AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

QEYRİ-SƏLİS MODULLARIN HOMOLOGİYALARI

İxtisas: 1201.01-Cəbr

Elm sahəsi: Riyaziyyat

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş

DİSSERTASİYA

İddiaçı: ___________ **Kəmalə Mütalib qızı Vəliyeva**

Elmi rəhbərlər: ___________ **r.e.d dos. Sədi Andəm oğlu Bayramov**

__________ **f.r.e.n. dos. Vaqif Əli-Muxtar oğlu Qasımov**

Bakı-2021

MÜNDƏRİCAT

GİRİŞ

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. İctimai elmlərdə, iqtisadiyyatda, mühəndislikdə, tibbi diaqnostikada və elmin digər sahələrində meydana gələn bəzi məsələlərin tədqiq edilməsində riyaziyyatın klassik üsulları kifayət qədər effektiv olmur. Belə məsələlərin həlli ilə əlaqədar olaraq son illərdə riyaziyyatda müxtəlif qeyri-ənənəvi nəzəriyyələr qurulmuşdur. Bu nəzəriyyələrin böyük tətbiqi əhəmiyyəti vardır.

Klassik olmayan nəzəriyyələrin təməlini Lütfi Zadə qoymuşdur. 1965-ci ildə Lütfi Zadə qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsini qurdu, bununla o bir tərəfdən çox qiymətli məntiq nəzəriyyəsi vermiş oldu, o biri tərəfdən bu nəzəriyyənin bir çox tətbiqi məsələlərin həllində böyük rolu olmuşdur [123]. Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi demək olar ki, riyaziyyatın bütün sahələrində tətbiq edilir. Topologiya, cəbr, həndəsə, funksional analiz və s. [9, 13, 16, 27, 30, 58, 63, 64, 90, 120]

1968-ci ildə Chang qeyri-səlis çoxluqları topologiyada tətbiq etmişdir [27]. Bundan sonra bu sahədə bir çox araşdırmalar aparılmışdır. Bu araşdırmalar əsasən ümumi topologiyaya aiddir [14, 15, 30, 54, 58, 68, 75, 83, 92, 105, 119, 121, 122]. Bu nəticələrin bir çoxu Ying-Mingin kitabında [120] verilmişdir.Qeyri-səlis topoloji fəzalarda topologiyanın özündə qeyri-səlislik olmaması səbəbi ilə Şostak ilk dəfə qeyri-səlis topoloji fəzanın yeni tərifini vermişdir [109, 110, 111]. Bu topologiyanın özü bəzi şərtləri ödəyən qeyri-səlis çoxluqdur.

Cəbrdə qeyri-səlis çoxluğu 1971-ci ildə Rozenfeld [93] tətbiq etmişdir, o qeyri-səlis qrupları vermişdir və bəzi tətbiqlər aparmışdır. Daha sonra qeyri-səlis strukturlar halqada, modulda, cəbrdə və s. daxil edilmiş və bu istiqamətdə bir çox araşdırmalar aparılmışdır [9, 13, 31, 42, 43, 53, 61, 87, 89, 90, 124, 125, 126, 127].

Qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsinin ümumiləşməsi olan intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar nəzəriyyəsi Atanassov [11, 12] tərəfindən daxil edilmişdir. Daha sonra intuitiv qeyri-səlis çoxluqların ümumiləşməsi olan neytrosofik çoxluqlar nəzəriyyəsi Smarandache [106] tərəfindən verilmişdir və bu sahədə bəzi araşdırmalar aparılmışdır [23, 32, 80]. İntuitiv qeyri-səlis və neytrosofik çoxluqlar cəbrdə, topologiyada tətbiqlərini tapmışlardır. Cəbrdə son illərdə intuitiv qeyri-səlis G-modullar üzərində araşdırmalar aparılmışdır [4, 41, 102, 103, 104].

Qeyri-səlis, intuitiv qeyri-səlis, neytrosofik çoxluqların xüsusiyyətlərini özündə saxlayan soft çoxluqlar nəzəriyyəsi 1999-cu ildə Molotsov [82] tərəfindən qurulmuşdur. Bu çoxluqların tətqiqində Maji və Royun böyük xidmətləri olmuşdur. Daha sonra qeyri-səlis və soft strukturları birləşdirərək qeyri-səlis soft çoxluqlar qurulmuşdur [77, 78, 79]. Soft qrupları verərək 2007-ci ildə soft çoxluqların cəbrdə tətbiqi başlanmışdır [8]. Daha sonra soft halqalar, soft modullar verilmiş və onların bəzi xassələri araşdırılmışdır [50, 64, 65, 85, 86, 108]. Bunun davamı olaraq qeyri-səlis və intuitiv qeyri-səlis çoxluqların strukturu ilə soft çoxluqların strukturunu birləşdirərək cəbrdə qeyri-səlis soft qruplar, halqalar, modullar və s. strukturlar verilmiş və onlarla bağlı bəzi araşdırmalar aparılmışdır [51, 52, 62, 69].

Son illərdə modullarda bir qrupun təsiri olan intuitiv qeyri-səlis strukturlar daxil edilmiş və bu sahədə bəzi araşdırmalar aparılmışdır [98, 99, 100, 101, 102, 103, 104]. Cəbrdə neytrosofik çoxluqlar və neytrosofik soft çoxluqların da tətqiqi verilməyə başlanmışdır [114, 115, 117].

Cəbrdən fərqli olaraq topologiyada soft çoxluqların tətbiqi ancaq 2011-ci ildə başlanmışdır [97]. Bundan sonra bu sahədə intensiv araşdırmalar aparılmışdır [14, 16, 66, 95, 129]. Qeyd edək ki, qeyri-səlis çoxluqlarda əsasən ümumi topologiyaya aid nəticələr əldə edilmişdir. Ancaq cəbri topologiyanın üsulları kimi güclü aparata bu tətqiqatlarda geniş yer verilməmişdir. Bu sahədə bir neçə işi göstərmək olar [19, 45, 48, 59, 118].

Riyaziyyatın bir çox sahələrində qurulmuş yeni kateqoriyalarda cəbri əməllərə görə qapalılıq problemi ən vacib problemlərdən biridir. Düz və tərs limitlər bütün cəbri əməlləri özlərində saxladığına görə, bu kateqoriyalarda qapanma problemini, düz və tərs limitlərin varlığını göstərməklə həll etmək olar. Belə limitlərin varlığına bir çox alimlərin işləri həsr olunub. Misal üçün S.H. Linin işi qeyri-səlis topologiyaların, H-modullar kateqoriyasında M. Gardiri, B. Davvazın işi, SHR yarımqrup kateqoriyalarında tərs limitin varlığını araşdırmışdı V.Leoreanunun işləri həsr edilmişdir [17, 20, 42, 46, 47, 53, 71, 72, 73, 85, 117].

Göründüyü kimi qeyri-səlis çoxluqların araşdırılmasında cəbr və topologiya geniş istifadə olunur. Ona görə də bu sahədə aparılan işlər aktual və gələcəkdə tətbiqi əhəmiyyəti olan araşdırmalardır.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Qrup altında təsiri olan qeyri-səlis modullar və cəbri strukturlar üzərində qeyri-səlis topologiya.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Bəzi cəbri məsələlərin qeyri-səlis strukturlarda tədqiqatı.

Tədqiqat metodları. İşdə müasir cəbrin, homoloji cəbrin, topologiyanın və cəbri topologiyanın üsulları tətbiq olunub.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar.

1. Qeyri-səlis soft G-modullar, intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyaları qurulmuş və bu kateqoriyaların cəbri əməllərə görə qapalılıq problemi araşdırılmışdır.
2. İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyasında dəqiq ardıcıllıq anlayışı verilərək, bəzi dəqiq ardıcıllıqlar qurulmuşdur.
3. İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyasında homoloji modullar qurularaq homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbatlanmışdır.
4. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların genişlənməsi olan neytrosofik G-modullar kateqoriyası qurulmuşdur.
5. Neytrosofik modulların genişlənməsi olan neytrosofik soft modullar anlayışı daxil edilmiş və bu modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi araşdırılmışdır. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında tərs limitin varlığı isbatlanmışdır.
6. Soft çoxluqlarda qeyri-səlis, intuitiv qeyri-səlis (Şostak) topologiya daxil edilmiş və yeni alınan topoloji fəzada baza, kəsilməzliklə bağlı araşdırmalar aparılmışdır.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Qeyri-səlis modullarda bir qrupun təsirini verərək yeni bir kateqoriya qurulur və bu kateqoriyanın xassələri öyrənilir. Burda alınan nəticələr qeyri-səlis qrupların təsvirlər nəzəriyyəsinin qurulmasına imkan verir. Hər bir yeni alınan kateqoriyada ən vacib problemlərdən biri cəbri əməllərə görə qapalılıq problemidir. Neytrosofik modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi tam həll olunur. Qeyri-səlis çoxluqları soft çoxluqlara tətbiq edərək cəbr və topologiya arasında bir körpü qurulur. Bununla adi topoloji fəza və soft topoloji fəzaları özündə saxlayan bir kateqoriya qurulmuşdur.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti. Dissertasiyada yeni qeyri-səlis soft G-modullar, intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar, neytrosofik G-modullar, neytrosofik soft modullar kateqoriyaları qurulmuşdur. Burda alınan nəticələr qeyri-səlis qrupların təsvirlər nəzəriyyəsinin qurulmasına imkan verir. Təsvirlər nəzəriyyəsinin isə riyaziyyatda nə qədər böyük əhəmiyyətinin olduğu aşkardır. Qeyri-səlis strukturlar praktikanın tələbindən yaranmış və aparılan bu tədqiqatların praktik məsələlərin həllində geniş şəkildə istifadə olunacağına ümid bəslənilir.

Aprobasiya və tətbiqi. Dissertasiyanın nəticələri ölkə daxilində AMEA-nın müxbir üzvü, tanınmış alim və görkəmli riyaziyyatçı Qoşqar Teymur oğlu Əhmədovun anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş «Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri» adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2017), Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetində keçirilən Azərbaycan Xalq Cümhuriyyətinin 100 illik yubileyinə həsr olunmuş Doktorantların və gənc tədqiqatçıların XXII Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2018), Azərbaycanın Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 95-ci il dönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat və mexanikanın aktual problemləri" adlı Respublika Elmi Konfransında (Bakı, 2018), «8th İnternational Eurasian conference on mathematical sciences and applications» adlı elmi konfransda (Bakı, 2019) o cümlədəm ölkə xaricində Gürcüstanda keçirilmiş "IX İnternational conference of the Georgian mathematical union» adlı elmi konfransında (Batumi, 2018) və s. məruzə edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Bakı Dövlət Universiteti.

İşin həcmi və quruluşu. Dissertasiya işi (titul səhifəsi -306 işarə sayı, mündəricat -1448 işarə sayı) giriş -39732 işarə sayı, I fəsil, -74000 işarə sayı, II fəsil -56000 işarə sayı, III fəsil -50000 işarə sayı, nəticə - 875 işarə sayı və istifadə olunmuş 129 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi - 222361işarə sayıdır.

Birinci fəsildə qeyri-səlis soft G-modullar və intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar üzərində bəzi əməllər verilir, intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyasında dəqiq ardıcıllıq anlayışı verilərək bəzi dəqiq ardıcıllıqlar qurulur. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların homoloji modulları araşdırılır. Neytrosofik G-modullar kateqoriyası qurulur.İkinci fəsildə neytrosofik soft modullar verilir. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında qapalılıq problemləri araşdırılır. Bunun üçün bu kateqoriyada tərs limitin varlığı və xassələri öyrənilir. Üçüncü fəsildə isə soft çoxluqlarda qeyri-səlis topologiya və intuitiv qeyri-səlis topologiyaya baxılır.

Birinci fəslin birinci yarımfəslində qeyri-səlis G-modul anlayışı daxil edilir və onun üzərində bəzi əməllər verilir.

Tərif 0.1. K bir halqa, M isə K üzərində sol (və ya sağ) K- modul və G bir qrup olsun. G qrupunun M modulu üzərində təsiri verilsin, yəni aşağıdakı şərtləri ödəyən $\mu : G \times M \to M$ funksiyası verilsin.

1) $\mu(1_G, m) = m, \quad \forall m \in M$ (1_G G qrupunun vahid elementi)

2) $\mu(g_1 g_2, m) = \mu(g_1, \mu(g_2, m))$

3) $\mu(g, k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 \mu(g, m_1) + k_2 \mu(g, m_2)$

Əgər $\mu(g, m) = g \cdot m$ kimi göstərsək bu şərtləri belə yaza bilərik

1) $1_G \cdot m = m$

2) $(g_1 g_2) \cdot m = g_1 (g_2 m)$

3) $g \cdot (k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 (g m_1) + k_2 (g m_2)$

Bu halda M moduluna G-modul adı verilir.

İndi $E \neq \varnothing$ bir parametrlər çoxluğu, M isə G-modul olsun. $PF_G(M)$ ilə M üzərində verilmiş bütün qeyri-səlis çoxluqlar ailəsi göstərilir.

Tərif 0.2. (F, A), M üzərində bir qeyri-səlis soft çoxluq olsun. Əgər $\forall a \in A$ üçün $F(a): M \to [0,1]$ qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı şərtləri ödəyirsə:

a) $F(a)(ax + by) \geq F(a)(x) \wedge F(a)(y) \quad \forall a, b \in K,\ x, y \in M$

b) $F(a)(g \cdot m) \geq F(a)(m)$

o zaman (F, A)cütünə M üzərində qeyri-səlis soft G-modul deyilir.

$F(a)$-nı F_a ilə göstərək.

Teorem 0.1. Əgər (F, A), (H, B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul isə, onların kəsişməsi $(F,A)\cap(H,B)$də M üzərində qeyri-səlis soft G -moduldur.

Teorem 0.2. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G -modul olsun. Əgər $A\cap B=\varnothing$ isə onların birləşməsi $(F,A)\cup(H,B)$ M üzərində qeyri-səlis soft G -moduldur.

Teorem 0.3.(F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G -modul olsun. O zaman $(F,A)\wedge(H,B)$ də M üzərində qeyri-səlis soft G -moduldur.

Teorem 0.4. (F,A) M üzərində, (H,B) N üzərində iki qeyri-səlis soft G – modul olsun, onda $(F,A)\times(H,B)$ $M\times N$ üzərində qeyri-səlis soft G –moduldur.

Tərif 0.3. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G -modul olsun, onların cəmi $(F,A)+(H,B)=(G,C)$ belə təyin olunur: $C=A\cap B$ və $\forall c\in C$ üçün $G_c(x)=\underset{x=a+b}{\vee}(F_c(a)\wedge H_c(b))$

Teorem 0.5. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G -modul olsun, onda onların cəmi $(F,A)+(H,B)$ də M üzərində qeyri-səlis soft G -moduldur.

Tərif 0.4. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G -modul olsun, onların hasili $(F,A)\cdot(H,B)=(G,C)$ belə təyin olunur: burada $C=A\cap B$ və $\forall c\in C$ üçün $G_c(x)=\underset{x=\sum(a_i+b_i)}{\vee}\{\underset{i}{\wedge}(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i))\}$

Teorem 0.6. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G -modulların hasili də M üzərində qeyri-səlis soft G -moduldur.

M bir G -modul və N, M -nin alt modulu olsun. Əgər N alt modulu G qrupunun təsiri altında invariantsa, yəni $\forall g\in G$ və $n\in N$ üçün $g\cdot n\in N$ isə N alt moduluna G -alt modul deyilir.

Tərif 0.5. (F,A), M üzərində qeyri-səlis soft G -modul olsun, $F_a/_N$ qeyri-səlis soft çoxluğu $\forall a\in A$ üçün $F_a/N:N\to[0,1]$ kimi təyin edilsin.

Teorem 0.7. (F,A), M üzərində qeyri-səlis soft G -modul olsun, o zaman $F_a/_N$, N üzərində qeyri-səlis soft G -moduldur.

Teorem 0.8. (F,A) M üzərində qeyri-səlis soft G -modul, N M -nin G -alt modulu olsun, onda $(\tilde{F},A)$, M/N faktor modulu üzərində qeyri-səlis soft G -

moduldur.

Birinci fəslin ikinci yarımfəslində qeyri-səlis soft G -modulların genişləndirilməsi olan intuitiv qeyri-səlis soft G -modullarına baxılır və burada analoji teoremlər isbatlanır.

Tərif 0.6. (F,A), M üzərində bir intuitiv qeyri-səlis soft çoxluq olsun. Əgər $\forall a\in A$ üçün $F(a)=(F_a,F^a):M\to[0,1]$ intuitiv qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı şərtləri ödəyirsə:

a) $\begin{array}{l} F_a(ax+by)\geq F_a(x)\wedge F_b(y) \\ F^a(ax+by)\leq F^a(x)\vee F^b(y) \end{array}$ $\quad \forall a,b\in K,\ x,y\in M$

b) $\begin{array}{l} F_a(g\cdot m)\geq F_a(m) \\ F^a(g\cdot m)\leq F^a(m) \end{array}$

o zaman (F,E)cütünə M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -modul deyilir.

Birinci fəslin üçüncü yarımfəslində intuitiv qeyri-səlis soft G -modullar ardıcıllığına baxılır.

Tutaq ki, (F,A), M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -moduldur. (G,B), N üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -modul olsun. $f:M\to N$, G -modulların homomorfizmidir, $\varphi:A\to B$ çoxluqların inikasıdır.

Tərif 0.7. Əgər hər bir $a\in A$ üçün $f:\left(M,F_a,F^a\right)\to\left(N,G_{\varphi(a)},G^{\varphi(a)}\right)$, intuitiv qeyri-səlis G -modulların homomorfizmidirsə, onda $(f,\varphi):(F,A)\to(G,B)$ cütü intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların homomorfizmi adlanır.

Tutaq ki, $(f,\varphi):(F,A)\to(G,B)$, intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların homomorfizmi, $\ker f<M$, f -in nüvəsi olsun. $\ker f$ G altmodulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların strukturunu aşağıdakı kimi təyin edək, $\forall a\in A$ üçün,

$$\overline{F}(a)=\left(\overline{F}_a,\overline{F}^a\right),\ \overline{F}_a=F_a\big/_{Kerf},\overline{F}^a=F^a\big/_{Kerf}.$$

$\operatorname{Im} f<N$, f -in obrazı olsun, eyni yolla $\operatorname{Im} f$ G altmodulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların strukturunu göstərək. $\forall b\in B$ üçün,

$$\overline{G}(b)=\left(\overline{G}_b,\overline{G}^b\right),\ \overline{G}_b=G_b\big/_{\operatorname{Im} f},\ \overline{G}^b=G^b\big/_{\operatorname{Im} f}.$$

Teorem 0.9. Tutaq ki, M və N, G-modullar və f, G-modulların homomorfizmi olsun. Əgər (G, B), N üzərində intuitiv qeyri-səlis G-moduldursa, onda $\left(f^{-1}(G), B\right)$, M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 0.10. Əgər $\{(F_i, A_i)\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar ailəsidirsə, onda $\oplus_{i\in I}(F_i, A_i)$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullardır.

Tərif 0.8. X çoxluğu üzərində ixtiyari intuitiv qeyri-səlis soft (F, A) çoxluğu üçün intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğunun daşıyıcısı $\left(F^*, A\right)$ kimi işarə edilir və $F^*(a) = \{x \in X, F_a(x) > 0, F^a(x) < 1\}$ kimi təyin edilir. Aydındır ki, $\left(F^*, A\right)$, X üzərində soft çoxluqdur.

Təklif 0.1. Tutaq ki, $f : X \to Y$, $\varphi : A \to B$ iki inikas və $(F, A), (G, B)$ X və Y-in intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqları olsun. Onda,

a) $(f, \varphi)\left(F^*, A\right) \subset \left(f(F)^*, \varphi(A)\right)$

b) $f^{-1}\left(G^*, B\right) = \left(f^{-1}(G)^*, A\right)$ ödənir.

Teorem 0.11. a) Tutaq ki, (F, A) intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur. Onda $\left(F^*, A\right)$, M-in soft G-altmoduludur.

b) M-in $(F, A), (G, B)$ soft G-modulu üçün alınır ki, $\left((F, A) + (G, B)\right)^* = \left(F^*, A\right) + \left(G^*, B\right)$.

c) $\left((F, A) \cap (G, B)\right)^* = \left(F^*, A\right) \cap \left(G^*, B\right)$.

Tərif 0.9. $\forall a \in A$ və $\forall x \in M$ üçün M üzərində iki $\left(\tilde{\Phi}, A\right)$ və $\left(\tilde{M}, A\right)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarını aşağıdakı kimi təyin edək

$$\tilde{\Phi}(a)(x) = \begin{cases} (1,0), x = 0 \\ (0,1), x \neq 0 \end{cases}; \tilde{M}(a)(x) = (1,0)$$

Onda, $\left(\tilde{\Phi}, A\right), \left(\tilde{M}, A\right)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlar, intuitiv qeyri-səlis soft modullara uyğun 0 və 1 qeyri-səlis soft modulları adlanır.

Tərif 0.10. Tutaq ki, $(F, A), (G, B)$ intuitiv qeyri-səlis soft G-modullardır. Əgər

$(F,A)\cap(G,B)=(\widetilde{\Phi},A\cap B)$ şərti ödənirsə, onda $(F,A)+(G,B)$ cəmi, (F,A) və (G,B) -nin düz cəmi adlanır və bu $(F,A)\oplus(G,B)$ kimi yazılır.

Teorem 0.12. Tutaq ki, $(F,A),(G,B),(H,C)$ M -in soft G modulları olsun belə ki, $(F,A)=(G,B)\oplus(H,C)$, onda $(F^*,A)=(G^*,B)\oplus(H^*,C)$.

Tutaq ki,

$$\ldots\xrightarrow{f_{i-1}}M_{i-1}\xrightarrow{f_i}M_i\xrightarrow{f_{i+1}}M_{i+1}\xrightarrow{f_{i=2}}\ldots \qquad (0.1)$$

G -modulların və G -modul homomorfizmaların ardıcıllığı olsun.

Tərif 0.11. $M_i, i\in Z$ G -modullar, $(F_i A)$, M_i üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -modullar olsun. Əgər $\forall a\in A$ üçün

$$\ldots\to(M_{i-1},F_{i-1}(a))\to(M_i,F_i(a))\to(M_{i+1},F_{i+1}(a))\to\ldots \qquad (0.2)$$

intuitiv qeyri-səlis G -modulların ardıcıllığı dəqiqdirsə, onda intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların

$$\ldots\xrightarrow{(f_{i-1},1_A)}(F_{i-1},A)\xrightarrow{(f_i,1_A)}(F_i,A)\xrightarrow{(f_{i+1},1_A)}(F_{i+1},A)\xrightarrow{(f_{i+2},1_A)}\ldots \qquad (0.3)$$

ardıcıllığına intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların dəqiq ardıcıllığı deyilir.

Teorem 0.13. Tutaq ki, $(F,A),(G,B)$ intuitiv qeyri-səlis soft G -modulların düz cəmi $(F,A)\oplus(G,B)$ üçün, soft G -modulların düz cəmidir. Onda, $0\longrightarrow(F,A)\xrightarrow{(i,1_A)}(F,A)\oplus(G,A)\xrightarrow{(\pi,1_A)}(G,A)\longrightarrow 0$ ardıcıllığı dəqiqdir.

Teorem 0.14. Tutaq ki, $M\xrightarrow{f}N\xrightarrow{g}P$, N -modulunda G -modulların dəqiq ardıcıllığıdır, və (F,A), (G,A), (H,A), uyğun olaraq M,N və P üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G -modullardır. Onda intuitiv qeyri-səlis soft G- modulların $(F,A)\xrightarrow{(f,1_A)}(G,A)\xrightarrow{(g,1_A)}(H,A)$ ardıcıllığı (G,A)-da dəqiqdir, ancaq onda ki, əgər bütün $a\in A$ üçün G -modulların $F^*(a)\xrightarrow{f'}G^*(a)\xrightarrow{g'}H^*(a)$ ardıcıllığı $G^*(a)$ -da dəqiq olsun, burada, f' və g', f və g -nin uyğun olaraq $F^*(a)$ və $G^*(a)$ -a daralmasıdır.

Birinci fəslin dördüncü yarımfəslində intuitiv qeyri-səlis G -modulların homoloji modulları qurulur.

G bir qrup, M , G -modul olsun. G (M,μ,ν) ilə intuitiv qeyri-səlis G -modulu işarə edək.

Tərif 0.12. Əgər intuitiv qeyri-səlis G-modulların

$$\left\{(M_n,\mu_n,\nu_n),\partial_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to(M_{n-1},\mu_{n-1},\nu_{n-1})\right\}_{n\in Z} \qquad (0.4)$$

ardıcıllığı üçün $\partial_{n-1}\circ\partial_n=0$ ödənirsə, bu ardıcıllığa intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir kompleksi deyilir.

Tutaq ki, (0.4) və

$$\left\{(M_n^{'},\mu_n^{'},\nu_n^{'}),\partial_n^{'}:(M_n^{'},\mu_n^{'},\nu_n^{'})\to(M_{n-1}^{'},\mu_{n-1}^{'},\nu_{n-1}^{'})\right\}_{n\in Z} \qquad (0.5)$$

uyğun olaraq $\{M_n\}$, $\{M_n^{'}\}$ üzərində, iki intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir kompleksidir.

Tərif 0.13. Əgər $\forall n\in Z$, $\varphi_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to(M_n^{'},\mu_n^{'},\nu_n^{'})$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların homomorfizmaları üçün $\varphi_{n-1}\circ\partial_n=\partial'_n\circ\varphi_n$ şərti ödənirsə $\{\varphi_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to(M_n^{'},\mu_n^{'},\nu_n^{'})\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizması adlanır.

Zəncir komplekslər və onların morfizması kateqoriya təşkil edir.

Tərif 0.14. Tutaq ki, $\{\varphi_n,\psi_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to(M_n^{'},\mu_n^{'},\nu_n^{'})\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizmalarıdır və $D=\{D_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to(M_{n+1}^{'},\mu_{n+1}^{'},\nu_{n+1}^{'})\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların homomorfizma ailəsidir. Əgər, $\varphi_n-\psi_n=D_{n-1}\circ\partial_n+\partial_{n+1}^{'}\circ D_n$ bərabərlik ödənirsə, onda $D=\{D_n:M_n\to M_{n+1}^{'}\}_{n\in Z}$ modulların homomorfizmlərinin ailəsi zəncir homotopiya adlanır, $\{\varphi_n\},\{\psi_n\}$ zəncir homotop inikaslar adlanır və $\{\varphi_n\}\sim\{\psi_n\}$ kimi işarə olunur.

Teorem 0.15. Zəncir homotopiya münasibəti ekvivalent münasibətdir və superpozisiyaya görə invariantdır.

Tərif 0.15. $H_n(C)=(Ker\partial_n/\operatorname{Im}\partial_{n+1},\tilde{\mu}_n,\tilde{\nu}_n)$ intuitiv qeyri-səlis G-moduluna, intuitiv qeyri-səlis G zəncir kompleksinin n-ölçülü homoloji modulu deyilir.

Göstərək ki, bu homoloji modul funktordur. $\{\varphi_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to(M_n^{'},\mu_n^{'},\nu_n^{'})\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizmaları isə $\forall[x]\in H_n(C)$ üçün

$\varphi_{n*}: H_n(C) \to H_n(C')$ homomorfizmini $\varphi_{n*}[x] = [\varphi_n(x)]$ kimi təyin edək. Beləliklə, aşağıdakı teorem verilə bilər.

Teorem 0.16. $C \to H_n(C)$ qarşı gəlməsi intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir kompleksləri kateqoriyasından intuitiv qeyri-səlis G-modullar kateqoriyasına gedən bir funktordur.

Teorem 0.17. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin homoloji funktoru zəncir homotopiyaya görə invariantdır. Belə ki, əgər $\{\varphi_n\} \sim \{\psi_n\}: \{(M_n, \mu_n, v_n), \partial_n\} \to \{(M'_n, \mu'_n, v'_n), \partial'_n\}$ onda, $\varphi_{n*} = \psi_{n*} = H(C) \to H_n(C')$.

Teorem 0.18. Əgər

$$0 \to C' \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C'' \to 0 \tag{0.6}$$

intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin parçalanan qısa dəqiq ardıcıllığı isə, onda

$$\ldots \longleftarrow H_{n-1}(C') \xleftarrow{\partial_{n*}} H_n(C'') \longleftarrow H_n(C) \longleftarrow H_n(C') \longleftarrow \ldots \tag{0.7}$$

intuitiv qeyri-səlis G-modulların homoloji modullar ardıcıllığı dəqiqdir.

Birinci fəslin beşinci yarımfəslində neytrosofik G-modullar daxil edilir. Birinci və ikinci yarımfəsillərin nəticələri neytrosofik G-modullarına daşınır.

Tərif 0.16. Tutaq ki, G qrupdur və M, K üzərində bir G-moduldur. Onda G üzərində neytrosofik G-modulu M-in aşağıdakı şərtləri ödəyən $A = (T, I, F)$ neytrosofik çoxluğudur.

(i) $T_A(ax+by) \geq T_A(x) \wedge T_A(y)$
$I_A(ax+by) \geq I_A(x) \wedge I_A(y)$, $\forall a, b \in K$, və $x, y \in M$.
$F_A(ax+by) \leq F_A(x) \vee F_A(y)$

(ii) $T_A(gm) \geq T_A(m)$
$I_A(gm) \geq I_A(m)$, $\forall g \in G$, $m \in M$.
$F_A(gm) \leq F_A(m)$

İkinci fəslin birinci yarımfəslində neytrosofik soft modullar verilir.

Tərif 0.17. Tutaq ki, $(\tilde{F}, A)$ M üzərində neytrosofik soft çoxluqdur. Əgər $\forall a \in A$ üçün $\tilde{F}(a) = (T_a, I_a, F_a)$ M-in neytrosofik alt moduludursa, onda $(\tilde{F}, A)$ cütü M

üzərində neytrosofik soft modul adlanır və $\widetilde{F}_a$ kimi işarə olunur.

Tərif 0.18. Tutaq ki, $\left(\widetilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\widetilde{F}^2, B\right)$ uyğun olaraq M və N modulları üzərində iki neytrosofik soft modullardır və $f: M \to N$ modulların homomorfizmasıdır, $g: A \to B$ isə çoxluqların inikasıdır. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə,

$$f\left(T^1_{(a)}\right) = \widetilde{F}^2(g(a)) = T^2_{g(a)},$$
$$f\left(I^1_{(a)}\right) = \widetilde{F}^2(g(a)) = I^2_{g(a)},$$
$$f\left(F^1_{(a)}\right) = \widetilde{F}^2(g(a)) = F^2_{g(a)}$$

$(f, g): \left(\widetilde{F}^1, A\right) \to \left(\widetilde{F}^2, B\right)$ cütü neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizması adlanır.

Aydındır ki, $\forall a \in A$ üçün $f: \left(M, \widetilde{F}^1_{(a)}\right) \to \left(N, \widetilde{F}^2_{g(a)}\right)$ neytrosofik modulların neytrosofik homomorfizmləridir.

Neytrosofik soft modullar və onların morfizmləri bir kateqoriya əmələ gətirir. Bu kateqoriya NSM ilə işarə edilir.

Teorem 0.19. Tutaq ki, $\left(\widetilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\widetilde{F}^2, B\right)$, M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Onda onların kəsişməsi $\left(\widetilde{F}^1, A\right) \cap \left(\widetilde{F}^2, B\right)$ M üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 0.20. Tutaq ki, $\left(\widetilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\widetilde{F}^2, B\right)$ M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Onda $\left(\widetilde{F}^1, A\right) \wedge \left(\widetilde{F}^2, B\right)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 0.21. Tutaq ki, $\left(\widetilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\widetilde{F}^2, B\right)$ M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər $A \cap B = \varnothing$, onda $\left(\widetilde{F}^1, A\right) \cup \left(\widetilde{F}^2, B\right)$ M üzərində neytrosofik soft moduldur.

Tərif 0.19. Tutaq ki, $\left(\widetilde{F}^1, A\right)$ və $\left(\widetilde{F}^2, B\right)$ M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə, $\left(\widetilde{F}^1, A\right)$, $\left(\widetilde{F}^2, B\right)$-nin neytrosofik soft alt modulu adlanır.

1) $A \subset B$

2) Hər bir $a \in A$ üçün $\widetilde{F}^1_a = \left(T^1_a, I^1_a, F^1_a\right)$, $\widetilde{F}^2_a = \left(T^2_a, I^2_a, F^2_a\right)$-nin, neytrosofik alt

moduludur, yəni $T_a^1 \le T_a^2$, $I_a^1 \le I_a^2$, $F_a^1 \ge F_a^2$.

Teorem 0.22. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, A)$ M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər hər bir $a \in A$ üçün $\tilde{F}_a^1 \le \tilde{F}_a^2$ ödənərsə, onda $(\tilde{F}^1, A)$, $(\tilde{F}^2, A)$-nın neytrosofik soft altmodulu olur.

$(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$ uyğun olaraq M və N üzərində iki neytrosofik soft modullar və $(f, g): (\tilde{F}^1, A) \to (\tilde{F}^2, B)$ bu modulların neytrosofik soft homomorfizmləri olsun. Neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmlərinin nüvəsini və obrazını daxil edək. Tutaq ki, $M' = \ker f$. $\tilde{F}' : A \to NS(M')$-nı $T_a' = T_a|_{M'}$, $I_a' = I_a|_{M'}$, $F_a' = F_a|_{M'}$ kimi təyin edək. Onda $(\tilde{F}', A)$, M' üzərində neytrosofik soft modul olur. Aydındır ki, bu modul , $(\tilde{F}, A)$-nın neytrosofik soft alt moduludur.

Tərif 0.20. $(\tilde{F}', A)$ neytrosofik soft modulu (f, g) -nin nüvəsi adlanır və $\ker(f, g)$ kimi işarə olunur.

Tutaq ki, $B' = g(A)$. Onda bütün $b \in B'$ üçün $a \in A$ var ki, $g(a) = b$. $N' = \operatorname{Im} f < N$ alt modulu üçün $\tilde{F}'^2 : B' \to NS(N')$ inikası $T'^2(b') = T^2(g(a))|_{N'}$, $I'^2(b') = I^2(g(a))|_{N'}$, $F'^2(b') = F^2(g(a))|_{N'}$ kimi təyin edilsin. (f, g) neytrosofik soft homomorfizm olduğundan, bütün $a \in A$ üçün $f(T_a^1) = T_{g(a)}^2$, $f(I_a^1) = I_{g(a)}^2$, $f(F_a^1) = F_{g(a)}^2$ ödənir. Onda $(\tilde{F}'^2, B')$ cütü N' üzərində neytrosofik soft moduldur və $(\tilde{F}'^2, B')$, $(\tilde{F}^2, B)$-nin neytrosofik soft alt moduludur.

Tərif 0.21. $(\tilde{F}'^2, B')$, (f, g)-nin obrazı adlanır və $\operatorname{Im}(f, g)$ kimi işarə olunur.

Təklif 0.2. Tutaq ki, $(\tilde{F}, A)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur, N, $R-$ moduldur və $f : M \to N$, $R-$modulların homomorfizmidir. Onda $(f(\tilde{F}), A)$, N üzərində neytrosofik soft moduldur.

Təklif 0.3. Əgər M, $R-$modul, $(\tilde{F}, A)$, N üzərində neytrosofik soft modul və $f : M \to N$, $R-$modulların homomorfizmidirsə, onda $(f^{-1}(\tilde{F}), A)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 0.23. Əgər $\{(\widetilde{F}_i, A_i)\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda $\prod_{i\in I}(\widetilde{F}_i, A_i)$, $\prod_{i\in I} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 0.24. Əgər $\{(\widetilde{F}_i, A_i)\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ modullar ailəsi üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda $\bigoplus_{i\in I}(\widetilde{F}_i, A_i)$, $\bigoplus_{i\in I} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 0.25. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında sıfır obyekti, cəm, hasil, nüvə və konüvə təyin edilə bilər.

Tutaq ki, M və N, R (halqa) üzərində uyğun olaraq sağ və sol modullardır. $(\widetilde{F}^1, A)$ və $(\widetilde{F}^2, B)$ uyğun olaraq M və N üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Modulların tenzor hasili $M \otimes N$ modulunda $\widetilde{F}^1 \otimes \widetilde{F}^2 : A\times B \to M \otimes N$ inikası $\forall (a,b)\in A\times B$ üçün,

$$\begin{aligned}
(T^1 \otimes T^2)(a,b) &= T^1(a)\otimes T^2(b),\\
(I^1 \otimes I^2)(a,b) &= I^1(a)\otimes I^2(b),\\
(F^1 \otimes F^2)(a,b) &= F^1(a)\otimes F^2(b)
\end{aligned}$$

şəklində təyin edilsin.

Tərif 0.22. $(\widetilde{F}^1 \otimes \widetilde{F}^2, A\times B)$-ə $(\widetilde{F}^1, A)$ və $(\widetilde{F}^2, B)$-nin tenzor hasili deyilir və $(\widetilde{F}^1, A)\otimes(\widetilde{F}^2, B)$ kimi işarə edilir.

Teorem 0.26. $(\widetilde{F}^1 \otimes \widetilde{F}^2, A\times B)$, $M \otimes N$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

İkinci fəslin ikinci yarımfəslində neytrosofik modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi həll olunur.

Neytrosofik modullar kateqoriyasını NM -lə işarə edək.

Tərif 0.23. $D:\Lambda^{op} \to NM$ funktoru, harada ki, Λ istiqamətlənmiş çoxluqdur (kateqoriya kimi hesab olunur), neytrosofik modulların tərs sistemi adlanır, D-nin limiti isə tərs sistemin limiti adlanır.

Fərz edək ki,

$$(\underline{M}, \underline{T}, \underline{I}, \underline{F}) = \\
= \left(\{(M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha)\}_{\alpha\in\wedge}, \left\{p_\alpha^{\alpha'} : (M_{\alpha'}, T_{\alpha'}, I_{\alpha'}, F_{\alpha'}) \to (M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha)\right\}_{\alpha\prec\alpha'} \right) \qquad (0.8)$$

neytrosofik modulların tərs sistemidir. $A=\left\{\pi_\alpha:\prod_{\alpha\in\wedge}M_\alpha\to M_\alpha\right\}_{\alpha\in\wedge}$ proyeksiyalar ailəsi və $\left(\prod_{\alpha\in\wedge}M_\alpha,T_A,I_A,F_A\right)$ neytrosofik modulların düz hasili olsun. Onda $\left(\lim_{\leftarrow}M_\alpha,T_A\middle|\lim_{\leftarrow}M_\alpha,I_A\middle|\lim_{\leftarrow}M_\alpha,F_A\middle|\lim_{\leftarrow}M_\alpha\right)$ ailəsi neytrosofik modul olur.

Teorem 0.27. (0.8) şəklində olan bütün tərs sistemlərin NM kateqoriyasında limiti var və bu limit $\left(\lim_{\leftarrow}M_\alpha,T_A\middle|\lim_{\leftarrow}M_\alpha,I_A\middle|\lim_{\leftarrow}M_\alpha,F_A\middle|\lim_{\leftarrow}M_\alpha\right)$ neytrosofik moduluna bərabərdir.

(0.8) tərs sisteminə baxaq və $d:\prod_\alpha M_\alpha\to\prod_\alpha M_\alpha$ modulların homomorfizmini $d(\{x_\alpha\})=\left\{x_\alpha-p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right\}_{\alpha\prec\alpha'}$ düsturu ilə verək.

Tərif 0.24. $\lim_{\leftarrow}^{(1)}M_\alpha,(T_A)^\pi,(I_A)^\pi,(F_A)^\pi$, (0.8)-də verilmiş neytrosofik modulların tərs sisteminin "birinci törəmə funktoru" adlanır və $\lim_{\leftarrow}^{(1)}$ kimi işarə olunur.

Təklif 0.4. $\lim_{\leftarrow}^{(1)}$ funktordur.

Lemma 0.1. $\lim_{\leftarrow}(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha)=\ker\overline{d}$ və $\lim_{\leftarrow}^{(1)}(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha)=co\ker\overline{d}$.

Teorem 0.28. Tutaq ki, $(M_1,T_1,I_1,F_1)\xleftarrow{p_1^2}(M_2,T_2,I_2,F_2)\xleftarrow{p_2^3}\ldots$ neytrosofik modulların tərs ardıcıllığıdır. Bu ardıcıllığın hər bir sonsuz altardıcıllıqları üçün $\lim_{\leftarrow}^{(1)}$ dəyişilməz.

Teorem 0.29. Əgər $\forall\left\{x_n^{''}\right\}\in\ker\overline{d}$ üçün, $\lim_{n\to\infty}T_n^{''}\left(x_n^{''}\right)=0,$ $\lim_{n\to\infty}I_n^{''}\left(x_n^{''}\right)=0$ və ya $\lim_{n\to\infty}F_n\left(x_n^{''}\right)=1$ şərti ödənirsə, onda, neytrosofik modulların tərs sisteminin aşağıdakı qısa dəqiq ardıcıllığı,

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \to & \left(M_2^{'},T_2^{'},I_2^{'},F_2^{'}\right) & \to & \left(M_2,T_2,I_2,F_2\right) & \to & \left(M_2^{''},T_2^{''},I_2^{''},F_2^{''}\right) & \to & 0 \\
 & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
0 & \to & \left(M_1^{'},T_1^{'},I_1^{'},F_1^{'}\right) & \to & \left(M_1,T_1,I_1,F_1\right) & \to & \left(M_1^{''},T_1^{''},I_1^{''},F_1^{''}\right) & \to & 0
\end{array}
$$

üçün

$$0 \to \varprojlim\left(M_n^{'},T_n^{'},I_n^{'},F_n^{'}\right) \to \varprojlim\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right) \to \varprojlim\left(M_n^{''},T_n^{''},I_n^{''},F_n^{''}\right) \to$$

$$\to \varprojlim^{(1)}\left(M_n^{'},T_n^{'},I_n^{'},F_n^{'}\right) \to \varprojlim^{(1)}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right) \to \varprojlim^{(1)}\left(M_n^{''},T_n^{''},I_n^{''},F_n^{''}\right) \to 0$$

ardıcıllığı dəqiqdir.

