \sum_{j=1}^{n} \int_0^T ((x_j^{(i)}(t) - y_j^{(i)}(t))dt \to \max. \tag{2}$$

Это оптимальное значение обозначим через $J^{(i)}$ (x^{i0}), Агент i передает $\sim_i$ долю (0≤$\sim_i$≤1) прибыли $J^{(i)}$ (x^{i0}) агенту 3 в замен полученного от него объема заказов $x_j^{i0} \ge 0,\ j = 1,\dots,n$ и оставляет для себя прибыль в объеме $u^i(x^{i0})$ = $(1-\sim_i)\,J^{(i)}$ (x^{i0}). В результате формируем вектор коллективной полезности коллектива K:

$$u(x^0) = u(x^{10}, x^{20}) = \left(u^1(x^{10}), \quad u^2(x^{20}), \quad u^3(x^{10}, x^{20}) \right),$$

где

$$u^3(x^{10}, x^{20}) = \frac{\sim_1}{1-\sim_1} u^1(x^{10}) + \frac{\sim_2}{1-\sim_2} u^2(x^{20}).$$

Числа $\sim_1, \sim_2$ задаются заранее и согласуются между агентами i, i = 1, 2, 3 . Они могут быть уточнены и в процессе принятия решения.

Рассмотрим множество:

$$U = \left\{ u(x^0) \middle| x^{10} + x^{20} = a, x^{10} \ge 0, x^{20} \ge 0 \right\}$$

Множество U принимаем как множество векторов коллективной полезности. Решения $x^1(t)$ и $x^2(t)$, 0≤$t \le T$, которые считаются “хорошими“ решениями для каждого агента i, i= 1,2,3 и коллектива в целом определяют “хорошее” решение $u^* \in U$ на множестве векторов коллективной полезности.

Задача состоит в организации процедуры с целью построения u^*.

3. Схема организации принятия решения

Процесс определения u^* следуя [2] организуется в двух этапах. На первом этапе определяем u_3^* решения $u^* = (u_1^*, u_2^*, u_3^*)$. А на втором этапе определяем координаты u_1^* и u_2^* решения u^*.

Описание первого этапа.

Через $\bar{u} = u_1 + u_2$, $(u_1, u_2, u_3) \in U$ обозначим уровень общего интереса коллектива {1, 2}, который состоит из исполнителей заказов. Тогда первое требование, которое налагаем на u^* состоит из следующего: коллективное решение должно быть компромиссным решением задачи:

$$\bar{u} = u_1 + u_2 \to \max,$$
$$u_3 \to \max, \tag{3}$$

при $(u_1, u_2, u_3) \in U$.

Решение задачи (3) мы принимаем на Паретовой границе задачи на основе диалогого алгоритма из [3]. Иллюстрация схемы такого типа алгоритма на числовом примере приводится в [2].

Описание второго этапа.

После того, как удовлетворяем максимальный интерес агента 3 и коллектива {1, 2} (пусть это выражается вектором $(\bar{u}^*, u_3^*)$) нам следует определить координаты u_1^*, u_2^* вектора u^*. Для этого налагаем второе требование на u^*: Агент 3 не может ограничивать коллектив {1, 2} при выборе наилучшего для себя коллективного решения $(\bar{u}_1, \bar{u}_2)$, если $(\bar{u}_1, \bar{u}_2, u_3^*) = u^*$. Отсюда следует, что коллектив {1, 2} может выбирать решение $(\bar{u}_1, \bar{u}_2)$, как компромиссное решение задачи

$$u_1 \to \max, u_2 \to \max, \qquad (u_1, u_2, u_3) \in U$$

или задачи

$$\begin{aligned} &J^{(1)}(x^{10}) \to \max, \\ &J^{(2)}(x^{20}) \to \max \\ &x^{10} + x^{20} = a, x^{10}, x^{20} \geq 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Задача (3) и задача (4) обладают общим недостатком. Она связана отсутствием аналитического представления целевых функций, которых максимизируются. Эти функции задаются алгоритмическим образом. Как в конечномерном случае [2], так и здесь, специфика ограничения рассматриваемых задач позволяет преодолеть эти трудности.

4. Аналитическое представление $u_i, i = 1,2,3.$

Задачу (1)-(2) перепишем в виде:

$$y_r^{(i)}(t) - \sum_{l=1}^{n} a_{rl}^{(i)} \int y_l^{(i)}(\tau)d\tau \le x_r^{i0},$$

$$y_r^{(i)}(t) \ge 0, \quad r = 1,....n, \quad t \in [0,T],$$

$$T\sum_{l=1}^{n} x_l^{i0} + \sum_{l=1}^{n}\int_0^T (\sum_{r=1}^{n} a_{rl}^{(i)}(T-t)-1) y_l^{(i)}(t)dt \to \max.$$

Обозначим:

$$c^i(t) = \sum_{r=1}^{n} a_{rl}^{(i)}(T-t)-1, c^0 = (1,....,1),$$

$$H^{(i)} = \left\| a_{rl}^{(i)} \right\|_{l=1,n}^{r=1,n}, F^{(i)}\left[y^{(i)}(t)\right] = \int_0^t H^{(i)} y(\tau)d\tau, i = 1,...n.$$

Тогда в новых обозначениях задача (1)-(2) принимает вид:

$$y^{(i)} - F^{(i)}\left[y^{(i)}(t)\right] \le x^{i0}, \quad y^{(i)}(t) \ge 0,$$

$$J^{(i)}(x^{i0}) = \int c^{(i)}(t)dt + T(c^0, x^{io}) \to \max .$$

Следуя [4] и [5] максимальное значение $J^{(i)}(x^{i0})$ определяем как предел

$$J^{(i)}(x^{i0}) = \lim_{k\to\infty}\left(x^{i0}, \Psi^{ik}\right) + T\left(c^0, x^{i0}\right) = \left(x^{i0}, \Psi^{i*}\right) + T\left(c^0, x^{i0}\right) = \tag{5}$$

$$= \left(Tc^0 + \Psi^{i*}, x^{i0}\right),$$

где $\Psi^{i0} = 0$, $\Psi^{i,k+1} = \max\left\{0, c^{(i)} + F'^{(i)}\Psi^{ik}\right\}, \quad k = 1,2,....$

‘ ′ ’ в F' означает знак транспонирования.