İkinci fəslin üçüncü yarımfəslində neytrosofik soft modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi araşdırılır.

Tərif 0.25. Hər bir $D:\Lambda^{op} \to NSM$ funktoru, harada ki, Λ istiqamətləndirilmiş çoxluqdur, neytrosofik soft modulların tərs sistemi adlanır.

Teorem 0.30. Neytrosofik soft modulların bütün tərs sistemləri limitə malikdir. Bu limit yeganədir və bu limit $\left(\tilde{\Phi}, A\right)$ neytrosofik soft moduluna bərabərdir.

Üçüncü fəslin birinci yarımfəslində soft çoxluqlarda qeyri-səlis topologiyaya baxılır.

E parametrlər çoxluğu, X universal çoxluq olsun. $SS(X,E)$ ilə X üzərində bütün soft çoxluqlar ailəsini göstərək.

Tərif 0.26. Əgər $\tau : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

a) $\tau(\Phi) = \tau\left(\tilde{X}\right) = 1$,

b) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün $\tau\left((F,E)\tilde{\cap}(G,E)\right) \geq \tau(F,E) \wedge \tau(G,E)$,

c) $\forall \{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\tau\left(\bigcup_{i\in\Delta}(F_i,E)\right) \geq \bigwedge_{i\in\Delta} \tau(F_i,E)$

τ inikasına X üzərində soft çoxluqların açıqlıq dərəcəsi deyilir, (X,E,τ) üçlüyünə isə soft çoxluqların qeyri-səlis topoloji fəzası deyilir.

(X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəzası, FTS ilə işarə edilir.

Tərif 0.27. Əgər $\nu : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün

a) $\nu(\Phi) = \nu(\tilde{X}) = 1$,

b) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün $\nu((F,E)\tilde{\cup}(G,E)) \geq \nu(F,E) \wedge \nu(G,E)$,

c) $\forall \{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\nu\left(\underset{i\in\Delta}{\cap}(F_i,E)\right) \geq \underset{i\in\Delta}{\wedge} \nu(F_i,E)$,

şərtləri ödənirsə, ν inikasına X üzərində qapalılıq dərəcəsi, (X,E,ν) üçlüyünə isə soft çoxluqların qeyri-səlis cotopoloji fəzası deyilir, qısa olaraq $FCTS$ ilə işarə edək.

Teorem 0.31. a) Əgər τ, X üzərində açıqlıq dərəcəsi isə onda ν, X üzərində elə qapalılıq dərəcəsidir ki, $\nu(F,E) = \tau\left((F,E)^C\right)$.

b) Əgər ν, X üzərində qapalılıq dərəcəsi isə onda τ, X üzərində elə açıqlıq dərəcəsidir ki, $\tau(F,E) = \nu\left((F,E)^C\right)$.

Teorem 0.32. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəza olsun. Onda $\forall r \in (0,1]$ üçün $\tau_r = \{(F,E) \in SS(X,E) | \tau(F,E) \geq r\}$, X üzərində soft çoxluqların soft topologiyalarının azalan ailəsidir.

Teorem 0.33. $\{\sigma_r\}_{r\in(0,1]}$ ailəsi X üzərində soft topologiyaların azalan ailəsi olsun, o zaman $\tau(F,E) = \vee\{r | (F,E) \in \sigma_r\}$, açıqlıq dərəcəsidir və $\tau_r = \sigma_r$, ödənir.

Tərif 0.28. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəza olsun.

a) Əgər β aşağıdakı şərtləri ödəyərsə,

$\forall (F,E) \in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E) = \underset{\underset{i\in\Delta}{\cup}(G_i,E)=(F,E)}{\bigvee} \underset{i\in\Delta}{\bigwedge} \beta(G_i,E)$,

onda $\beta : SS(X,E) \to [0,1]$, $\tau-$nun bazası adlanır.

b) Əgər $\tilde{\varphi} : SS(X,E) \to [0,1]$, $\tau-$nun bazasıdırsa, $\varphi : SS(X,E) \to [0,1]$, τ-nun altbazası adlanır, burada $\tilde{\varphi}(F,E) = \underset{\underset{j\in J}{\cap}(G_J,E)=(F,E)}{\bigvee} \underset{j\in J}{\bigwedge} \varphi(G_j,E)$, və J sonlu çoxluqdur.

Teorem 0.34. Əgər $\beta : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün

a) $\beta(\tilde{\Phi}) = \beta(\tilde{X}) = 1$;

b) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün $\beta((F,E)\tilde{\cap}(G,E)) \geq \beta(F,E) \wedge \beta(G,E)$, şərtləri ödənirsə onda $\tau_\beta(F,E)=\bigvee_{\tilde{\bigcup}_{j\in J}(G_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{j\in J}\beta(G_j,E)$, açıqlıq dərəcəsidir və β, τ_β-nın bazasıdır.

Tərif 0.29. Əgər $(f,\varphi)(x_e)=f(x)_{\varphi(e)}\in(G,E')\in SS(Y,E')$ ixtiyari soft çoxluğu üçün $x_e\in(F,E)\in SS(X,E),\tau(F,E)\geq\sigma(G,E')$ və $(f,\varphi)(F,E)\subset(G,E')$ şərtlərini ödəyən $(F,E)\in SS(X,E)$ çoxluğu varsa, onda $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ qeyri-səlis topologiyalar fəzalarının inikasları $x_e\in SS(X,E)$ soft nöqtəsində kəsilməzdir deyilir. Hər soft nöqtədə kəsilməz olan (f,φ) inikasına kəsilməzdir deyilir.

Teorem 0.35. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\tau((f,\varphi)^{-1}(G,E'))\geq\sigma(G,E')$ ödənir.

Teorem 0.36. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall r\in(0,1]$ üçün $(f_r,\varphi_r):(X,E,\tau_r)\to(Y,E',\sigma_r)$ soft bitopoloji fəzalarda kəsilməz inikasdır.

Beləliklə, qeyri-səlis soft topoloji fəzaların faktor fəzası anlayışını verə bilərik.

$\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ qeyri-səlis soft topoloji fəzaların bir ailəsi olsun və $\forall\lambda\neq\lambda'$ üçün $X_\lambda\cap X_{\lambda'}=\varnothing,\ E_\lambda\cap E_{\lambda'}=\varnothing$ şərtləri ödənsin. $\tilde{X}$ ilə bu fəzalara aid olan bütün soft nöqtələrin birləşməsini göstərək və $E=\bigcup_{\lambda\in\Lambda}E_\lambda$ olsun. Onda $(\tilde{X},E)$ ailəsi $X=\bigcup_{\lambda\in\Lambda}X_\lambda$ çoxluğu üzərində E parametrli soft çoxluqlar ailəsi olur və $x_e\in(\tilde{X},E)$ soft nöqtəsi üçün $x\in X_\lambda$ isə $e\in E_\lambda$ və tərsinə $e\in E_\lambda$ isə $x\in X_\lambda$. İxtiyari $(F,E)\in(\tilde{X},E)$ soft çoxluğu üçün $(F,E)_\lambda$ ilə $\{F(e)\cap X_\lambda\}_{e\in E}$ soft çoxluğunu göstərək.

Teorem 0.37. $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ kəsişməsi boş olan qeyri-səlis topoloji fəzaların bir ailəsi olsun. Onda $\forall(F,E)\in(\tilde{X},E)$ soft çoxluğu üçün $\tau(F,E)=\bigwedge_{\lambda\in\Lambda}\tau_\lambda((F,E)_\lambda)$ X üzərində qeyri-səlis topologiya olur.

Tərif 0.30. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəzasına $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ ailəsinin düz cəmi deyilir və $(X,E,\tau)=\bigoplus_{\lambda\in\Lambda}(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)$ ilə işarə olunur.

Aydındır ki, $i_\lambda : X_\lambda \to X = \underset{\lambda\in\Lambda}{\cup} X_\lambda$ və $j_\lambda : E_\lambda \to E = \underset{\lambda\in\Lambda}{\cup} E_\lambda$ daxiletmə inikasları olduğundan bütün $\lambda \in \Lambda$ üçün $(i_\lambda, j_\lambda):(X_\lambda, E_\lambda, \tau_\lambda) \to (X, E, \tau)$ inikası kəsilməz inikasdır.

Teorem 0.38. Tutaq ki, $\{(X_\lambda, E_\lambda, \tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ qeyri-səlis topoloji fəzalar ailəsi, $X = \prod_{\lambda\in\Lambda} X_\lambda$ çoxluq, $E = \prod_{\lambda\in\Lambda} E_\lambda$ parametrlər çoxluğudur. Hər bir $\lambda \in \Lambda$ üçün $p_\lambda : X \to X_\lambda$ və $q_\lambda : E \to E_\lambda$ proyeksiyalar inikası olsun. $\beta : SS(X, E) \to [0,1]$-nı aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\beta(F, E) = \vee\left\{ \overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}} \tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j}, E_{\alpha_j}\right) \middle| (F, E) = \overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}} \left(p_{\alpha_j}, q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j}, E_{\alpha_j}\right) \right\}.$$

Onda β qeyri-səlis topoloji fəzanın bazisidir və hər bir $\lambda \in \Lambda$ üçün $(p_\lambda, q_\lambda):(X, E, \tau_\beta) \to (X_\lambda, E_\lambda, \tau_\lambda)$ kəsilməz inikasdır.

Üçüncü fəslin ikinci yarımfəslində intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzalar üçün qeyri-səlis topoloji fəzalarda alınan nəticələr ümumiləşdirilərək analoji teoremlər isbatlanır.

Tərif 0.31. Əgər $(\tau, \tau^*): SS(X, E) \to [0,1]$ inikaslar cütü üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

a) $\forall (F, E) \in SS(X, E)$ üçün $\tau(F, E) + \tau^*(F, E) \le 1$;

b) $\tau(\tilde{\Phi}) = \tau(\tilde{X}) = 1, \tau^*(\tilde{\Phi}) = \tau^*(\tilde{X}) = 0$

c) $\forall (F, E), (G, E) \in SS(X, E)$ üçün $\tau((F, E) \tilde{\cap} (G, E)) \ge \tau(F, E) \wedge \tau(G, E)$, $\tau^*((F, E) \tilde{\cap} (G, E)) \le \tau^*(F, E) \vee \tau^*(G, E)$

ç) $\forall \{(F_i, E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\vee}(F_i, E)\right) \ge \underset{i\in\Delta}{\wedge} \tau(F_i, E)$, $\tau^*\left(\underset{i\in\Delta}{\vee}(F_i, E)\right) \le \underset{i\in\Delta}{\vee} \tau^*(F_i, E)$

(τ, τ^*) cütünə X üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiya (X, E, τ, τ^*) dördlüyünə isə soft çoxluqların intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaları deyilir.

(X, E, τ, τ^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzası, $IFTS$ ilə işarə edilir.

Tərif 0.32. Əgər $(\nu, \nu^*): SS(X, E) \to [0,1]$ inikaslar cütü üçün

d) $\forall (F, E) \in SS(X, E)$ üçün $\nu(F, E) + \nu^*(F, E) \le 1$;

e) $\nu(\tilde{\Phi}) = \nu(\tilde{X}) = 1, \nu^*(\tilde{\Phi}) = \nu^*(\tilde{X}) = 0,$

f) $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün $v((F,E)\tilde{\cup}(G,E))\geq v(F,E)\wedge v(G,E)$, $v^*((F,E)\tilde{\cup}(G,E))\leq v^*(F,E)\vee v^*(G,E)$

g) $\forall\{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $v\left(\underset{i\in\Delta}{\tilde{\cap}}(F_i,E)\right)\geq \underset{i\in\Delta}{\wedge} v(F_i,E)$, $v^*\left(\underset{i\in\Delta}{\cap}(F_i,E)\right)\leq \underset{i\in\Delta}{\vee} v^*(F_i,E)$

şərtləri ödənirsə, (v,v^*) cütünə X üzərində intuitiv qeyri-səlis cotopologiya, (X,E,v,v^*) dördlüyünə isə soft çoxluqların intuitiv qeyri-səlis cotopoloji fəzası deyilir.

I FƏSİL

G -MODULLARDA QEYRİ-SƏLİS STRUKTURLAR

1.1. Qeyri-səlis soft G -modullar

Tərif 1.1.1. [79] X universal çoxluq və E parametrlər çoxluğu olsun. Əgər F, E-dən X çoxluğunun bütün alt çoxluqlar çoxluğuna, $P(X)$ -ə inikas isə, yəni, $F: E \to P(X)$. Onda (F, E) cütlüyü X üzərində soft çoxluq adlanır**.**

Başqa sözlə soft çoxluq X çoxluğunun alt çoxluqlarının parametrləşdirilmiş ailəsidir. $e \in A$ üçün $F(e)$, (F, A) soft çoxluğunun e-elementlər çoxluğu kimi və yaxud soft çoxluğun e-aproksimasiya elementlərinin çoxluğu kimi götürülə bilər, yəni $(F, A) = \{(e, F(e)) : e \in A \subseteq E, F : A \to P(X)\}$. Bundan sonra $SS(X)_E$ ilə X üzərindəki E parametrlərinə uyğun bütün soft çoxluqlar ailəsi işarə edilir.

Tərif 1.1.2. [79] X üzərindəki iki (F, A) və (G, B) soft çoxluqlarının kəsişməsi, $(F, A) \tilde{\cap} (G, B) = (H, C)$ kimi işarə edilir, harada ki, $C = A \cap B$ və $\forall e \in C$ üçün $H(e) = F(e) \cap G(e)$. X üzərindəki iki (F, A) və (G, B) soft çoxluqlarının birləşməsi aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$H(e) = \begin{cases} F(e) & , e \in A - B \\ G(e) & , e \in B - A \\ F(e) \cup G(e) & , e \in A \cap B \end{cases}$$

Harada ki, $C = A \cup B$ və $\forall e \in C$. Birləşmə $(F, A) \tilde{\cup} (G, B) = (H, C)$ kimi işarə edilir.

Tərif 1.1.3. [97] X üzərindəki (F, E) soft çoxluğu sıfır soft çoxluq adlanır Φ kimi işarə olunur bütün $e \in E, F(e) = \varnothing$. X üzərindəki (F, E) soft çoxluğu absalut soft çoxluq adlanır $\tilde{X}$ kimi işarə olunur bütün $e \in E, F(e) = X$.

Tərif 1.1.4. [97] X üzərindəki iki (F, E) və (G, E) soft çoxluqlarının fərqi $(H, E) = (F, E) / (G, E)$ kimi işarə olunur və bütün $e \in E$ üçün $H(e) = F(e) / G(e)$ kimi təyin olunur.

Tərif 1.1.5. [97] (F,E) soft çoxluğunun tamamlayıcısı $(F,E)^c$ kimi işarə olunur, $(F,E)^c = (F^c, E)$ kimi təyin olunur, harada ki, $F^c(e) = X \setminus F(e)$ ilə verilən $F^c : E \to P(X)$ inikasdır $\forall e \in E$ və F^c, F funksiyasının tamamlayıcısı adlanır.

Tərif 1.1.6. [50] Tutaq ki, (X,E) və (Y,E') iki soft çoxluqlar, $f : X \to Y$ və $g : E \to E'$ iki inikasdır. Onda $(f_g) : (X,E) \to (Y,E')$ soft çoxluqların inikası adlanır və belə təyin olunur: (X,E)-də (F,A) soft çoxluğu üçün $(f_g)((F,A)) = f(F)_{g(a)}, B = g(A) \subseteq E'$ (Y,E')-də aşağıdakı kimi verilən soft çoxluqdur, $e' \in B \subseteq E'$ üçün, $f(F)(e') = \begin{cases} f\left(\bigcup\limits_{e \in g^{-1}(e') \cap A} F(e)\right), & g^{-1}(e') \cap A = \varnothing \\ \varnothing & , basqa\ hallar \end{cases}$

(F,A) soft çoxluğunun $(f(F), g(A))$ soft obrazı adlanır.

Tərif 1.1.7. [50] Tutaq ki, (X,E) və (Y,E') iki soft çoxluqlar, $(f_g) : (X,E) \to (Y,E')$ soft inikas və $(G,C) \tilde{\subseteq} (Y,E')$. Onda $(f_g)^{-1}((G,C)) = f^{-1}(G)_{g^{-1}(C)}, D = g^{-1}(C)$, (X,E)-də soft çoxluqdur və $e \in D \subseteq E$ üçün $f^{-1}(G)(e) = \begin{cases} f^{-1}(G(g(e))) & , g(e) \in C \\ \varnothing & , basqa\ hallar \end{cases}$ belə təyin olunur. $(f_g)^{-1}((G,C))$, (G,C)-nin soft tərs obrazı adlanır.

Tərif 1.1.8. [108] Tutaq ki, (F,A) M üzərində soft çoxluqdur. (F,A) -a M üzərində soft modul deyilir, yalnız və yalnız onda ki, bütün $x \in A$ üçün $F(x) < M$.

Tərif 1.1.9. [102] Tutaq ki, G qrupdur və M, K halqası üzərində moduldur və G qrupunun M modulunda təsiri verilsin. Əgər hər bir $g \in G$ və $m \in M$ üçün $gm \in M$ aşağıdakı şərtləri ödəyirsə,

i) $1_G \cdot m = m, \quad \forall m \in M$ (1_G G qrupunun vahid elementi)

ii) $(g \cdot h) \cdot m = g \cdot (h \cdot m), \quad \forall m \in M,\ g,h \in G$

iii) $g \cdot (k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1(g \cdot m_1) + k_2(g \cdot m_2), \forall k_1, k_2 \in K; m_1, m_2 \in M, g \in G.$

Onda M , G -modul adlanır.

Tərif 1.1.10. K bir halqa, M isə K üzərində sol (və ya sağ) modul və G bir qrup olsun. G qrupunun M modulu üzərində təsiri verilsin, yəni aşağıdakı şərtləri ödəyən $\mu : G \times M \to M$ funksiyası verilsin.

1) $\mu(1_G, m) = m, \quad \forall m \in M$ (1_G G qrupunun vahid elementi)

2) $\mu(g_1 g_2, m) = \mu(g_1, \mu(g_2, m))$

3) $\mu(g, k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 \mu(g, m_1) + k_2 \mu(g, m_2)$

Əgər $\mu(g, m) = g \cdot m$ kimi göstərsək bu şərtləri belə yaza bilərik

1) $1_G \cdot m = m$

2) $(g_1 g_2) \cdot m = g_1 (g_2 m)$

3) $g \cdot (k_1 m_1 + k_2 m_2) = k_1 (g m_1) + k_2 (g m_2)$

Bu halda M moduluna G-modul adı verilir.

İndi $E \neq \varnothing$ bir parametrlər çoxluğu, M isə G-modul olsun. $PF_G(M)$ ilə M üzərində verilmiş bütün qeyri-səlis çoxluqlar ailəsi göstərilir.

Tərif 1.1.11. (F, A), M üzərində bir qeyri-səlis soft çoxluq olsun. Əgər $\forall a \in A$ üçün $F(a) : M \to [0,1]$ qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı şərtləri ödəyirsə:

a) $F(a)(ax + by) \geq F(a)(x) \wedge F(a)(y) \quad \forall a, b \in K,\ x, y \in M$

b) $F(a)(g \cdot m) \geq F(a)(m)$

o zaman (F, A) cütünə M üzərində qeyri-səlis soft G-modul deyilir.

$F(a)$-nı F_a ilə göstərək.

Teorem 1.1.1. Əgər (F, A), (H, B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul isə, onların kəsişməsi $(F, A) \cap (H, B)$ də M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F, A) \cap (H, B) = (G, C)$ olsun, burada $C = A \cap B$ və $G_c = F_c \wedge H_c$.

Tərif 1.1.11-in şərtlərini yoxlayaq.

a)
$$G_c(ax + by) = (F_c \wedge H_c)(ax + by) =$$
$$= F_c(ax + by) \wedge H_c(ax + by) \geq F_c(x) \wedge F_c(y) \wedge H_c(x) \wedge H_c(y) =$$
$$= (F_c(x) \wedge H_c(x)) \wedge (F_c(y) \wedge H_c(y)) = G_c(x) \wedge G_c(y), \quad \forall c \in C, \quad a, b \in K, \quad x, y \in M.$$

b)
$$G_c(g \cdot m) = (F_c \wedge H_c)(gm) = F_c(gm) \wedge H_c(gm) \geq F_c(m) \wedge H_c(m) = G_c(m),$$
$$\forall c \in C, \quad g \in G, \quad m \in M$$

Teorem isbatlandı.

Teorem 1.1.2. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul olsun. Əgər $A \cap B = \varnothing$ isə onların birləşməsi $(F,A) \cup (H,B)$ M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A) \cup (H,B) = (G,C)$ olsun. $C = A \cup B$ və $A \cap B = \varnothing$ olduğundan $\forall c \in C$ üçün $c \in A$ və ya $c \in B$-dir. Əgər $c \in A$, onda $G_c = F_c$ və ya $c \in B$, $G_c = H_c$-dir. F_c və G_c üçün tərif 1.1.11-in şərtləri ödəndiyi üçün (G,C) cütü M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 1.1.3. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul olsun. O zaman $(F,A) \wedge (H,B)$ də M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A) \wedge (H,B) = (G,C)$ olsun, burada $C = A \times B$ və $G(a,b) = G_{a,b} = F_a \wedge H_b$ şəklindədir. Tərifin şərtlərini yoxlayaq:

a)
$$G_{a,b}(kx+ly) = F_a(kx+ly) \wedge H_b(kx+ly) \geq F_a(x) \wedge F_a(y) \wedge H_b(x) \wedge H_b(y) =$$
$$= (F_a(x) \wedge H_b(x)) \wedge (F_b(y) \wedge H_b(y)) = G_{a,b}(x) \wedge G_{a,b}(y)$$

b)
$$G_{a,b}(gm) = F_a(gm) \wedge H_b(gm) \geq F_a(m) \wedge H_b(m) = G_{a,b}(m)$$

Teorem 1.1. 4. $\{F_i, A_i\}_{i \in I}$ ailəsi M üzərində qeyri-səlis soft G-modullar ailəsi olsun. O zaman

1) $\prod_{i \in I} (F_i, A_i)$- M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

2) $\wedge_{i \in I} (F_i, A_i)$ M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

3) Əgər $A_i \cap A_j = \varnothing$ isə $\forall i, j \in I$ üçün $\bigcup_{i \in I} (F_i, A_i)$-$M$ üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 1.1.5. (F,A) M üzərində, (H,B) N üzərində iki qeyri-səlis soft G – modul olsun, onda $(F,A) \times (H,B)$ $M \times N$ üzərində qeyri-səlis soft G –moduldur.

İsbatı. $(F,A) \times (H,B) = (G, A \times B)$, $G(a,b) = F_a \times H_b$ və $(F_a \times H_b)(m,n) = F_a(m) \wedge G_b(n)$ şəklində təyin edək. İnd

$$G_{a,b}(kx+ly) = G_{(a,b)}(k(x_1,y_1) + l(x_2,y_2)) = G_{(a,b)}(kx_1 + lx_2, ky_1 + ly_2) =$$

$= F_a(kx_1 + lx_2) \wedge H_b(ky_1 + ly_2) \geq (F_a(x_1) \wedge F_a(x_2)) \wedge (H_b(y_1) \wedge H_b(y_2)) =$

$= (F_a(x_1) \wedge H_b(y_1)) \wedge (F_a(x_2) \wedge H_b(y_2)) = G_{(a,b)}(x_1, y_1) \wedge G_{(a,b)}(x_2, y_2).$

$G_{(a,b)}(g(x,y)) = G_{(a,b)}((gx, gy)) = F_a(gx) \wedge H_b(gy) \geq F_a(x) \wedge H_b(y) = G_{a,b}(x,y)$

Teorem isbat olundu.

Tərif 1.1.12. (F, A), (H, B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul olsun, onların cəmi $(F, A) + (H, B) = (G, C)$ belə təyin olunur: $C = A \cap B$ və $\forall c \in C$ üçün $G_c(x) = \bigvee_{x=a+b} (F_c(a) \wedge H_c(b))$

Teorem 1.1.6. (F, A), (H, B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul olsun, onda onların cəmi $(F, A) + (H, B)$ də M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall x, y \in M$ və $\forall c \in C$ üçün $\min\{G_c(x), G_c(y) = \alpha\}$ olsun. $\forall \varepsilon > 0$ üçün $\alpha - \varepsilon < G_c(x) = \bigvee_{x=a+b} (F_c(a) \wedge H_c(b))$ və $\alpha - \varepsilon < G_c(y) = \bigvee_{y=e+d} (F_c(e) \wedge H_c(d))$

x, y elementlərinin $x = a + b,\ y = e + d$ ayrılışı varsa. Buradan

$\alpha - \varepsilon < F_c(a) \wedge H_c(b)$ və $\alpha - \varepsilon < F_c(e) \wedge H_c(d) \Rightarrow \alpha - \varepsilon < F_c(a),\ \alpha - \varepsilon < H_c(b)$ və

$\alpha - \varepsilon < F_c(e),\ \alpha - \varepsilon < H_c(d) \Rightarrow \alpha - \varepsilon < F_c(a) \wedge F_c(e) \leq F_c(a + e)$ və

$\alpha - \varepsilon < H_c(b) \wedge H_c(d) \leq H_c(b + d)$

$x + y = (a + b) + (e + d) = (a + e) + (b + d)$ olduğundan

$\alpha - \varepsilon < F_c(a + e) \wedge H_c(b + d) \Rightarrow \alpha - \varepsilon < \bigvee_{x+y=(a+e)+(b+d)} \{F_c(a + e) \wedge H_c(b + d)\} = G_c(x + y)$

ε ixtiyari olduğundan $G_c(x + y) \geq \alpha = G_c(x) \wedge G_c(y).$

İndi $\beta = G_c(x)$ və $\varepsilon > 0$ ixtiyari olsun, onda

$\beta - \varepsilon < G_c(x) = \bigvee_{x=a+b} (F_c(a) \wedge H_c(b)) \Rightarrow \beta - \varepsilon < F_c(a) \wedge H_c(b) \Rightarrow \beta - \varepsilon < F_c(a),$

$\beta - \varepsilon < H_c(b) \Rightarrow \beta - \varepsilon < F_c(a) \leq F_c(ka),$

$\beta - \varepsilon < H_c(b) \leq H_c(kb) \Rightarrow \beta - \varepsilon < F_c(ka) \wedge H_c(kb)\ \forall k \in K$.

$kx = k(a + b) = ka + kb$ olduğundan $\beta - \varepsilon < \bigvee_{kx=k(a+b)} \{F_c(ka) \wedge H_c(kb)\} = G_c(kx)$

ε ixtiyari olduğundan $G_c(kx) \geq \beta = G_c(x)$ alınır.

$\forall c \in C \quad F_c(a) \leq F_c(ga)$ və $H_c(b) \leq H_c(gb)$ olduğu üçün

$F_c(a) \wedge H_c(b) \leq F_c(ga) \wedge H_c(gb).$

$gx = g(a+b) = ga + gb$ istifadə edərək

$$G_c(x) = \bigvee_{x=a+b} (F_c(a) \wedge H_c(b)) \le \bigvee_{gx=g(a+b)} (F_c(ga) \wedge H_c(gb)) = G_c(gx).$$

Teorem isbatlandı.

Tərif 1.1.13. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modul olsun, onların hasili $(F,A)\cdot(H,B) = (G,C)$ belə təyin olunur: burada $C = A \bigcap B$ və $\forall c \in C$ üçün $G_c(x) = \bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)} \left\{ \bigwedge_i (F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)) \right\}$

Teorem 1.1.7. (F,A), (H,B) M üzərində iki qeyri-səlis soft G-modulların hasili də M üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall x, y \in M$ və $\forall c \in C$ üçün $G_c(x) \wedge G_c(y) = \alpha$ olsun. $\forall \varepsilon > 0$ üçün $\alpha - \varepsilon < G_c(x) = \bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)} \left(\bigwedge_i (F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)) \right)$ və

$$\alpha - \varepsilon < G_c(y) = \bigvee_{y=\sum(p_i+q_i)} \left(\bigwedge_i (F_c(p_i) \wedge H_c(q_i)) \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < \bigwedge_i (F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)), \quad \alpha - \varepsilon < \bigwedge_i (F_c(p_i) \wedge F_C(q_i)) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < F_c(a_i) \wedge H_c(b_i), \quad \alpha - \varepsilon < F_c(p_i) \wedge F_c(q_i) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < F_c(a_i) \wedge F_c(p_i), \quad \alpha - \varepsilon < H_c(b_i) \wedge H_c(q_i)$$

$\forall i$ üçün. Buradan $x + y = \sum((a_i + b_i) + (p_i + q_i))$, $\alpha - \varepsilon < F_c(a_i + p_i) \wedge H_c(b_i + q_i)$ $\forall i$ üçün $\Rightarrow \alpha - \varepsilon < \bigvee_{x+y=\sum((a_i+b_i)+(p_i+q_i))} \left(\bigwedge_i (F_c(a_i + p_i) \wedge H_c(b_i + q_i)) \right) = G_c(x+y)$.

Beləliklə ε ixtiyari olduğundan $G_c(x+y) \ge G_c(x) \wedge G_c(y)$.

İndi $\beta = G_c(x)$ olsun. $\forall \varepsilon > 0$ üçün

$$\beta - \varepsilon < G_c(x) = \bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)} \bigwedge_i (F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \beta - \varepsilon < \bigwedge_i \{F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)\} \Rightarrow \beta - \varepsilon < F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)$$

$\forall i$ və $\forall k \in K$ üçün

$$\beta - \varepsilon \le F_c(a_i) \wedge H_c(b_i) \le F_c(ka_i) \wedge H_c(kb_i) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \beta - \varepsilon < \bigwedge_i \{F_c(ka_i) \wedge H_c(kb_i)\} \le \bigvee_{kx=\sum k(a_i+b_i)} \bigwedge_i (F_c(ka_i) \wedge H_c(kb_i)) = G_c(kx)$$

ε ixtiyari olduğundan $G_c(kx) \ge G_c(x)$ alınır. $c \in G$, $g \in G$ və $x \in M$ olsun

$$F_c(a_i) \le F_c(ga_i) \Rightarrow F_c(a_i) \wedge F_c(b_i) \le F_c(ga_i) \wedge F_c(gb_i) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)\right) \leq \underset{i}{\wedge}\left(F_c(ga_i) \wedge H_c(gb_i)\right)$$

$\forall i$ üçün $\Rightarrow G_c(x) = \underset{x=\sum(a_i+b_i)}{\vee} \underset{i}{\wedge}\left(F_c(a_i) \wedge H_c(b_i)\right) \leq \underset{gx=\sum g(a_i+b_i)}{\vee} \underset{i}{\wedge}\left(F_c(ga_i) \wedge H_c(gb_i)\right) =$

$= G_c(gx) \Rightarrow G_c(gx) \geq G_c(x)$

Teorem isbatlandı.

M bir G-modul və N, M-nin alt modulu olsun. Əgər N alt modulu G qrupunun təsiri altında invariantsa, yəni $\forall g \in G$ və $n \in N$ üçün $g \cdot n \in N$ isə N alt moduluna G-alt modul deyilir.

Tərif 1.1.14 . (F, A), M üzərində qeyri-səlis soft G-modul olsun, $F_a / _N$ qeyri-səlis soft çoxluğu $\forall a \in A$ üçün $F_a / N : N \to [0,1]$ kimi təyin edilsin.

Teorem 1.1.8. (F, A), M üzərində qeyri-səlis soft G-modul olsun, o zaman $F_a / _N$ N üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall k, l \in K, \quad x, y \in N$ və $\forall a \in A$ üçün

$$F_a / N(kx + ly) = F_a(kx + ly) \geq F_a(x) \wedge F_a(y) = F_a / N(x) \wedge F_a / N(y) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_a / N(kx + ly) \geq F_a / N(x) \wedge F_a / N(y)$$

$\forall g \in G$ və $x \in N$ üçün $F_a / N(gx) = F_a(gx) \geq F_a(x) = F_a / N(x)$

M G-modul, N G-alt modul, (F, A) M üzərində qeyri-səlis soft G-modul olsun. $\tilde{F} : A \to SPF(M/N)$ qeyri-səlis soft çoxluğu $\tilde{F}(a) : M/N \to [0,1]$, $\tilde{F}(a)(x + N) = \underset{n \in N}{\vee}\left(F_a(x + n)\right)$ düsturu ilə verək.

Teorem 1.1.9. (F, A) M üzərində qeyri-səlis soft G-modul, N M-nin G-alt modulu olsun, onda $(\tilde{F}, A)$, M/N faktor modulu üzərində qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall k, l \in K, \quad x, y \in M$ və $\forall a \in A$ üçün

$$\tilde{F}_a\left(k(x + N) + l(y + N)\right) = \tilde{F}_a\left((kx + ly) + N\right) = \underset{n \in N}{\vee}\left(F_a(kx + ly + n)\right) =$$

$$= \underset{n \in N}{\vee}\left(F_a(kx + ly + kn_1 + l \cdot n_2)\right)(n = k \cdot n_1 + l \cdot n_2) = \underset{n \in N}{\vee} F_a\left(k(x + n_1) + l(y + n_2)\right) \geq$$

$$\geq \vee\left(F_a(k(x + n_1)) \wedge F_a(l(y + n_2))\right) \geq \underset{n \in N}{\vee}\left(F_a(x + n_1) \wedge F_a(y + n_2)\right) \geq$$

$$\geq\left(\bigvee_{n_1\in N}F_a(x+n_1)\right)\wedge\left(\bigvee_{n_2\in N}F_a(y+n_2)\right)\geq\tilde{F}_a(x+N)\wedge\tilde{F}_a(y+N),$$

$$\tilde{F}_a(g(x+N))=\tilde{F}_a(gx+N)=\bigvee_n(F_a(gx+n))=\vee(F_a(gx+gn_1))=$$

$$=\bigvee_n F_a(g(x+n_1))\geq\bigvee_{n_1}F_a(x+n_1)=\tilde{F}_a(x+N).$$

Teorem isbatlandı.

1.2. İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar

Tərif 1.2.1. [13],[51] $IFS(X)$ ilə X üzərindəki bütün intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar çoxluğunu işarə edək və $A\subset E$. Əgər F, A-dan $IFS(X)$-ə inikas isə, (F,A) cütlüyü X üzərində intuitiv qeyri-səlis soft çoxluq adlanır. Belə ki, bütün $a\in A$ üçün $F(a)=(F_a,F^a): X\to I$, X üzərində intuitiv qeyri-səlis çoxluqdur, harada ki, $F_a,F^a: X\to I$ qeyri-səlis çoxluqdur.

Tərif 1.2.2. [13],[51] X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqları aşağıdakı şərtləri ödəndikdə (F,A), (G,B)-nin intuitiv qeyri-səlis soft alt çoxluğu adlanır və $(F,A)\subseteq(G,B)$kimi yazılır.

(i) $A\subset B$

(ii) Hər bir $a\in A$ üçün $F_a\leq G_a$, $F^a\geq G^a$.

Tərif 1.2.3. [13],[51] X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarına bərabər deyilir, əgər $(F,A)\subseteq(G,B)$ və $(G,B)\subseteq(F,A)$.

Tərif 1.2.4. [13],[51] X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarının birləşməsi $(F,A)\cup(G,B)=(H,C)$ kimi işarə olunur və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$H(c)=\begin{Bmatrix}(F_c,F^c), & c\in A-B & \\ (G_c,G^c), & c\in B-A, & \forall c\in C. \\ (F_c\vee G_c,F^c\wedge G^c), & c\in B\cap A & \end{Bmatrix}$$

harada ki, $C=A\cup B$.

Tərif 1.2.5. [13],[51] X universal çoxluğu üzərində verilmiş iki (F,A) və (G,B) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarının kəsişməsi (H,C) intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğudur, harada ki, $C = A \cap B$, $\forall c \in C$ üçün $H(c) = \left(F_c \wedge G_c,\, F^c \vee G^c\right)$ və $(F,A) \cap (G,B) = (H,C)$ kimi yazılır.

Tərif 1.2.6. [13],[51] Əgər (F,A) və (G,B) iki intuitiv soft çoxluqlar isə, $(F,A) \wedge (G,B) = (H, A \times B)$ aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$H(a,b) = \left(F_a \wedge G_b,\, F^a \vee G^b\right),\ \forall (a,b) \in A \times B\ .$$

Tərif 1.2.7. [13] Tutaq ki, M, R halqasında moduldur. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənirsə $A = (\mu_A, \lambda_A)$ intuitiv qeyri səlis çoxluğu M -in intuitiv qeyri-səlis altmodulu adlanır:

(1) $\mu_A(0) = 1$,

(2) $\min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\} \le \mu_A(x-y)$ hər bir $x, y \in M$ üçün,

(3) $\mu_A(x) \le \mu_A(r,x)$ hər bir $x \in M$ və $r \in R$,

(4) $\lambda_A(0) = 0$,

(5) $\lambda_A(x-y) \ge \max\{\lambda_A(x), \lambda_A(y)\}$ hər bir $x, y \in M$,

(6) $\lambda_A(r,x) \ge \lambda_A(x)$ hər bir $x \in M$ və $r \in R$.

Tutaq ki, $A = (\mu, \lambda)$, M -in intuitiv qeyri-səlis alt moduludur. Bu modul (M, μ, λ) kimi işarə edilir. Deyirik ki, bu modul intuitiv qeyri-səlis moduldur.

Tərif 1.2.8. [13],[51] Tutaq ki, (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqdur. Əgər $\forall a \in A$ üçün $F(a) = \left(F_a, F^a\right)$, M -in intuitiv qeyri-səlis alt moduludursa, onda (F,A), M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft modul adlanır.

Tərif 1.2.9. [102] Tutaq ki, G qrupdur M , K üzərində G -moduldur. Onda M üzərində intuitiv qeyri-səlis G -modulu M -in elə intuitiv qeyri-səlis $A = (\mu_A, \nu_A)$ çoxluğudur ki, aşağıdakı şərtlər ödənir.

i) $\mu_A(ax+by) \ge \min\{\mu_A(x), \mu_A(y)\}$, $\nu_A(ax+by) \le \max\{\nu_A(x), \nu_A(y)\}$,

$\forall a, b \in K$ və $x, y \in M$.

ii) $\mu_A(gm) \ge \mu_A(m)$, $\nu_A(gm) \le \nu_A(m)$, $\quad \forall g \in G;\ m \in M$.

$E \neq \varnothing$ bir parametrlər çoxluğu, M isə G-modul olsun. $PIF_G(M)$ ilə M üzərində verilmiş bütün intuitiv qeyri-səlis çoxluqlar ailəsini işarə edək.

Tərif 1.2.10. (F, A), M üzərində bir intuitiv qeyri-səlis soft çoxluq olsun. Əgər $\forall a \in A$ üçün $F(a) = (F_a, F^a): M \to [0,1]$ intuitiv qeyri-səlis çoxluq aşağıdakı şərtləri ödəyərsə:

a) $\begin{matrix} F_a(ax+by) \geq F_a(x) \wedge F_b(y) \\ F^a(ax+by) \leq F^a(x) \vee F^b(y) \end{matrix} \quad \forall a,b \in K,\ x,y \in M$

b) $\begin{matrix} F_a(g \cdot m) \geq F_a(m) \\ F^a(g \cdot m) \leq F^a(m) \end{matrix}$

o zaman (F, E) cütünə M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul deyilir.

Teorem 1.2.1. Əgər (F, A), (H, B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul isə, onların kəsişməsi $(F, A) \cap (H, B)$də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F, A) \cap (H, B) = (G, C)$ olsun, burada $C = A \cap B$ və $G(c) = (G_c, G^c) = (F_c \wedge H_c, F^c \vee H^c)$. Tərif 1.2.10-nun şərtlərini yoxlayaq.

$$\begin{aligned} & G_c(ax+by)(F_c \wedge H_c)(ax+by) = \\ & = F_c(ax+by) \wedge H_c(ax+by) \geq F_c(x) \wedge F_c(y) \wedge H_c(x) \wedge H_c(y) = \\ & = (F_c(x) \wedge H_c(x)) \wedge (F_c(y) \wedge H_c(y)) = G_c(x) \wedge G_c(y), \\ & G^c(ax+by) = (F^c \vee H^c)(ax+by) = \\ & = F^c(ax+by) \vee H^c(ax+by) \leq F^c(x) \vee F^c(y) \vee H^c(x) \vee H^c(y) = \\ & = (F^c(x) \vee H^c(x)) \vee (F^c(y) \vee H^c(y)) = G^c(x) \vee G^c(y),\ \forall c \in C,\ a,b \in K,\ x,y, \in M. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & G_c(g \cdot m) = (F_c \wedge H_c)(gm) = F_c(gm) \wedge H_c(gm) \geq F_c(m) \wedge H_c(m) = G_c(m), \\ & G^c(g \cdot m) = (F^c \vee H^c)(gm) = F^c(gm) \vee H^c(gm) \leq F^c(m) \vee H^c(m) = G^c(m), \\ & \forall c \in C,\ \ g \in G,\ \ m \in M \end{aligned}$$

Teorem isbatlandı.

Teorem 1.2.2. (F, A), (H, B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun. Əgər $A \cap B = \varnothing$ isə onların birləşməsi $(F, A) \cup (H, B)$ M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A)\bigcup(H,B)=(G,C)$ olsun. $C=A\bigcup B$ və $A\bigcap B=\varnothing$ olduğundan $\forall c\in C$ üçün $c\in A$ və ya $c\in B$-dir. Əgər $c\in A$, onda $G(c)=F(c)$ və ya $c\in B$, $G(c)=H(c)$-dir. $F(c)$ və $H(c)$ üçün tərif 1.2.10-nun şərtləri ödəndiyi üçün (G,C) cütü M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 1.2.3. (F,A), (H,B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun. O zaman $(F,A)\wedge(H,B)$ də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A)\wedge(H,B)=(G,C)$olsun, burada $C=A\times B$ və $G(a,b)=\left(G_{a,b},G^{a,b}\right)=\left(F_a\wedge H_b,F^a\vee H^b\right)$ şəklindədir. Tərifin şərtlərini yoxlayaq:

$$G_{a,b}(kx+ly)=F_a(kx+ly)\wedge H_b(kx+ly)\geq F_a(x)\wedge F_a(y)\wedge H_b(x)\wedge H_b(y)=$$
$$=(F_a(x)\wedge H_b(x))\wedge(F_a(y)\wedge H_b(y))=G_{a,b}(x)\wedge G_{a,b}(y)$$
$$G^{a,b}(kx+ly)=F^a(kx+ly)\vee H^b(kx+ly)\leq F^a(x)\vee F^a(y)\vee H^b(x)\vee H^b(y)=$$
$$=\left(F^a(x)\vee H^b(x)\right)\vee\left(F^a(y)\vee H^b(y)\right)=G^{a,b}(x)\vee G^{a,b}(y),$$
$$G_{a,b}(gm)=F_a(gm)\wedge H_b(gm)\geq F_a(m)\wedge H_b(m)=G_{a,b}(m)$$
$$G^{a,b}(gm)=F^a(gm)\vee H^b(gm)\leq F^a(m)\vee H^b(m)=G^{a,b}(m).$$

Teorem 1.2.4. $\{F_i,A_i\}_{i\in I}$ ailəsi M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar ailəsi olsun. O zaman

1) $\bigcap_{i\in I}(F_i,A_i)$-$M$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

2) $\wedge_{i\in I}(F_i,A_i)$ M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

3) Əgər $A_i\cap A_j=\varnothing$ isə $\forall i,j\in I$ üçün $\bigcup_{i\in I}(F_i,A_i)$-$M$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 1.2.5. (F,A) M üzərində, (H,B) N üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onda $(F,A)\times(H,B)$ $M\times N$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $(F,A)\times(H,B)=(G,A\times B)$ $G(a,b)=\left(F_a\times H_b,F^a\times H^b\right)$ və

$$(F_a\times H_b)(m,n)=F_a(m)\wedge H_b(n),\quad \left(F^a\times H^b\right)(m,n)=F^a(m)\vee H^b(n)$$

şəklində təyin edək. İndi $\forall x_1,x_2\in M$, $\forall y_1,y_2\in N,k,l\in K$

$$G_{a,b}(kx+ly)=G_{(a,b)}(k(x_1,y_1)+l(x_2,y_2))=G_{(a,b)}(kx_1+lx_2,ky_1+ly_2)=$$

$$= F_a(kx_1 + lx_2) \wedge H_b(ky_1 + ly_2) \geq (F_a(x_1) \wedge F_a(x_2)) \wedge (H_b(y_1) \wedge H_b(y_2)) =$$
$$= (F_a(x_1) \wedge H_b(y_1)) \wedge (F_a(x_2) \wedge H_b(y_2)) = G_{(a,b)}(x_1, y_1) \wedge G_{(a,b)}(x_2, y_2),$$

$$G^{(a,b)}(kx + ly) = G^{(a,b)}(k(x_1, y_1) + l(x_2, y_2)) = G^{(a,b)}(kx_1 + lx_2, ky_1 + ly_2) =$$
$$= F^a(kx_1 + lx_2) \vee H^b(ky_1 + ly_2) \leq \left(F^a(x_1) \vee F^a(x_2)\right) \vee \left(H^b(y_1) \wedge H^b(y_2)\right) =$$
$$= \left(F^a(x_1) \vee H^b(y_1)\right) \vee \left(F^a(x_2) \vee H^b(y_2)\right) = G^{(a,b)}(x_1, y_1) \vee G^{(a,b)}(x_2, y_2).$$

$$G_{(a,b)}(g(x,y)) = G_{(a,b)}((gx, gy)) = F_a(gx) \wedge H_b(gy) \geq F_a(x) \wedge H_b(y) = G_{a,b}(x,y)$$

$$G^{(a,b)}(g(x,y)) = G^{(a,b)}((gx, gy)) = F^a(gx) \vee H^b(gy) \leq F^a(x) \vee H^b(y) = G^{a,b}(x,y).$$

Teorem isbat olundu.

Tərif 1.2.11. (F, A), (H, B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onların cəmi $(F, A) + (H, B) = (G, C)$ belə təyin olunur: $C = A \cap B$ və $\forall c \in C$ üçün $G_c(x) = \underset{x=a+b}{\vee}(F_c(a) \wedge H_c(b))$, $G^c(x) = \underset{x=a+b}{\wedge}\left(F^c(a) \vee H^c(b)\right)$.

Teorem 1.2.6. (F, A), (H, B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onda onların cəmi $(F, A) + (H, B)$ də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall x, y \in M$ və $\forall c \in C$ üçün

$\min\{G_c(x), G_c(y) = \alpha\}$, $\max\left\{G^c(x), G^c(y) = \beta\right\}$ olsun. $\forall \varepsilon > 0$ üçün

$$\alpha - \varepsilon < G_c(x) = \underset{x=a+b}{\vee}(F_c(a) \wedge H_c(b)), \ \alpha - \varepsilon < G_c(y) = \underset{y=e+d}{\vee}(F_c(e) \wedge H_c(d))$$

$$\beta + \varepsilon > G^c(x) = \underset{x=a+b}{\wedge}\left(F^c(a) \vee H^c(b)\right), \ \beta + \varepsilon > G^c(y) = \underset{y=e+d}{\wedge}\left(F^c(e) \vee H^c(b)\right).$$

x, y elementlərinin $x = a + b,\ y = e + d$ ayrılışı varsa. Buradan

$$\alpha - \varepsilon < F_c(a) \wedge H_c(b) \text{ və } \alpha - \varepsilon < F_c(e) \wedge H_c(d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < F_c(a),\ \alpha - \varepsilon < H_c(b) \text{ və } \alpha - \varepsilon < F_c(e), \alpha - \varepsilon < H_c(d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < F_c(a) \wedge F_c(e) \leq F_c(a + e) \text{ və } \alpha - \varepsilon < H_c(b) \wedge H_c(d) \leq H_c(b + d)$$

$$\beta + \varepsilon > F^c(a) \vee H^c(b) \text{ və } \beta + \varepsilon > F^c(e) \vee H^c(d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta + \varepsilon > F^c(a), \beta + \varepsilon > H^c(b) \text{ və } \beta + \varepsilon > F^c(e), \beta + \varepsilon > H^c(d) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta + \varepsilon > F^c(a) \vee F^c(e) \geq F^c(a + e) \text{ və } \beta + \varepsilon > H^c(b) \vee H^c(d) \geq H^c(b + d).$$

$$x + y = (a + b) + (e + d) = (a + e) + (b + d) \text{ olduğundan}$$

$$\alpha - \varepsilon < F_c(a+e) \wedge H_c(b+d) \Rightarrow \alpha - \varepsilon < \bigvee_{x+y=(a+e)+(b+d)} \{F_c(a+e) \wedge H_c(b+d)\} = G_c(x+y)$$

$$\beta + \varepsilon > F^c(a+e) \vee H^c(b+d) \Rightarrow \beta + \varepsilon > \bigwedge_{x+y=(a+e)+(b+d)} \{F^c(a+e) \vee H^c(b+d)\} = G^c(x+y)$$

ε ixtiyari olduğundan

$$G_c(x+y) \geq \alpha = G_c(x) \wedge G_c(y), G^c(x+y) \leq \beta = G^c(x) \vee G^c(y).$$

İndi $\gamma = G_c(x)$, $\delta = G^c(x)$ və $\varepsilon > 0$ ixtiyari olsun, onda

$$\gamma - \varepsilon < G_c(x) = \bigvee_{x=a+b} (F_c(a) \wedge H_c(b)) \Rightarrow \gamma - \varepsilon < F_c(a) \wedge H_c(b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma - \varepsilon < F_c(a), \gamma - \varepsilon < H_c(b) \Rightarrow \gamma - \varepsilon < F_c(a) \leq F_c(ka),$$

$$\gamma - \varepsilon < H_c(b) \leq H_c(kb) \Rightarrow \gamma - \varepsilon < F_c(ka) \wedge H_c(kb)$$

$$\delta + \varepsilon > G^c(x) = \bigwedge_{x=a+b} \left(F^c(a) \vee H^c(b)\right) \Rightarrow \delta + \varepsilon > F^c(a) \vee H^c(b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \delta + \varepsilon > F^c(a), \delta + \varepsilon > H^c(b) \Rightarrow \delta + \varepsilon > F^c(a) \geq F^c(ka),$$

$$\delta + \varepsilon > H^c(b) \geq H^c(kb) \Rightarrow \delta + \varepsilon > F^c(ka) \vee H^c(kb)$$

$kx = k(a+b) = ka + kb$ olduğundan

$$\gamma - \varepsilon < \bigvee_{kx=k(a+b)} \{F_c(ka) \wedge H_c(kb)\} = G_c(kx),$$

$$\delta + \varepsilon > \bigwedge_{kx=k(a+b)} \{F^c(ka) \vee H^c(kb)\} = G^c(kx).$$

ε ixtiyari olduğundan $G_c(kx) \geq \gamma = G_c(x), G^c(kx) \geq \delta = G^c(x)$ alınır.

$\forall c \in C \quad F_c(a) \leq F_c(ga)$, $H_c(b) \leq H_c(gb)$ və $F^c(a) \geq F^c(ga)$, $H^c(b) \geq H^c(gb)$ olduğu üçün

$$F_c(a) \wedge H_c(b) \leq F_c(ga) \wedge H_c(gb), F^c(a) \vee H^c(b) \geq F^c(ga) \vee H^c(gb).$$

$gx = g(a+b) = ga + gb$ istifadə edərək,

$$G_c(x) = \bigvee_{x=a+b} (F_c(a) \wedge H_c(b)) \leq \bigvee_{gx=g(a+b)} (F_c(ga) \wedge H_c(gb)) = G_c(gx)$$

$$G^c(x) = \bigwedge_{x=a+b} \left(F^c(a) \vee H^c(b)\right) \geq \bigwedge_{gx=g(a+b)} \left(F^c(ga) \vee H^c(gb)\right) = G^c(gx).$$

Teorem isbatlandı.

Tərif 1.2.12. (F, A), (H, B) M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, onların hasili $(F, A) \cdot (H, B) = (G, C)$ belə təyin olunur: burada $C = A \cap B$ və $\forall c \in C$

üçün $G_c(x)=\bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)}\left\{\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\right\}, \quad G^c(x)=\bigwedge_{x=\sum(a_i+b_i)}\left\{\bigvee_i\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right)\right\}$

Teorem 1.2.7. M üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft G-modul (F,A), (H,B) -nin hasili də M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall x,y\in M$ və $\forall c\in C$ üçün $G_c(x)\wedge G_c(y)=\alpha, G^c(x)\vee G^c(y)=\beta$ olsun. $\forall\varepsilon>0$ üçün $\alpha-\varepsilon<G_c(x)=\bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)}\left(\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\right)$ və

$$\alpha-\varepsilon<G_c(y)=\bigvee_{y=\sum(p_i+q_i)}\left(\bigwedge_i\left(F_c(p_i)\wedge H_c(q_i)\right)\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\alpha-\varepsilon<\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right),\ \alpha-\varepsilon<\bigwedge_i\left(F_c(p_i)\wedge H_c(q_i)\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\alpha-\varepsilon<F_c(a_i)\wedge H_c(b_i),\ \ \alpha-\varepsilon<F_c(p_i)\wedge H_c(q_i)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\alpha-\varepsilon<F_c(a_i)\wedge F_c(p_i),\ \ \alpha-\varepsilon<H_c(b_i)\wedge H_c(q_i)$$

$$\beta+\varepsilon>G^c(x)=\bigwedge_{x=\sum(a_i+b_i)}\left(\bigvee_i\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right)\right)$$

$$\beta+\varepsilon>G^c(y)=\bigwedge_{y=\sum(p_i+q_i)}\left(\bigvee_i\left(F^c(p_i)\vee H^c(q_i)\right)\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\beta+\varepsilon>\bigvee_i\left(F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\right),\quad \beta+\varepsilon>\bigvee_i\left(F^c(p_i)\vee H^c(q_i)\right)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\beta+\varepsilon>F^c(a_i)\vee H^c(b_i),\quad \beta+\varepsilon>F^c(p_i)\vee H^c(q_i)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\beta+\varepsilon>F^c(a_i)\vee F^c(p_i),\quad \beta+\varepsilon>H^c(b_i)\vee H^c(q_i)$$

$\forall i$ üçün. Buradan

$$\alpha-\varepsilon<F_c(a_i+p_i)\wedge H_c(b_i+q_i),\quad \beta+\varepsilon>F^c(a_i+p_i)\vee H^c(b_i+q_i)$$

$\forall i$ üçün

$$\alpha-\varepsilon<\bigvee_{x+y=\sum((a_i+b_i)+(p_i+q_i))}\left(\bigwedge_i\left(F_c(a_i+p_i)\wedge H_c(b_i+q_i)\right)\right)=G_c(x+y)$$
$$\beta+\varepsilon>\bigwedge_{x+y=\sum((a_i+b_i)+(p_i+q_i))}\left(\bigvee_i\left(F^c(a_i+p_i)\vee H^c(b_i+q_i)\right)\right)=G^c(x+y).$$

Beləliklə ε ixtiyari olduğundan

$G_c(x+y)\geq G_c(x)\wedge G_c(y), G^c(x+y)\leq G^c(x)\vee G^c(y)$.

İndi $\gamma=G_c(x)$, $\delta=G^c(x)$ olsun. $\forall\varepsilon>0$ üçün

$\gamma-\varepsilon<G_c(x)=\bigvee_{x=\sum(a_i+b_i)}\bigwedge_i\left(F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right)\Rightarrow$

$\Rightarrow\gamma-\varepsilon<\bigwedge_i\left\{F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\right\}\Rightarrow\gamma-\varepsilon<F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)$

$$\gamma-\varepsilon \le F_c(a_i)\wedge H_c(b_i)\le F_c(ka_i)\wedge H_c(kb_i)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \gamma-\varepsilon < \wedge_i\{F_c(ka_i)\wedge H_c(kb_i)\}\le \vee_{kx=\sum k(a_i+b_i)} \wedge_i (F_c(ka_i)\wedge H_c(kb_i)) = G_c(kx)$$

$$\delta+\varepsilon > G^c(x) = \wedge_{x=\sum(a_i+b_i)} \vee_i (F^c(a_i)\vee H^c(b_i))\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \delta+\varepsilon > \vee_i\{F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\}\Rightarrow \delta+\varepsilon > F^c(a_i)\vee H^c(b_i)$$

$$\delta+\varepsilon \ge F^c(a_i)\vee H^c(b_i)\ge F^c(ka_i)\vee H^c(kb_i)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \delta+\varepsilon > \vee_i\{F^c(ka_i)\vee H^c(kb_i)\}\ge \wedge_{kx=\sum k(a_i+b_i)} \vee_i (F^c(ka_i)\vee H^c(kb_i)) = G^c(kx)$$

ε ixtiyari olduğundan $G_c(kx)\ge G_c(x)$, $G^c(kx)\le G^c(x)$ alınır. $c\in C,\quad g\in G$ və $x\in M$ olsun

$$F_c(a_i)\le F_c(ga_i)\Rightarrow F_c(a_i)\wedge F_c(b_i)\le F_c(ga_i)\wedge F_c(gb_i)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \wedge_i (F_c(a_i)\wedge H_c(b_i))\le \wedge_i (F_c(ga_i)\wedge H_c(gb_i))$$

$$F^c(a_i)\ge F^c(ga_i)\Rightarrow F^c(a_i)\vee F^c(b_i)\ge F^c(ga_i)\vee F^c(gb_i)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow \vee_i (F^c(a_i)\vee H^c(b_i))\ge \vee_i (F^c(ga_i)\vee H^c(gb_i))$$

$$G_c(x) = \vee_{x=\sum(a_i+b_i)} \wedge_i (F_c(a_i)\wedge H_c(b_i))\le \vee_{gx=\sum g(a_i+b_i)} \wedge_i (F_c(ga_i)\wedge H_c(gb_i)) =$$
$$= G_c(gx)\Rightarrow G_c(gx)\ge G_c(x)$$
$$G^c(x) = \wedge_{x=\sum(a_i+b_i)} \vee_i (F^c(a_i)\wedge H^c(b_i))\le \wedge_{gx=\sum g(a_i+b_i)} \vee_i (F^c(ga_i)\vee H^c(gb_i)) =$$
$$= G^c(gx)\Rightarrow G^c(gx)\le G^c(x)$$

Teorem isbatlandı.

Tərif 1.2.13. (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, $(F,A)_N$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğu $\forall a\in A$ üçün $F_a|_N : N\to[0,1]$ F_a-nın N-ə daralması kimi təyin edilsin.

Teorem 1.2.8. (F,A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun, o zaman $(F,A)_N$, N üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall k,l\in K,\quad x,y\in N$ və $\forall a\in A$ üçün

$$F_a|_N(kx+ly) = F_a(kx+ly)\ge F_a(x)\wedge F_a(y) = F_a|_N(x)\wedge F_a|_N(y)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_a|_N(kx+ly)\ge F_a|_N(x)\wedge F_a|_N(y)$$

$\forall g \in G$ və $x \in N$ üçün $F_a\big|_N(gx) = F_a(gx) \geq F_a(x) = F_a\big|_N(x)$

M G-modul, N G-alt modul, (F, A) M üzərində qeyri-səlis soft G-modul olsun. $\tilde{F} : A \to SPF(M/N)$ qeyri-səlis soft çoxluğu $\tilde{F}(a) : M/N \to [0,1]$,

$\tilde{F}(a)(x+N) = \underset{n \in N}{\vee}(F_a(x+n))$ düsturu ilə verək.

Teorem 1.2.9. (F, A) M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul, N M-nin G-alt modulu olsun, onda $(\tilde{F}, A)\, M/N$ faktor modulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $\forall k, l \in K, \quad x, y \in M$ və $\forall a \in A$ üçün

$$\tilde{F}_a(k(x+N) + l(y+N)) = \tilde{F}_a((kx+ly)+N) = \underset{n \in N}{\vee}(F_a(kx+ly+n)) =$$
$$= \underset{n \in N}{\vee}(F_a(kx+ly+kn_1+l \cdot n_2))(n = k \cdot n_1 + l \cdot n_2) = \underset{n \in N}{\vee} F_a(k(x+n_1)+l(y+n_2)) \geq$$
$$\geq \vee(F_a(k(x+n_1)) \wedge F_a(l(y+n_2))) \geq \underset{n \in N}{\vee}(F_a(x+n_1) \wedge F_a(y+n_2)) \geq$$
$$\geq \left(\underset{n_1 \in N}{\vee} F_a(x+n_1)\right) \wedge \left(\underset{n_2 \in N}{\vee} F_a(y+n_2)\right) = \tilde{F}_a(x+N) \wedge \tilde{F}_a(y+N).$$
$$\tilde{F}_a(g(x+N)) = \tilde{F}_a(gx+N) = \underset{n}{\vee}(F_a(gx+n)) = \vee(F_a(gx+gn_1)) =$$
$$= \underset{n}{\vee} F_a(g(x+n_1)) \geq \underset{n_1}{\vee} F_a(x+n_1) = \tilde{F}_a(x+N)$$

Teorem isbatlandı.

1.3. İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar ardıcıllığı

Tərif 1.3.1. [104] X çoxluğunun hər bir $A = \{< x, \mu_A(x), \nu_A(x) >: x \in X\}$ intuitiv qeyri-səlis çoxluğu üçün A çoxluğunun daşıyıcısı A^* kimi işarə olunur və aşağıdakı kimi təyin edilir:

$$A^* = \{x \in X : \mu_A(x) > 0,\ \nu_A(x) < 1\}.$$

Təklif 1.3.1. [104] Tutaq ki, $f : X \to Y$ inikasdır və A, B uyğun olaraq X və Y-in intuitiv qeyri-səlis çoxluqlarıdır. Onda aşağıdakı nəticələr saxlanılır.

(i) $f(A^*) \subseteq (f(A))^*$ və f inikası biyektiv olduqda bərabərlik saxlanılır.

(ii) $f^{-1}(B^*) = (f^{-1}(B))^*$

Tərif 1.3.2. [13] $f:(M,\mu,\lambda)\to(M',\mu',\lambda')$ intuitiv qeyri-səlis modulların homomorfizmidir, onda və yalnız onda ki, $\mu'(f(x))\ge\mu(x)$ və $\lambda'(f(x))\ge\lambda(x)$ şərti ödənsin.

Tutaq ki, (F,A), M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur. (G,B), N üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olsun. $f:M\to N$, G-modulların homomorfizmidir, $\varphi:A\to B$ çoxluqların inikasıdır.

Tərif 1.3.3. [51] Tutaq ki, (F,A) və (H,B) uyğun olaraq M və N üzərində iki intuitiv qeyri-səlis soft modullar, $f:M\to N$ modulların homomorfizmi və $g:A\to B$ çoxluqların inikasıdır. Əgər $f(F_a)=H_{g(a)}$, $f(F^a)=H^{g(a)}$ şərtləri ödənirsə, onda deyirlər ki, $(f,g):(F,A)\to(H,B)$ intuitiv qeyri-səlis soft modulların intuitiv qeyri-səlis soft homomorfizmidir.

Qeyd edək ki, $\forall a\in A$, üçün $f:(M,F_a,F^a)\to(N,H_{g(a)},H^{g(a)})$ intuitiv qeyri-səlis modulların intuitiv qeyri-səlis homomorfizmidir.

Tərif 1.3.4. Əgər hər bir $a\in A$ üçün $f:(M,F_a,F^a)\to(N,G_{\varphi(a)},G^{\varphi(a)})$,, intuitiv qeyri-səlis G-modulların homomorfizmidirsə, onda $(f,\varphi):(F,A)\to(G,B)$ cütü intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların homomorfizmi adlanır.

Tutaq ki, $(f,\varphi):(F,A)\to(G,B)$, intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların homomorfizmi, $\ker f<M$, f -in nüvəsidir. $\ker f$, G altmodulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların strukturunu aşağıdakı kimi təyin edək, $\forall a\in A$ üçün,

$$\overline{F}(a)=(\overline{F}_a,\overline{F}^a),\ \overline{F}_a=F_a/_{\ker f},\overline{F}^a/_{\ker f}.$$

$\operatorname{Im} f<N$, f -in obrazı olsun, eyni yolla $\operatorname{Im} f$ G altmodulu üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların strukturunu göstərək. $\forall b\in B$ üçün,

$$\overline{G}(b)=(\overline{G}_b,\overline{G}^b),\ \overline{G}_b=G_b/_{\operatorname{Im} f},\ \overline{G}^b=G^b/_{\operatorname{Im} f}.$$

Teorem 1.3.1. Tutaq ki, M və N, G-modullar və f, G-modulların homomorfizmi olsun. Əgər (G,B), N üzərində intuitiv qeyri-səlis G-moduldursa, onda $\left(f^{-1}(G),B\right)$, M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. Əgər $f^{-1}(G): B \to IQ/SSG(M)$ inikası, $f^{-1}(G)_b(x) = G_b(f(x))$, $f^{-1}(G)^b(x) = G^b(f(x))$ kimi təyin edilirsə, $k_1, k_2 \in K$, $x, y \in M$ və $g \in G$ üçün alınır ki,

$$f^{-1}(G)_b(k_1x + k_2y) = G_b(f(k_1x + k_2y)) = G_b(k_1 f(x) + k_2 f(y)) \geq$$
$$\geq G_b(f(x)) \wedge G_b(f(y)) \geq f^{-1}(G)_b(x) \wedge f^{-1}(G)_b(y).$$

Beləliklə, $f^{-1}(G)_b(k_1x + k_2y) \geq f^{-1}(G)_b(x) \wedge f^{-1}(G)_b(y)$.

Oxşar yolla göstərilə bilər ki,

$$f^{-1}(G)^b(k_1x + k_2y) = G^b(f(k_1x + k_2y)) = G^b(k_1 f(x) + k_2 f(y)) \leq$$
$$\leq G^b(f(x)) \wedge G^b(f(y)) \leq f^{-1}(G)^b(x) \wedge f^{-1}(G)^b(y) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow f^{-1}(G)^b(k_1x + k_2y) \leq f^{-1}(G)^b(x) \vee f^{-1}(G)^b(y).$$

$$f^{-1}(G)_b(gm) = G_b(f(gm)) = G_b(gf(m)) \geq G_b(f(m)) = f^{-1}(G)_b(m).$$

$$f^{-1}(G)_b(gm) \geq f^{-1}(G)_b(m).$$

Həmçinin, $f^{-1}(G)^b(gm) \leq f^{-1}(G)^b(m)$. Buradan alınır ki, $\left(f^{-1}(G),B\right)$, M üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

Teorem 1.3.2. Tutaq ki, M və N, G-modullar və $f: M \to N$, G-modulların homomorfizmi olsun. Əgər (F,A), M, üzərində intuitiv qeyri-səlis G-modul isə onda $(f(F),A)$, N üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur.

İsbatı. $f:(F): A - IQ/SSG(N)$ inikası aşağıdakı kimi təyin edilsin, $(f(F))_a(y) = \sup\{F_a(x): f(x) = y\}$, $(f(F))^a(y) = \sup\{F^a(x): f(x) = y\}$. Göstərək ki, $(f(F),A)$, N üzərində intuitiv qeyri-səlis G-moduldur.

$k_1, k_2 \in K$, $x, y \in N$ və $g \in G$ üçün,

$$(f(F))_a(k_1x + k_2y) = \vee\left\{F_a(z): z \in f^{-1}\left(k_1x + k_{2y}\right)\right\} =$$
$$= \vee\left\{F_a(z): f(z) = k_1x + k_2y,\ x, y \in N, z \in M\right\} =$$
$$= \vee\left\{F_a\left(k_1^{'}z^{'} + k_2^{'}z^{''}\right): f\left(z^{'}\right) = x,\ f\left(z^{''}\right) = y\right\} =$$
$$= \vee\left\{F_a\left(k_1^{'}z^{'} + k_2^{'}z^{''}\right): z^{'} \in f^{-1}(x), z^{''} \in f^{-1}(y)\right\} \geq$$

$$\geq \vee\left[\left\{F_a\left(z'\right)\wedge F_a\left(z''\right)\right\}: z' \in f^{-1}(x),\ z'' \in f^{-1}(y)\right] \geq$$
$$\geq \left[\vee \left\{F_a\left(z'\right): z' \in f^{-1}(x)\right\}\right] \wedge \left[\vee \left\{F_a\left(z''\right): z'' \in f^{-1}(y)\right\}\right] \geq (f(F))_a(x) \wedge (f(F))_a(y).$$

Beləliklə, $(f(F))_a(k_1x+k_2y) \geq (f(F))_a(x) \wedge (f(F))_a(y)$. Eyni yolla göstərilə bilər ki, $(f(F))^a(k_1x+k_2y) \leq (f(F))^a(x) \vee (f(F))^a(y)$. Həmçinin

$$(f(F))_a(gn) = \vee\left\{F_a(x): x \in f^{-1}(gn)\right\} = \vee\left\{F_a(x): f(x)=gn,\ g\in G, n\in N\right\} =$$
$$= \vee\left\{F_a(gm): gm\in M,\ f(gm)=gn,\ g\in G,\ n\in N,\ m\in M\right\} \geq$$
$$\geq \vee\left\{F_a(m): m\in M,\ f(m)=n\in N\right\} \geq \vee\left\{F_a(m): m\in f^{-1}(n)\right\} = (f(F))_a(n).$$

$$(f(F))_a(gn) \geq (f(F))_a(n), \quad (f(F))^a(gn) \leq (f(F))^a(n).$$

Buna görə $(f(F), A)$, N, üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-moduldur. Tutaq ki, $\{F_i, A_i\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində soft G-modullar ailəsi olsun və tutaq ki, parametrlər çoxluğu qeyd olunmuş nöqtəli çoxluqlar olsun. A_i -nin qeyd olunmuş nöqtəsini a_{0_i} kimi işarə edək və tutaq ki, $F_i\left(a_{0_i}\right)=0$. $A=\Pi_{i\in I}A_i$ və $M=\oplus_{i\in I}M_i$ üçün həmçinin bütün $a=\{a_i\}\in A$ üçün $F: A\to M$ inikasını $F(a)=\oplus_{i\in I}F(a_i)$ kimi təyin edək. Onda (F, A), M üzərində soft G-moduldur.

Tərif 1.3.5. (F, A)-a $\{(F_i, A_i)\}_{i\in I}$ -nin düz cəmi deyilir və $\oplus_{i\in I}(F_i, A_i)$ kimi işarə olunur.

Teorem 1.3.3. Əgər $\{(F_i, A_i)\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar ailəsidirsə, onda $\oplus_{i\in I}(F_i, A_i)$, $\{M_i\}_{i\in I}$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullardır.

İsbatı. Bütün $\{a_i\}\in \Pi_{i\in I}A_i$ üçün $F: \Pi_{i\in I}A_i \to \oplus_{i\in I}M_i$- ni $F(\{a_i\}) = \left(\wedge_{i\in j_i}(F_i)_{a_i}, \vee_{i\in j_i}(F_i)^{a_i}\right)$ kimi təyin edək, burada $j_i: M_i \to \oplus_{i\in I}M_i$ daxiletmə inikasıdır. $\left(j_i(F_i)_{a_i}, j_i(F_i)^{a_i}\right)$ bütün $i\in I$ üçün $\oplus_{i\in I}M_i$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modul olduğundan, $F(\{a_i\})$, $\oplus_{i\in I}M_i$ üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-altmoduldur.

Tərif 1.3.6. X çoxluğu üzərində ixtiyari intuitiv qeyri-səlis soft (F, A) çoxluğu üçün intuitiv qeyri-səlis soft çoxluğunun daşıyıcısı (F^*, A) kimi işarə edilir və $F^*(a) = \{x \in X, F_a(x) > 0, F^a(x) < 1\}$ kimi təyin edilir. Aydındır ki, (F^*, A), X üzərində soft çoxluqdur.

Təklif 1.3.2. Tutaq ki, $f : X \to Y$, $\varphi : A \to B$ iki inikas və (F, A), (G, B) X və Y -in intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqları olsun. Onda,

a) $(f, \varphi)(F^*, A) \subset \left(f(F)^*, \varphi(A)\right)$

b) $f^{-1}(G^*, B) = \left(f^{-1}(G)^*, A\right)$ ödənir.

Teorem 1.3.4. a) Tutaq ki, (F, A) intuitiv qeyri-səlis soft G -moduldur. Onda (F^*, A), M -in soft G -altmoduludur.

b) M -in (F, A), (G, B) soft G -modulu üçün alınır ki, $((F, A) + (G, B))^* = (F^*, A) + (G^*, B)$.

c) $((F, A) \cap (G, B))^* = (F^*, A) \cap (G^*, B)$

Tərif 1.3.7. $\forall a \in A$ və $\forall x \in M$ üçün M üzərində iki $(\tilde{\Phi}, A)$ və $(\tilde{M}, A)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlarını aşağıdakı kimi təyin edək

$$\tilde{\Phi}(a)(x) = \begin{Bmatrix} (1,0), x = 0 \\ (0,1), x \neq 0 \end{Bmatrix}; \tilde{M}(a)(x) = (1,0)..$$

Onda, $(\tilde{\Phi}, A)$, $(\tilde{M}, A)$ intuitiv qeyri-səlis soft çoxluqlar, intuitiv qeyri-səlis soft modullara uyğun 0 və 1 qeyri-səlis soft modulları adlanır.

Tərif 1.3.8. Tutaq ki, (F, A), (G, B) intuitiv qeyri-səlis soft G -modullardır. Əgər $(F, A) \cap (G, B) = (\tilde{\Phi}, A \cap B)$ şərti ödənirsə, onda $(F, A) + (G, B)$ cəmi, (F, A) və (G, B)-nin düz cəmi adlanır və bu $(F, A) \oplus (G, B)$ kimi yazılır.

Teorem 1.3.5. Tutaq ki, (F, A), (G, B), (H, C) M -in soft G modullarıdır, belə ki, $(F, A) = (G, B) \oplus (H, C)$, onda $(F^*, A) = (G^*, B) \oplus (H^*, C)$.

Tutaq ki,

$$\ldots \xrightarrow{f_{i-1}} M_{i-1} \xrightarrow{f_i} M_i \xrightarrow{f_{i+1}} M_{i+1} \xrightarrow{f_{i+2}} \ldots \qquad (1.3.1)$$

G -modulların və G -modul homomorfizmaların ardıcıllığı olsun.

Tərif 1.3.9. $M_i, i \in Z$, G-modullar, (F_i, A), M_i üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar olsun. Əgər $\forall a \in A$ üçün

$$\ldots \to (M_{i-1}, F_{i-1}(a)) \to (M_i, F_i(a)) \to (M_{i+1}, F_{i+1}(a)) \to \ldots$$

intuitiv qeyri-səlis G-modulların ardıcıllığı dəqiqdirsə, onda intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların

$$\ldots \xrightarrow{(f_{i-1}, 1_A)} (F_{i-1}, A) \xrightarrow{(f_i, 1_A)} (F_i, A) \xrightarrow{(f_{i+1}, 1_A)} (F_{i+1}, A) \xrightarrow{(f_{i+2}, 1_A)} \ldots \qquad (1.3.2)$$

ardıcıllığına intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların dəqiq ardıcıllığı deyilir,

Teorem 1.3.6. Tutaq ki, (F, A), (G, B) intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların düz cəmi $(F, A) \oplus (G, B)$ üçün, $(F^*, A) + (G^*, A)$ soft G-modulların düz cəmidir. Onda, $0 \longrightarrow (F, A) \xrightarrow{(i, 1_A)} (F, A) \oplus (G, A) \xrightarrow{(\pi, 1_A)} (G, A) \longrightarrow 0$ ardıcıllığı dəqiqdir.

İsbatı. Qeyd edək ki, soft G-modullar ardıcıllığı, $0 \longrightarrow (F^*, A) \xrightarrow{(i, 1_A)} (F^*, A) \oplus (G^*, A) \xrightarrow{(\pi, 1_A)} (G^*, A) \longrightarrow 0$ dəqiq ardıcıllıqdır, burada, “$(i, 1_A)$” və “$(\pi, 1_A)$“ uyğun olaraq kanonik inyeksiya və proyeksiyadır. İsbat etməliyik ki, $0 \longrightarrow (F, A) \xrightarrow{(i, 1_A)} (F, A) \oplus (G, A) \xrightarrow{(\pi, 1_A)} (G, A) \longrightarrow 0$ ardıcıllığı intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların dəqiq ardıcıllığıdır.

Tutaq ki, bütün $a \in A$ üçün $F^*(a) + G^*(a)$. Onda $iF(a)(x) = \left(i(F_a)(x), i(F^a)(x)\right)$, burada

$$i(F_a)(x) = \begin{cases} \vee \{F_a(t) : t \in F^*(a), i(t) = x\}, & i^{-1}(x) \neq \varnothing \\ 0, & ya \ \ da \end{cases} = \begin{cases} F_a(x), & x \in F^*(a) \\ 0, & x \notin F^*(a) \end{cases}$$

və

$$i(F^a)(x) = \begin{cases} \wedge \{F^a(t) : t \in F^*(a), i(t) = x\}, & i^{-1}(x) \neq \varnothing \\ 1, & ya \ \ da \end{cases} = \begin{cases} F^a(x), & x \in F^*(a) \\ 1, & x \notin F^*(a) \end{cases}.$$

Beləliklə,

$$i(F, A) = (F, A) \quad \forall x \in F^*(a) \qquad (1.3.3)$$

Həmçinin, $\forall a \in A$ üçün $(F(a) + G(a))(x) = \left((F+G)_a(x), (F+G)^a(x)\right)$, harada ki,

$$(F+G)_a(x)=\begin{cases}\vee\{F_a(y)\wedge G_a(z): y,z\in M, y+z=x\}, & x=y+z\\ 0, & x\neq y+z\end{cases}=$$

$$=\begin{cases}F_a(x), & x\in F^*(a)\\ 0, & x\notin F^*(a)\end{cases}$$

və

$$(F+G)^a(x)=\begin{cases}\wedge\{F^a(y)\vee G^a(z): y,z\in M, y+z=x\}, & x=y+z\\ 1, & x\neq y+z\end{cases}=$$

$$=\begin{cases}F^a(x), & x\in F^*(a)\\ 1, & x\notin F^*(a)\end{cases}.$$

[Qeyd edək ki, $(F,A)\oplus(G,A)$ düz cəmdir, beləliklə $(F,A)\cap(G,A)=\Omega$. Əgər $x=y+z\quad x\in F^*(a)$, onda yeganə ehtimal $x=x+0$ və ya $x=y+z; y,z\in F^*(a)$ olmasıdır. Ancaq ikinci halda $G_a(z)=0, G^a(z)=1$.]

Beləliklə, $\forall a\in A$ üçün ,

$$(F,A)+(G,A)=(F,A)\ if\ x\in\left(F^*(a)\right) \tag{1.3.4}$$

(1.3.3) və (1.3.4)-dən alınır ki, $i(F,A)\subseteq(F,A)+(G,A)$.

$x\in\left(G^*(a)\right)$ üçün $(\pi(F(a)+G(a)))(x)=\{\pi(F+G)_a(x),\pi(F+G)^a(x)\}$, burada,

$$\pi(F+G)_a(x)=\vee\{(F+G)_a(t): t\in F^*(a)+G^*(a);\ \pi(t)=x\}=$$
$$=\vee\{(F+G)_a(r+x): r\in F^*(a)\}$$

[$\pi: F^*(a)+G^*(a)\to G^*(a)$-proyeksiya olduğundan]

$$=\vee\{F_a(r)\wedge G_a(x): r\in F^*(a)\}=G_a(x).$$

[$F_a(r)=1,\quad r=0$ olduğundan]. Eynilə alırıq ki, $\pi(F+G)^a(x)=G^a(x)$. Buna görə də $\pi(F(a)+G(a))=G(a)$. İndi (1.3.3)-dən alırıq ki,

$$(i(F,A))(x)=\begin{cases}(F_a(x),F^a(x)), & x\in F^*(a)=\ker(\pi)\\ (0,1), & x\notin F^*(a)=\ker(\pi)\end{cases}\quad \text{i.e., } (i(F,A))^*=\ker(\pi).$$

Buna görə də, $0\longrightarrow(F,A)\xrightarrow{\ i\ }(F,A)+(G,A)\xrightarrow{\ \pi\ }(G,A)\longrightarrow 0$, intuitiv qeyri-səlis soft G-modulların dəqiq ardıcıllığıdır.

Teorem 1.3.7. Tutaq ki, $M \xrightarrow{f} N \xrightarrow{g} P$, N-modulunda G-modulların dəqiq ardıcıllığıdır, və (F,A), (G,A), (H,A) uyğun olaraq M,N və P üzərində intuitiv qeyri-səlis soft G-modullardır. Onda intuitiv qeyri-səlis soft G- modulların $(F,A) \xrightarrow{(f,1_A)} (G,A) \xrightarrow{(g,1_A)} (H,A)$ ardıcıllığı (G,A)-da dəqiqdir, ancaq onda ki, əgər bütün $a \in A$ üçün G-modulların $F(a) \xrightarrow{f'} G^*(a) \xrightarrow{g'} H^*(a)$ ardıcıllığı $G^*(a)$-da dəqiq olsun, burada, f' və g', f və g-nin uyğun olaraq $F^*(a)$ və $G^*(a)$ -a daralmasıdır.

İsbatı. Fərz edək ki, $(F,A) \xrightarrow{f} (G,A) \xrightarrow{g} (H,A)$, (G,A)-da dəqiqdir. Onda tərifdən alınır ki, $f((F,A)) \subseteq (G,A), g((G,A)) \subseteq (H,A)$ və $(f(F,A))^* = \ker(g)$. İndi, $F^*(a) \xrightarrow{f'} G^*(a) \xrightarrow{g'} H^*(a)$ ardıcıllığına baxaq.