Существование предела Ψ^{i*} следует из [4], а справедливость равенства (5) следует из обобщенной теоремы двойственности [1, 5] для динамических задач линейного программирования.

5. Случай, когда число исполнителей заказов k>2

Если при выполнении заказов по модели Марковица участвуют не две, а больше участников, то первый этап процесса принятия решения остается в силе и решается задача

$$u_k \to \max, \quad \sum_{i=1}^{k-1} u_i \to \max,$$
$$(u_1, ..., u_{k-1}, u_k) \in U.$$

Второй этап решения в случае k>2 усложняется и требует анализировать ситуацию, которая выражается следующим образом:

$$(J^1(x^{10}), ..., J^{k-1}(x^{k-1,0})) \to \max,$$
$$\sum_{i=1}^{k-1} x^{i,0} = a,$$

т.е. требуется выбирать коллективное решение из множества

$$\overline{U} = \left\{ (u_1, ..., u_{k-1}) \middle| u_i = J^i(x^{i0}), i = 1, ..., k-1 \right\}.$$

Здесь мы можем использовать возможность, которую представляет нам теория выбора коллективного решения [6]. Например, если мы хотим организовать выбор с помощью коллективного порядка R, который сокращает неравенства, то выбор достаточно произвести во множестве оптимальных по Лоренцу решений, являющегося подмножеством множества Парето решений. В этом случае, иногда успешно может быть применен метод параметризация множества Парето, предложенный в [7] с целью поиска окончательного решения в форме диалогого алгоритма.

6. Обобщение

Задачу (1)-(2) можно считать как содержательный пример для следующей более общей задачи:

$$x(t) - F[x(t)] \le b(t), \quad x(t) \ge 0, \quad t \in [0, T],$$
$$\int_0^T c(t)x(t)dt \to \max, \tag{6}$$

где $$F[x(t)] = A(t)x(t) + \int_0^t H(t,{}^2)x({}^2)d{}^2,$$

$$b(t),\ x(t) \in L_2[0,T],\ b(t) \ge 0,\ x(t) \ge 0,\ A(t) \ge 0,\ H(t,{}^2) \ge 0$$

$$\int_0^T \int_0^t \left| H(t,{}^2) \right|^2 {}^2dt < \infty.$$

С помощью (6) моделируются различные важные практические задачи экономического и технического характера [5]. Проведенная нами процедура организации процесса принятия решения может быть успешно применена и в этих задачах.

Литература

1. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О., Некоторые вопросы математической теории процессов управления, М.ИЛ, 1962.
2. Гамидов Р.Г., Аллахвердиева Н.К., Гамидов А.Р., Об одной задаче распределения ресурсов, Вестник БГУ, серия физ-мат. наук, 2012, №2, с.70-78.
3. Hamidov R.H., One bicriterian dynamic linear proqram and its solution, The International Conference on problems of cybernetics and informatics, Baku, 2006, pp.7-11.
4. Беленкий В.З. О задачах математического программирования, обладающих минимальной точкой, Доклады АН СССР, т.183, №1, 1968.
5. Мееров М.В., Берщанский Я.М., Решение динамических задач оптимизации для линейных многосвязных систем, Препринт М. Институт проблем управления, 1975.
6. Мулен Э. Кооперативное принятие решений. Аксиомы и модели. М.:Мир, 1991.
7. Гамидов Р.Г., Фарбер М.Ш., О принятии решения в задачах многокритериальной оптимизации, Известия АН Азерб. ССР, сер. физ-техн. и матем. наук, №3, 1978, с.11-16.

İstehsal sifarişlərinin təyinatinin bir məsələsində qərar qəbuletmə

R.H. Həmidov, N.K. Allahverdiyeva

XÜLASƏ

Təqdim olunan işdə sifarişlərin kollektivin subyektləri arasında təyinatı və bölüşdürülməsi məsələsinə baxılmışdır. Tam gəlirin maksimallaşdırılması məsələsi kimi tanınan Markovits modeli əsasında kollektivin fəaliyyətinin təşkili üçün qərar qəbuletmə alqoritmi verilmişdir.

Açar sözlər: kollektiv seçim, sifarişin təyinatı, kollektiv səmərəlilik vektoru, optimallaşdırma, Pareto çoxluğu, Lorensə görə optimal həll.

Decision-making in one problem assignment of production orders

R.H. Hamidov, N.K. Allahverdiyeva

ABSTRACT

In this paper we consider the problem of assignment and allocation of orders between subjects of collective. Algorithm for decision-making to organize collective action is proposed, and it"s bazed on the Markowitz model, which is known as the problem of maximizing of total profit.

Keywords: collective choice, the appointment orders, vector collective utility, optimization, majority Pareto, optimal solution by Lorentz.