Fərz edək ki, bu ardıcıllıq $G^*(a)$–da dəqiqdir. $x \in (f(F,A))^*$, $\forall a \in A$ üçün:

$\Leftrightarrow (f(F))_a(x) > 0$ və $(f(F))^a(x) < 1 \Leftrightarrow \vee\{F_a(t) : f(t) = x, t \in M\} > 0$ və

$\wedge\{F^a(t) : f(t) = x, t \in M\} < 1 \Leftrightarrow \exists' st_1, t_2 \in M$ belə ki,

$x = f(t_1) = f(t_2), F_a(t_1) > 0,\ F^a(t_2) < 1,\ (F_a(t_1) + F^a(t_2) \leq 1,$ beləliklə əgər

$F_a(t_1) > 0$ onda $F^a(t_2) < 1)$ $\Leftrightarrow \exists' st_1 \in M$ belə ki, $x = f(t_1)$ $F_a(t_1) > 0$ və

$F^a(t_1) < 1$ $\quad t_1 \in F^*(a) \Leftrightarrow x = f(t_1) \in f(F^*(a))$.

Beləliklə alınır ki, $(f(F,A))^* = f(F^*(a))$. Oxşar yolla alınır ki, $(g(F,A))^* = g(F^*(a))$. Beləliklə, $f'(F^*(a)) = f(F^*(a)) = (f(F,A))^* \subseteq (G,A)^*$ $f(F,A) \subseteq (G,A)$. Eynilə, $g'(G^*(a)) = (g(G,A))^* \subseteq (H,A)^*$.

İndi, $(f(F,A))^* = \ker(g)$ olduğundan alınır ki, $f'(F^*(a)) = \ker(g')$.

Beləliklə, $F^*(a) \xrightarrow{f'} G^*(a) \xrightarrow{g'} H^*(a)$ ardıcıllığı $G^*(a)$-da dəqiqdir.

Bu teoremin isbatını tamamlayır.

1.4. İntuitiv qeyri-səlis G -modulların homoloji modulları

G bir qrup, M , G -modul olsun. (M,μ,v) ilə intuitiv qeyri-səlis G -modulu işarə edək.

Tərif 1.4.1. Əgər intuitiv qeyri-səlis G -modulların

$$\{(M_n,\mu_n,v_n),\partial_n:(M_n,\mu_n,v_n)\to(M_{n-1},\mu_{n-1},v_{n-1})\}_{n\in Z} \tag{1.4.1}$$

ardıcıllığı üçün $\partial_{n-1}\circ\partial_n=0$ ödənirsə, bu ardıcıllığa intuitiv qeyri-səlis G modulların zəncir kompleksi deyilir.

Tutaq ki, (1.4.1) və

$$\{(M'_n,\mu'_n,v'_n),\partial'_n:(M'_n,\mu'_n,v'_n)\to(M'_{n-1},\mu'_{n-1},v'_{n-1})\}_{n\in Z} \tag{1.4.2}$$

uyğun olaraq $\{M_n\}$, $\{M'_n\}$ üzərində, iki intuitiv qeyri-səlis G -modulların zəncir kompleksidir.

Tərif 1.4.2. Əgər $\forall n\in Z,\ \varphi_n:(M_n,\mu_n,v_n)\to(M'_n,\mu'_n,v'_n)$ intuitiv qeyri-səlis G -modulların homomorfizmaları üçün

$$\begin{array}{ccc} M_n & \xrightarrow{\partial_n} & M_{n-1} \\ \varphi_n\downarrow & & \downarrow\varphi_{n-1} \\ M'_n & \xrightarrow{\partial'_n} & M'_{n-1} \end{array}$$

diaqramı kommutativdirsə $\{\varphi_n:(M_n,\mu_n,v_n)\to(M'_n,\mu'_n,v'_n)\}$ intuitiv qeyri-səlis G -modulların zəncir komplekslərinin morfizması adlanır.

Zəncir komplekslər və onların morfizması kateqoriya təşkil edir.

Tərif 1.4.3. Tutaq ki, $\{\varphi_n,\psi_n:(M_n,\mu_n,v_n)\to(M'_n,\mu'_n,v'_n)\}$ intuitiv qeyri-səlis G -modulların zəncir komplekslərinin morfizmalarıdır və $D=\{D:(M_n,\mu_n,v_n)\to(M'_{n+1},\mu'_{n+1},v'_{n+1})\}$ intuitiv qeyri-səlis G -modulların homomorfizma ailəsidir. Əgər, $\varphi_n-\psi_n=D_{n-1}\circ\partial_n+\partial'_{n+1}\circ D_n$ bərabərlik ödənirsə, onda $D=\{D_n:M_n\to M'_{n+1}\}_{n\in Z}$ modulların homomorfizmlərinin ailəsi zəncir homotopiya adlanır, $\{\varphi_n\}$, $\{\psi_n\}$ zəncir homotop inikaslar adlanır və $\{\varphi_n\}\sim\{\psi_n\}$ kimi işarə olunur.

Teorem 1.4.1. Zəncir homotopiya münasibəti ekvivalent münasibətdir və superpozisiyaya görə invariantdır.

İsbatı. İlk öncə göstərək ki, zəncir homotopiya münasibəti ekvivalent münasibətdir.

1) Tutaq ki, $\varphi = \left(\{\varphi_n\}: \{(M_n, \mu_n, v_n), \partial_n\} \to \{(M_n^{'}, \mu_n^{'}, v_n^{'}), \partial_n^{'}\}\right)$ ixtiyari morfizmadır. Əgər $D_n = 0,$ onda $\varphi_n - \varphi_n = 0.$ Belə ki, $\varphi \sim \varphi$.

2) Tutaq ki, φ ilə ψ zəncir homotopdur. Belə ki, $D_{n-1} \circ \partial_n + \partial_{n+1}^{'} \circ D_n = \varphi_n - \psi_n$. Əgər $\overline{D_n} = -D_n$ alsaq, onda

$$\overline{D}_{n-1}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}\overline{D_n} = -D_{n-1}\partial_n - \partial_{n+1}^{'}D_n = -\left(D_{n-1}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n\right) = -(\varphi_n - \psi_n) = \psi_n - \varphi_n$$

yəni ψ ilə φ zəncir homotopdur.

3) Tutaq ki, φ,ψ ilə və ψ,γ ilə zəncir homotopdur. Biz göstərmək istəyirik ki, φ,γ ilə zəncir homotopdur. Əgər φ,ψ ilə zəncir homotopdurdursa, $\exists D_n \Rightarrow D_{n-1}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n = \varphi_n - \psi_n$. Əgər ψ,γ ilə zəncir homotopdursa, $\exists D_n^{'} \Rightarrow D_{n-1}^{'}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n^{'} = \psi_n - \gamma_n$. D_n'' homomorfizmini $D_n^{''} = D_n + D_n^{'}$ kimi təyin edək.

$$\begin{aligned} D_n^{''}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n^{''} &= \left(D_{n-1} + D_{n-1}^{'}\right)\partial_n + \partial_{n+1}^{'}\left(D_n + D_n^{'}\right) = \\ &= D_{n-1}\partial_n + D_{n-1}^{'}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n + \partial_{n+1}^{'}D_n^{'} = D_{n-1}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n + D_{n-1}^{'}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n^{'} = \\ &= (\varphi_n - \psi_n) + (\psi_n - \gamma_n) = \varphi_n - \gamma_n. \end{aligned}$$

İndi isə kompozisiyanın invariantlığını göstərək.

$$\left(\varphi_{0n} \sim \psi_{0n} : \{(M_n, \mu_n, v_n), \partial_n\} \to \{(M_n^{'}, \mu_n^{'}, v_n^{'}), \partial_n^{'}\}\right) \Rightarrow D_{n-1}\partial_n + \partial_{n+1}^{'}D_n = \varphi_{0n} - \psi_{0n}$$
$$\left(\varphi_{1n} \sim \psi_{1n} : \{(M_n^{'}, \mu_n^{'}, v_n^{'}), \partial_n^{'}\} \to \{(M_n^{''}, \mu_n^{''}, v_n^{''}), \partial_n^{''}\}\right) \Rightarrow D_{n-1}^{'}\partial_n + \partial_{n+1}^{''}D_n^{'} = \varphi_{1n} - \psi_{1n}$$
$$\left(\varphi_{1n} \circ \varphi_{0n}, \psi_{1n} \circ \psi_{0n} : \{(M_n, \mu_n, v_n), \partial_n\} \to \{(M_n^{''}, \mu_n^{''}, v_n^{''}), \partial_n^{''}\}\right)$$

morfizmalarının zəncir homotop olduğunu göstərək:

$D_n^{''} : ((M_n, \mu_n, v_n), \partial_n) \to \left((M_n^{''}, \mu_n^{''}, v_n^{''}), \partial_n^{''}\right)$ homomorfizmasını

$D_n^{''} = D_{n=1}^{'}(\varphi_{0n-1})\partial_n + \partial_{n+1}^{''}D_n^{'}(\varphi_{0n})$ şəklində təyin edək, onda

$$D_{n-1}^{'}(\varphi_{0n-1})\partial_n + \partial_{n+1}^{''}D_n^{'}(\varphi_{0n}) = D_{n-1}^{'}\left(\partial_n^{'}(\varphi_{0n})\right) + \partial_{n+1}^{''}D_n^{'}(\varphi_{0n}) =$$

$$=\left(D'_{n-1}\partial'_n+\partial''_{n+1}D'_n\right)(\varphi_{0n})=(\varphi_{1n})(\varphi_{0n})-(\psi_{1n})(\varphi_{0n}).$$

İndi göstərək ki, $(\psi_{1n})\circ(\varphi_{0n})\sim(\psi_{1n})\circ(\psi_{0n})$ morfizmalar zəncir homotopdur. $\forall n\in Z$ üçün $(\psi_{1n+1})\circ D_n$ morfizmasına baxaq.

$$(\psi_{1n+1})\circ D_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to\left(M'_{n+1},\mu'_{n+1},\nu'_{n+1}\right).$$

$$(\psi_{1n})D_{n-1}\partial_n+\partial''_{n+1}(\psi_{1n+1})D_n=(\psi_{1n})D_{n-1}\partial_n+(\psi_{1n})\partial'_{n+1}D_n=$$
$$=\left(D_{n-1}\partial_n+\partial'_{n+1}D_n\right)(\psi_{1n})=((\varphi_{0n})-(\psi_{0n}))(\psi_{1n})=(\varphi_{0n})(\psi_{1n})-(\psi_{0n})(\psi_{1n}).$$

Onda $(\varphi_{0n})\circ(\psi_{1n})\sim(\psi_{1n})\circ(\psi_{0n})$ zəncir homotopdur. Bu iki bərabərlikdən alınır ki, $(\varphi_{1n})\circ(\varphi_{0n})\sim(\psi_{1n})\circ(\psi_{0n})$ zəncir homotopdur.

$\ker\partial_n$, $\operatorname{Im}\partial_{n+1}\subset M_n$ intuitiv qeyri-səlis modulların alt modulları G-altmodullardır. $Ker\partial_n/\operatorname{Im}\partial_{n+1}$ faktor G-modulunda $\mu_n\big|_{Ker\partial_n},\nu_n\big|_{Ker\partial_n}$ intuitiv qeyri-səlis strukturdan istifadə edərək $\tilde{\mu}_n,\tilde{\nu}_n$ intuitiv qeyri-səlis strukturunu verə bilərik. Beləliklə, $\left(Ker\partial_n/\operatorname{Im}\partial_{n-1},\tilde{\mu}_n,\tilde{\nu}_n\right)$ intuitiv qeyri-səlis G-modulunu qurmuş olduq.

Tutaq ki, $C=\{(M_n,\mu_n,\nu_n),\partial_n\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir kompleksidir.

Tərif 1.4.4. $H_n(C)=\left(Ker\partial_n/\operatorname{Im}\partial_{n+1},\tilde{\mu}_n,\tilde{\nu}_n\right)$ intuitiv qeyri-səlis G-moduluna, intuitiv qeyri-səlis G zəncir kompleksinin n-ölçülü homoloji modulu deyilir.

Göstərək ki, bu homoloji modul funktordur. $\left\{\varphi_n:(M_n,\mu_n,\nu_n)\to\left(M'_n,\mu'_n,\nu'_n\right)\right\}$intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizmaları isə $\forall[x]\in H_n(C)$ üçün $\varphi_{n^*}:H_n(C)\to H_n\left(C'\right)$ homomorfizmini $\varphi_{n^*}[x]=[\varphi_n(x)]$ kimi təyin edək. Beləliklə, aşağıdakı teorem verilə bilər.

Teorem 1.4.2. $C\mapsto H_n(C)$ qarşı gəlməsi intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir kompleksləri kateqoriyasından intuitiv qeyri-səlis G-modullar kateqoriyasına gedən bir funktordur.

Teorem 1.4.3. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin homoloji funktoru zəncir homotopiyaya görə invariantdır. Belə ki, əgər $\{\varphi_n\}\sim\{\psi_n\}:\{(M_n,\mu_n,\nu_n),\partial_n\}\to\left\{\left(M'_n,\mu'_n,\nu'_n\right),\partial'_n\right\}$ onda,

$\varphi_{n^*} = \psi_{n^*} = H_n(C) \to H_n(C^{'})$.

İsbatı. $\{\varphi_n\}$ ilə $\{\psi_n\}$ zəncir homotop olduğundan, $D_n : (M_n, \mu_n, v_n) \to (M^{'}_{n+1}, \mu^{'}_{n+1}, v^{'}_{n+1})$ mövcuddur ki,

$$D_{n-1}\partial_n + \partial^n_{n+1} D_n = \varphi_n - \psi_n \tag{1.4.3}$$

(1.4.3) bərabərliyi ödənir.

İndi göstərək ki, $\varphi_{n^*} = \psi_{n^*} = H_n(C) \to H_n(C^{'})$ ödənir. $\forall[z] = z + \operatorname{Im}\partial_{n+1} \in H_n(C)$ üçün göstərmək istəyirik ki, $\varphi_{n^*}(z + \operatorname{Im}\partial_{n+1}) = \psi_{n^*}(z + \operatorname{Im}\partial_{n+1})$. Belə ki, $\varphi_{n^*}(z + \operatorname{Im}\partial_{n+1}) = \varphi_n(z) + \operatorname{Im}\partial^{'}_{n+1}$, $\psi_{n^*}(z + \operatorname{Im}\partial_{n+1}) = \psi_n(z) + \operatorname{Im}\partial^{'}_{n+1}$, $z \in Ker\partial_n$ və (1.4.3) bərabərliyindən

$$D_{n-1}\partial_n(z) + \partial^{'}_{n+1} D_n(z) = \partial^{'}_{n+1}(D_n(z)) = \varphi_n(z) - \psi_n(z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \varphi_n(z) - \psi_n(z) \quad \exists b \in D_n(z) \quad \partial^{'}_{n+1}(b) = a \Rightarrow a \in \operatorname{Im}\partial^{'}_{n+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_n(z) - \psi_n(z) \in \operatorname{Im}\partial^{'}_{n+1}$$

$$[\varphi_n(z)] = \varphi_n(z) + \operatorname{Im}\partial^{'}_{n+1} \qquad [\psi_n(z)] = \psi_n(z) + \operatorname{Im}\partial^{'}_{n+1}.$$

Tutaq ki, $C = \{(M_n, \mu_n, v_n), \partial_n\}$, $C^{'} = \{(M^{'}_n, \mu^{'}_n, v^{'}_n), \partial^{'}_n\}$, $C^{''} = \{(M^{''}_n, \mu^{''}_n, v^{''}_n), \partial^{''}_n\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir kompleksləridir və $\varphi = \{\varphi_n : C \to C^{'}\}$, $\psi = \{\psi_n : C \to C^{''}\}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizmalarıdır.

Tərif 1.4.5. $0 \to C^{'} \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C^{''} \to 0$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslər ardıcıllığı dəqiqdirsə o zaman bu ardıcıllığa qısa dəqiq ardıcıllıq deyilir.

Tərif 1.4.6. Əgər $0 \to C^{'} \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C^{''} \to 0$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların qısa dəqiq ardıcıllığı üçün elə $j_n : C^{''} \to C$ varsa ki, $j_n \circ \psi \to 1_C$ şərti ödənsin onda $0 \to C^{'} \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C^{''} \to 0$ qısa dəqiq ardıcıllığına parçalanandır deyilir

Lemma 1.4.1. Aşağıdakı şərtlər ekvivalentdir:

a) $0 \to C^{'} \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C^{''} \to 0$ parçalanandır

b) $C \Delta C' \oplus C''$

c) $q : C \to C' \quad \varphi \circ q = 1_C$

İsbatı. İsbat aydındır.

$0 \to C' \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C'' \to 0$ qısa dəqiq ardıcıllıq isə $\ldots \leftarrow H_{n-1}(C') \leftarrow H_n(C'') \leftarrow H_n(C) \leftarrow H_n(C') \leftarrow \ldots$ ardıcıllığı ümumiyyətlə dəqiq deyil, çünki, $\partial_{n^*} : H_n(C'') \to H_{n-1}(C')$ homoloji modulların homomorfizması olmasına baxmayaraq intuitiv qeyri-səlis G-modulların homomorfizmi deyil.

Teorem 1.4.4. Əgər

$$0 \to C' \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C'' \to 0 \tag{1.4.4}$$

intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin parçalanan qısa dəqiq ardıcıllığı isə, onda

$$\ldots \leftarrow H_{n-1}(C') \xleftarrow{\partial_{n^*}} H_n(C'') \leftarrow H_n(C) \leftarrow H_n(C') \leftarrow \ldots \tag{1.4.5}$$

intuitiv qeyri-səlis G-modulların homoloji modullar ardıcıllığı dəqiqdir.

İsbatı. $0 \to C' \xrightarrow{\varphi} C \xrightarrow{\psi} C'' \to 0$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin qısa dəqiq ardıcıllığı parçalanan olduğu üçün intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin elə $j_n : C'' \to C$ və $q_n : C \to C'$ homomorfizması vardır ki, $\varphi \circ q_n = 1_C$, $\psi \circ j_n = 1_{C''}$, $q_n \circ \varphi + j_n \circ \psi = 1_{C'}$.

Onda $\tilde{d}_n = q_{n-1} \circ \tilde{\partial}_n \circ j_n : C''_n \to C'_{n-1}$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların homomorfizmidir və $\tilde{d} = \{\tilde{d}_n\} : C''_n \to C'_{n-1}$ ailəsi intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizmasıdır və dərəcəsi “-1”-dir. $d = \{d_n : C''_n \to C'_{n-1}\}$ homomorfizmalar ailəsindən alırıq ki,

$$\begin{aligned}
&\varphi_{n-2}(\partial'_{n-1} d_n) = (\varphi_{n-2} \partial'_{n-1}) q_{n-1} \partial_n j_n = \partial_{n-1}(\varphi_{n-1} q_{n-1}) \partial_n j_n = \\
&= \partial_{n-1}(1_{C_{n-1}} - j_{n-1}\psi_{n-1}) \partial_n j_n = \partial_{n-1}\partial_n j_n - \partial_{n-1} j_{n-1} \psi_{n-1} \partial_n j_n = \\
&= -\partial_{n-1} j_{n-1} \psi_{n-1} \partial_n j_n = -\partial_{n-1} j_{n-1} (\psi_{n-1} \partial_n) j_n = -\partial_{n-1} j_{n-1} \partial''_n \psi_n j_n = \\
&= -\partial_{n-1} j_{n-1} \partial''_n 1_{C'_n} = -\partial_{n-1} j_{n-1} \partial''_n = -(\varphi_{n-2} q_{n-2} + j_{n-2}\psi_{n-2}) \partial_{n-1} j_{n-1} \partial''_n =
\end{aligned}$$

$$=-\varphi_{n-2}(q_{n-2}\partial_{n-1}j_{n-1})\partial_n^{''}-j_{n-2}(\psi_{n-2}\partial_{n-1})j_{n-1}\partial_n^{''}=$$
$$=-\varphi_{n-2}\left(d_{n-1}\partial_n^{''}\right)-j_{n-2}\partial_{n-1}^{''}(\psi_{n-1}j_{n-1})\partial_n^{''}=-\varphi_{n-2}\left(d_{n-1}\partial_n^{''}\right)$$

φ_{n-2} monomorfizma olduğundan $\partial_{n-1}^{''}d_n = d_{n-1}\partial_n^{''}$ ödənir, yəni $\{d_n\}$ ailəsi intuitiv qeyri-səlis G-modulların zəncir komplekslərinin morfizmasıdır. $\forall z \in H_n\left(C^{''}\right)$ üçün $\partial_{*n}(z)=\left[\varphi_{n-1}^{-1}\circ\partial_n\circ q_n^{-1}(z)\right]=\left[q_{n-1}\circ\partial_n\circ j_n(z)\right]=\left[d_n(z)\right]=d_{n^*}[z]$.

Beləliklə, $\tilde{\partial}_{*n}: H_n\left(C^{''}\right)\to H_{n-1}\left(C^{'}\right)$ intuitiv qeyri-səlis G-modulların qeyri-səlis homomorfizmasıdır ona görə (1.4.5) ardıcıllığı dəqiqdir.

1.5. Neytrosofik G -modullar

Tərif 1.5.1. Tutaq ki, G qrupdur və M, K üzərində bir G-moduldur. Onda M üzərində neytrosofik G-modulu M-in aşağıdakı şərtləri ödəyən $A=(T,I,F)$ neytrosofik çoxluğudur.

(iii) $$\begin{aligned}&T_A(ax+by)\ge T_A(x)\wedge T_A(y)\\&I_A(ax+by)\ge I_A(x)\wedge I_A(y),\quad \forall a,b\in K \text{ və } x,y\in M.\\&F_A(ax+by)\le F_A(x)\vee F_A(y)\end{aligned}$$

(iv) $$\begin{aligned}&T_A(gm)\ge T_A(m)\\&I_A(gm)\ge I_A(m),\quad \forall g\in G,\ m\in M.\\&F_A(gm)\le F_A(m)\end{aligned}$$

Teorem 1.5.1. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və $A=(T,I,F)$, M üzərində neytrosofik G-moduldur. Onda $Supp_M(A)$, M-in G-altmoduludur.

İsbatı. Tutaq ki, $x,y\in Supp_M(A)$ və $a,b\in K$, onda

$T_A(x)>0, I_A(x)>0, F_A(x)<1$ və

$$\begin{aligned}&T_A(y)>0,\quad I_A(y)>0,\quad F_A(y)<1\Rightarrow\\&T_A(ax+by)\ge T_A(x)\wedge T_A(y)>0\\&I_A(ax+by)\ge I_A(x)\wedge I_A(y)>0\\&F_A(ax+by)\le F_A(x)\vee F_A(y)<1.\end{aligned}$$

Buna görə, $ax+by\in Supp_M(A)$.

Həmçinin, $T_A(gx) \geq T_A(x) > 0,\ I_A(gx) \geq I_A(x) > 0,\ F_A(gx) \leq F_A(x) < 1,$ hər $g \in G$ və $x \in M$. Buna görə, $gx \in Supp_M(A)$. Beləliklə, $Supp_M(A)$, M-in G-altmoduludur.

Teorem 1.5.2. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və $A = (T, I, F)$, $B = (T', I', F')$, M üzərində iki neytrosofik G-moduldur. Onda $A \cap B$ də M üzərində neytrosofik G-moduldur.

İsbatı. Tutaq ki, $a, b \in K$ və $x, y \in M$, onda

$$T_{A\cap B}(ax+by) = T_A(ax+by) \wedge T_B(ax+by) \geq \{T_A(x) \wedge T_A(y)\} \wedge \{T_B(x) \wedge T_B(y)\} =$$
$$= \{T_A(x) \wedge T_B(x)\} \wedge \{T_A(y) \wedge T_B(y)\} = T_{A\cap B}(x) \wedge T_{A\cap B}(y)$$

Beləliklə, $T_{A\cap B}(ax+by) \geq T_{A\cap B}(x) \wedge T_{A\cap B}(y)$.

Oxşar yolla göstərilə bilər ki, $I_{A\cap B}(ax+by) \geq I_{A\cap B}(x) \wedge I_{A\cap B}(y)$.

$$F_{A\cap B}(ax+by) = F_A(ax+by) \vee F_B(ax+by) \leq \{F_A(x) \vee F_A(y)\} \vee \{F_B(x) \vee F_B(y)\} =$$
$$= \{F_A(x) \vee F_B(x)\} \vee \{F_A(y) \vee F_B(y)\} = F_{A\cap B}(x) \vee F_{A\cap B}(y)$$

Onda, $F_{A\cap B}(ax+by) \leq F_{A\cap B}(x) \vee F_{A\cap B}(y)$.

$g \in G$ və $z \in M$ üçün göstərilə bilər ki,

$$T_{A\cap B}(gz) = T_A(gz) \wedge T_B(gz) \geq T_A(z) \wedge T_B(z) = T_{A\cap B}(z), \text{ i.e., } T_{A\cap B}(gz) \geq T_{A\cap B}(z)$$

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A\cap B}(gz) \geq I_{A\cap B}(z)$.

$F_{A\cap B}(gz) = F_A(gz) \vee F_B(gz) \leq F_A(z) \vee F_B(z) = F_{A\cap B}(z)$, i.e., $F_{A\cap B}(gz) \leq F_{A\cap B}(z)$.

Onda $A \cap B$, M üzərində neytrosofik G-moduldur.

Teorem 1.5.3. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və $\{A_i(T_i, I_i, F_i); i = 1,2,...,n\}$, M üzərində neytrosofik G-modullar ailəsidir. Onda $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$, M üzərində neytrosofik G-moduldur.

Teorem 1.5.4. Tutaq ki, M_1, M_2 K üzərində G-modullardır və A, B uyğun olaraq M_1 və M_2 üzərində neytrosofik G-modullardır. Onda $A \times B$, $M_1 \times M_2$ üzərində neytrosofik G-moduldur.

İsbatı. Tutaq ki, $a, b \in K$ və $x = (x_1, y_1), y = (x_2, y_2) \in M_1 \times M_2$, onda

$$T_{A\times B}(ax+by)=T_{A\times B}\{a(x_1,y_1)+b(x_2,y_2)\}=T_{A\times B}\{(ax_1+bx_2),(ay_1+by_2)\}=$$
$$=T_A(ax_1+bx_2)\wedge T_B(ay_1+by_2)\geq\{T_A(x_1)\wedge T_A(x_2)\}\wedge\{T_B(y_1)\wedge T_B(y_2)\}=$$
$$=\{T_A(x_1)\wedge T_B(y_1)\}\wedge\{T_A(x_2)\wedge T_B(y_2)\}=T_{A\times B}(x_1,y_1)\wedge T_{A\times B}(x_2,y_2)$$

Beləliklə, $T_{A\times B}(ax+by)\geq T_{A\times B}(x)\wedge T_{A\times B}(y)$

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A\times B}(ax+by)\geq I_{A\times B}(x)\wedge I_{A\times B}(y)$.

$$F_{A\times B}(ax+by)=F_{A\times B}\{a(x_1,y_1)+b(x_2,y_2)\}=F_{A\times B}\{(ax_1+bx_2),(ay_1+by_2)\}=$$
$$=F_A(ax_1+bx_2)\vee F_B(ay_1+by_2)\leq\{F_A(x_1)\vee F_A(x_2)\}\vee\{F_B(y_1)\vee F_B(y_2)\}=$$
$$=\{F_A(x_1)\vee F_B(y_1)\}\vee\{F_A(x_2)\vee F_B(y_2)\}=F_{A\times B}(x_1,y_1)\vee F_{A\times B}(x_2,y_2)$$

Beləliklə, $F_{A\times B}(ax+by)\leq F_{A\times B}(x)\vee F_{A\times B}(y)$. $g\in G$ və $z=(x,y)\in M_1\times M_2$ üçün alırıq ki,

$$T_{A\times B}(gz)=T_{A\times B}\{g(x,y)\}=T_{A\times B}(gx,gy)=$$
$$=T_A(gx)\wedge T_B(gy)\geq T_A(x)\wedge T_B(y)=T_{A\times B}(z),$$

$T_{A\times B}(gz)\geq T_{A\times B}(z)$

$I_{A\times B}(gz)\geq I_{A\times B}(z)$.

$$F_{A\times B}(gz)=F_{A\times B}\{g(x,y)\}=F_{A\times B}(gx,gy)=$$
$$=F_A(gx)\vee F_B(gy)\leq F_A(x)\vee F_B(y)=F_{A\times B}(z),$$

$F_{A\times B}(gz)\leq F_{A\times B}(z)$.

Onda $A\times B$, $M_1\times M_2$ üzərində neytrosofik G-moduldur.

Tərif 1.5.2. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və $A=(T_A,I_A,F_A)$, $B=(T_B,I_B,F_B)$, M üzərində neytrosofik G-modullardır. Onda onların cəmi $A+B=(T_{A+B},I_{A+B},F_{A+B})$ bütün $x\in M$ üçün aşağıdakı kimi təyin olunur

$$T_{A+B}(x)=\bigvee_{x=a+b}\{T_A(a)\wedge T_B(b)\},$$
$$I_{A+B}(x)=\bigvee_{x=a+b}\{I_A(a)\wedge I_B(b)\},$$
$$F_{A+B}(x)=\bigwedge_{x=a+b}\{F_A(a)\vee F_B(b)\},$$

Teorem 1.5.5. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və A,B,M üzərində iki neytrosofik G-modullardır. Onda $A+B$ də M üzərində neytrosofik G-moduldur.

İsbatı. Tutaq ki, $x,y\in M$ ixtiyari iki element olsun və $\min\{T_{A+B}(x),T_{A+B}(y)\}=\alpha$.

Tutaq ki, $\varepsilon > 0$ verilib, onda $\alpha - \varepsilon < T_{A+B}(x) = \bigvee_{x=a+b} \{T_A(a) \wedge T_B(b)\}$ və $\alpha - \varepsilon < T_{A+B}(y) = \bigvee_{y=c+d} \{T_A(c) \wedge T_B(d)\}$ belə ki, burada $x = a+b,\ y = c+d$ mövcuddur, harada ki, $a,b,c,d \in M$ hansı ki, $\alpha - \varepsilon < T_A(a) \wedge T_B(b)$ və

$\alpha - \varepsilon < T_A(c) \wedge T_B(d) \Rightarrow \alpha - \varepsilon < T_B(d)$ və

$\alpha - \varepsilon < T_A(c),\ \alpha - \varepsilon < T_B(d) \Rightarrow \alpha - \varepsilon < T_A(a) \wedge T_B(c) \leq T_A(a+c)$ və

$\alpha - \varepsilon < T_A(b) \wedge T_B(d) \leq T_B(b+d)$

Beləliklə, elə bir $x + y = (a+b) + (c+d) = (a+c) + (b+d)$ alırıq ki,

$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < T_A(a+c) \wedge T_B(b+d)$$
$$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < \bigvee_{x+y=(a+c)+(b+d)} \{T_A(a+c) \wedge T_B(b+d)\} = T_{A+B}(x+y)$$

ε ixtiyari olduğundan buradan alınır ki, $T_{A+B}(x+y) \geq \alpha = T_{A+B}(x) \wedge T_{A+B}(y)$.

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A+B}(x+y) \geq I_{A+B}(x) \wedge I_{A+B}(y)$ və

$F_{A+B}(x+y) \leq F_{A+B}(x) \vee F_{A+B}(y)$.

Daha sonra tutaq ki, $\beta = T_{A+B}(x) \vee T_{A+B}(y) = T_{A+B}(x)$ və tutaq ki, $\varepsilon > 0$, onda $\beta - \varepsilon < T_{A+B}(x) = \bigvee_{x=a+b} \{T_A(a) \wedge T_B(b)\}$, beləki burada elə bir $x = a+b$ mövcuddur ki,

$$\beta - \varepsilon < T_A(a) \wedge T_B(b) \Rightarrow \beta - \varepsilon < T_A(a), \beta - \varepsilon < T_B(b) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \beta - \varepsilon < T_A(a) \leq T_A(ka), \beta - \varepsilon < T_B(b) \leq T_B(kb)$$

Hər hansı $k \in K \Rightarrow \beta - \varepsilon < T_A(ka) \wedge T_B(kb)$.

İndi, $kx = k(a+b) = ka + kb$

$$\beta - \varepsilon < T_A(ka) \wedge T_B(kb) \Rightarrow \beta - \varepsilon < \bigvee_{kx=k(a+b)} \{T_A(ka) \wedge T_B(kb)\} = T_{A+B}(kx)$$

ε ixiyari olduğundan buradan alınır ki, $T_{A+B}(kx) \geq \beta = T_{A+B}(x)$. Oxşar yolla göstərilə bilər ki, $I_{A+B}(kx) \geq \beta = I_{A+B}(x)$ and $F_{A+B}(kx) \leq F_{A+B}(x)$.

Daha sonra, tutaq ki, $g \in G$ və $x \in M$ ixtiyari elementlər olsun, onda

$$T_{A+B}(x) = \bigvee_{x=a+b} \{T_A(a) \wedge T_B(b)\}$$

İndi, $T_A(a) \le T_A(ga)$, $T_B(b) \le T_B(gb) \Rightarrow T_A(a) \wedge T_B(b) \le T_A(ga) \wedge T_B(gb)$

Həmçinin, $gx = g(a+b) = ga + gb$

$$\beta - \varepsilon < T_{A+B}(x) = \bigvee_{x=a+b} \{T_A(a) \wedge T_B(b)\} \le \bigvee_{gx=g(a+b)} \{T_A(ga) \wedge T_B(gb)\} = T_{A+B}(gx)$$

və s., $T_{A+B}(gx) \ge T_{A+B}(x)$. Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A+B}(gx) \ge I_{A+B}(x)$ və $F_{A+B}(gx) \le F_{A+B}(x)$.

Deməli $A+B$, M üzərində neytrosofik G-moduldur.

Tərif 1.5.3. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və $A = (T_A, I_A, F_A)$, $B = (T_B, I_B, F_B)$, M üzərində neytrosofik G-modullardır. Onda onların hasili $AB = (T_{AB}, I_{AB}, F_{AB})$ bütün $x \in M$ üçün aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$T_{AB}(x) = \bigvee_{x=\sum\limits_{i<\infty}(a_i+b_i)} \left\{ \bigwedge_i \left(T_A(a_i) \wedge T_B(b_i)\right) \right\},$$

$$I_{AB}(x) = \bigvee_{x=\sum\limits_{i<\infty}(a_i+b_i)} \left\{ \bigwedge_i \left(I_A(a_i) \wedge I_B(b_i)\right) \right\},$$

$$F_{AB}(x) = \bigwedge_{x=\sum\limits_{i<\infty}(a_i+b_i)} \left\{ \bigvee_i \left(F_A(a_i) \vee F_B(b_i)\right) \right\},$$

Teorem 1.5.6. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və A, B, M üzərində iki neytrosofik G-modullardır. Onda AB də M üzərində neytrosofik G-moduldur.

İsbatı. Fərz edək ki, $x, y \in M$ ixtiyari iki element olsun və $T_{AB}(x) \wedge T_{AB}(y) = \alpha$. Tutaq ki, $\varepsilon > 0$ verilib, onda

$$\alpha - \varepsilon < T_{AB}(x) = \bigvee_{x=\sum\limits_{i<\infty}(a_i+b_i)} \left\{ \bigwedge_i \left(T_A(a_i) \wedge T_B(b_i)\right) \right\} \text{ və}$$

$$\alpha - \varepsilon < T_{AB}(y) = \bigvee_{y=\sum\limits_{i<\infty}(p_i+q_i)} \left\{ \bigwedge_i \left(T_A(p_i) \wedge T_B(q_i)\right) \right\} \Rightarrow \alpha - \varepsilon < \bigwedge_i \{(T_A(a_i) \wedge T_B(b_i))\}$$

və $\alpha - \varepsilon < \bigwedge_i \{(T_A(p_i) \wedge T_B(q_i))\}$,

$\Rightarrow \alpha - \varepsilon < T_A(a_i) \wedge T_B(b_i)$ və $\alpha - \varepsilon < T_A(p_i) \wedge T_B(q_i)$,

$\Rightarrow \alpha-\varepsilon < T_A(a_i),\ \alpha-\varepsilon < T_B(b_i)$ və $\alpha-\varepsilon < T_A(p_i),\ \alpha-\varepsilon < T_B(q_i),$

$\Rightarrow \alpha-\varepsilon < T_A(a_i)\wedge T_A(p_i)\le T_A(a_i+p_i)$ və $\alpha-\varepsilon < T_B(q_i)\wedge T_B(q_i)\le T_B(b_i+q_i).$

Beləliklə, alınır ki, $x+y=\sum\big((a_i+b_i)+(p_i+q_i)\big)$, harada ki, $a_i, b_i, p_i, q_i \in M$

$\alpha-\varepsilon < T_A(a_i+p_i)\wedge T_B(b_i+q_i)$, bütün i üçün

$$\Rightarrow \alpha-\varepsilon < \bigwedge_i \{(T_A(a_i+p_i)\wedge T_B(b_i+q_i))\}$$

$$\Rightarrow \alpha-\varepsilon < \bigvee_{\substack{x+y=\sum((a_i+b_i)+(p_i+q_i))\\ i<\infty}} \wedge_i \{T_A(a_i+p_i)\wedge T_B(b_i+q_i)\} = T_{AB}(x+y)$$

$\varepsilon>0$ ixtiyari olduğundan alınır ki, $T_{AB}(x+y)\ge \alpha = T_{AB}(x)\wedge T_{AB}(y).$

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{AB}(x+y)\ge \alpha = I_{AB}(x)\wedge I_{AB}(y)$ və $F_{AB}(x+y)\le F_{AB}(x)\vee F_{AB}(y).$

Daha sonra, tutaq ki, $\beta = T_{AB}(x)\vee T_{AB}(y) = T_{AB}(x)$ və $\varepsilon>0$, onda $\beta-\varepsilon < T_{AB}(x) = \bigvee_{\substack{x=\sum(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \wedge_i \{T_A(a_i)\wedge T_B(b_i)\}$, elə bir $x=\sum_{i<\infty}(a_i+b_i)$ mövcuddur ki,

$\beta-\varepsilon < \wedge_i\{T_A(a_i)\wedge T_B(b_i)\} \Rightarrow \beta-\varepsilon < T_A(a_i)\wedge T_B(b_i)$, bütün i üçün

$\Rightarrow \beta-\varepsilon < T_A(a_i),\ \beta-\varepsilon < T_B(b_i) \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta-\varepsilon < T_A(a_i)\le T_A(ka_i), \beta-\varepsilon < T_B(b_i)\le T_B(kb_i)$

bütün $k\in K \Rightarrow \beta-\varepsilon \le T_A(ka_i)\wedge T_B(kb_i)$, bütün i üçün.

Deməli $\beta-\varepsilon < \wedge_i\{T_A(ka_i)\wedge T_B(kb_i)\} < \bigvee_{\substack{kx=\sum k(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \wedge_i\{T_A(ka_i)\wedge T_B(kb_i)\} = T_{AB}(kx)$

$\varepsilon>0$ ixtiyari olduğundan alınır ki, $T_{AB}(kx)\ge \beta = T_{AB}(x).$

Oxşar yolla göstərilə bilər ki, $I_{AB}(kx)\ge \beta = I_{AB}(x)$ və $F_{AB}(kx)\le F_{AB}(x).$

Daha sonar tutaq ki, $g\in G$ və $x\in M$ ixtiyari elemenlərdir, onda

$$T_{AB}(x) = \bigvee_{\substack{x=\sum(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \{\wedge_i (T_A(a_i)\wedge T_B(b_i))\}$$

İndi, $T_A(a_i)\le T_A(ga_i) \Rightarrow T_A(a_i)\wedge T_A(b_i)\le T_A(ga_i)\wedge T_A(gb_i)$, bütün i üçün

$\Rightarrow \wedge_i(T_A(a_i)\wedge T_B(b_i)) \le (T_A(ga_i)\wedge T_B(gb_i)),$

$$\Rightarrow \bigvee_{\substack{x=\sum(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \left\{\bigwedge_i \left(T_A(a_i)\wedge T_B(b_i)\right)\right\} \le \bigvee_{\substack{gx=\sum g(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \left\{\bigwedge_i \left(T_A(ga_i)\wedge T_B(gb_i)\right)\right\} \text{ və s.,}$$

$$T_{AB}(x) = \bigvee_{\substack{x=\sum(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \left\{\bigwedge_i \left(T_A(a_i)\wedge T_B(b_i)\right)\right\} \le$$

$$\le \bigvee_{\substack{gx=\sum g(a_i+b_i)\\ i<\infty}} \left\{\bigwedge_i \left(T_A(ga_i)\wedge T_B(gb_i)\right)\right\} = T_{AB}(gx).$$

$I_{AB}(gx) \ge I_{AB}(x)$ və $F_{AB}(gx) \le F_{AB}(x)$.

Deməli AB, M üzərində neytrosofik G-moduldur.

Tərif 1.5.4. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur və A, M üzərində neytrosofik G-moduldur. Tutaq ki, N, M üzərində G-altmoduldur. Onda A-nun N üzərində daralması N üzərində neytrosofik çoxluqdur, $A|_N$ kimi işarə edilir və aşağıdakı kimi təyin olunur. $(A|_N)(x) = (T_{A|_N}(x), I_{A|_N}(x), F_{A|_N}(x))$, harada ki, $T_{A|_N}(x) = T_A(x), I_{A|_N}(x) = I_A(x), F_{A|_N}(x) = F_A(x), \forall x \in N.$

Təklif 1.5.1. Tutaq ki, A, K üzərindəki M G-modulunun neytrosofik G-modulu olsun və tutaq ki, N, M-in G-altmodulu olsun. Onda $A|_N$, N üzərində neytrosofik G-moduldur.

İsbatı. Tutaq ki, $a, b \in K$ və $x, y \in N$, onda

$$T_{A|_N}(ax+by) = T_A(ax+by) \ge T_A(x)\wedge T_A(y) = T_{A|_N}(x)\wedge T_{A|_N}(y), \ \forall (ax+by)\in N.$$

Beləliklə, $T_{A|_N}(ax+by) \ge T_{A|_N}(x)\wedge T_{A|_N}(y)$.

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A|_N}(ax+by) \ge I_{A|_N}(x)\wedge I_{A|_N}(y)$.

$$F_{A|_N}(ax+by) = F_A(ax+by) \le F_A(x)\vee F_A(y) = F_{A|_N}(x)\vee F_{A|_N}(y), \ \forall (ax+by)\in N.$$

Beləliklə, $F_{A|_N}(ax+by) \le F_{A|_N}(x)\vee F_{A|_N}(y)$.

$g \in G$ və $z \in N$ üçün alınır ki, $T_{A|_N}(gz) = T_A(gz) \ge T_A(gz) \ge T_A(z), \forall gz \in N.$

Oxşar yolla göstərilə bilər ki, $I_{A|_N}(gz) \ge I_A(z)$. $F_{A|_N}(gz) = F_A(gz) \le F_A(z)$.

Deməli $A\big|_N$, N üzərində neytrosofik G-moduldur.

Təklif 1.5.2. Tutaq ki, M, K üzərində G-moduldur, və N, M-in G-altmoduludur. Onda M/N üzərində aşağıdakı kimi təyin olunan $A_{M/N}$ neytrosofik çoxluğu $T_{A_{M/N}}(x+N)=\vee\{T_A(x+n):n\in N\}$, $I_{A_{M/N}}(x+N)=\vee\{I_A(x+n):n\in N\}$ və $F_{A_{M/N}}(x+N)=\wedge\{F_A(x+n):n\in N\}$, $\forall x\in M$,

M/N üzərində neytrosofik G-moduludur.

İsbatı. $a,b\in K$ və $x,y\in M$, üçün alınır ki,

$$T_{A_{M/N}}\{a(x+N)+b(y+N)\}=T_{A_{M/N}}\{(ax+by)+N\}=\vee\{T_A(\{ax+by\}+n):n\in N\}=$$
$$=\vee\{T_A(\{ax+by\}+an_1+bn_2):n_1,n_2\in N\}=$$
$$=\vee\{T_A(\{a(x+n_1)+b(y+n_2)\}):n_1,n_2\in N\}\geq$$
$$\geq\vee\{T_A\{a(x+n_1)\}\wedge T_A\{b(y+n_2)\}:n_1,n_2\in N\}\geq$$
$$\geq\vee\{T_A(x+n_1)\wedge T_A(y+n_2):n_1,n_2\in N\}\geq$$
$$\geq[\vee\{T_A(x+n_1):n\in N\}]\wedge[\vee\{T_A(y+n_2):n_2\in N\}]=T_A(x+N)\wedge T_A(y+N)$$

harada ki, $n=an_1+bn_2$, $n_1,n_2\in N$.

Beləliklə, $T_{A_{M/N}}\{a(x+N)+b(y+N)\}\geq T_A(x+N)\wedge T_A(y+N)$.

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A_{M/N}}\{a(x+N)+b(y+N)\}\geq I_A(x+N)\wedge I_A(y+N)$.

$$F_{A_{M/N}}\{a(x+N)+b(y+N)\}=F_{A_{M/N}}\{(ax+by)+N\}=\wedge\{F_A(\{ax+by\}+n):n\in N\}=$$
$$=\wedge\{F_A(\{ax+by\}+an_1+bn_2):n_1,n_2\in N\}=$$
$$=\wedge\{F_A(\{a(x+n_1)+b(y+n_2)\}):n_1,n_2\in N\}\leq$$
$$\leq\wedge\{F_A\{a(x+n_1)\}\vee F_A\{b(y+n_2)\}:n_1,n_2\in N\}\leq$$
$$\leq\wedge\{F_A(x+n_1)\vee F_A(y+n_2):n_1,n_2\in N\}\leq$$
$$\leq[\wedge\{F_A(x+n_1):n_1\in N\}]\vee[\wedge\{F_A(y+n_2):n_2\in N\}]=F_A(x+N)\vee F_A(y+N)$$

harada ki, $n=an_1+bn_2$, $n_1,n_2\in N$.

Beləliklə, $F_{A_{M/N}}\{a(x+N)+b(y+N)\}\leq F_A(x+N)\vee F_A(y+N)$.

$$T_{A_{M/N}}[g(x+N)]=T_{A_N}(gx+N)=\vee\{T_A(gx+n):n\in N\}=$$
$$=\vee\{T_A(gx+gn_3):n_3\in N\}=\vee\{T_A(g(x+n_3)):n_3\in N\}\geq$$
$$\geq\vee\{T_A(x+n_3):n_3\in N\}=T_{A_{M/N}}(x+N).$$

$$T_{A_{M/N}}\left[g(x+N)\right]\geq T_{A_{M/N}}(x+N)$$

Eyni yolla göstərilə bilər ki, $I_{A_{M/N}}\left[g(x+N)\right]\geq I_{A_{M/N}}(x+N)$.

$$F_{A_{M/N}}\left[g(x+N)\right]=F_{A_N}(gx+N)=\wedge\{F_A(gx+n):n\in N\}=$$
$$=\wedge\{F_A(gx+gn_3):n_3\in N\}=\wedge\{F_A(g(x+n_3)):n_3\in N\}\leq$$
$$\leq\wedge\{F_A(x+n_3):n_3\in N\}=F_{A_{M/N}}(x+N).$$

Beləliklə $F_{A_{M/N}}\left[g(x+N)\right]\leq F_{A_{M/N}}(x+N)$.

Buna görə, $A_{M/N}=\left(T_{A_{M/N}},I_{A_{M/N}},F_{A_{M/N}}\right)$, M/N üzərində neytrosofik G-moduldur.

Qeyd 1.5.1. M/N, üzərində yuxarıdakı kimi təyin olunan $A_{M/N}$ neytrosofik G-modulu, N G altmoduluna nəzərən M üzərində A-nın faktor neytrosofik G-modulu adlanır.

II FƏSİL

NEYTROSOFİK MODULLAR

2.1. Neytrosofik soft modular

Tərif 2.1.1. [106] X universal çoxluğu üzərində A neytrosofik çoxluğu aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$A = \{\langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x)\rangle : x \in X\},$$

Harada ki, $[T, I, F : X \to]^- 0,1^+ [-0 \le T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \le^+ 3.$

Tərif 2.1.2. [32] Fərz edək ki, X ilkin universal çoxluq və E parametrlər çoxluğu olsun. X -in bütün neytrosofik çoxluqlar çoxluğunu $P(X)$-lə işarə edək. Onda X üzərində $(\widetilde{F}, E)$ neytrosofik soft çoxluğu $\widetilde{F} : E \to P(X)$ inikası ilə verilən çoxqiymətli $\widetilde{F}$ funksiyası ilə təyin edilmiş çoxluqdur, hansı ki, $\widetilde{F}$, $(\widetilde{F}, E)$ neytrosofik soft çoxluğunun aproksimasiya funksiyası adlandırılır. Başqa sözlə, neytrosofik soft çoxluq, $P(X)$ çoxluğunun bəzi elementlərinin parametrləşdirilmiş ailəsidir və odur ki, bu bir sıra göstərilmiş cütlər çoxluğu kimi yazıla bilər $(\widetilde{F}, E) = \{(e, \langle x, T_{\widetilde{F}(e)}(x), I_{\widetilde{F}(e)}(x), F_{\widetilde{F}(e)}(x)\rangle : x \in X) : e \in E\}$

harada ki, $T_{\widetilde{F}(e)}(x), I_{\widetilde{F}(e)}(x), F_{\widetilde{F}(e)}(x) \in [0,1]$, uyğun olaraq $\widetilde{F}(e)$-nin doğru nümayəndəliyi, qeyri-müəyyənlik nümayəndəliyi, yalnış nümayəndəliyi funksiyaları adlanır. T, I, F -in hər birinin supremumu 1 olduğundan $0 \le T_{\widetilde{F}(e)}(x) + I_{\widetilde{F}(e)}(x) + F_{\widetilde{F}(e)}(x) \le 3$ bərabərsizliyi aydındır.

Tərif 2.1.3. [23] Tutaq ki, $(\widetilde{F}, E)$, (X, E) universal çoxluğu üzərində neytrosofik soft çoxluqdur. $(\widetilde{F}, E)$-nin tamamlayıcısı $(\widetilde{F}, E)^c$ kimi işarə olunur və

$$(\widetilde{F}, E)^c = \{(e, \langle x, F_{\widetilde{F}(e)}(x), 1 - I_{\widetilde{F}(e)}(x), T_{\widetilde{F}(e)}(x), \rangle : x \in X) : e \in E\}$$

kimi təyin olunur. Aydındır ki, $((\widetilde{F}, E)^c)^c = (\widetilde{F}, E)$.

Tərif 2.1.4. [80] Tutaq ki, $(\tilde{F},E)$ və $(\tilde{G},E)$, (X,E) universal çoxluğu üzərində iki neytrosofik soft çoxluqlardır. Əgər $\forall e \in E,\ \forall x \in X$ üçün $T_{\tilde{F}(e)}(x) \le I_{\tilde{G}(e)}(x), I_{\tilde{F}(e)}(x) \le I_{\tilde{G}(e)}(x), F_{\tilde{F}(e)}(x) \ge F_{\tilde{G}(e)}(x)$ şərti ödənilərsə $(\tilde{F},E)$, $(\tilde{G},E)$-nin neytrosofik soft alt çoxluğu adlanır və $(\tilde{F},E) \subseteq (\tilde{G},E)$ kimi işarə edilir.

Tərif 2.1.5. [80] Tutaq ki, $(\tilde{F}_1,E)$ və $(\tilde{F}_2,E)$, (X,E) universal çoxluğu üzərində iki neytrosofik soft çoxluqlardır . Onda onların birləşməsi $(\tilde{F}_1,E) \cup (\tilde{F}_2,E) = (\tilde{F}_3,E)$ kimi işarə edilir və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$(\tilde{F}_3,E) = \left\{ \left(e, \left\langle x, T_{\tilde{F}3(e)}(x), I_{\tilde{F}3(e)}(x), F_{\tilde{F}3(e)}(x), \right\rangle : x \in X \right) : e \in E \right\}$$

Harada ki,

$$\begin{aligned} T_{\tilde{F}_3(e)}(x) &= \max\left\{T_{\tilde{F}_1(e)}(x), T_{\tilde{F}_2(e)}(x)\right\}, \\ I_{\tilde{F}_3(e)}(x) &= \max\left\{I_{\tilde{F}_1(e)}(x), I_{\tilde{F}_2(e)}(x)\right\}, \\ F_{\tilde{F}_3(e)}(x) &= \min\left\{F_{\tilde{F}_1(e)}(x) F_{\tilde{F}_2(e)}(x)\right\}. \end{aligned}$$

Tərif 2.1.6. [80] Tutaq ki, $(\tilde{F},E)$ və $(\tilde{F}_2,E)$, (X,E) universal çoxluğu üzərində iki neytrosofik soft çoxluqlardır . Onda onların kəsişməsi $(\tilde{F}_1,E) \cap (\tilde{F}_2,E) = (\tilde{F}_3,E)$ kimi işarə edilir və aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$(\tilde{F}_3,E) = \left\{ \left(e, \left\langle x, T_{\tilde{F}3(e)}(x), I_{\tilde{F}3(e)}(x), F_{\tilde{F}3(e)}(x), \right\rangle : x \in X \right) : e \in E \right\}$$

haradakı

$$\begin{aligned} T_{\tilde{F}_3(e)}(x) &= \min\left\{T_{\tilde{F}_1(e)}(x), T_{\tilde{F}_2(e)}(x)\right\}, \\ I_{\tilde{F}_3(e)}(x) &= \min\left\{I_{\tilde{F}_1(e)}(x), I_{\tilde{F}_2(e)}(x)\right\}, \\ F_{\tilde{F}_3(e)}(x) &= \max\left\{F_{\tilde{F}_1(e)}(x) F_{\tilde{F}_2(e)}(x)\right\}. \end{aligned}$$

Tərif 2.1.7. [80] Tutaq ki, $(\tilde{F}_1,E)$ və $(\tilde{F}_2,E)$, (X,E) universal çoxluğu üzərində iki neytrosofik soft çoxluqlardır. Onda $(\tilde{F}_1,E)$ ilə $(\tilde{F}_2,E)$-nin fərqi $(\tilde{F}_1,E) \setminus (\tilde{F}_2,E) = (\tilde{F}_3,E)$ kimi işarə edilir və aşağıdakı kimi təyin olunur: $(\tilde{F}_3,E) = (\tilde{F}_1,E) \cap (\tilde{F}_2,E)^c$, $(\tilde{F}_3,E) = \left\{\left(e, \left\langle x, T_{\tilde{F}3(e)}(x), I_{\tilde{F}3(e)}(x), F_{\tilde{F}3(e)}(x), \right\rangle x \in X \right) : e \in E \right\}$

haradakı,

$$T_{\tilde{F}_3(e)}(x)=\min\{T_{\tilde{F}_1(e)}(x),F_{\tilde{F}_2(e)}(x)\},$$
$$I_{\tilde{F}_3(e)}(x)=\min\{I_{\tilde{F}_1(e)}(x),1-I_{\tilde{F}_2(e)}(x)\},$$
$$F_{\tilde{F}_3(e)}(x)=\max\{F_{\tilde{F}_1(e)}(x)T_{\tilde{F}_2(e)}(x)\}.$$

Tərif 2.1.8. [80]

(1) Əgər $\forall e\in E,\ \forall x\in X$ üçün $T_{\tilde{F}_3(e)}(x)=0,\quad I_{\tilde{F}_3(e)}(x)=0,\ F_{\tilde{F}_3(e)}(x)=1$ şərti ödənirsə, $(\tilde{F},E)$ neytrosofik soft çoxluğu, (X,E) universal çoxluğu üzərində "sıfır" neytrosofik soft çoxluq adlanır və $0_{(X,E)}$kimi işarə olunur.

(2) Əgər $\forall e\in E,\ \forall x\in X$ üçün $T_{\tilde{F}(e)}(x)=1,\ I_{\tilde{F}(e)}(x)=1,\ F_{\tilde{F}(e)}(x)=0$ şərti ödənirsə, $(\tilde{F},E)$ neytrosofik soft çoxluğu, (X,E) universal çoxluğu üzərində "1" neytrosofik soft çoxluq adlanır və $1_{(X,E)}$ kimi işarə olunur.

Bu bölmədə R adi bir halqa olsun. Tutaq ki, M sağ (və ya sol) R-modul və $A\neq\varnothing$ çoxluqdur. $NS(M)$ ilə M üzərində neytrosofik çoxluqlar ailəsini işarə edək.

Tərif 2.1.9. Tutaq ki, M sol R-modulu olsun və fərz edək ki, $A=(T,I,F)$ M üzərində bir neytrosofik çoxluqdur. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənilərsə (M,T,I,F) neytrosofik modul adlanır:

a) $T(0)=I(0)=1;\quad F(0)=0$

b) $T(x+y)\geq T(x)\wedge T(y); I(x+y)\geq I(x)\wedge I(y); F(x+y)\leq F(x)\vee F(y)$

c) $T(\lambda x)\geq T(x);\ I(\lambda x)\geq I(x);\ F(\lambda x)\leq F(x)$

Tərif 2.1.10. Tutaq ki, (M_1,T_1,I_1,F_1) və (M_2,T_2,I_2,F_2) uyğun olaraq M_1 və M_2 üzərində iki neytrosofik modullar olsun. Əgər $f:M_1\to M_2$ modulların homomorfizmi üçün aşağıdakı şərtlər ödənilərsə, onda, f-ə neytrosofik modulların homomorfizmi deyilir:

$$T_2(f(x))\geq T_1(x),\ I_2(f(x))\geq I_1(x),\ F_2(f(x))\leq F_1(x)$$

Tutaq ki, R sadə halqadır, M sol (və ya sağ) modul olsun və fərz edək ki, $A\neq\varnothing$ bir çoxluqdur. $NS(M)$ ilə M üzərində neytrosofik çoxluqların ailəsini işarə edirik.

Tutaq ki, (M,T,I,F) neytrosofik modul, N, R modul və

$f:(M,T,I,F)\to N,\ R$ modulların homomorfizmi olsun. $A=(T,I,F)$ və f-i istifadə etməklə N-də neytrosofik modulların strukturu aşağıdakı kimi verilir:

$$T^f(y)=\sup\{T(x)|\,f(x)=y\},$$

$$I^f(y)=\sup\{I(x)|\,f(x)=y\},$$

$$F^f(y)=\inf\{F(x)|\,f(x)=y\}.$$

Aydındır ki, (N,T^f,I^f,F^f) neytrosofik moduldur və $f:(M,T,I,F)\to(N,T^f,I^f,F^f)$ neytrosofik modulların homomorfizmidir.

Əgər $M,\ R$ modul, (N,T,I,F) neytrosofik modul və $f:M\to(M,T,I,F),\ R$ modulların homomorfizmidirsə, onda M-də neytrosofik alt modulların strukturu aşağıdakı kimi verilir:

$$(T)_f(x)=T(f(x)),\ (I)_f(x)=I(f(x)),\ (F)_f(x)=F(f(x)).$$

Beləliklə, $(M,(T)_f,(I)_f,(F)_f)$ neytrosofik moduldur və

$f:(M,(T)_f,(I)_f,(F)_f)\to(N,T,I,F)$ neytrosofik alt modulların homomorfizmidir.

Tərif 2.1.11. Tutaq ki, $(\tilde{F},A)$ M üzərində neytrosofik soft çoxluqdur. Əgər $\forall a\in A$ üçün $\tilde{F}(a)=(T_a,I_a,F_a)$ M-in neytrosofik alt moduludursa, onda $(\tilde{F},A)$ cütü M üzərində neytrosofik soft modul adlanır və $\tilde{F}_a$ kimi işarə olunur.

Tərif 2.1.12. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1,A)$ və $(\tilde{F}^2,B)$ uyğun olaraq M və N modulları üzərində iki neytrosofik soft modullardır və $f:M\to N$ modulların homomorfizmasıdır, $g:A\to B$ isə çoxluqların inikasıdır. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə,

$$f\left(T^1_{(a)}\right)=\tilde{F}^2(g(a))=T^2_{g(a)},$$
$$f\left(I^1_{(a)}\right)=\tilde{F}^2(g(a))=I^2_{g(a)},$$
$$f\left(F^1_{(a)}\right)=\tilde{F}^2(g(a))=F^2_{g(a)}$$

$(f,g):(\tilde{F}^1,A)\to(\tilde{F}^2,B)$ cütü neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizması adlanır.

Aydındır ki, $\forall a\in A$ üçün $f:\left(M,\tilde{F}^1_{(a)}\right)\to\left(N,\tilde{F}^2_{g(a)}\right)$ neytrosofik modulların neytrosofik homomorfizmləridir.

Neytrosofik soft modullar və onların morfizmləri bir kateqoriya əmələ gətirir. Bu kateqoriya NSM ilə işarə edilir.

Teorem 2.1.1. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$, M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Onda onların kəsişməsi $(\tilde{F}^1, A) \cap (\tilde{F}^2, B)$ M üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A) \cap (\tilde{F}^2, B) = (\tilde{F}^3, C)$ burada $C = A \cap B.$ Neytrosofik soft çoxluqların kəsişməsi $(\tilde{F}^3, C) = (T_c^3 = T_c^1 \wedge T_c^2, I_c^3 = I_c^1 \wedge I_c^2, F_c^3 = F_c^1 \vee F_c^2)$ neytrosofik alt modul olduğundan , $\forall c \in C$ üçün $(\tilde{F}^3, C)$ M üzərində neytrosofik soft modul olur.

Teorem 2.1.2. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$, M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Onda $(\tilde{F}^1, A) \wedge (\tilde{F}^2, B)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. Biz yaza bilərik ki, $(\tilde{F}^1, A) \wedge (\tilde{F}^2, B) = (\tilde{F}^3, A \times B)$. $\tilde{F}_a^1$ və $\tilde{F}_b^2$ M-in neytrosofik alt modulu olduğundan, $\tilde{F}_a^1 \wedge \tilde{F}_b^2$ M-in neytrosofik alt moduludur. Buna görə $(\tilde{F}^3, A \times B) = (T^3(a,b) = T_a^1 \wedge T_b^2, I^3(a,b) = I_a^1 \wedge I_b^2, F^3(a,b) = F_a^1 \vee F_b^2)$ bütün $(a,b) \in A \times B$ üçün M-in neytrosofik alt moduludur. Nəhayət tapdıq ki, $(\tilde{F}^1, A) \wedge (\tilde{F}^2, B)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 2.1.3. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$, M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər $A \cap B = \varnothing,$ onda $(\tilde{F}^1, A) \cup (\tilde{F}^2, B)$ M üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. $(\tilde{F}^1, A) \cup (\tilde{F}^2, B) = (\tilde{F}^3, C)$ olsun. $A \cap B = \varnothing$ olduğundan bütün $c \in C$ üçün $c \in A$ və ya $c \in B$-dir. Əgər $c \in A,$ onda $\tilde{F}_c^3 = \tilde{F}_a^1$ M-in neytrosofik alt moduludur və ya $c \in B$, onda $\tilde{F}_c^3 = \tilde{F}_b^2$ M-in neytrosofik alt moduludur. Buradan alırıq ki, $(\tilde{F}^1, A) \cup (\tilde{F}^2, B)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur.

Tərif 2.1.13. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$, M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənərsə, $(\tilde{F}^1, A)$, $(\tilde{F}^2, B)$-nin neytrosofik soft alt modulu adlanır.

1) $A \subset B$

2) Hər bir $a \in A$ üçün $\tilde{F}_a^1 = (T_a^1, I_a^1, F_a^1)$, $\tilde{F}_a^2 = (T_a^2, I_a^2, F_a^2)$-nin, neytrosofik alt moduludur, yəni $T_a^1 \le T_a^2, I_a^1 \le I_a^2, F_a^1 \ge F_a^2$.

Teorem 2.1.4. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, A)$ M üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Əgər hər bir $a \in A$ üçün $\tilde{F}_a^1 \le F_a^2$ ödənərsə, onda $(\tilde{F}^1, A)$, $(\tilde{F}^2, A)$,-nın neytrosofik soft altmodulu olur.

İsbatı. Teoremin isbatı tərifdən bilavasitə alınır.

Teorem 2.1.5. Tutaq ki, $(\tilde{F}, A)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur və $\{(\tilde{F}_i, A_i)\}_{i \in I}$, $(\tilde{F}, A)$-nın boş olmayan neytrosofik soft alt modullar aləsidir. Onda

1) $\prod_{i=I} (\tilde{F}_i, A_i) = (\tilde{F}, A)$ M üzərində neytrosofik soft alt moduldur

2) $\wedge_{i \in I} (\tilde{F}_i, A_i) = (\tilde{F}, A)$ M üzərində neytrosofik soft alt moduldur

3) Əgər bütün $i, j \in I$ üçün $A_i \cap A_j = \varnothing$ olarsa, onda $\vee_{i \in I} (\tilde{F}_i, A_i) = (\tilde{F}, A)$ M üzərində neytrosofik soft alt moduldur.

$(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$ uyğun olaraq M və N üzərində iki neytrosofik soft modullar və $(f, g): (\tilde{F}^1, A) \to (\tilde{F}^2, B)$ bu modulların neytrosofik soft homomorfizmləri olsun.

İndi, neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmlərinin nüvəsini və obrazını daxil edəcəyik. Tutaq ki, $M' = \ker f$, $\tilde{F}' : A \to NS(M')$-nı $T_a^1 = T_a\big|_{M'}, I_a' = I_a\big|_{M'}, F_a' = F_a\big|_{M'}$ kimi təyin edək. Onda $(\tilde{F}', A)$, M' üzərində neytrosofik soft modul olur. Aydındır ki, bu modul, $(\tilde{F}', A)$-nın neytrosofik soft alt moduludur.

Tərif 2.1.14. $(\tilde{F}', A)$ neytrosofik soft modulu (f, g)-nin nüvəsi adlanır və $\ker(f, g)$ kimi işarə olunur.

Tutaq ki, $B' = g(A)$. Onda bütün $b \in B'$ üçün $a \in A$ var ki, $g(a) - b$. $N' = \operatorname{Im} f < N$ alt modulu üçün $\tilde{F}'^2 : B' \to NS(N')$ inikası

$T'^2(b') = T^2(g(a))\big|_{N'}$, $I'^2(b') = I^2(g(a))\big|_{N'}$, $F'^2(b') = F^2(g(a))\big|_{N'}$

kimi təyin edilsin. (f,g) neytrosofik soft homomorfizm olduğundan, bütün $a \in A$ üçün $f(T_a^1) = T_{g(a)}^2$, $f(I_a^1) = I_{g(a)}^2$, $f(F_a^1) = F_{g(a)}^2$ ödənir. Onda $(\tilde{F}^{'2}, B^{'})$ cütü $N^{'}$ üzərində neytrosofik soft moduldur və $(\tilde{F}^{'2}, B^{'})$, $(\tilde{F}^2, B)$-nin neytrosofik soft alt moduludur.

Tərif 2.1.15. $(\tilde{F}^{'2}, B^{'})$, (f,g)-nin obrazı adlanır və $\mathrm{Im}(f,g)$ kimi işarə olunur.

Təklif 2.1.1. Tutaq ki, $(\tilde{F}, A)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur, N, R moduldur və $f: M \to N$, $R-$modulların homomorfizmidir. Onda $(f(\tilde{F}), A)$, N üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. $f(\tilde{F}): A \to NS(N)$ inikası aşağıdakı kimi təyin edilsin,

$$(f(T))_a(y) = \sup\{T_a(x) : f(x) = y\}$$
$$(f(I))_a(y) = \sup\{I_a(x) : f(x) = y\}$$
$$(f(F))_a(y) = \inf\{F_a(x) : f(x) = y\}$$

onda $(f(\tilde{F}), A)$ cütü N üzərində neytrosofik soft moduldur və $(f, 1_A): (\tilde{F}, A) \to (f(\tilde{F}), A)$ neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmləridir.

Təklif 2.1.2. Əgər M, $R-$modul, $(\tilde{F}, A)$, N üzərində neytrosofik soft modul və $f: M \to N$, $R-$modulların homomorfizmidirsə, onda $(f^{-1}(\tilde{F}), A)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. $f^{-1}(\tilde{F}): A \to NS(M)$ inikası aşağıdakı kimi təyin edilsin,

$$(f^{-1}(T))_a(x) = T_a(f(x)), (f^{-1}(I))_a(x) = I_a(f(x)), (f^{-1}(F))_a(x) = F_a(f(x))$$

onda $(f^{-1}(\tilde{F}), A)$ cütü M üzərində neytrosofik soft moduldur və $(f, 1_A): (f^{-1}(\tilde{F}), A) \to (\tilde{F}, A)$ neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmidir.

Lemma 2.1.1. Tutaq ki, M və N $R-$modullardır, $f: M \to N$ $R-$homomorfizm və $(\tilde{F}^1, A)$, $(\tilde{F}^2, A)$ uyğun olaraq M və N üzərində iki neytrosofik soft modullardır.

(i) $(f, 1_A): (\tilde{F}^1, A) \to (\tilde{F}^2, A)$ neytrosofik soft homomorfizmdir, yalnız və yalnız onda ki, bütün $a \in A$ üçün $T_a^2 \geq f(T_a^1)$, $I_a^1 \geq f(I_a^1)$, $F_a^2 \leq f(F_a^1)$ ödənilsin.

(ii) $(f, 1_A):(\widetilde{F}^1, A) \to (\widetilde{F}^2, A)$ neytrosofik soft homomorfizmdir, yalnız və yalnız onda ki, bütün $a \in A$ üçün $T_a^1 \le f^{-1}(T_a^1)$, $I_a^1 \le f^{-1}(I_a^1)$, $F_a^1 \le f^{-1}(F_a^1)$ ödənilsin .

Teorem 2.1.6. Əgər $\{(\widetilde{F}_i, A_i)\}_{i \in I}$, $\{M_i\}_{i \in I}$ üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda $\prod\limits_{i \in I} (\widetilde{F}_i, A_i)$, $\prod\limits_{i \in I} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. $\widetilde{F} : \prod\limits_{i \in I} A_i \to \prod\limits_{i \in I} M_i$ $\widetilde{F} = (T, I, F)$ -nı kimi təyin edək,

$$T(\{a_i\}) = \underset{i \in I}{\vee} p_i^{-1}(T_i)_{a_i}, I(\{a_i\}) = \underset{i \in I}{\vee} p_i^{-1}(I_i)_{a_i}, F(\{a_i\}) = \underset{i \in I}{\wedge} p_i^{-1}(F_i)_{a_i},$$

harada ki, $p_i : \prod\limits_{i \in I} M_i \to M_i$ proyeksiya inikasıdır.

$$p_i^{-1}(T_i)_{a_i} : \prod_{i \in I} M_i \to [0,1], p_i^{-1}(I_i)_{a_i} : \prod_{i \in I} M_i \to [0,1], p_i^{-1}(F_i)_{a_i} : \prod_{i \in I} M_i \to [0,1],$$

$\prod\limits_{i \in I} M_i$ üzərində neytrosofik soft modul olduğundan, hər bir $i \in I$ üçün $\underset{i \in I}{\vee} p_i^{-1}(T_i)_{a_i}, \underset{i \in I}{\vee} p_i^{-1}(I_i)_{a_i}, \underset{i \in I}{\wedge} p_i^{-1}(F_i)_{a_i}$ də həmçinin $\prod\limits_{i \in I} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

Teorem 2.1.7. Əgər $\{(\widetilde{F}_i, A_i)\}_{i \in I}$, $\{M_i\}_{i \in I}$ modullar ailəsi üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda $\underset{i \in I}{\oplus} (\widetilde{F}_i, A_i)$, $\underset{i \in I}{\oplus} M_i$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. Bütün $\{a_i\} \in \prod\limits_{i \in I} A_i$ üçün $\widetilde{F} : \prod\limits_{i \in I} A_i \to \underset{i \in I}{\oplus} M_i$ $\widetilde{F} = (T, I, F)$-ni belə $T(\{a_i\}) = \underset{i \in I}{\wedge} j_i(T_i)_{a_i}$, $I(\{a_i\}) = \underset{i \in I}{\wedge} j_i(I_i)_{a_i}$, $F(\{a_i\}) = \underset{i \in I}{\vee} j_i(F_i)_{a_i}$ təyin edək, harada ki, $j_i : M_i \to \underset{i \in I}{\oplus} M_i$ daxiletmə inikasıdır. $j_i(T_i)_{a_i}, j_i(I_i)_{a_i}, j_i(F_i)_{a_i}$, $\underset{i \in I}{\oplus} M_i$ üzərində bütün $i \in I$ üçün neytrosofik soft alt modul olduğundan, $F(\{a_i\})$, $\underset{i \in I}{\oplus} M_i$ üzərində neytrosofik alt moduldur.

Lemma 2.1.2. 1) $\{M_i\}_{i \in I}$ və N modullar və $A = \{f_i : M_i \to N\}_{i \in I}$ $R-$ homomorfizmlər ailəsi verilmişdir. Əgər $\{(\widetilde{F}_i, A_i)\}_{i \in I}$, $\{M_i\}_{i \in I}$ üzərində neytrosofik soft modullardırsa, onda N üzərində elə $\left(\widetilde{F}^2, \prod\limits_{i \in I} A_i\right)$ neytrosofik soft modul mövcuddur ki, bütün $i \in I$, üçün

$$f_i : \left(\tilde{F}_i, A_i\right) \to \left(\tilde{F}^2, \prod_{i \in I} A_i\right)$$

neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmləridir.

2) M və $\{N_i\}_{i\in I}$ modullar və $B = \{g_i : M \to N_i\}_{i\in I}$ $R-$homomorfizmlər ailəsi verilmişdir. Əgər $\left\{\left(\tilde{F}_i^2, B_i\right)\right\}_{i\in I}$, $\{N_i\}_{i\in I}$ üzərində neytrosofik soft modullardırsa onda M üzərində elə $\left(\tilde{F}, \prod_{i\in I} A_i\right)$ neytrosofik soft modullar mövcuddur ki, bütün $i \in I$ üçün

$$g_i : \left(\tilde{F}, \prod_{i\in I} A_i\right) \to \left(\tilde{F}_i^2, B_i\right)$$

neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmləridir.

İsbatı. 1) $\tilde{F}^2 : \prod_{i\in I} A_i \to N, \quad \tilde{F}^2 = \left(T^2, I^2, F^2\right)$ -nı

$T^2(\{a_i\}) = \vee_i f_i\left(T_i^2\right)_{a_i}$, $I^2(\{a_i\}) = \vee_i f_i\left(I_i^2\right)_{a_i}$, $F^2(\{a_i\}) = \wedge_i f_i\left(F_i^2\right)_{a_i}$ kimi təyin edək.

2) Bütün $\{a_i\} \in \prod_{i\in I} A_i$ üçün, $\tilde{F} : \prod_{i\in I} A_i \to M, \quad \tilde{F} = (T, I, F)$ -nı

$T(\{a_i\}) = \wedge_{i\in I} g_i^{-1}(T_i)_{a_i}$, $I(\{a_i\}) = \wedge_{i\in I} g_i^{-1}(I_i)_{a_i}$, $F(\{a_i\}) = \vee_{i\in I} g_i^{-1}(F_i)_{a_i}$ kimi təyin edək.

Bu lemmadan istifadə edərək alt modullar, faktor modullar, hasil və kohasil əməliyyatlarını neytrosofik soft modullar kateqoriyasında təyin edilir.

Nəticə 2.1.1. Əgər $\left(\tilde{F}, A\right)$, M üzərində neytrosofik soft modul və N , M -in alt moduludursa və $i : N \to M$ daxiletmə inikasıdırsa, onda $\left(i^{-1}\left(\tilde{F}\right), A\right)$, N üzərində neytrosofik soft moduldur.

Nəticə 2.1.2. Əgər $\left(\tilde{F}, A\right)$, M üzərində neytrosofik soft moduldursa və $p : M \to M/\sim$ kanonik proyeksiyadırsa, onda $\left(p\left(\tilde{F}\right), A\right)$, $M/\sim$ faktor modulu üzərində neytrosofik soft moduldur.

Əgər $\left\{\left(\tilde{F}_i, A_i\right)\right\}_{i\in I}$, $\{M_i\}_{i\in I}$ modullar ailəsi üzərində neytrosofik soft modullar ailəsidirsə, onda bu ailələrin hasili və kohasilini uyğun olaraq $\prod_{i\in I}\left(\tilde{F}_i, A_i\right)$ və $\oplus_{i\in I}\left(\tilde{F}_i, A_i\right)$ kimi işarə edək.

Teorem 2.1.8. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında sıfır obyekti, cəm, hasil, nüvə və konüvə təyin edilə bilər.

Tutaq ki, M və N, R (halqa) üzərində uyğun olaraq sağ və sol modullardır. Tutaq ki, $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$ uyğun olaraq M və N üzərində iki neytrosofik soft modullardır. Modulların tenzor hasili $M \otimes N$ modulunda $\tilde{F}^1 \otimes \tilde{F}^2 : A \times B \to M \otimes N$ inikası $\forall (a,b) \in A \times B$ üçün,

$$(T^1 \otimes T^2)(a,b) = T^1(a) \otimes T^2(b),$$
$$(I^1 \otimes I^2)(a,b) = I^1(a) \otimes I^2(b),$$
$$(F^1 \otimes F^2)(a,b) = F^1(a) \otimes F^2(b)$$

şəklində təyin edilsin.

Tərif 2.1.16. $(\tilde{F}^1 \otimes \tilde{F}^2, A \times B)$-ə $(\tilde{F}^1, A)$ və $(\tilde{F}^2, B)$-nin tenzor hasili deyilir və $(\tilde{F}^1, A) \otimes (\tilde{F}^2, B)$ kimi işarə edilir.

Teorem 2.1.9. $(\tilde{F}^1 \otimes \tilde{F}^2,\ A \times B)$, $M \otimes N$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

İsbatı. $\forall (a,b) \in A \times B$ üçün $(M, \tilde{F}_a^1)$ və $(N, \tilde{F}_b^2)$ neytrosofik soft modullardır. $\tilde{F}_a^1 \otimes \tilde{F}_b^2$, $M \otimes N$ üzərində neytrosofik alt moduldur və $(\tilde{F}^1 \otimes \tilde{F}^2, A \times B)$, $M \otimes N$ üzərində neytrosofik soft moduldur.

2.2. Neytrosofik modulların tərs sistemləri

Lemma 2.2.1. Tutaq ki, M və N R- neytrosofik modul, $f : M \to N$ R-homomorfizmadır.

a) Əgər (M, T, I, F) neytrosofik modul isə, o zaman N üzərində elə (T^f, I^f, F^f) modulların dərəcələndirmə funksiyaları mövcuddur ki, N üzərində ixtiyari $B = (T^{'}, I^{'}, F^{'})$ modulların dərəcələndirmə funksiyası üçün $\bar{f} : (M, T, I, F) \to (N, T^{'}, I^{'}, F^{'})$ neytrosofik homomorfizmadır, yalnız və yalnız onda ki, $T^{'} \geq T^f$, $I^{'} \geq I^f$, $F^{'} \leq F^f$ şərtləri ödənsin.

b) $\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)$ neytrosofik modul isə, o zaman M üzərində elə $\left(\left(T^{'}\right)_f,\left(I^{'}\right)_f,\left(F^{'}\right)_f\right)$ modulların dərəcələndirmə funksiyası mövcuddur ki, ixtiyari $\left(M,T,I,F\right)$ neytrosofik modul üçün $\bar{f}:\left(M,T,I,F\right)\rightarrow\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)$ neytrosofik homomorfizmadır, yalnız və yalnız onda ki, $T\le\left(T^{'}\right)_f$, $I\le\left(I^{'}\right)_f$, $F^{'}\ge\left(F^{'}\right)_f$ şərtləri ödənsin.

Lemma 2.2.2. a) $\{M_\alpha\}_{\alpha\in\wedge}$ neytrosofik modullar ailəsi, N-bir modul və $D=\{f_\alpha:M_\alpha\rightarrow N\}_{\alpha\in\wedge}$ R-homomorfizmalar ailəsi verilmişdir, əgər $\{\left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)\}_{\alpha\in\wedge}$ neytrosofik modullar isə onda elə ən kiçik dərəcələndirmə funksiyaları $T^{'}=T^D=T^{\{f\alpha\}},I^{'}=I^D=I^{\{f\alpha\}}$, $F^{'}=F^D=F^{\{f\alpha\}}$ mövcuddur ki, bütün $\alpha\in\wedge$ üçün $f:\left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)\rightarrow\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)$ neytrosofik homomorfizmadır.

b) M neytrosofik modul, $\{N_\alpha\}_{\alpha\in\wedge}$ modullar ailəsi və $B=\{g_\alpha:M\rightarrow N_\alpha\}_{\alpha\in\wedge}$ R-homomorfizmalar ailəsi verilmişdir, əgər $\{\left(N_\alpha,T^{'}_\alpha,I^{'}_\alpha,F^{'}_\alpha\right)\}_{\alpha\in\wedge}$ neytrosofik modullar isə onda eləən böyük dərəcələndirmə funksiyaları $T=T^{'}_B=T^{'}_{\{ga\}},I=I^{'}_B=I^{'}_{\{ga\}}$, $F=F^{'}_B=F^{'}_{\{ga\}}$ mövcuddur ki, bütün $\alpha\in\wedge$ üçün $f:\left(M,T,I,F\right)\rightarrow\left(N_\alpha,T^{'}_\alpha,I^{'}_\alpha,F^{'}_\alpha\right)$ neytrosofik homomorfizmadır.

İsbatı. a) $T^{'}=T^D=\underset{\alpha\in\wedge}{\vee}T_\alpha^{f\alpha},I^{'}=I^D=\underset{\alpha\in\wedge}{\vee}I_\alpha^{f\alpha},F^{'}=F^D=\underset{\alpha\in\wedge}{\wedge}F_\alpha^{f\alpha}$.

b) $T=T^{'}_B=\underset{\alpha\in\wedge}{\wedge}\left(T^{'}_\alpha\right)_{f\alpha},I=I^{'}_B=\underset{\alpha\in\wedge}{\wedge}\left(I^{'}_\alpha\right)_{f\alpha},F=F^{'}_B=\underset{\alpha\in\wedge}{\vee}\left(F^{'}_\alpha\right)_{f\alpha}$

Bu lemmadan istifadə edərək neytrosofik modullar kateqoriyasında alt modul, faktor modul, hasil və kohasil əməliyyatlarını təyin edirik.

Əgər $\left(M,T,I,F\right)$ neytrosofik moduldursa və $N\subset M$ alt moduldursa, onda $\left(N,T/_N,I/_N,F/_N\right)$, $\left(M,T,I,F\right)$-in neytrosofik alt moduludur.

Əgər $\left(M,T,I,F\right)$ neytrosofik moduldursa və $p:M\rightarrow M/N$ kanonik homomorfizmdirsə, onda $\left(M/N,T_p,I_p,F_p\right)$, $\left(M,T,I,F\right)$-in faktor moduludur. Buna görə də bütün $f:\left(M,T,I,F\right)\rightarrow\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)$ neytrosofik modullarının homomorfizmləri üçün $\left(\ker f,T/_{\ker f},I/_{\ker f},F/_{\ker f}\right)$ və $\left(N/_{\mathrm{Im}\,f},T^{'}_p,I^{'}_p,F^{'}_p\right)$ neytrosofik alt modulları əldə edilir, harada ki, $p:N\rightarrow N/_{\mathrm{Im}\,f}$.

Əgər $\{(M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha)\}_{\alpha\in\wedge}$ neytrosofik modullar ailəsidirsə onda, bu ailənin hasili $\left(\prod_{\alpha\in\wedge} M_\alpha, T_A, I_A, F_A\right)$ kimi təyin edilir, harada ki, $A=\left\{\pi_\alpha : \prod_{\alpha\in\wedge} M_\alpha \to M_\alpha\right\}_{\alpha\in\wedge}$ sadə proyeksiya inikasıdır. Bu ailənin kohasili $\left(\sum M_\alpha, T^B, I^B, F^B\right)$ kimi təyin edilir, harada ki, $B=\left\{i_\alpha : M_\alpha \to \sum_{\alpha\in\wedge} M_\alpha\right\}$ sadə inyeksiyalardır.

Sıradakı teorem asanlıqla isbat oluna bilər.

Teorem 2.2.1. Neytrosofik modullar kateqoriyasının sıfır obyektləri, cəmləri, hasilləri, nüvələri və konüvələri var.

Neytrosofik modullar kateqoriyasını NM -lə işarə edək.

Tərif 2.2.1. $D:\Lambda^{op}\to NM$ funktoru, harada ki, Λ istiqamətlənmiş çoxluqdur (kateqoriya kimi hesab olunur), neytrosofik modulların tərs sistemi adlanır, D-nin limiti isə tərs sistemin limiti adlanır.

Fərz edək ki,

$$(\underline{M},\underline{T},\underline{I},\underline{F})=\left(\{(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha)\}_{\alpha\in\wedge},\left\{p_\alpha^{\alpha'} : \left(M_{\alpha'},T_{\alpha'},I_{\alpha'},F_{\alpha'}\right)\to\left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)\right\}_{\alpha\prec\alpha'}\right) \quad (2.2.1)$$

neytrosofik modulların tərs sistemidir. $A=\left\{\pi_\alpha : \prod_{\alpha\in\wedge} M_\alpha \to M_\alpha\right\}$ proyeksiyalar ailəsi və $\left(\prod_{\alpha\in\wedge} M_\alpha, T_A, I_A, F_A\right)$ neytrosofik modulların düz hasili olsun. Onda

$\left(\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, T_A\Big|\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, I_A\Big|\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, F_A\Big|\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha\right)$ ailəsi neytrosofik modul olur.

Teorem 2.2.2. (2.2.1) şəklində olan bütün tərs sistemlərin NM kateqoriyasında limiti var və bu limit $\left(\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, T_A\Big|\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, I_A\Big|\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha, F_A\Big|\lim\limits_{\leftarrow} M_\alpha\right)$ neytrosofik moduluna bərabərdir.

İsbatı. Teoremi isbatlamaq üçün ixtiyari $\left(N, T', I', F'\right)$ neytrosofik modul və

$$\begin{array}{ccc}\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right) & \xrightarrow{\overline{\varphi}_\alpha} & \left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)\\ \overline{\varphi}_{\alpha'}\Big\downarrow & \nearrow \overline{p}_\alpha^{\alpha'} & \\ \left(M_{\alpha'},T_{\alpha'},I_{\alpha'},F_{\alpha'}\right) & & \end{array}$$

diaqramı kommutativ edən $\left\{\overline{\varphi}_\alpha:\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)\to\left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)\right\}_{\alpha\in\wedge}$ ailəsi üçün elə yeganə $\overline{\psi}:\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)\to\left(\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,T_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,I_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,F_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha\right)$ neytrosofik modulların homomorfizmi mövcuddur ki, aşağıdakı diaqram kommutativdir:

$$\begin{array}{ccc}\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right) & \xrightarrow{\overline{\varphi}_\alpha} & \left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)\\ \overline{\psi}\Big\downarrow & \nearrow \pi_\alpha & \\ \left(\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,T_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,I_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,F_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha\right) & & \end{array}$$

Burada $\overline{\pi}_\alpha:\left(\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,T_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,I_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,F_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha\right)\to\left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)$ kanonik proyeksiyadır. $\psi:N\to\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha$-nı bütün $x\in N$ üçün $\psi(x)=\{\varphi_\alpha(x)\}_{\alpha\in\wedge}$ olan modulların homomorfizmi kimi təyin edək.

Onda $\overline{\psi}:\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)\to\left(\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,T_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,I_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha,F_A\Big|\underset{\leftarrow}{\lim}M_\alpha\right)$ neytrosofik modulların homomorfizmidirmi? $\overline{\psi}:\left(N,T^{'},I^{'},F^{'}\right)\to\left(M_\alpha,T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right)$ bütün $\alpha\in\wedge$ üçün və $\forall x\in N$ üçün neytrosofik modulların homomorfizmi olduğundan $T_\alpha(\varphi_\alpha(x))\geq T^{'}(x)$, $I_\alpha(\varphi_\alpha(x))\geq I^{'}(x)$, $F_\alpha(\varphi_\alpha(x))\leq F^{'}(x)$, şərti ödənir. Beləliklə belə bir şərt alınır:

$$T_A(\{\varphi_\alpha(x)\})=\underset{\alpha\in\wedge}{\wedge}T_\alpha(\varphi_\alpha(x))\geq T^{'}(x),$$

$$I_A(\{\varphi_\alpha(x)\})=\underset{\alpha\in\wedge}{\wedge}I_\alpha(\varphi_\alpha(x))\geq I^{'}(x),$$

$$F_A(\{\varphi_\alpha(x)\})=\underset{\alpha\in\wedge}{\vee}F_\alpha(\varphi_\alpha(x))\leq F^{'}(x).$$

ψ tək homomorfizm olduğundan, $\overline{\psi}$ də təkdir.

Aydındır ki, $\lim\limits_{\leftarrow}$ neytrosofik modulların tərs sistemlərinin kateqoriyasından neytrosofik modulların kateqoriyasına funktordur.

Tərif 2.2.2.

$$\ldots \to (M_{n-1}, T_{n-1}, I_{n-1}, F_{n-1}) \xrightarrow{f_{n-1}} (M_n, T_n, I_n, F_n) \xrightarrow{f_n} (M_{n+1}, T_{n+1}, I_{n+1}, F_{n+1}) \to \ldots \quad (2.2.2)$$

neytrosofik modullar ardıcıllığına yalnız və yalnız onda neytrosofik dəqiq ardıcıllıq deyilir ki, bütün $n \in Z$ üçün

$\left(\operatorname{Im} f_{n-1}, T_n \middle| \operatorname{Im} f_{n-1}, I_n \middle| f_{n-1}, F_n \middle| \operatorname{Im} f_{n-1}\right) = \left(\ker f_n, T_n \middle| \ker f_n, I_n \middle| \ker f_n, F_n \middle| \ker f_n\right)$ olsun.

Bütün $\bar{f} : (M, T, I, F) \to \left(N, T', I', F'\right)$ neytrosofik homomorfizmləri üçün aşağıdakı ardıcıllıq dəqiqdir

$$\bar{0} \to \left(\ker f, T \middle| \ker f, I \middle| \ker f, F \middle| \ker f\right) \xrightarrow{i} (M, T, I, F) \xrightarrow{f} \left(N, T', I', F'\right) \xrightarrow{p}$$
$$\xrightarrow{p} \left(co\ker f, T'_p, I'_p, F'_p\right) \to 0$$

harada ki, i daxilolma inikasıdır, p kanonik inikasdır.

Əgər neytrosofik modulların (2.2.2) ardıcıllığı dəqiqdirsə, onda $R-$modullar ardıcıllığı da dəqiqdir. Amma ümumiyyətlə bunun tərsi doğru deyil. $R-$modulların homomorfizmi neytrosofik modulların homomorfizmi olmaya bilər.

Zəncir (kozəncir) komplekslər kateqoriyası, NM kateqoriyasında $Fz-Mod$ kateqoriyasına uyğun olaraq təyin edilir.

Tərif 2.2.3. Əgər $(M, T, I, F) = \left\{(M_n, T_n, I_n, F_n), \bar{\partial}_n : M_n \to M_{n-1}\right\}_{n \in Z}$ neytrosofik modulların tərs ardıcıllığı üçün $\bar{\partial} \circ \bar{\partial} = \bar{0}$ şərti ödənirsə onda bu ardıcıllığa neytrosofik modulların zəncir kompleksi deyilir.

Neytrosofik modulların zəncir komplekslərinin morfizmasını verək.

Tərif 2.2.4. Tutaq ki, (M, T, I, F), $\left(N, T', I', F'\right)$ neytrosofik modulların zəncir kompleksləridir. Əgər $\bar{\varphi} : (M, T, I, F) \to \left(N, T', I', F'\right)$ neytrosofik modulların homomorfizmalar ailəsi üçün $\overline{\varphi_{n-1}} \circ \overline{\partial'_n} = \overline{\partial'_n} \circ \overline{\varphi_n}$ şərti ödənilirsə, $\bar{\varphi}$ ailəsinə neytrosofik modulların zəncir komplekslərinin morfizması deyilir, harada ki, $\overline{\partial'}$, $\left(N, T', I', F'\right)$-də neytrosofik diferensialı təyin edir.

Tutaq ki, $(M, T, I, F) = \left\{(M_n, T_n, I_n, F_n), \overline{\partial_n}\right\}_{n \in Z}$ neytrosofik zəncir kompleksdir.

$\bar{\partial} \circ \bar{\partial} = \bar{0}$ şərtindən $\operatorname{Im} \overline{\partial_{n+1}} \subset \ker \overline{\partial_n}$, $n \in Z$ alınır. Beləliklə, hər (M, T, I, F) neytrosofik nodulların zəncir kompleksi üçün

$$H_n(M,T,I,F) = \left(\ker \overline{\partial_n}, T_n\middle|\ker \overline{\partial_n}, I_n\middle|\ker \overline{\partial_n}, F_n\middle|\ker \overline{\partial_n}\right) \Big/ \left(\operatorname{Im} \overline{\partial_{n+1}}, T_n\middle|\operatorname{Im} \overline{\partial_{n+1}}, I_n\middle|\operatorname{Im} \overline{\partial_{n+1}}, F_n\middle|\operatorname{Im} \overline{\partial_{n+1}}\right)$$

neytrosofik modulunu qura bilərik.

Tərif 2.2.5. $H_n(M,T,I,F)$ neytrosofik moduluna (M,T,I,F) neytrosofik modulların zəncir komplekslərinin n ölçülü homoloji modulu deyilir.

Eynilə kozəncir kompleks və kohomoloji modul təyin edə bilərik.

Tərif 2.2.6. Tutaq ki, $\bar{\varphi}, \bar{\psi} : (M,T,I,F) \to \left(N, T', I', F'\right)$ neytrosofik zəncir kompleksinin morfizması olsun. Əgər $\bar{\psi} - \bar{\varphi} = \bar{\partial} \circ \bar{\Sigma} + \bar{\Sigma} \circ \bar{\partial}$ şərtini ödəyən $\bar{\Sigma} : (M,T,I,F) \to \left(N, T', I', F'\right)$ varsa, $\bar{\Sigma}$ neytrosofik zəncir homotopiya, $\bar{\varphi}$, $\bar{\psi}$ morfizmalarına isə zəncir homotop morfizmalar deyilir.

Sıradakı teorem asanlıqla isbat edilə bilər.

Teorem 2.2.3. Neytrosofik homotopiya münasibəti ekvivalent münasibətidi və homoloji (kohomoloji) modullar bu münasibətə görə invariantdır.

(2.2.1) tərs sisteminə baxaq və $d : \prod_\alpha M_\alpha \to \prod_\alpha M_\alpha$ modulların homomorfizmini

$d(\{x_\alpha\}) = \left\{x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right\}_{\alpha \prec \alpha'}$ düsturu ilə verək. Göstərək ki, d neytrosofik modulların homomorfizmidir.

Doğrudan da,

$$T_A(d(\{x_\alpha\})) = T_A\left(\left\{x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right\}\right) = \wedge_\alpha T_\alpha\left(x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right) \ge \wedge_\alpha \min\left\{T_\alpha(x_\alpha), T_\alpha\left(p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right)\right\},$$

$$I_A(d(\{x_\alpha\})) = I_A\left(\left\{x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right\}\right) = \wedge_\alpha I_\alpha\left(x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right) \ge \wedge_\alpha \min\left\{I_\alpha(x_\alpha), I_\alpha\left(p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right)\right\},$$

$$F_A(d(\{x_\alpha\})) = F_A\left(\left\{x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right\}\right) = \vee_\alpha F_\alpha\left(x_\alpha - p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right) \le \vee_\alpha \max\left\{F_\alpha(x_\alpha), F_\alpha\left(p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right)\right\}.$$

Burada, $T_\alpha\left(p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right) \ge T_{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)$, $I_\alpha\left(p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right) \ge I_{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)$, $F_\alpha\left(p_\alpha^{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)\right) \le F_{\alpha'}\left(x_{\alpha'}\right)$ olduğundan,

$$T_A(d(\{x_\alpha\})) \geq \wedge_\alpha \min\{T_\alpha(x_\alpha), T_{\alpha'}(x_{\alpha'})\} = \wedge_\alpha (T_\alpha(x_\alpha) \wedge T_{\alpha''}(x_{\alpha'})) = \wedge_\alpha T_\alpha(x_\alpha) = T_A(\{x_\alpha\}),$$

$$I_A(d(\{x_\alpha\})) \geq \wedge_\alpha \min\{I_\alpha(x_\alpha), I_{\alpha'}(x_{\alpha'})\} = \wedge_\alpha (I_\alpha(x_\alpha) \wedge I_{\alpha''}(x_{\alpha'})) = \wedge_\alpha I_\alpha(x_\alpha) = I_A(\{x_\alpha\}),$$

$$F_A(d(\{x_\alpha\})) \leq \vee_\alpha \max\{F_\alpha(x_\alpha), F_{\alpha'}(x_{\alpha'})\} = \vee_\alpha (F_\alpha(x_\alpha) \vee F_{\alpha'}(x_{\alpha'})) = \vee_\alpha F_\alpha(x_\alpha) = F_A(\{x_\alpha\}).$$

Onda $\overline{d}$ neytrosofik modulların homomorfizmidir. Buna görə də,
$(\ker d, T_A|\ker d, I_A|\ker d, F_A|\ker d)$ və $(co\ker d, (T_A)_p, (I_A)_p, (F_A)_p)$

neytrosofik modulları təyin edilə bilir. $\left(\{M_\alpha\}_{\alpha\in\wedge}, \{p_\alpha^{\alpha'}\}_{\alpha\prec\alpha'}\right)$, $R-$modulların tərs sistemi üçün $\underleftarrow{\lim}^{(1)} M_\alpha = \prod_\alpha M_\alpha / \operatorname{Im} d$ funktorunu təyin edə bilərik və bu funktor tərs limit funktorunun törəmə funktorudur. $\pi = \prod_\alpha M_\alpha \to \underleftarrow{\lim}^1 M_\alpha$ kanonik homomorfizmindən istifadə edərək $\left(\underleftarrow{\lim}^{(1)} M_\alpha, (T_A)^\pi, (I_A)^\pi, (F_A)^\pi\right)$ neytrosofik modulunu verə bilərik.

Tərif 2.2.7. $\left(\underleftarrow{\lim}^{(1)} M_\alpha, (T_A)^\pi, (I_A)^\pi, (F_A)^\pi\right)$, (2.2.1)-də verilmiş neytrosofik modulların tərs sisteminin "birinci törəmə funktoru" adlanır və $\underleftarrow{\lim}^{(1)}$ kimi işarə olunur.

Təklif 2.2.1. $\underleftarrow{\lim}^{(1)}$ funktordur.

İsbatı. Bunu isbat etmək üçün göstərmək kifayətdir ki, hər bir

$$\underline{\overline{f}} = \left(\rho : B \to A, \{\overline{f}_\beta : (M_{\rho(\beta)}, T_{\rho(\beta)}, I_{\rho(\beta)}, F_{\rho(\beta)}) \to (N_\beta, T_\beta', I_\beta', F_\beta')\}_{\beta\in B}\right)$$

neytrosofik modulların tərs sisteminin morfizmi üçün

$$\underleftarrow{\lim}^{(1)} \underline{\overline{f}} : \left(\underleftarrow{\lim}^{(1)} M_\alpha, (T_A)^\pi, (I_A)^\pi, (F_A)^\pi\right) \to \left(\underleftarrow{\lim}^{(1)} N_\beta, (T_\beta')^\pi, (I_\beta')^\pi, (F_\beta')^\pi\right)$$

neytrosofik modulların homomorfizmidir.

$$(T_A)^\pi(x + imd) = \sup_{z\in\operatorname{Im} d} T_A(x+z) \leq \sup_{z\in\operatorname{Im} d} T_B'(f(x+z)) = \sup_{z\in\operatorname{Im} d} T_B'(f(x) + f(z)) =$$
$$= \sup_{y=f(z)} T_B'(f(x) + y) \leq \sup_{y\in\operatorname{Im} d} T_B'(f(x) + y) = (T_B')^\pi\left(\underleftarrow{\lim}^{(1)} \underline{f}(x + \operatorname{Im} d)\right),$$

$$(I_A)^\pi(x + imd) = \sup_{z\in\operatorname{Im} d} I_A(x+z) \leq \sup_{z\in\operatorname{Im} d} I_B'(f(x+z)) = \sup_{z\in\operatorname{Im} d} I_B'(f(x) + f(z)) =$$
$$= \sup_{y=f(z)} I_B'(f(x) + y) \leq \sup_{y\in\operatorname{Im} d} I_B'(f(x) + y) = (I_B')^\pi\left(\underleftarrow{\lim}^{(1)} \underline{f}(x + \operatorname{Im} d)\right),$$

$$(F_A)^{\pi}(x+imd)=\inf_{z\in \operatorname{Im} d} F_A(x+z)\geq \inf_{z\in \operatorname{Im} d} F_B^{'}(f(x+z))=\inf_{z\in \operatorname{Im} d} F_B^{'}(f(x)+f(z))=$$
$$=\inf_{y=f(z)} F_B^{'}(f(x)+y)\geq \inf_{y\in \operatorname{Im} d} F_B^{'}(f(x)+y)=(F_B^{'})^{\pi}\left(\underset{\leftarrow}{\lim}^{(1)} \underline{f}(x+\operatorname{Im} d)\right),$$

olduğundan $\underset{\leftarrow}{\lim}^{(1)}$ funktordur.

Neytrosofik modulların aşağıdakı kozəncir kompleksini nəzərdən keçirək.

$$\bar{0}\rightarrow \left(\prod M_\alpha, T_A, I_A, F_A\right)\xrightarrow{\bar{d}}\left(\prod M_\alpha, T_A, I_A, F_A\right)\rightarrow \bar{0}.$$

Bu kompleksin neytrosofik kohomoloji modulları $\ker \bar{d}$ və $co\ker \bar{d}$-dir.

Lemma 2.2.3. $\underset{\leftarrow}{\lim}(M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha)=\ker \bar{d}$ və $\underset{\leftarrow}{\lim}^{(1)}(M_\alpha, T_\alpha, I_\alpha, F_\alpha)=co\ker \bar{d}$.

İsbatı. Lemmanın isbatı aydındır.

Tərs sistemin xüsusi halına baxaq, belə ki, indekslər çoxluğu natural ədədlər çoxluğu olsun.

Teorem 2.2.4. Tutaq ki,

$$(M_1, T_1, I_1, F_1)\xleftarrow{p_1^2}(M_2, T_2, I_2, F_2)\xleftarrow{p_2^3}\ldots$$

neytrosofik modulların tərs ardıcıllığıdır. Bu ardıcıllığın hər bir sonsuz altardıcıllıqları üçün $\underset{\leftarrow}{\lim}^{(1)}$ dəyişilməz.

İsbatı. Tutaq ki, $S=\{i, j, k, \ldots\}$ N natural ədədlərinin sonsuz çoxluğudur. Lemma 2.2.3-dən bu S çoxluğu üçün $\underset{\leftarrow}{\lim}^{(1)}$ neytrosofik modulu aşağıdakı homomorfizmin konüvəsi kimi təyin olunurdu:

$$\bar{d}^{'}:\left(\prod_{s\in S} M_s, \underset{s\in S}{\wedge} T_s, \underset{s\in S}{\wedge} I_s, \underset{s\in S}{\vee} F_s\right)\rightarrow \left(\prod_{s\in S} M_s, \underset{s\in S}{\wedge} T_s, \underset{s\in S}{\wedge} I_s, \underset{s\in S}{\vee} F_s\right).$$

İndi,

$$f_0, f_1:\prod_{s\in S} M_s \rightarrow \prod_{n\in N} M_n$$

modulların homomorfizmalarını aşağıdakı düsturla təyin edək:

$$f_0(x_i, x_j, x_k, \ldots)=\left(p_1^i(x_i), p_2^i(x_i), \ldots, p_{i-1}^i(x_i), x_i\, p_{i+1}^j(x_j), \ldots, p_{j-1}^j(x_j), x_j, \ldots\right)$$
$$f_1(x_i, x_j, x_k, \ldots)=(0,0,\ldots, x_i, 0,\ldots, x_j, 0,\ldots, x_k, 0,\ldots).$$

Göstərək ki, f_0, f_1 homomorfizmaları neytrosofik modulların morfizmasıdır:

$$\left(\underset{n\in N}{\wedge} T_n\right)\left(p_1^i(x_i),\ldots,p_{i-1}^i(x_i),x_i,p_{i+1}^j(x_j),\ldots,p_{j-1}^j(x_j),x_j,\ldots\right)=$$
$$=T_1\left(p_1^i(x_i)\right)\wedge\ldots\wedge T_{i-1}\left(p_{i-1}^i(x_i)\right)\wedge T_i(x_i)\wedge T_{i+1}\left(p_{i+1}^j(x_j)\right)\wedge\ldots\wedge T_j(x_j)\wedge\ldots\geq$$
$$\geq\left[T_i(x_i)\wedge\ldots\wedge T_i(x_i)\wedge T_i(x_i)\right]\wedge\left[T_j(x_j)\wedge\ldots\wedge T_j(x_j)\right]\wedge\ldots=T_i(x_i)\wedge T_j(x_j)\wedge\ldots=\underset{s\in S}{\wedge} T_s(x_s),$$

$$\left(\underset{n\in N}{\wedge} I_n\right)\left(p_1^i(x_i),\ldots,p_{i-1}^i(x_i),x_i,p_{i+1}^j(x_j),\ldots,p_{j-1}^j(x_j),x_j,\ldots\right)=$$
$$=I_1\left(p_1^i(x_i)\right)\wedge\ldots\wedge I_{i-1}\left(p_{i-1}^i(x_i)\right)\wedge I_i(x_i)\wedge I_{i+1}\left(p_{i+1}^j(x_j)\right)\wedge\ldots\wedge I_j(x_j)\wedge\ldots\geq$$
$$\geq\left[I_i(x_i)\wedge\ldots\wedge I_i(x_i)\wedge I_i(x_i)\right]\wedge\left[I_j(x_j)\wedge\ldots\wedge I_j(x_j)\right]\wedge\ldots=I_i(x_i)\wedge I_j(x_j)\wedge\ldots=\underset{s\in S}{\wedge} I_s(x_s),$$

$$\left(\underset{n\in N}{\wedge} F_n\right)\left(p_1^i(x_i),\ldots,p_{i-1}^i(x_i),x_i,p_{i+1}^j(x_j),\ldots,p_{j-1}^j(x_j),x_j,\ldots\right)=$$
$$=F_1\left(p_1^i(x_i)\right)\vee\ldots\vee F_{i-1}\left(p_{i-1}^i(x_i)\right)\vee F_i(x_i)\vee F_{i+1}\left(p_{i+1}^j(x_j)\right)\vee\ldots\vee F_j(x_j)\vee\ldots\leq$$
$$\leq\left[F_i(x_i)\vee\ldots\vee F_i(x_i)\vee F_i(x_i)\right]\vee\left[F_j(x_j)\vee\ldots\vee F_j(x_j)\right]\vee\ldots=F_i(x_i)\vee F_j(x_j)\vee\ldots=\underset{s\in S}{\vee} F_s(x_s),$$

və

$$\left(\underset{n\in N}{\wedge} T_n\right)(0,0,\ldots,x_i,0,\ldots,x_j,0,\ldots)=T_1(0)\wedge\ldots\wedge T_i(x_i)\wedge T_{i+1}(0)\wedge\ldots\wedge T_j(x_j)\wedge\ldots=$$
$$=T_i(x_i)\wedge T_j(x_j)\wedge\ldots=\underset{s\in S}{\wedge} T_s(x_s),$$
$$\left(\underset{n\in N}{\wedge} I_n\right)(0,0,\ldots,x_i,0,\ldots,x_j,0,\ldots)=I_1(0)\wedge\ldots\wedge I_i(x_i)\wedge I_{i+1}(0)\wedge\ldots\wedge I_j(x_j)\wedge\ldots=$$
$$=I_i(x_i)\wedge I_j(x_j)\wedge\ldots=\underset{s\in S}{\wedge} I_s(x_s),$$
$$\left(\underset{n\in N}{\vee} F_n\right)(0,0,\ldots,x_i,0,\ldots,x_j,0,\ldots)=F_1(0)\vee\ldots\vee F_i(x_i)\vee F_{i+1}(0)\vee\ldots\vee F_j(x_j)\vee\ldots=$$
$$=F_i(x_i)\vee F_j(x_j)\vee\ldots=\underset{s\in S}{\vee} F_s(x_s).$$

Beləliklə, $\overline{f}_0,\overline{f}_1:\left(\prod_{s\in S}M_s,\underset{s\in S}{\wedge}T_s,\underset{s\in S}{\wedge}I_s,\underset{s\in S}{\vee}F_s\right)\to\left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)$

neytrosofik modulların morfizmləridir. Aşağıdakı diaqram kommutativ olduğundan,

$$\begin{array}{ccc}
\left(\prod_{s\in S}M_s,\underset{s\in S}{\wedge}T_s,\underset{s\in S}{\wedge}I_s,\underset{s\in S}{\vee}F_s\right) & \longrightarrow & \left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)\\
\bar{d}'\downarrow & & \bar{d}\downarrow\\
\left(\prod_{s\in S}M_s,\underset{s\in S}{\wedge}T_s,\underset{s\in S}{\wedge}I_s,\underset{s\in S}{\vee}F_s\right) & \longrightarrow & \left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)
\end{array}$$

$\left\{\overline{f}_0,\overline{f}_1\right\}$ neytrosofik kozəncir komplekslərin morfizmləridir. İndi isə,

$$g_0, g_1 : \prod_{n\in N} M_n \to \prod_{s\in S} M_s$$

homomorfizmlərini aşağıdakı düsturla təyin edək:

$$g_0(x_1, x_2, x_3, \ldots) = (x_i, x_j, x_k, \ldots)$$

$$g_1(x_1, x_2, x_3, \ldots) = \left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1}), x_j + p_j^{j+1}(x_{j+1}) + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1}), \ldots\right)$$

Göstərək ki, g_0, g_1 homomorfizmaları neytrosofik modulların morfizmasıdır.

$$(\wedge T_s)(g_0(x_1, x_2, x_3, \ldots)) = \left(\underset{s\in S}{\wedge} T_s\right)(x_i, x_j, x_k, \ldots) = T_i(x_i) \wedge T_j(x_j) \wedge \ldots \geq \underset{n\in N}{\wedge} T_n(x_n),$$

$$(\wedge I_s)(g_0(x_1, x_2, x_3, \ldots)) = \left(\underset{s\in S}{\wedge} I_s\right)(x_i, x_j, x_k, \ldots) = I_i(x_i) \wedge T_j(x_j) \wedge \ldots \geq \underset{n\in N}{\wedge} I_n(x_n),$$

$$(\vee F_s)(g_0(x_1, x_2, x_3, \ldots)) = \left(\underset{s\in S}{\vee} F_s\right)(x_i, x_j, x_k, \ldots) = F_i(x_i) \vee F_j(x_j) \vee \ldots \leq \underset{n\in N}{\vee} F_n(x_n),$$

və

$$(\wedge T_s)(g_1(x_1, x_2, x_3, \ldots)) = \left(\underset{s\in S}{\wedge} T_s\right)\left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1}), x_j + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1}), \ldots\right) =$$
$$= T_i\left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1})\right) \wedge T_j\left(x_j + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1})\right) \wedge \ldots \geq$$
$$\geq \min\left\{T_i(x_i), T_i\left(p_i^{i+1}(x_{i+1})\right), \ldots, T_i\left(p_i^{j-1}(x_{j-1})\right)\right\} \wedge \min\left\{T_j(x_j), \ldots, T_j\left(p_j^{k-1}(x_{k-1})\right)\right\} \wedge \ldots \geq$$
$$\geq \min\left\{T_i(x_i), T_{i+1}(x_{i+1}), \ldots, T_{j-1}(x_{j-1})\right\} \wedge \min\left\{T_j(x_j), T_{j+1}(x_{j+1}), \ldots, T_{k-1}(x_{k-1})\right\} \wedge \ldots =$$
$$= \underset{m\in S}{\wedge} T_m(x_m) \geq \underset{n\in N}{\wedge} T_n(x_n),$$

$$(\wedge I_s)(g_1(x_1, x_2, x_3, \ldots)) = \left(\underset{s\in S}{\wedge} I_s\right)\left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1}), x_j + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1}), \ldots\right) =$$
$$= I_i\left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1})\right) \wedge I_j\left(x_j + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1})\right) \wedge \ldots \geq$$
$$\geq \min\left\{I_i(x_i), I_i\left(p_i^{i+1}(x_{i+1})\right), \ldots, I_i\left(p_i^{j-1}(x_{j-1})\right)\right\} \wedge \min\left\{I_j(x_j), \ldots, I_j\left(p_j^{k-1}(x_{k-1})\right)\right\} \wedge \ldots \geq$$
$$\geq \min\left\{I_i(x_i), I_{i+1}(x_{i+1}), \ldots, I_{j-1}(x_{j-1})\right\} \wedge \min\left\{I_j(x_j), I_{j+1}(x_{j+1}), \ldots, I_{k-1}(x_{k-1})\right\} \wedge \ldots =$$
$$= \underset{m\in S}{\wedge} I_m(x_m) \geq \underset{n\in N}{\wedge} I_n(x_n),$$

$$(\vee F_s)(g_1(x_1, x_2, x_3, \ldots)) = \left(\underset{s\in S}{\vee} F_s\right)\left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1}), x_j + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1}), \ldots\right) =$$
$$= F_i\left(x_i + p_i^{i+1}(x_{i+1}) + \ldots + p_i^{j-1}(x_{j-1})\right) \vee T_j\left(x_j + \ldots + p_j^{k-1}(x_{k-1})\right) \vee \ldots \leq$$
$$\leq \max\left\{F_i(x_i), F_i\left(p_i^{i+1}(x_{i+1})\right), \ldots, F_i\left(p_i^{j-1}(x_{j-1})\right)\right\} \vee \max\left\{F_j(x_j), \ldots, F_j\left(p_j^{k-1}(x_{k-1})\right)\right\} \vee \ldots \leq$$
$$\leq \max\left\{F_i(x_i), F_{i+1}(x_{i+1}), \ldots, F_{j-1}(x_{j-1})\right\} \vee \max\left\{F_j(x_j), F_{j+1}(x_{j+1}), \ldots, F_{k-1}(x_{k-1})\right\} \wedge \ldots =$$
$$= \underset{m\in S}{\vee} F_m(x_m) \leq \underset{n\in N}{\vee} F_n(x_n).$$

Belə ki, $\overline{g_0}, \overline{g_1} : \left(\prod_{n\in N} M_n, \underset{n\in N}{\wedge} T_n, \underset{n\in N}{\wedge} I_n, \underset{n\in N}{\vee} F_n \right) \to \left(\prod_{s\in S} M_s, \underset{s\in S}{\wedge} T_s, \underset{s\in S}{\wedge} I_s, \underset{s\in S}{\vee} F_s \right)$

neytrosofik modulların morfizmləridir və $\overline{d'} \circ \overline{g_0} = \overline{g_1} \circ \overline{d}$ ödənilir, yəni, $\{\overline{g_0}, \overline{g_1}\}$ neytrosofik kozəncir komplekslərin morfizmləridir. Aydındır ki,

$$\overline{g}_0 \circ \overline{f_0} = \overline{g_1} \circ \overline{f_1} = \overline{1}\left(\prod_{s\in S} M_s, \underset{s\in S}{\wedge} T_s, \underset{s\in S}{\wedge} I_s, \underset{s\in S}{\vee} F_s \right).$$

İndi, modulların

$$D : \prod_{n\in N} M_n \to \prod_{n\in N} M_n$$

homomorfizmini aşağıdakı şəkildə verək:

$$\begin{aligned} D(x_1, x_2, x_3, \ldots) = \Big(& x_1 + p_1^2(x_2) + \ldots + p_1^{i-1}(x_{i-1}), x_2 + p_2^3(x_3) + \ldots + p_2^{i-1}(x_{i-1}), \ldots, x_{i-1}, 0, \\ & x_{i+1} + p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2}) + \ldots + p_{i+1}^{j-1}(x_{j-1}), x_{i+2} + \ldots + p_{i+2}^{j-1}(x_{j-1}), 0, \ldots \Big). \end{aligned}$$

Bu homomorfizma üçün,

$$\begin{aligned} &\left(\underset{n\in N}{\wedge} T_n \right)\left(x_1 + p_1^2(x_2) + \ldots p_1^{i-1}(x_{i-1}), x_2 + p_2^3(x_3) + \ldots + p_2^{i-1}(x_{i-1}), \ldots, x_{i-1}, 0, \ldots \right) = \\ &= T_1\left(x_i + p_1^2(x_2) + \ldots + p_1^{i-1}(x_{i-1}) \right) \wedge T_2\left(x_2 + p_2^3(x_3) + \ldots + p_2^{i-1}(x_{i-1}) \right) \wedge \ldots \\ &\wedge T_{i-1}(x_{i-1}) \wedge T_i(0) \wedge T_{i+1}\left(x_{i+1} + p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2}) + \ldots + p_{i+1}^{j-1}(x_{j-1}) \right) \wedge \ldots \geq \\ &\geq \min\left\{ T_1(x_i), T_1\left(p_1^2(x_2) \right), \ldots, T_1\left(p_1^{i-1}(x_{i-1}) \right) \right\} \wedge \min\left\{ T_2(x_2), T_2\left(p_2^3(x_3) \right), \ldots, T_2\left(p_2^{i-1}(x_{i-1}) \right) \right\} \\ &\wedge T_{i-1}(x_{i-1}) \wedge 1 \wedge \min\left\{ T_{i+1}(x_{i+1}), T_{i+1}\left(p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2}) \right), \ldots, T_{i+1}\left(p_{i+1}^{l-1}(x_{j-1}) \right) \right\} \wedge \ldots \geq \\ &\geq \min\left\{ T_1(x_1), T_2(x_2), \ldots, T_{i-1}(x_{i-1}) \right\} \wedge \min\left\{ T_2(x_2), T_3(x_3), \ldots, T_{i-1}(x_{i-1}) \right\} \\ &\wedge T_{i-1}(x_{i-1}) \wedge T_{i+1}(x_{i+1}) \wedge \ldots = \overset{i-1}{\underset{k=1}{\wedge}} T_k(x_k) \wedge \overset{i-1}{\underset{k=2}{\wedge}} T_k(x_k) \wedge \ldots = \underset{n\in N}{\wedge} T_n(x_n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\underset{n\in N}{\wedge} I_n \right)\left(x_1 + p_1^2(x_2) + \ldots p_1^{i-1}(x_{i-1}), x_2 + p_2^3(x_3) + \ldots + p_2^{i-1}(x_{i-1}), \ldots, x_{i-1}, 0, \ldots \right) = \\ &= I_1\left(x_i + p_1^2(x_2) + \ldots + p_1^{i-1}(x_{i-1}) \right) \wedge I_2\left(x_2 + p_2^3(x_3) + \ldots + p_2^{i-1}(x_{i-1}) \right) \wedge \ldots \\ &\wedge I_{i-1}(x_{i-1}) \wedge I_i(0) \wedge I_{i+1}\left(x_{i+1} + p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2}) + \ldots + p_{i+1}^{j-1}(x_{j-1}) \right) \wedge \ldots \geq \\ &\geq \min\left\{ I_1(x_i), I_1\left(p_1^2(x_2) \right), \ldots, I_1\left(p_1^{i-1}(x_{i-1}) \right) \right\} \wedge \min\left\{ I_2(x_2), I_2\left(p_2^3(x_3) \right), \ldots, I_2\left(p_2^{i-1}(x_{i-1}) \right) \right\} \\ &\wedge I_{i-1}(x_{i-1}) \wedge 1 \wedge \min\left\{ I_{i+1}(x_{i+1}), I_{i+1}\left(p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2}) \right), \ldots, I_{i+1}\left(p_{i+1}^{l-1}(x_{j-1}) \right) \right\} \wedge \ldots \geq \\ &\geq \min\left\{ I_1(x_1), I_2(x_2), \ldots, I_{i-1}(x_{i-1}) \right\} \wedge \min\left\{ I_2(x_2), I_3(x_3), \ldots, I_{i-1}(x_{i-1}) \right\} \\ &\wedge I_{i-1}(x_{i-1}) \wedge I_{i+1}(x_{i+1}) \wedge \ldots = \overset{i-1}{\underset{k=1}{\wedge}} I_k(x_k) \wedge \overset{i-1}{\underset{k=2}{\wedge}} I_k(x_k) \wedge \ldots = \underset{n\in N}{\wedge} I_n(x_n), \end{aligned}$$

$$\left(\underset{n\in N}{\vee} F_n\right)\left(x_1+p_1^2(x_2)+\dots p_1^{i-1}(x_{i-1}), x_2+p_2^3(x_3)+\dots+p_2^{i-1}(x_{i-1}),\dots,x_{i-1},0,\dots\right)=$$

$$=F_1\left(x_i+p_1^2(x_2)+\dots+p_1^{i-1}(x_{i-1})\right)\vee F_2\left(x_2+p_2^3(x_3)+\dots+p_2^{i-1}(x_{i-1})\right)\vee\dots$$

$$\vee F_{i-1}(x_{i-1})\vee F_i(0)\vee F_{i+1}\left(x_{i+1}+p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2})+\dots+p_{i+1}^{j-1}(x_{j-1})\right)\vee\dots\le$$

$$\le\max\left\{F_1(x_i),F_1\left(p_1^2(x_2)\right),\dots,F_1\left(p_1^{i-1}(x_{i-1})\right)\right\}\vee\max\left\{F_2(x_2),F_2\left(p_2^3(x_3)\right),\dots,F_2\left(p_2^{i-1}(x_{i-1})\right)\right\}$$

$$\vee F_{i-1}(x_{i-1})\vee 1\vee\min\left\{F_{i+1}(x_{i+1}),F_{i+1}\left(p_{i+1}^{i+2}(x_{i+2})\right),\dots,F_{i+1}\left(p_{i+1}^{l-1}(x_{j-1})\right)\right\}\vee\dots\le$$

$$\le\max\{F_1(x_1),F_2(x_2),\dots,F_{i-1}(x_{i-1})\}\vee\max\{F_2(x_2),F_3(x_3),\dots,F_{i-1}(x_{i-1})\}$$

$$\vee F_{i-1}(x_{i-1})\vee F_{i+1}(x_{i+1})\vee\dots=\overset{i-1}{\underset{k=1}{\wedge}}F_k(x_k)\vee\overset{i-1}{\underset{k=2}{\vee}}F_k(x_k)\vee\dots=\underset{n\in N}{\vee}F_n(x_n)$$

şərtləri ödəndiyi üçün,

$\overline{D}:\left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)\to\left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)$ neytrosofik modulların homomorfizmidir. Hesablamaların sadəliyindən istifadə edərək göstərilir ki, $\overline{D}$ homomorfizmi, $\overline{f_o}\circ\overline{g_o}$ və $\overline{f_1}\circ\overline{g_1}$ morfizmləri arasında zəncir homotopiyadır. Onda aşağıdakı kozəncir komplekslərin kohomoloji modulları

$$0\to\left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)\xrightarrow{\overline{d}}\left(\prod_{n\in N}M_n,\underset{n\in N}{\wedge}T_n,\underset{n\in N}{\wedge}I_n,\underset{n\in N}{\vee}F_n\right)\to 0$$

$$0\to\left(\prod_{s\in S}M_s,\underset{s\in S}{\wedge}T_s,\underset{s\in S}{\wedge}I_s,\underset{s\in S}{\vee}F_s\right)\xrightarrow{\overline{d}'}\left(\prod_{s\in S}M_s,\underset{s\in S}{\wedge}T_s,\underset{s\in S}{\wedge}I_s,\underset{s\in S}{\vee}F_s\right)\to 0$$

izomorfdur və $\underset{\leftarrow}{\lim}^{(1)}$ birinci kohomoloji modul olduğundan, teorem isbat olunur.

(2.2.1) sistemində $\underline{\lim}(M_n,T_n,I_n,F_n)=\ker\overline{d}$ və $p_n^{n+1}(x_{n+1})=x_n$ hər bir $\{x_n\}\in\underline{\lim}M_n$ üçün ödəndiyindən,

$$T_n(x_n)=T_n\left(p_n^{n+1}(x_{n+1})\right)\ge T_{n+1}(x_{n+1}),$$

$$I_n(x_n)=I_n\left(p_n^{n+1}(x_{n+1})\right)\ge I_{n+1}(x_{n+1}),$$

$$F_n(x_n)=F_n\left(p_n^{n+1}(x_{n+1})\right)\le F_{n+1}(x_{n+1})$$

Yəni, hər bir $\{x_n\}\in\ker\overline{d}$ üçün $\{T_n(x_n)\}$, $\{I_n(x_n)\}$ azalan, $\{F_n(x_n)\}$ isə artan ardıcıllıqdır.

Teorem 2.2.5. Əgər $\forall\{x_n''\}\in\ker\overline{d}$ üçün, $\lim_{n\to\infty}T_n''(x_n'')=0$, $\lim_{n\to\infty}I_n''(x_n'')=0$ və ya

$\lim\limits_{n\to\infty} F_n\left(x_n^{''}\right)=1$ şərti ödənirsə, onda, neytrosofik modulların tərs sisteminin aşağıdakı qısa dəqiq ardıcıllığı,

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 0 & \to & \left(M_2^{'},T_2^{'},I_2^{'},F_2^{'}\right) & \to & \left(M_2,T_2,I_2,F_2\right) & \to & \left(M_2^{''},T_2^{''},I_2^{''},F_2^{''}\right) & \to & 0 \\ & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 0 & \to & \left(M_1^{'},T_1^{'},I_1^{'},F_1^{'}\right) & \to & \left(M_1,T_1,I_1,F_1\right) & \to & \left(M_1^{''},T_1^{''},I_1^{''},F_1^{''}\right) & \to & 0 \end{array}$$

üçün

$$0\to \underline{\lim}\left(M_n^{'},T_n^{'},I_n^{'},F_n^{'}\right)\to \underline{\lim}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\to \underline{\lim}\left(M_n^{''},T_n^{''},I_n^{''},F_n^{''}\right)\to$$
$$0\to \underline{\lim}^{(1)}\left(M_n^{'},T_n^{'},I_n^{'},F_n^{'}\right)\to \underline{\lim}^{(1)}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\to \underline{\lim}^{(1)}\left(M_n^{''},T_n^{''},I_n^{''},F_n^{''}\right)\to 0$$

ardıcıllığı dəqiqdir.

İsbatı. $\{(M_n,T_n,I_n,F_n)\}_{n\in N}$ neytrosofik modulların tərs sisteminin aşağıdakı üçün

$$C=0\xrightarrow{\bar{0}}\left(\prod_{n\in N}M_n,T_A,I_A,F_A\right)\xrightarrow{\bar{d}}\left(\prod_{n\in N}M_n,T_A,I_A,F_A\right)\xrightarrow{\bar{0}}0\xrightarrow{\bar{0}}\dots$$

neytrosofik modulların kozəncir kompleksləri üçün neytrosofik kohomoloji modullarıdır.

$$H^0(C)=\underline{\lim}(M_n,T_n,I_n,F_n),\ H^1(C)=\underline{\lim}^{(1)}(M_n,T_n,I_n,F_n), H^k(C)=0,\ k\geq 2 \quad (2.2.3)$$

Eynilə, $\left\{\left(M_n^{'},T_n^{'},I_n^{'},F_n^{'}\right)\right\}$ və $\left\{\left(M_n^{''},T_n^{''},I_n^{''},F_n^{''}\right)\right\}$ neytrosofik modulların tərs sistemləri üçün aşağıdakı neytrosofik kozəncir komplekslərini qura bilərik:

$$C^{'}=0\xrightarrow{\bar{0}}\left(\prod_{n\in N}M_n^{'},T_A^{'},I_A^{'},F_A^{'}\right)\xrightarrow{\bar{d}^{'}}\left(\prod_{n\in N}M_n^{'},T_A^{'},I_A^{'},F_A^{'}\right)\xrightarrow{\bar{0}}0\xrightarrow{\bar{0}}\dots$$

$$C^{''}=0\xrightarrow{\bar{0}}\left(\prod_{n\in N}M_n^{''},T_A^{''},I_A^{''},F_A^{''}\right)\xrightarrow{\bar{d}^{''}}\left(\prod_{n\in N}M_n^{''},T_A^{''},I_A^{''},F_A^{''}\right)\xrightarrow{\bar{0}}0\xrightarrow{\bar{0}}\dots$$

Aydındır ki, bu komplekslərin neytrosofik kohomoloji modulları (2.2.3)-dəki formadadı. Teoremin bu şərtindən alırıq ki, aşağıdakı ardıcıllıq

$$0\to C'\to C\to C^{''}\to 0$$

neytrosofik modulların kozəncir komplekslərinin qısa dəqiq ardıcıllığıdır. Amma ümumiyyətlə, bu ardıcıllığın neytrosofik kohomoloji modullarının aşağıdakı

$$0 \to H^0\left(C^{'}\right) \to H^0(C) \to H^0\left(C^{''}\right) \xrightarrow{\overline{\partial}} H^1\left(C^{'}\right) \to H^1(C) \to H^1\left(C^{''}\right) \to \dots$$

ardıcıllığı dəqiq deyil, çünki $\overline{\partial}$ adətən neytrosofik modulların homomorfizmləri deyildir. Belə ki, teoremin $\lim_{n\to\infty} T_n^{''}\left(x_n^{''}\right) = 0,\ \lim_{n\to\infty} I_n^{''}\left(x_n^{''}\right) = 0,\ \left(\lim_{n\to\infty} F_n^{''}\left(x_n^{''}\right) = 1\right)$ şərtindən alırıq ki, $\overline{\partial} = 0.$ Buna görə də

$$0 \to H^0\left(C^{'}\right) \to H^0(C) \to H^0\left(C^{''}\right) \xrightarrow{\overline{\partial}} H^1\left(C^{'}\right) \to H^1(C) \to H^1\left(C^{''}\right) \to \dots$$

ardıcıllığı dəqiqdir. (2.2.3)-dən istifadə edərək biz neytrosofik modulların aşağıdakı dəqiq ardıcıllığı qurmuş oluruq:

$$0 \to \underline{\lim}\left(M_n^{'}, T_n^{'}, I_n^{'}, F_n^{'}\right) \to \underline{\lim}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) \to \underline{\lim}\left(M_n^{''}, T_n^{''}, I_n^{''}, F_n^{''}\right) \to$$
$$0 \to \underline{\lim}^{(1)}\left(M_n^{'}, T_n^{'}, I_n^{'}, F_n^{'}\right) \to \underline{\lim}^{(1)}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) \to \underline{\lim}^{(1)}\left(M_n^{''}, T_n^{''}, I_n^{''}, F_n^{''}\right) \to 0$$

Lemma 2.2.4. Neytrosofik modulların aşağıdakı tərs sistemi verilmişdir,

$$\left(M_1, T_1, I_1, F_1\right) \xleftarrow{\overline{\varphi_1}} \left(M_2, T_2, I_2, F_2\right) \xleftarrow{\overline{\varphi_2}} \dots \qquad (2.2.4)$$

əgər bütün $\overline{\varphi_n}$ homomorfizləri neytrosofik epiomorfizmlər isə onda $\lim^{(1)}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) = 0.$

İsbatı. $\overline{d} : \prod_{n=1}^{\infty}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) \to \prod_{n=1}^{\infty}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right)$ neytrosofik epiomorfizm olduğundan isbat aydındır.

Tərif 2.2.8. $R-$fzmod (2.2.4) tərs sistemi verilmişdir, əgər hər bir tam n üçün , $m \geq n$

$$\operatorname{Im}\left[\left(M_i, T_i, I_i, F_i\right) \to \left(M_n, T_n, I_n, F_n\right)\right] = \operatorname{Im}\left[\left(M_m, T_m, I_m, F_m\right) \to \left(M_n, T_n, I_n, F_n\right)\right],$$
$$\left(\forall i \geq m\right)$$

mövcuddursa, onda deyilir ki, (2.2.4) tərs sistemi Mittag-Lefler şərtini ödəyir.

Teorem 2.2.6. Əgər (2.2.4) tərs sistemi Mittag-Lefler şərtini ödəyirsə, onda

$$\lim^{(1)}\left(M_n, T_n, I_n, F_n\right) = 0.$$

İsbatı. Bütün i-lər üçün, $M_n^{'} = \operatorname{Im}\varphi_n^i$ kimi işarə edək. Onda teoremin şərtindən alınır ki, $\varphi_n\big|M_{n+1}^{'}$ homomorfizmi $M_{n+1}^{'}$ modulunu $M_n^{'}$-ə daşıyır. Onda $\varphi_n\big|M_{n+1}^{'}$ epimorfizmdir. Beləliklə, bütün i-lər üçün

$$\overline{\varphi_n}:\left(M'_{n+1},T_n\middle|M'_{n+1},I_n\middle|M'_{n+1},F_n\middle|M'_{n+1}\right)\to\left(M'_n,T_n\middle|M'_n,I_n\middle|M'_n,F_n\middle|M'_n\right)$$

homomorfizmləri epiomorfizmlərdir. Sonra biz Lemma 2.2.4-dən istifaə edərək alırıq ki, $\lim^{(1)}\left(M'_n,T'_n,I'_n,F'_n\right)=0.$ Burada $T'_n=T_n\middle|M'_n, I'_n=I_n\middle|M'_n, F'_n=F_n\middle|M'_n.$ Faktor modulların tərs sistemlərinə baxaq:

$$\left(M_1\middle|M'_1,\tilde{T}_1,\tilde{I}_1,\tilde{F}_1\right)\leftarrow\left(M_2\middle|M'_2,\tilde{T}_2,\tilde{I}_2,\tilde{F}_2\right)\leftarrow\ldots \qquad (2.2.5)$$

Bütün n-lər üçün elə $m>n$ mövcuddur ki, $M_m\middle|M'_m\to M_n\middle|M'_n$ homomorfizmi sıfır homomorfizmdir. Onda $\underline{\lim}^{(1)}\left(M'_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)=0.$ Nəticədə (2.2.5)-dəki tərs sistemin limiti sıfıra bərabərdir. Həmçinin $\underline{\lim}^{(1)}\left(M'_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)=0.$ İndi, NM kateqoriyasında tərs sistemin aşağıdakı qısa dəqiq ardıcılığını quraq:

$$0\to\left\{\left(M'_n,T'_n,I'_n,F'_n\right)\right\}\to\left\{\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\right\}\to\left\{\left(M_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)\right\}\to 0. \qquad (2.2.6)$$

Aldığımız $\underline{\lim}\left(M_n\middle|M'_n\right)=0$ -ı (2.2.6) ardıcıllığı üçün teorem 2.2.5-ə tətbiq edə bilərik, onda biz aşağıdakı dəqiq ardıcıllığı alarıq

$$\begin{aligned}&0\to\underline{\lim}\left(M'_n,T'_n,I'_n,F'_n\right)\to\underline{\lim}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\to\underline{\lim}\left(M_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)\to\\&\to\underline{\lim}^{(1)}\left(M'_n,T'_n,I'_n,F'_n\right)\to\underline{\lim}^{(1)}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\to\underline{\lim}^{(1)}\left(M_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)\to 0\,.\end{aligned} \qquad (2.2.7)$$

$\underline{\lim}^{(1)}\left(M'_n,T'_n,I'_n,F'_n\right)=0, \underline{\lim}\left(M_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)=0$ və $\underline{\lim}^{(1)}\left(M_n\middle|M'_n,\tilde{T}_n,\tilde{I}_n,\tilde{F}_n\right)=0$ olduğundan onda (2.2.7) ardıcıllığı

$$0\to\underline{\lim}\left(M'_n,T'_n,I'_n,F'_n\right)\to\underline{\lim}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\to 0\to 0\to\underline{\lim}^{(1)}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)\to 0$$

kimi olur. Bu isbat edir ki, $\underline{\lim}^{(1)}\left(M_n,T_n,I_n,F_n\right)=0.$

2.3. Neytrosofik soft modulların tərs sistemi

Tərif 2.3.1. Hər bir $D:\Lambda^{op}\to NSM$ funktoru, harada ki, Λ istiqamətləndirilmiş çoxluqdur, neytrosofik soft modulların tərs sistemi adlanır.

İndi aşağıdakı neytrosofik soft modulların tərs sistemini nəzərdən keçirək:

$$\left(\left\{\left(\widetilde{F}_\alpha, A_\alpha\right)\right\}_{\alpha\in\Lambda}, \left\{\left(p_\alpha^{\alpha'}, q_\alpha^{\alpha'}\right): \left(\widetilde{F}_{\alpha'}, A_{\alpha'}\right) \to \left(\widetilde{F}_\alpha, A_\alpha\right)\right\}_{\alpha\prec\alpha'}\right) \tag{2.3.1}$$

Aydındır ki, (2.3.1)-dəki parametrlər ailəsi aşağıdakı çoxluqların tərs sistemindən ibarətdir:

$$\left(\left\{A_\alpha\right\}_{\alpha\in\Lambda}, \left\{q_\alpha^{\alpha'} : A_{\alpha}' \to A_\alpha\right\}_{\alpha\prec\alpha'}\right) \tag{2.3.2}$$

Eynilə, $\{M_\alpha\}_{\alpha\in\Lambda}$ (2.3.1)-də modulların aşağıdakı tərs sistemindən ibarətdir:

$$\left(\left\{M_\alpha\right\}_{\alpha\in\Lambda}, \left\{p_\alpha^{\alpha'} : M_{\alpha}' \to M_\alpha\right\}_{\alpha\prec\alpha'}\right) \tag{2.3.3}$$

Tutaq ki, $A = \varprojlim_{\alpha} A_\alpha$ (2.3.2)-in tərs limiti və $M = \varprojlim_{\alpha} M_\alpha$ (2.3.3)-ün tərs limiti olsun.

$p_\alpha^{\alpha'}\left(a_{\alpha'}\right) = a_\alpha$ olduğundan bütün $a = \{a_\alpha\} \in A$ üçün

$$\left(\left\{\left(M_\alpha, \left(\widetilde{F}_\alpha\right)_{a_\alpha}\right)\right\}_{\alpha\in\Lambda}, \left\{p_\alpha^{\alpha'} : \left(M_{\alpha'}, \left(\widetilde{F}_{\alpha'}\right)_{a_{\alpha'}}\right) \to \left(M_\alpha, \left(\widetilde{F}_\alpha\right)_{a_\alpha}\right)\right\}_{\alpha\prec\alpha'}\right) \tag{2.3.4}$$

neytrosofik modulların tərs sistemidir.

(2.3.4)-ün tərs limitini $\left(M, \widetilde{\Phi}_\alpha\right)$ kimi göstərək. Biz $\widetilde{\Phi} : A \to PN(M)$-ı $\Phi(\alpha) = \widetilde{\Phi}_\alpha$ kimi təyin edirik. Onda $\left(\widetilde{\Phi}, A\right)$, M üzərində neytrosofik soft moduldur. Əgər $\pi_\alpha : \lim M_\alpha \to M_\alpha$ və $q_\alpha : \varprojlim A_\alpha \to A_\alpha$ proyeksiya inikaslarıdırsa onda $\left(\pi_\alpha, q_\alpha\right): \left(\widetilde{\Phi}, A\right) \to \left(\widetilde{F}_\alpha, A_\alpha\right)$ neytrosofik soft modulların homomorfizmidir və $\alpha \prec \alpha'$ üçün aşağıdakı diaqram kommutativdir :

$$\begin{tikzcd}
\left(\widetilde{\Phi}, A\right) \arrow[rr, "(\pi_\alpha, q_\alpha)"] \arrow[dr, "\left(\pi_{\alpha'}, q_{\alpha'}\right)"'] & & \left(\widetilde{F}_\alpha, A_\alpha\right) \\
& \left(\widetilde{F}_{\alpha}', A_{\alpha}'\right) \arrow[ur, "\left(p_\alpha^{\alpha'}, q_\alpha^{\alpha'}\right)"'] &
\end{tikzcd}$$

Teorem 2.3.1. Neytrosofik soft modulların bütün təsr sistemləri limitə malikdir. Bu limit yeganədir və bu limit $\left(\widetilde{\Phi}, A\right)$ neytrosofik soft moduluna bərabərdir.

İsbatı: Biz (2.3.1) tərs sistemini götürək. Tutaq ki, $\left(\widetilde{G}, B\right)$, N üzərində neytrosofik soft modul, $\left\{\left(h_\alpha, \varphi_\alpha\right): \left(\widetilde{G}, B\right) \to \left(\widetilde{F}_\alpha, A_\alpha\right)\right\}_{\alpha\in\Lambda}$ neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmlərinin ailəsi olsun və $\alpha \prec \alpha'$ üçün,

$\left(p_{\alpha}^{\alpha'}, q_{\alpha}^{\alpha'}\right)\left(h_{\alpha'}, \varphi_{\alpha'}\right)=\left(h_{\alpha}, \varphi_{\alpha}\right)$ şərti ödənsin. İndi elə $(\psi, \gamma):\left(\tilde{G}, B\right) \rightarrow \left(\tilde{F}, A\right)$ neytrosofik soft homomorfizmlərini müəyyən etməliyik ki

$$\begin{tikzcd}
\left(\tilde{G}, B\right) \arrow[rr, "(h_{\alpha}, \varphi_{\alpha})"] \arrow[dr, "(\psi, \gamma)"'] & & \left(\tilde{F}_{\alpha}, A_{\alpha}\right) \\
& \left(\tilde{\Phi}, A\right) \arrow[ur, "(\pi_{\alpha}, q_{\alpha})"'] &
\end{tikzcd}$$

diaqramı komutativ olsun. $\gamma : B \rightarrow A = \varprojlim_{\alpha} A_{\alpha}$ və $\psi : N \rightarrow M = \varprojlim_{\alpha} M_{\alpha}$ inikaslarını $\gamma(b) = \{\varphi_{\alpha}(b)\}$, $\psi(x) = \{h_{\alpha}(x)\}$ şəklində təyin edək. Onda $(\psi, \gamma):\left(\tilde{G}, B\right) \rightarrow \left(\tilde{\Phi}, A\right)$ neytrosofik soft modulların neytrosofik soft homomorfizmləridir və yuxarıdakı diaqram kommutativdir.

Bununla da isbat tamamlanır.

İndi neytrosofik soft modulların morfizmasını verək. Tutaq ki,

$$\left(\tilde{G}, B\right)=\left(\left\{\left(G_{\beta}, B_{\beta}\right)\right\}_{\beta \in \Lambda'}, \left\{\left(r_{\beta}^{\beta'}, \chi_{\beta}^{\beta'}\right):\left(\tilde{G}_{\beta'}, B_{\beta'}\right) \rightarrow \left(\tilde{G}_{\beta}, B_{\beta}\right)\right\}_{\beta \prec \beta'}\right) \tag{2.3.5}$$

sistemi $\left\{N_{\beta}\right\}_{\beta \in \Lambda'}$ üzərində neytrosofik soft modulların bir başqa tərs sistemi, $\varphi : \Lambda' \rightarrow \Lambda$ istiqamətlənmiş çoxluqların izoton inikası və $\forall \beta \in B$ üçün neytrosofik soft modulların aşağıdakı neytrosofik soft homomorfizmi verilsin.

$$\left(f_{\beta}, g_{\beta}\right):\left(\tilde{F}_{\varphi(\beta)}, A_{\varphi(\beta)}\right) \rightarrow \left(\tilde{G}_{\beta}, B_{\beta}\right)$$

Tərif 2.3.2. Əgər bütün $\beta \prec \beta'$ üçün

$$\left(r_{\beta}^{\beta'}, \chi_{\beta}^{\beta'}\right) \circ \left(f_{\beta}', g_{\beta}'\right) = \left(f_{\beta}, g_{\beta}\right) \circ \left(p_{\varphi(\beta)}^{\varphi(\beta')}, q_{\varphi(\beta)}^{\varphi(\beta')}\right)$$

şərti ödənilirsə, onda bu $\left(\varphi, \left\{\left(f_{\beta}, g_{\beta}\right)\right\}_{\beta \in \Lambda'}\right)$ neytrosofik soft modullar ailəsi tərs sistemlərin morfizması adlanır.

Aydındır ki, neytrosofik soft modullarının tərs sistemləri və onların morfizmləri bir kateqoriya təşkil edir. Bu kateqoriya $Inv(NSM)$ kimi işarə edilir.

Tutaq ki, $\left(\varphi, \left\{\left(f_{\beta}, g_{\beta}\right)\right\}_{\beta \in \Lambda'}\right):\left(\underline{\tilde{F}}, \underline{A}\right) \rightarrow \left(\underline{\tilde{G}}, \underline{B}\right)$ neytrosofik soft modulların tərs sisteminin morfizmasıdır. Burada $\underline{B} = \left(\left\{B_{\beta}\right\}_{\beta \in \Lambda'}, \left\{\chi_{\beta}^{\beta'}\right\}_{\beta \prec \beta'}\right)$ çoxluqların tərs sistemidir və $\left(\varphi,\left\{\left(g_\beta\right)\right\}_{\beta\in\Lambda'}\right):\underline{A}\to\underline{B}$ çoxluqların tərs sisteminin morfizmasıdır. Onda $g=\lim\limits_{\leftarrow}\left(\varphi,\left\{g_\beta\right\}_{\beta\in\Lambda'}\right):\lim\limits_{\overline{\alpha}}A_\alpha=A\to\lim\limits_{\overline{\beta}}B_\beta=B$ inikası bu tərs sistemlərin limit çoxluqlarının inikasıdır. Eynilə,

$$\left(\varphi,\left\{\left(f_\beta\right)\right\}_{\beta\in\Lambda'}\right):\left\{M_\alpha\right\}_{\alpha\in\Lambda}\to\left\{N_\beta\right\}_{\beta\in\Lambda'}$$

modulların tərs sistemlərinin morfizmasıdır. Bu tərs sistemlərinin morfizmasının limiti $\lim\limits_{\leftarrow}\left(\varphi\left\{f_\beta\right\}_{\beta\in\Lambda'}\right)=f$ olsun.

Təklif 2.3.1.

$$(f,g):\lim_{\overline{\alpha}}\left(\tilde{F}_\alpha,A_\alpha\right)\to\lim_{\overline{\beta}}\left(\tilde{G}_\beta,B_\beta\right)$$

neytrosofik soft modulların tərs sistemlərinin limitlərinin morfizmidir.

İsbatı. Neytrosofik soft modulların hasil əməliyyatı funktor olduğundan aşağıdakı diaqram komutativdir:

$$\begin{array}{ccc}\prod\limits_\beta A_{\varphi(\beta)} & \xrightarrow{\prod\tilde{F}_\beta} & \prod\limits_\beta M_{\varphi(\beta)}\\ \prod g_\beta\downarrow & & \downarrow\prod f_\beta\\ \prod\limits_\beta B_\beta & \xrightarrow{\prod\tilde{G}_\beta} & \prod\limits_\beta N_\beta\end{array}$$

bütün $\left\{\alpha_{\varphi(\beta)}\right\}\in\prod\limits_\beta A_{\varphi(\beta)}$ üçün

$$\left(\varphi,\left\{f_\beta\right\}_{\beta\in\Lambda'}\right):\left\{\left(M_{\varphi(\beta)},\tilde{F}_{a_{\varphi(\beta)}}\right)\right\}\to\left\{\left(N_\beta,\tilde{G}_{g\beta\left(a_{\varphi(\beta)}\right)}\right)\right\}_{\beta\in\Lambda'}$$

neytrosofik modulların tərs sistemlərinin morfizmidir. Onda

$$\lim_{\leftarrow}\left(\varphi,\left\{f_\beta\right\}_{\beta\in\Lambda'}\right):\lim_{\leftarrow}\left\{\left(M_{\varphi(\beta)},\tilde{F}_{a_{\varphi(\beta)}}\right)\right\}\to\lim_{\leftarrow}\left\{\left(N_\beta,\tilde{G}_{g\beta\left(a_{\varphi(\beta)}\right)}\right)\right\}_{\beta\in\Lambda'}$$

neytrosofik modulların neytrosofik soft homomorfizmidir və aşağıdakı diaqram kommutativdir:

$$\begin{array}{ccc}A & \xrightarrow{\tilde{F}} & \lim\limits_{\overline{\beta}}M_{\varphi(\beta)}\\ g\downarrow & & \downarrow f\\ B & \xrightarrow[\tilde{G}]{} & \lim\limits_{\overline{\beta}}N_\beta\end{array}$$

Teorem 2.3.2. $\left\{\left(\tilde{F}_\alpha,A_\alpha\right)\right\}_{\alpha\in\Lambda}\mapsto\lim\limits_{\overline{\alpha}}\left(\tilde{F}_\alpha,A_\alpha\right)$ qarşı gəlməsi $Inv(NSM)$

kateqoriyasından NSM kateqoriyasına gedən kovariant funktordur.

Teorem 2.3.3. Əgər $\left\{\left(\tilde{F}, A\right)\right\}_{j\in J}$ neytrosofik soft modulların tərs sistemlərinin ailəsidirsə onda $\underleftarrow{\lim}\prod_{j}\left(\tilde{F}, A\right)_j = \prod_{j}\underleftarrow{\lim}\left(\tilde{F}, A\right)_j$.

İsbat. Teoremin isbatı asanlıqla alınır.

III FƏSİL

SOFT ÇOXLUQLARDA ŞOSTAK TOPOLOGİYALARI

3.1. Soft çoxluqlarda qeyri-səlis topologiya

Tərif 3.1.1. [14] Tutaq ki, (F,E), X -üzərində soft çoxluqdur. Əgər $e \in E$ üçün $F(e)=\{x\}$ və bütün $e' \in E-\{e\}$ üçün $f(e')=\varnothing$ isə onda, (F,E) soft çoxluğu soft nöqtə adlanır, (x_e,E) kimi işarə edilir.

Tərif 3.1.2. [97] Tutaq ki, τ, X üzərindəki soft çoxluqlar ailəsidir. Əgər aşağıdakı şərtlər ödənsə τ X üzərində soft topologiya adlanır:

1) Φ və $\tilde{X}$, τ-a daxildir;

2) τ-da soft çoxluqların birləşməsi τ-a daxildir;

3) τ-da ixtiyari iki soft çoxluğun kəsişməsi τ-a daxildir.

(X,τ,E) üçlüyü X üzərində soft topoloji fəza adlanır.

E parametrlər çoxluğu, X universal çoxluq olsun. $SS(X,E)$ ilə X üzərində bütün soft çoxluqlar ailəsini göstərək.

Tərif 3.1.3. Əgər $\tau : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

d) $\tau(\Phi)=\tau(\tilde{X})=1$,

e) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün $\tau((F,E)\tilde{\cap}(G,E)) \geq \tau(F,E) \wedge \tau(G,E)$,

f) $\forall \{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\tau\left(\bigcup_{i\in\Delta}(F_i,E)\right) \geq \bigwedge_{i\in\Delta} \tau(F_i,E)$

τ inikasına X üzərində soft çoxluqların açıqlıq dərəcəsi deyilir, (X,E,τ) üçlüyünə isə soft çoxluqların qeyri-səlis topoloji fəzası deyilir.

(X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəzası, FTS ilə işarə edilir.

Tərif 3.1.4. Əgər $v : SS(X,E) \to [0,1]$ inikası üçün

h) $v(\Phi)=v(\tilde{X})=1$,

i) $\forall (F,E),(G,E) \in SS(X,E)$ üçün $v((F,E)\tilde{\cup}(G,E)) \geq v(F,E) \wedge v(G,E)$,

j) $\forall \{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $v\left(\bigcap_{i\in\Delta}(F_i,E)\right) \geq \bigwedge_{i\in\Delta} v(F_i,E)$, şərtləri ödənirsə, ν inikasına X üzərində qapalılıq dərəcəsi, (X,E,ν) üçlüyünə isə soft çoxluqların qeyri-səlis cotopoloji fəzası deyilir, qısa olaraq $FCTS$ ilə işarə edək.

Teorem 3.1.1. a) Əgər τ, X üzərində açıqlıq dərəcəsi isə onda ν, X üzərində elə qapalılıq dərəcəsidir ki, $\nu(F,E)=\tau\left((F,E)^C\right)$.

b) Əgər ν, X üzərində qapalılıq dərəcəsi isə onda τ, X üzərində elə açıqlıq dərəcəsidir ki, $\tau(F,E)=\nu\left((F,E)^C\right)$.

İsbatı: $\nu\left(\tilde{\Phi}\right)=\tau\left(\tilde{\Phi}^C\right)=\tau\left(\tilde{X}\right)=1, \nu\left(\tilde{X}\right)=\nu\left(\tilde{X}^C\right)=\nu\left(\tilde{\Phi}\right)=1$

$$\nu\left((F,E)\tilde{\cup}(G,E)\right)=\tau\left(\left((F,E)\tilde{\cup}(G,E)\right)^C\right)=$$
$$=\tau\left((F,E)^C\tilde{\cap}(G,E)^C\right)\geq\tau\left((F,E)^C\right)\wedge\tau\left((G,E)^C\right)=\nu(F,E)\wedge\nu(G,E).$$

və $\nu\left(\tilde{\cap}_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)=\tau\left(\tilde{\cup}_{i\in\Delta}(F_i,E)^C\right)\geq\wedge_{i\in\Delta}\tau(F_i,E)^C=\wedge_{i\in\Delta}\nu(F_i,E).$

Bununla a) isbat olundu, b) eyni şəkildə isbat olunur.

Teorem 3.1.2. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəza olsun. Onda $\forall r\in(0,1]$ üçün $\tau_r=\{(F,E)\in SS(X,E)|\tau(F,E)\geq r\}$, X üzərində soft çoxluqların soft topologiyalarının azalan ailəsidir.

İsbatı: $\tau(\Phi)=\tau\left(\tilde{X}\right)=1\geq r$ olduğundan, $\Phi,\tilde{X}\in\tau_r$-dir. Əgər $(F,E),(G,E)\in\tau_r$ isə $\tau\left((F,E)\tilde{\cap}(G,E)\right)\geq\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)\geq r$ olduğundan $(F,E)\tilde{\cap}(G,E)\in\tau_r$-dir. Eyni şəkildə $(F_i,E)\in\tau_r, i\in\Delta$ isə $\tau\left(\cup_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)\geq\wedge_{i\in\Delta}\tau(F_i,E)\geq r$ olduğundan $\cup_{i\in\Delta}(F_i,E)\in\tau_r$-dir. Beləliklə, $\forall r\in(0,1]$ üçün τ_r soft topologiyadır. Aydındır ki, $\{\tau_r\}_{r\in(0,1]}$, X üzərində soft çoxluqların soft topologiyalarının azalan ailəsidir.

Teorem 3.1.3. $\{\sigma_r\}_{r\in(0,1]}$ ailəsi X üzərində soft topologiyaların azalan ailəsi olsun, o zaman $\tau(F,E)=\vee\{r|(F,E)\in\sigma_r\}$, açıqlıq dərəcəsidir və $\tau_r=\sigma_r$, ödənir.

İsbatı: Hər bir $r\in(0,1]$ üçün $\Phi,\tilde{X}\in\sigma_r$ olduğundan $\tau(\Phi)=\tau\left(\tilde{X}\right)=1$ ödənir. $(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)=r_1, \tau(G,E)=r_2$ və $r=\min\{r_1,r_2\}$ olsun. Əgər $r=0$ isə $\tau\left((F,E)\tilde{\cap}(G,E)\right)\geq 0=\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)$-dir. İndi $r>0$ olsun. $\varepsilon>0$ ədədini elə seçək ki, $0<r-\varepsilon<r$ olsun. Buradan $t_1,t_2\in(0,1)$ ədədlərini $r_1-\varepsilon<t_1$, $r_2-\varepsilon<t_2$ və $(F,E)\in\sigma_{t_1},(G,E)\in\sigma_{t_2}$ şəklində seçək. Əgər $t=\min\{t_1,t_2\}$ isə $(F,E),(G,E)\in\sigma_t$

olacaq, çünki $\{\sigma_r\}$ azalandır. σ_t soft topologiya olduğundan $(F,E)\tilde{\cap}(G,E)\in\sigma_t$-dir. $\Rightarrow \tau((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq t\geq r-\varepsilon$-dir. $\varepsilon>0$ ixtiyari olduğundan $\tau((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq r=\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)$.

$\{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ soft çoxluqlar ailəsinə baxaq. $p_i=\tau(F_i,E)$, $i\in\Delta$ və $p=\underset{i\in\Delta}{\wedge}p_i$ olsun. Əgər $p=0$ isə $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)\geq 0=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(F_i,E)$. Əgər $p>0$ isə $p-\varepsilon>0$ ödənəcək şəkildə $\varepsilon>0$ ədədini seçək. Hər $i\in\Delta$ üçün $\tau(F_i,E)\geq p>p-\varepsilon$. Bu halda elə σ_r tapa bilərik ki, $(F_i,E)\in\sigma_r$ və $r\geq p-\varepsilon$-dır. σ_r soft topologiya olduğu üçün $\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\in\sigma_r$. Buradan $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\tilde{\cup}}(F_i,E)\right)\geq r>p-\varepsilon$ ödənir. ε ixtiyari olduğundan $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)\geq p=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(F_i,E)$.

Teorem isbat edildi.

Tərif 3.1.5. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəza olsun.

c) Əgər aşağıdakı şərtləri ödəyərsə,

$\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)=\bigvee\limits_{\underset{i\in\Delta}{\cup}(G_i,E)=(F,E)}\bigwedge\limits_{i\in\Delta}\beta(G_i,E)$,

onda $\beta:SS(X,E)\to[0,1]$, τ-nun bazası adlanır.

d) $\varphi:SS(X,E)\to[0,1]$, τ-un altbazası adlanır, əgər $\tilde{\varphi}:SS(X,E)\to[0,1]$ τ-nun bazasıdırsa, burada $\tilde{\varphi}(F,E)=\bigvee\limits_{\underset{j\in J}{\cap}(G_j,E)=(F,E)}\bigwedge\limits_{j\in J}\varphi(G_i,E)$ və J sonlu çoxluqdur.

Teorem 3.1.4. Əgər $\beta:SS(X,E)\to[0,1]$ inikası üçün

c) $\beta(\Phi)=\beta(\tilde{X})=1$;

d) $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün

$\beta((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq\beta(F,E)\wedge\beta(G,E)$,

şərtləri ödənirsə onda $\tau_\beta(F,E)=\bigvee\limits_{\underset{j\in J}{\tilde{\cup}}(G_j,E)=(F,E)}\bigwedge\limits_{j\in J}\beta(G_i,E)$, açıqlıq dərəcəsidir və β, τ_β-nın bazasıdır.

İsbatı: Teoremin a) şərtindən $\tau_\beta(\Phi)=\tau_\beta(\tilde{X})=1$ əldə edilir. $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün

$$\tau_\beta(F,E)\wedge\tau_\beta(G,E)=\left(\bigvee_{\underset{\alpha\in A}{\cup}(F_\alpha,E)=(F,E)}\ \bigwedge_{\alpha\in A}\beta(F_\alpha,E)\right)\wedge\left(\bigvee_{\underset{\beta\in B}{\cup}(G_\beta,E)=(G,E)}\ \bigwedge_{\beta\in B}\beta(G_\beta,E)\right)=$$

$$=\bigvee_{\underset{\alpha\in A}{\cup}(F_\alpha,E)=(F,E)}\ \bigvee_{\underset{\beta\in B}{\cup}(G_\beta,E)=(G,E)}\left(\left(\bigwedge_{\alpha\in A}\beta(F_\alpha,E)\right)\wedge\left(\bigwedge_{\beta\in B}\beta(G_\beta,E)\right)\right)\le$$

$$\le\bigvee_{\underset{\alpha\in A,\beta\in B}{\cup}(F_\alpha,E)\tilde{\cap}(G_\beta,E)=(F,E)\tilde{\cap}(G,E)}\left(\bigwedge_{\alpha\in A,\beta\in B}\beta((F_\alpha,E)\cap(G_\beta,E))\right)\le$$

$$\le\bigvee_{\underset{\gamma\in C}{\cup}(H_\gamma,E)=(F,E)\tilde{\cap}(G,E)}\ \bigwedge_{\gamma\in C}\beta(H_\gamma,E)=\tau_\beta((F,E)\cap(G,E)).$$

İndi $\{(F_\lambda,E):\lambda\in K\}$ soft çoxluqlar ailəsi üçün

$\beta_\lambda=\left\{\{(G_{\delta_\lambda},E):\delta_\lambda\in K_\lambda\}:\underset{\delta_\lambda\in K_\lambda}{\cup}(G_{\delta_\lambda},E)=(F_\lambda,E)\right\}$ ailəsinə baxaq. Burada

$(F,E)=\underset{\lambda\in K}{\cup}(F_\lambda,E)=\underset{\lambda\in K}{\cup}\ \underset{\delta_\lambda\in K_\lambda}{\cup}(G_{\delta_\lambda},E)$ yaza bilərik. $\forall\rho\in\prod_{\lambda\in K}\beta_\lambda$ üçün

$\underset{\lambda\in K}{\cup}\ \underset{(G_{\delta_\lambda},E)\in\rho(\lambda)}{\cup}(G_{\delta_\lambda},E)=\underset{\lambda\in K}{\cup}(F_\lambda,E)$ olduğundan

$$\tau_\beta(F,E)=\bigvee_{\underset{\delta\in K}{\cup}(G_\delta,E)=(F,E)}\ \bigwedge_{\delta\in K}\beta(G_\delta,E)\ge$$

$$\ge\bigvee_{\rho\in\prod_{\lambda\in K}\beta_\lambda}\ \bigwedge_{\lambda\in K}\ \bigwedge_{(G_{\delta_\lambda},E)\in\rho(\lambda)}\beta(G_{\delta_\lambda},E)=\bigwedge_{\lambda\in K}\ \bigvee_{(G_{\delta_\lambda},E):\delta_\lambda\in K_\lambda}\ \bigwedge_{\delta_\lambda\in K_\lambda}\beta(G_{\delta_\lambda},E)=\bigwedge_{\lambda\in K}\tau_\beta(F_\lambda,E).$$

Beləliklə, τ_β açıqlıq dərəcəsidir və aydındır ki, β, τ_β-nın bazasıdır.

Teorem 3.1.5. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəza, $Y\subset X$ olsun. $\tau_\gamma:SS(Y,E)\to[0,1]$ inikasını

$$\tau_\gamma(F,E)=\vee\{\tau(G,E):(F,E)=(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y},(G,E)\in SS(X,E)\}$$

düsturu ilə təyin edək. Bu halda τ_Y, Y üzərində açıqlıq dərəcəsidir və $\tau_Y((G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y})\ge\tau(G,E)$-dir.

İsbatı: $(G,E)\cap\tilde{Y}=(F,E)$ şərtini ödəyən $\forall(G,E)$ üçün $\tau_Y(\Phi)=\tau_Y(\tilde{Y})=1$ olduğu aydındır.

$$\tau_Y\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)=\vee\left\{\tau(G,E):(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\tau\left((G_1,E)\tilde{\cap}(G_2,E)\right):(G_1,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E),(G_2,E)\cap\tilde{Y}=(F_2,E)\right\}\geq$$
$$\geq\left(\vee\left\{\tau(G_1,E):(G_1,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E)\right\}\right)\wedge\left(\vee\left\{\tau(G_2,E):(G_2,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_2,E)\right\}\right)=$$
$$=\tau_Y(F_1,E)+\tau_Y(F_2,E),$$
$$\tau_Y\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)=\vee\left\{\tau(G,E):(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\tau\left(\underset{i\notin\Delta}{\cup}(G_i,E)\right):(G_i,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}\geq\vee\left\{\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(G_i,E):(G_i,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}=$$
$$=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\left(\vee\left\{\tau(G_i,E):(G_i,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}\right)=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau_Y(F_i,E).$$

Teorem isbat olundu.

Tərif 3.1.6. Əgər $(f,\varphi)(x_e)=f(x)_{\varphi(e)}\in\left(G,E^{'}\right)\in SS\left(Y,E^{'}\right)$ ixtiyari soft çoxluğu üçün $x_e\in(F,E)\in SS(X,E),\tau(F,E)\geq\sigma\left(G,E^{'}\right)$ və $(f,\varphi)(F,E)\subset\left(G,E^{'}\right)$ şərtlərini ödəyən $(F,E)\subset SS(X,E)$ çoxluğu varsa, onda $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to\left(Y,E^{'},\sigma\right)$ qeyri-səlis topoloji fəzalarının inikasları $x_e=SS(X,E)$ soft nöqtəsində kəsilməzdir deyilir. Hər soft nöqtədə kəsilməz olan (f,φ) inikasına kəsilməzdir deyilir.

Teorem 3.1.6. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to\left(Y,E^{'},\sigma\right)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall\left(G,E^{'}\right)\in SS\left(Y,E^{'}\right)$ üçün $\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)\right)\geq\sigma\left(G,E^{'}\right)$ ödənir.

İsbatı: $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to\left(Y,E^{'},\sigma\right)$ kəsilməz və $\left(G,E^{'}\right)\in SS\left(Y,E^{'}\right)$ ixtiyari soft çoxluq olsun. $(f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)$ soft çoxluğuna aid $\forall x_e$ nöqtəsini götürək. (f,φ) kəsilməz olduğundan $x_e\in(F,E)_{x_e}\in SS(X,E),\tau(F,E)_{x_e}\geq\sigma\left(G,E^{'}\right)$ və $(f,\varphi)(F,E)_{x_e}\subset\left(G,E^{'}\right)$ şərtlərini ödəyən $(F,E)_{x_e}$ mövcuddur. Onda $(f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)=\underset{x_e\in(f,\varphi)^{-1}(G,E)}{\cup}x_e\subset\underset{x_e\in(f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)}{\cup}(F,E)_{x_e}\subset(f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right).$ Buradan

$$\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)\right)=\tau\left(\underset{x_e}{\cup}(F,E)_{x_e}\right)\geq\wedge\tau(F,E)_{x_e}\geq\sigma\left(G,E^{'}\right).$$

Əksinə $x_e\in SS(X,E)$ ixtiyari soft nöqtə və $(f,\varphi)(x_e)\in\left(G,E^{'}\right)$ ixtiyari soft çoxluq olsun. Teoremin şərtindən $x_e\in(f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)$, $\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)\right)\geq\sigma\left(G,E^{'}\right)$ və $(f,\varphi)\left((f,\varphi)^{-1}\left(G,E^{'}\right)\right)\subset\left(G,E^{'}\right)$ ödənir, yəni (f,φ), x_e nöqtəsində kəsilməzdir.

Teorem 3.1.7. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall r\in(0,1]$ üçün $(f_r,\varphi_r):(X,E,\tau_r)\to(Y,E',\sigma_r)$ soft bitopoloji fəzalarda kəsilməz inikasdır.

İsbatı: $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz və $(G,E')\in\sigma_r$ olsun. Onda $\sigma(G,E')\geq r$, $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\geq\sigma(G,E')\geq r$ olduğundan $(f,\varphi)^{-1}(G,E')\in\tau_r$.

Əksinə $\forall r\in(0,1]$ üçün (f_r,φ_r) soft kəsilməz olsun. $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\sigma(G,E')=r$ isə $(G,E')\in\sigma_r$ və (f_r,φ_r) soft kəsilməz olduğundan $(f_r,\varphi_r)^{-1}(G,E')\in\tau_r$-dir. Onda $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\geq r=\sigma(G,E')$-dir. Beləliklə, $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməzdir.

Teorem 3.1.8. (X,E,τ), (Y,E',σ) iki qeyri-səlis topoloji fəza və β, σ-nın bazası olsun. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməzdir $\Leftrightarrow\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\beta(G,E')\leq\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$ ödənirsə.

İsbatı: $(\Rightarrow)(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməz və $(G,E')\in SS(Y,E')$ olsun. Onda $\sigma(G,E')\geq\beta(G,E')$ olduğundan $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\geq\sigma(G,E')\geq\beta(G,E')$ ödənir.
$(\Leftarrow)\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün teoremin şərti ödənsin və $(G,E')=\bigcup_{i\in I}(G_i,E')$ olsun.

$$\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)=\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(\bigcup_{i\in I}(G_i,E')\right)\right)=\tau\left(\tilde{\bigcup_{i\in I}}(f,\varphi)^{-1}(G_i,E')\right)\geq$$
$$\geq\bigwedge_{i\in I}\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G_i,E')\right)\geq\bigwedge_{i\in I}\beta(G_i,E').$$

Bu bərabərsizlik ixtiyari $\bigcup_{i\in I}(G_i,E')=(G,E')$ üçün ödəndiyindən

$$\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\geq\bigvee_{\bigcup_{i\in I}(G_i,E')=(G,E')}\bigwedge_{i\in I}\beta(G_i,E')=\sigma(G,E')\text{-dir.}$$

Teorem isbatlandı.

Teorem 3.1.9. (X,E,τ), (Y,E',σ) iki qeyri-səlis topoloji fəza və δ, σ-nın altbazası olsun. Əgər $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\delta(G,E')\leq\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$ ödənirsə, $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ kəsilməzdir.

İsbatı: $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün

$$\delta(G,E')=\bigvee_{\substack{\bigcup_{\lambda\in K}(G_\lambda,E')=(G,E')}}\bigwedge_{\lambda\in K}\bigvee_{\substack{\bigcap_{\mu\in K_\lambda}(F_\mu,E')=(G_\lambda,E')}}\bigwedge_{\mu\in K_\lambda}\sigma(F_\mu,E')\le$$
$$\le\bigvee_{\substack{\bigcup_{\lambda\in K}(G_\lambda,E')=(G,E')}}\bigwedge_{\lambda\in K}\bigvee_{\substack{\bigcap_{\mu\in K_\lambda}(F_\mu,E')=(G_\lambda,E')}}\bigwedge_{\mu\in K_\lambda}\tau\left((f,\varphi)^{-1}(F_\mu,E')\right)\le$$
$$\le\bigvee_{\substack{\bigcup_{\lambda\in K}(G_\lambda,E')=(G,E')}}\bigwedge_{\lambda\in K}\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G_\lambda,E')\right)\le$$
$$\le\bigvee_{\substack{\bigcup_{\lambda\in K}(G_\lambda,E')=(G,E')}}\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(\bigcup_{\lambda\in K}(G_\lambda,E')\right)\right)=\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right).$$

Tərif 3.1.7. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ qeyri-səlis topoloji fəzaların inikası olsun. Əgər $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)\le\sigma((f,\varphi)(F,E))$ isə (f,φ) inikası açıq inikas adlanır.

Teorem 3.1.10. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to(Y,E',\sigma)$ qeyri-səlis topoloji fəzaların inikası və β, τ-nun bazası olsun. Əgər $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\beta(F,E)\le\sigma((f,\varphi)(F,E))$ ödənərsə, (f,φ) inikası açıq inikasdır.

İsbatı: $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün

$$\tau(F,E)=\bigvee_{\substack{\bigcup_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}}\bigwedge_{i\in I}\beta(F_i,E)\le\bigvee_{\substack{\bigcup_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}}\bigwedge_{i\in I}\sigma((f,\varphi)(F_i,E))\le$$
$$\le\bigvee_{\substack{\bigcup_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}}\sigma\left((f,\varphi)\left(\bigcup_{i\in I}(F_i,E)\right)\right)=\sigma((f,\varphi)(F,E)).$$

İndi $(f,\varphi):SS(X,E)\to(Y,E',\sigma)$ inikasından və σ açıqlıq dərəcəsindən istifadə edərək $SS(X,E)$-də (f,φ) inikasını kəsilməz edən açıqlıq dərəcəsini təyin edəcəyik.

Teorem 3.1.11. $(f,\varphi):SS(X,E)\to(Y,E',\sigma)$ soft çoxluqların inikası olsun. Onda $\tau:SS(X,E)\to[0,1]$ inikasını $\tau(F,E)=\bigvee_{f^{-1}(G,E')=(F,E)}\sigma(G,E')$ düsturu ilə təyin etsək, τ, X üzərində açıqlıq dərəcəsi olur və bu zaman (f,φ)inikası kəsilməzdir.

İsbatı: $\tau(\Phi)=\tau(\tilde{X})=1$ olduğu aydındır. İndi

$$\tau((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E))=\vee\left\{\sigma(G,E'):(f,\varphi)^{-1}(G,E')=(F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right\}\ge$$
$$\ge\vee\left\{\sigma((G_1,E')\tilde{\cap}(G_2,E')):(f_1,\varphi)^{-1}((G_1,E')\tilde{\cap}(G_2,E'))=(F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right\}\ge$$

$$\ge\left(\vee\left\{\sigma(G_1,E'):(f,\varphi)^{-1}(G_1,E')=(F_1,E)\right\}\right)\wedge\left(\vee\left\{\sigma(G_2,E'):(f,\varphi)^{-1}(G_2,E')=(F_2,E)\right\}\right)=$$
$$=\tau(F_1,E)\wedge\tau(F_2,E).$$

$$
\begin{aligned}
&\tau\Big(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\Big)=\vee\Big\{\sigma\big(G,E^{'}\big):(f,\varphi)^{-1}\big(G,E^{'}\big)=\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\Big\}\geq\\
&\geq\vee\Big\{\sigma\Big(\underset{i\in\Delta}{\cup}\big(G_i,E^{'}\big)\Big):(f,\varphi)^{-1}\Big(\underset{i\in\Delta}{\cup}\big(G_i,E^{'}\big)\Big)=\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\Big\}\geq\\
&\geq\vee\Big\{\underset{i\in\Delta}{\wedge}\sigma\big(G_i,E^{'}\big):(f,\varphi)^{-1}\big(G_i,E^{'}\big)=(F_i,E)\Big\}=\\
&=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\Big(\vee\Big\{\sigma\big(G,E^{'}\big):(f,\varphi)^{-1}\big(G,E^{'}\big)=(F_i,E)\Big\}\Big)=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(F_i,E).
\end{aligned}
$$

Aydındır ki, τ, X üzərində açıqlıq dərəcəsi və (f,φ) inikası kəsilməzdir.

Teorem 3.1.12. $(f,\varphi):(X,E,\tau)\to SS(Y,E')$ soft çoxluqların inikası olsun. $\forall\big(G,E^{'}\big)\in SS\big(Y,E^{'}\big)$ üçün $\sigma\big(G,E^{'}\big)=\tau\Big((f,\varphi)^{-1}\big(G,E^{'}\big)\Big)$ düsturu ilə təyin olunan σ, Y üzərində açıqlıq dərəcəsidir və (f,φ) inikası kəsilməzdir.

İsbatı: $\sigma(\Phi)=\sigma\big(\tilde{Y}\big)=1$ olduğu aydındır.

$$
\begin{aligned}
&\sigma\Big(\big(G_1,E^{'}\big)\tilde{\cap}\big(G_2,E^{'}\big)\Big)=\tau\Big((f,\varphi)^{-1}\Big(\big(G_1,E^{'}\big)\tilde{\cap}\big(G_2,E^{'}\big)\Big)\Big)=\\
&=\tau\Big((f,\varphi)^{-1}\big(G_1,E^{'}\big)\tilde{\cap}(f,\varphi)^{-1}\big(G_2E^{'}\big)\Big)\geq\tau\Big((f,\varphi)^{-1}(G_1,E)\Big)\wedge\tau\Big((f,\varphi)^{-1}(G_2,E)\Big)=\\
&=\sigma(G_1,E)\wedge\sigma(G_2,E),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\sigma\Big(\underset{i\in\Delta}{\cup}\big(G_i,E^{'}\big)\Big)=\tau\Big((f,\varphi)^{-1}\Big(\underset{i\notin\Delta}{\cup}\big(G_i,E^{'}\big)\Big)\Big)=\\
&=\tau\Big(\underset{i\in\Delta}{\cup}(f,\varphi)^{-1}\big(G_i,E^{'}\big)\Big)\geq\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau\Big((f,\varphi)^{-1}\big(G_i,E^{'}\big)\Big)=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\sigma\big(G_i,E^{'}\big).
\end{aligned}
$$

Onda σ, Y üzərində açıqlıq dərəcəsidir. Topologiyanın tərifindən (f,φ) inikası kəsilməzdir.

Beləliklə, qeyri-səlis topoloji fəzaların faktor fəzası anlayışını verə bilərik. $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ qeyri-səlis topoloji fəzaların bir ailəsi olsun və $\forall\lambda\neq\lambda^{'}$ üçün $X_\lambda\cap X_{\lambda^{'}}=\varnothing,\ E_\lambda\cap E_{\lambda^{'}}=\varnothing$ şərtləri ödənsin. X ilə bu fəzalara aid olan bütün soft nöqtələrin birləşməsini göstərək və $E=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}E_\lambda$ olsun. Onda $\big(\tilde{X},E\big)$ ailəsi $X=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}X_\lambda$ çoxluğu üzərində E parametrli soft çoxluqlar ailəsi olur və $x_e\in\big(\tilde{X},E\big)$ soft nöqtəsi üçün $x\in X_\lambda$ isə $e\in E_\lambda$ və tərsinə $e\in E_\lambda$ isə $x\in X_\lambda$. İxtiyari $(F,E)\in\big(\tilde{X},E\big)$ soft çoxluğu üçün $(F,E)_\lambda$ ilə $\{F(e)\cap X_\lambda\}_{e\in E}$ soft çoxluğunu göstərək.

Teorem 3.1.13. $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ kəsişməsi boş olan qeyri-səlis topoloji fəzaların bir ailəsi olsun. Onda $\forall(F,E)\in\big(\tilde{X},E\big)$ soft çoxluğu üçün

$$\tau(F,E)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F,E)_\lambda\right)$$

X üzərində açıqlıq dərəcəsidir.

İsbatı: $(F_1,E),(F_2,E)\in(\tilde{X},E)$ olsun. Onda

$$\tau\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left(\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)_\lambda\right)=$$
$$=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\tilde{\cap}(F_2,E)_\lambda\right)\geq\underset{\lambda}{\wedge}\left(\left(\tau_\lambda(F_1,E)_\lambda\right)\wedge\tau_\lambda\left((F_2,E)_\lambda\right)\right)=$$
$$=\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\right)\right)\wedge\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\right)\right)=\tau(F_1,E)\wedge\tau(F_2,E).$$

$\{(F_i,E_i)\}_{i\in I}$ soft çoxluqlar ailəsi üçün

$$\tau\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left(\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)_\lambda\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left(\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)_\lambda\right)\geq\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\underset{i\in I}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_i,E_i)_\lambda\right)=$$
$$=\underset{i\in I}{\wedge}\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_i,E_i)_\lambda\right)\right)=\underset{i\in I}{\wedge}\tau(F_i,E_i).$$

Beləliklə, (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəza olur.

Tərif 3.1.8. (X,E,τ) qeyri-səlis topoloji fəzasına $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ ailəsinin düz cəmi deyilir və $(X,E,\tau)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\oplus}(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)$ ilə işarə olunur.

Aydındır ki, $i_\lambda:X_\lambda\to X=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}X_\lambda$ və $j_\lambda:E_\lambda\to E=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}E_\lambda$ daxiletmə inikasları olduğundan bütün $\lambda\in\Lambda$ üçün $(i_\lambda,j_\lambda):(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\to(X,E,\tau)$ inikası kəsilməz inikasdır.

Teorem 3.1.14. Tutaq ki, $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ qeyri-səlis topoloji fəzalar ailəsi, $X=\prod_{\lambda\in\Lambda}X_\lambda$ çoxluq, $E=\prod_{\lambda\in\Lambda}E_\lambda$ parametrlər çoxluğudur. Hər bir $\lambda\in\Lambda$ üçün $p_\lambda:X\to X_\lambda$ və $q_\lambda:E\to E_\lambda$ proyeksiyalar inikası olsun. $\beta:SS(Y,E)\to[0,1]$-nı aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\beta(G,E)=\vee\left\{\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\middle|(F,E)=\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\left(P_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right\}.$$

Onda β qeyri-səlis topoloji fəzanın bazasıdır və hər bir $\lambda\in\Lambda$ üçün $(p_\lambda,q_\lambda):(X,E,\tau_\beta)\to(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)$ kəsilməz inikasdır.

İsbatı: β-nın baza olma şərtlərini yoxlayaq.

$$\beta(\tilde{X})=\vee\left\{\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\middle|\tilde{X}=\overset{n}{\underset{j=1}{\cap}}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right\}=\vee\left\{\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\tau_{\alpha_j}\left(X_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right\}=1$$

Eyni şəkildə $\beta(\Phi)=1$ olduğunu göstərə bilərik

$$\beta(F,E)\wedge\beta(G,E)=$$

$$=\left(\bigvee_{\bigcap_{j=1}^{n}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(F,E)}\ \bigwedge_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\wedge\left(\bigvee_{\bigcap_{i=1}^{k}\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)=(G,E)}\ \bigwedge_{i=1}^{k}\tau_{\gamma_j}\left(G_{\gamma_j},E_{\gamma_j}\right)\right)=$$

$$\bigvee_{\bigcap_{j=1}^{n}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(F,E)^{-1}}\ \bigvee_{\bigcap_{i=1}^{k}\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)=(G,E)}\left(\left(\bigwedge_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\wedge\left(\bigwedge_{i=1}^{k}\tau_{\gamma_j}\left(G_{\gamma_j},E_{\gamma_j}\right)\right)\right)=$$

$$=\bigvee_{\left(\cap\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\cap\left(\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)=(F,E)\cap(G,E)}\left(\bigwedge_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\wedge\left(\bigwedge_{i=1}^{k}\tau_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)\right)\le$$

$$\le\bigvee_{\cap\left(p_{\theta_e},q_{\theta_e}\right)^{-1}\left(H_{\theta_\lambda},E_{\theta_\lambda}\right)=(F,E)\cap(G,E)}\tau_{\theta_\lambda}\left(H_{\theta_\lambda},E_{\theta_\lambda}\right)=\beta\left((F_1,E)\cap(F_2,E)\right).$$

Beləliklə, β üçün baza olma şərtləri ödənir.

$\forall\lambda\in\Lambda$ üçün $(p_\lambda,q_\lambda):(X,E,\tau_\beta)\to(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda)$ proyeksiya inikasının kəsilməz olduğunu göstərək. $\forall(F_\lambda,E_\lambda)\in SS(X_\lambda,E_\lambda)$ üçün

$$\tau\left((p_\lambda,q_\lambda)^{-1}(F_\lambda,E_\lambda)\right)\ge\beta\left((p_\lambda,q_\lambda)^{-1}(F_\lambda,E_\lambda)\right)=$$

$$=\vee\left\{\bigwedge_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\middle|\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(p_\lambda,q_\lambda)^{-1}(F_\lambda,E_\lambda)\right\}\ge\tau_\lambda(F_\lambda,E_\lambda).$$

Teorem isbat olundu.

3.2. Soft çoxluqlarda intuitiv qeyri-səlis topologiya

Tərif 3.2.1. Əgər $(\tau,\tau^*):SS(X,E)\to[0,1]$ inikaslar cütü üçün aşağıdakı şərtlər ödənirsə,

a) $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\le 1$;

b) $\tau(\Phi)=\tau(\tilde{X})=1,\tau^*(\Phi)=\tau^*(\tilde{X})=0$

c) $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\ge\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)$, $\tau^*((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\le\tau^*(F,E)\vee\tau^*(G,E)$

ç) $\forall\{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\vee}(F_i,E)\right)\geq\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(F_i,E),\ \tau^*\left(\underset{i\in\Delta}{\vee}(F_i,E)\right)\leq\underset{i\in\Delta}{\vee}\tau^*(F_i,E)$

(τ,τ^*) cütünə X üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiya (X,E,τ,τ^*)dördlüyünə isə soft çoxluqların intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaları deyilir.

(X,E,τ,τ^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzası, $IFTS$ ilə işarə edilir.

Tərif 3.2.2. Əgər $(\nu,\nu^*):SS(X,E)\to[0,1]$ inikaslar cütü üçün

k) $\forall(F,E)\in SS(X,E)$üçün $\nu(F,E)+\nu^*(F,E)\leq 1$;

l) $\nu(\Phi)=\nu(\tilde{X})=1, \nu^*(\Phi)=\nu^*(\tilde{X})=0$,

m) $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün $\nu((F,E)\tilde{\cup}(G,E))\geq\nu(F,E)\wedge\nu(G,E)$, $\nu^*((F,E)\tilde{\cup}(G,E))\leq\nu^*(F,E)\vee\nu^*(G,E)$

n) $\forall\{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ ailəsi üçün $\nu\left(\underset{i\in\Delta}{\cap}(F_i,E)\right)\geq\underset{i\in\Delta}{\wedge}\nu(F_i,E),\ \nu^*\left(\underset{i\in\Delta}{\cap}(F_i,E)\right)\leq\underset{i\in\Delta}{\vee}\nu^*(F_i,E)$

şərtləri ödənirsə, (ν,ν^*) cütünə X üzərində intuitiv qeyri-səlis cotopologiya, (X,E,ν,ν^*) dördlüyünə isə soft çoxluqların intuitiv qeyri-səlis cotopoloji fəzası deyilir.

Teorem 3.2.1. a) Əgər (τ,τ^*) cütü X üzərində $IFTS$ isə $\nu(F,E)=\tau\left((F,E)^C\right)$, $\nu^*(F,E)=\tau^*\left((F,E)^C\right)$ cütü X üzərində $IFCTS$ -dir.

b) Əgər (ν,ν^*) cütü X üzərində $IFCTS$ isə

$\tau(F,E)=\nu\left((F,E)^C\right), \tau^*(F,E)=\nu^*\left((F,E)^C\right)$ cütü X üzərində $IFTS$ -dir.

İsbatı: a) $\nu(F,E)+\nu^*(F,E)=\tau\left((F,E)^C\right)+\tau^*\left((F,E)^C\right)\leq 1$ olduğundan $\nu(F,E)+\nu^*(F,E)\leq 1$ olur. $\nu(\Phi)=\tau(\Phi^C)=\tau(\tilde{X})=1,\ \nu(\tilde{X})=\nu(\tilde{X}^C)=\nu(\Phi)=1$

$\nu^*(\Phi)=\tau^*(\tilde{X})=0,\ \nu^*(\tilde{X})=\tau^*(\Phi)=0.$

$$\nu((F,E)\tilde{\cup}(G,E))=\tau\left(((F,E)\tilde{\cup}(G,E))^C\right)=\tau\left((F,E)^C\tilde{\cap}(G,E)^C\right)\geq$$
$$\geq\tau\left((F,E)^C\right)\wedge\tau\left((G,E)^C\right)=\nu(F,E)\wedge\nu(G,E).$$

Eyniliklə,

$$\nu^*((F,E)\tilde{\cup}(G,E))=\tau^*\left((F,E)^C\tilde{\cap}(G,E)^C\right)\leq\tau^*\left((F,E)^C\right)\vee\tau^*\left((G,E)^C\right)=$$
$$=\nu^*(F,E)\vee\nu^*(G,E).$$

İndi
$\nu\left(\bigcap_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)=\tau\left(\bigcup_{i\in\Delta}(F_i,E)^C\right)\geq\bigwedge_{i\in\Delta}\tau\left((F_i,E)^C\right)=\bigvee_{i\in\Delta}\nu(F_i,E)$
və $\nu^*\left(\bigcap_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)=\tau^*\left(\bigcup_{i\in\Delta}(F_i,E)^C\right)\leq\bigvee_{i\in\Delta}\tau^*\left((F_i,E)^C\right)=\bigvee_{i\in\Delta}\nu^*(F_i,E)$
Bununla a) isbat olundu. b) eyni şəkildə isbat olunur.

Teorem 3.2.2. (X,E,τ,τ^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza olsun. $\forall r\in(0,1]$ üçün $\tau_r=\{(F,E)\in SS(X,E)\mid\tau(F,E)\geq r\}$, $\tau^*{}_r=\{(F,E)\in SS(X,E)\mid\tau^*(F,E)\leq 1-r\}$ ailələri X üzərində azalan soft topologiyalardır və $\tau_r\subset\tau_r^*$-dir.

İsbatı: $\tau(\Phi)=\tau(\tilde{X})=1\geq r$ olduğundan, $\tilde{\Phi},\tilde{X}\in\tau_r$-dir. Əgər $(F,E),(G,E)\in\tau_r$ isə $\tau((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)\geq r$ olduğundan $(F,E)\tilde{\cap}(G,E)\in\tau_r$-dir. Eyni şəkildə $(F_i,E)\in\tau_r$, $i\in\Delta$ isə $\tau\left(\tilde{\bigcup}_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)\geq\bigwedge_{i\in\Delta}\tau(F_i,E)\geq r$ olduğundan $\bigcup_{i\in\Delta}(F_i,E)\in\tau_r$-dir. Beləliklə, $\forall r\in(0,1]$ üçün τ_r soft topologiyadır. Eyni şəkildə τ_r^*-un soft topologiya olduğunu göstərmək olar.
İndi $(F,E)\in\tau_r$ olsun, o zaman $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\leq 1$ oluğundan $\tau^*(F,E)\leq 1-\tau(F,E)\leq 1-\tau\Rightarrow(F,E)\in\tau_r^*$. $\{\tau_r\}_{r\in(0,1]},\{\tau_r^*\}_{r\in(0,1]}$ soft topologiyaların azalan olduqları açıqdır. Beləliklə, hər bir intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza $\forall r\in(0,1]$ parametrinə uyğun olaraq soft bitopoloji fəzalar ailəsi olur.

Teorem 3.2.3. $\{(\sigma_r,\sigma_r^*)\}_{r\in(0,1]}$ ailəsi X üzərində azalan soft bitopologiyalar ailəsi olsun və $\sigma_r\subset\sigma_r^*$ ödənsin, o zaman $\tau(F,E)=\vee\{r\mid(F,E)\in\sigma_r\}$, $\tau^*(F,E)=\wedge\{1-r\mid(F,E)\in\sigma_r^*\}$ cütü X üzərində intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzadır.

İsbatı: $\Phi,\tilde{X}$ soft çoxluqları hər bir $\sigma_r\subset\sigma_r^*$ soft topologiyalarına aid olduğundan $\tau(\Phi)=\tau(\tilde{X})=1$, $\tau^*(\Phi)=\tau^*(\tilde{X})=0$ ödənir.
$(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)=r_1,\tau(G,E)=r_2$ və $r=\min\{r_1,r_2\}$ olsun. Əgər $r=0$ isə $\tau((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq 0=\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)$-dir. İndi $r>0$ olsun. ε ədədini elə seçək ki, $0<r-\varepsilon<r$ olsun. Buradan $t_1,t_2\in(0,1)$ ədədlərini $r_1-\varepsilon<t_1$, $r_2-\varepsilon<t_2$

və $(F,E)\in\sigma_{t_1},(G,E)\in\sigma_{t_2}$ şəklində seçək. Əgər $t=\min\{t_1,t_2\}$ isə $(F,E),(G,E)\in\sigma_t$ olacaq, çünki $\{\sigma_r\}$ azalandır. σ_t soft topologiya olduğundan $(F,E)\tilde{\cap}(G,E)\in\sigma_t$-dir. $\Rightarrow\tau((F,E)\cap(G,E))\geq t\geq r-\varepsilon$-dir.

ε ixtiyari olduğundan $\tau((F,E)\cap(G,E))\geq r=\tau(F,E)\wedge\tau(G,E)$.

$\{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ soft çoxluqlar ailəsinə baxaq. $p_i=\tau(F_i,E)$, $i\in\Delta$ və $p=\underset{i\in\Delta}{\wedge}p_i$ olsun. Əgər $p=0$ isə $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)\geq 0=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(F_i,E)$. Əgər $p>0$ isə $p-\varepsilon>0$ ödənəcək şəkildə $\varepsilon>0$ ədədini seçək. Hər $i\in\Delta$ üçün $\tau(F_i,E)\geq p>p-\varepsilon$. Bu halda elə σ_r tapa bilərik ki, $(F_i,E)\in\sigma_r$ və $r\geq p-\varepsilon$-dır. σ_r soft topologiya olduğu üçün $\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\in\sigma_r$. Buradan $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\tilde{\cup}}(F_i,E)\right)\geq r>p-\varepsilon$ ödənir. ε ixtiyari olduğundan $\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)\geq p=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(F_i,E)$.

İndi τ^* üçün teoremi isbat edək. $(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau^*(F,E)=r_1$, $\tau^*(G,E)=r_2$, və $\tau=\min\{r_1,r_2\}$ olsun. Əgər $r=1$ isə $\tau^*((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\leq 1=\tau^*(F,E)\vee\tau^*(G,E)$-dir. Əgər $r<1$ üçün $r+\varepsilon<1$ ödənəcək şəkildə $\varepsilon>0$ ədədini seçək. Bu halda elə $t_1,t_2\in(0,1)$ ədədlərini tapa bilərik ki, $t_1<r_1+\varepsilon,\ t_2<r_2+\varepsilon$ və $(F,E)\in\sigma^*_{1-t_1},(G,E)\in\sigma^*_{1-t_2}$. $t=\max\{t_1,t_2\}$isə $(F,E),(G,E)\in\sigma^*_{1-t}$ olacaq, çünki $\{\sigma^*_r\}$ soft topologiyaları azalandır. σ^*_{1-t} soft topologiya olduğundan $(F,E)\tilde{\cap}(G,E)\in\sigma^*_{1-t}$-dir. $\Rightarrow\tau^*((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\leq t\leq r+\varepsilon$. ε ixtiyari olduğundan $\tau^*((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\leq r=r^*(F,E)\vee\tau^*(G,E)$ ödənir.

$\{(F_i,E)\}_{i\in\Delta}$ soft çoxluqlar ailəsini üçün $p_i=\tau^*(F_i,E)$ və $p=\underset{i\in\Delta}{\vee}p_i$ olsun. $p=1$ üçün $\tau^*\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)\leq 1=\underset{i\in\Delta}{\vee}\tau^*(F_i,E)$ ödənir. $p<1$ üçün $p+\varepsilon<1$ şərtini ödəyən ε ədədini seçək. $\forall i\in\Delta$ üçün $\tau^*(F_i,E)\leq p<p+\varepsilon$ ödəndiyindən elə σ^*_r tapa bilərik ki, $(F_i,E)\in\sigma^*_r$ və $1-r<p+\varepsilon$-dır. Buradan $(F_i,E)\in\sigma^*_r\subset\sigma^*_{1-p-\varepsilon}$ $\forall i\in\Delta$ üçün $\sigma^*_{1-p-\varepsilon}$

soft topologiya olduğundan $\tilde{\bigcup}_{i\in\Delta}(F_i,E)\in\sigma^*_{1-p-\varepsilon}$-dır. O zaman $\tau^*\left(\tilde{\bigcup}_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)\leq p+\varepsilon$ və ε ixtiyari olduğundan $\tau^*\left(\tilde{\bigcup}_{i\in\Delta}(F_i,E)\right)\leq p=\vee_{i\in\Delta}\tau^*(F_i,E)$.

Sonda $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\leq 1$ olduğunu göstərək. $\tau(F,E)=p$ olsun. $p=0$ isə aydındır ki, $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\leq 1$-dir. $p=1$ isə (F,E) soft çoxluğu hər bir $\sigma_r\subset\sigma^*_r$ aiddir. Bu halda $\tau^*(F,E)=0$ olur və $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\leq 1$ ödənir. $0<p<1$ isə $0<p-\varepsilon<p<p+\varepsilon<1$ şərtini ödəyən ε ədədini seçək. Bu halda $(F,E)\in\sigma_{p-\varepsilon}\subset\sigma^*_{p-\varepsilon}$-dır. Buradan $\tau^*(F,E)\leq 1-p+\varepsilon\Rightarrow\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\leq 1+\varepsilon$, ε ixtiyari olduğundan $\tau(F,E)+\tau^*(F,E)\leq 1$ alınır. Teorem isbat edildi.

Tərif 3.2.3. (X,E,τ,τ^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza olsun.

a) Əgər (β,β^*) aşağıdakı şərtləri ödəyərsə,

$\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)=\bigvee_{\bigcup_{i\in\Delta}(G_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{i\in\Delta}\beta(G_i,E)$,

$\tau^*(F,E)=\bigvee_{\bigcup_{i\in\Delta}(G_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{i\in\Delta}\beta^*(G_i,E)$

onda $(\beta,\beta^*): SS(X,E)\to[0,1]$, (τ,τ^*)-un bazası adlanır.

b) $(\varphi,\varphi^*): SS(X,E)\to[0,1]$, (τ,τ^*)-un altbazası adlanır, əgər $(\tilde{\varphi},\tilde{\varphi}^*): SS(X,E)\to[0,1]$ (τ,τ^*)-un bazasıdırsa, burada

$\tilde{\varphi}(F,E)=\bigvee_{\bigcap_{j\in J}(G_j,E)=(F,E)}\bigwedge_{j\in J}\varphi(G_j,E)$, $\tilde{\varphi}^*(F,E)=\bigwedge_{\bigcap_{j\in J}(G_j,E)=(F,E)}\bigvee_{j\in J}\varphi^*(G_j,E)$ və J sonlu çoxluqdur.

Teorem 3.2.4. Əgər $(\beta,\beta^*): SS(X,E)\to[0,1]$ inikaslar cütü üçün

a) $\beta(\Phi)=\beta(\tilde{X})=1$, $\beta^*(\Phi)=\beta^*(\tilde{X})=0$;

b) $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün

$\beta((F,E)\tilde{\cap}(G,E))\geq\beta(F,E)\wedge\beta(G,E)$,

$\beta^*((F,E)\tilde{\cup}(G,E))\leq\beta^*(F,E)\vee\beta^*(G,E)$ şərtləri ödənirsə onda

$\tau_\beta(F,E)=\bigvee_{\underset{j\in J}{\cup}(G_j,E)=(F,E)}\bigwedge_{j\in J}\beta(G_j,E),\ \tau^*_{\beta^*}(F,E)=\bigwedge_{\underset{j\in J}{\cup}(G_j,E)=(F,E)}\bigvee_{j\in J}\beta^*(G_j,E)$ cütü

intuitiv qeyri-səlis topologiyadır və (β,β^*) cütü bu topologiyanın bazasıdır.

İsbatı: Teoremin a) şərtindən $\tau_\beta(\Phi)=\tau_\beta(\tilde{X})=1,\ \tau^*_{\beta^*}(\Phi)=\tau^*_{\beta^*}(\tilde{X})=0$ əldə edilir. $\forall(F,E),(G,E)\in SS(X,E)$ üçün

$$\tau_\beta(F,E)\wedge\tau_\beta(G,E)=\left(\bigvee_{\underset{\alpha\in A}{\cup}(F_\alpha,E)=(F,E)}\bigwedge_{\alpha\in A}\beta(F_\alpha,E)\right)\wedge\left(\bigvee_{\underset{\beta\in B}{\cup}(G_\beta,E)=(G,E)}\bigwedge_{\beta\in B}\beta(G_\beta,E)\right)=$$

$$=\bigvee_{\underset{\alpha\in A}{\cup}(F_\alpha,E)=(F,E)}\ \bigvee_{\underset{\beta\in B}{\cup}(G_\beta,E)=(G,E)}\left(\left(\bigwedge_{\alpha\in A}\beta(F_\alpha,E)\right)\wedge\left(\bigwedge_{\beta\in B}\beta(G_\beta,E)\right)\right)\le$$

$$\le\bigvee_{\underset{\substack{\alpha\in A\\ \beta\in B}}{\cup}((F_\alpha,E)\tilde{\cap}(G_\beta,E))=(F,E)\tilde{\cap}(G,E)}\left(\bigwedge_{\substack{\alpha\in A\\ \beta\in B}}\beta((F_\alpha,E)\tilde{\cap}(G_\beta,E))\right)\le$$

$$\le\bigvee_{\underset{\gamma\in C}{\tilde{\cup}}(H_\gamma,E)=(F,E)\tilde{\cap}(G,E)}\bigwedge_{\gamma\in C}\beta(H_\gamma,E)=\tau_\beta((F,E)\cap(G,E)),$$

$$\tau^*_{\beta^*}(F,E)\vee\tau^*_{\beta^*}(G,E)=\left(\bigwedge_{\underset{\alpha\in A}{\cup}(F_\alpha,E)=(F,E)}\bigvee_{\alpha\in A}\beta^*(F_\alpha,E)\right)\vee\left(\bigwedge_{\underset{\beta\in B}{\cup}(G_\beta,E)=(G,E)}\bigvee_{\beta\in B}\beta^*(G_\beta,E)\right)=$$

$$=\bigwedge_{\underset{\alpha\in A}{\cup}(F_\alpha,E)=(F,E)}\ \bigwedge_{\underset{\beta\in B}{\cup}(G_\beta,E)=(G,E)}\left(\left(\bigvee_{\alpha\in A}\beta^*(F_\alpha,E)\right)\vee\left(\bigvee_{\beta\in B}\beta^*(G_\beta,E)\right)\right)\ge$$

$$\ge\bigwedge_{\underset{\substack{\alpha\in A\\ \beta\in B}}{\cup}((F_\alpha,E)\tilde{\cap}(G_\beta,E))=(F,E)\tilde{\cap}(G,E)}\left(\bigvee_{\substack{\alpha\in A\\ \beta\in B}}\beta^*((F_\alpha,E)\tilde{\cap}(G_\beta,E))\right)\ge$$

$$\ge\bigwedge_{\underset{\gamma\in C}{\tilde{\cup}}(H_\gamma,E)=(F,E)\tilde{\cap}(G,E)}\bigvee_{\gamma\in C}\beta^*(H_\gamma,E)=\tau^*_{\beta^*}((F,E)\tilde{\cap}(G,E)).$$

İndi $\{(F_\lambda,E):\lambda\in K\}$ soft çoxluqlar ailəsi üçün

$\beta_\lambda=\left\{\{(G_{\delta_\lambda},E):\delta_\lambda\in K_\lambda\}:\underset{\delta_\lambda\in K_\lambda}{\cup}(G_{\delta_\lambda},E)=(F_\lambda,E)\right\}$ ailəsinə baxaq. Burada

$(F,E)=\underset{\lambda\in K}{\cup}(F_\lambda,E)=\underset{\lambda\in K}{\cup}\ \underset{\delta_\lambda\in K_\lambda}{\cup}(G_{\delta_\lambda},E)$ yaza bilərik. $\forall\rho\in\prod_{\lambda\in K}\beta_\lambda$ üçün

$\underset{\lambda\in K}{\cup}\ \underset{(G_{\delta_\lambda},E)\in\rho}{\cup}(G_{\delta_\lambda},E)=\underset{\lambda\in K}{\cup}(F_\lambda,E)$ olduğundan

$$\tau_\beta(F,E)=\bigvee_{\substack{\cup (G_\delta,E)=(F,E)\\ \delta\in K}}\bigwedge_{\delta\in K}\beta(G_\delta,E)\geq$$

$$\geq\bigvee_{\rho\in\prod_{\lambda\in K}\beta_\lambda}\bigwedge_{\lambda\in K}\bigwedge_{(G_{\delta_\lambda},E)\in\rho(\lambda)}\beta(G_{\delta_\lambda},E)=\bigwedge_{\lambda\in K}\bigvee_{\{(G_{\delta_\lambda},E):\delta_\lambda\in K_\lambda\}}\bigwedge_{\delta_\lambda\in K_\lambda}\beta(G_{\delta_\lambda},E)=\bigwedge_{\lambda\in K}\tau_\beta(F_\lambda,E),$$

$$\tau^*_{\beta^*}(F,E)=\bigwedge_{\substack{\cup (G_\delta,E)=(F,E)\\ \delta\in K}}\bigvee_{\delta\in K_1}\beta^*(G_\delta,E)\leq$$

$$\leq\bigwedge_{\rho\in\prod_{\lambda\in K}\beta_\lambda}\bigvee_{\lambda\in K}\bigvee_{(G_{\delta_\lambda},E)\in\rho(\lambda)}\beta^*(G_{\delta_\lambda},E)=\bigvee_{\lambda\in K}\bigwedge_{\{(G_{\delta_\lambda},E):\delta_\lambda\in K_\lambda\}}\bigvee_{\delta_\lambda\in K_\lambda}\beta^*(G_{\delta_\lambda},E)=\bigvee_{\lambda\in K}\tau^*_{\beta^*}(F_\lambda,E).$$

Beləliklə, $\left(\tau_\beta,\tau^*_{\beta^*}\right)$ cütü intuitiv qeyri-səlis topologiyadır və aydındır ki, $\left(\beta,\beta^*\right)$ cütü bu topologiyanın bazasıdır.

Teorem 3.2.5. $\left(X,E,\tau,\tau^*\right)$ intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza, $Y\subset X$ olsun. $\left(\tau_Y,\tau^*_Y\right):SS(Y,E)\to[0,1]$ inikasını

$$\tau_Y(F,E)=\vee\left\{\tau(G,E):(F,E)=(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y},(G,E)\in SS(X,E)\right\},$$
$$\tau^*_Y(F,E)=\wedge\left\{\tau^*(G,E):(F,E)=(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y},(G,E)\in SS(X,E)\right\}$$

düsturları ilə təyin edək. Bu halda $\left(\tau_Y,\tau^*_Y\right)$ cütü Y üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiyadır və $\tau_Y\left((G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}\right)\geq\tau(G,E)$, $\tau^*_Y\left((G,E)\cap\tilde{Y}\right)\leq\tau^*(G,E)$-dir.

İsbatı: $(G,E)\cap\tilde{Y}=(F,E)$ şərtini ödəyən $\forall(G,E)$ üçün

$$\tau(G,E)+\tau^*(G,E)\leq 1\Rightarrow\tau(G,E)\leq 1-\tau^*(G,E)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\vee\left\{\tau(G,E):(G,E)\cap\tilde{Y}=(F,E)\right\}\leq\vee\left\{1-\tau^*(G,E):(G,E)\cap\tilde{Y}=(F,E)\right\}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\vee\left\{\tau(G,E):(G,E)\cap\tilde{Y}=(F,E)\right\}\leq 1-\wedge\left\{\tau^*(G,E):(G,E)\cap\tilde{Y}=(F,E)\right\}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\tau_Y(F,E)+\tau^*_Y(F,E)\leq 1$$

ödənir. $\tau_Y(\Phi)=\tau_Y\left(\tilde{Y}\right)=1,\ \tau^*_Y(\Phi)=\tau^*_Y\left(\tilde{Y}\right)=0$ olduğu aydındır.

$$\tau_Y\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)=\vee\left\{\tau(G,E):(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\tau\left((G_1,E)\tilde{\cap}(G_2,E)\right):(G_1,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E),(G_2,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_2,E)\right\}=$$
$$=\tau_Y(F_1,E)+\tau_Y(F_2,E),$$

$$\tau^*_Y\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)=\wedge\left\{\tau^*(G,E):(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right\}\leq$$
$$\leq\vee\left\{\tau^*\left((G_1,E)\tilde{\cap}(G_2,E)\right):(G_1,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_1,E)(G_2,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_2,E)\right\}=$$
$$=\tau^*_Y(F_1,E)+\tau^*_Y(F_2,E).$$

$$\tau_Y\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)=\vee\left\{\tau(G,E):(G,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\tau\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(G_i,E)\right):(G_i,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}\geq\vee\left\{\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau(G_i,E):(G_i,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}=$$
$$=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\left(\vee\left\{\tau(G_i,E):(G_i,E)\tilde{\cap}\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}\right)=\underset{i\in\Delta}{\wedge}\tau_Y(F_i,E),$$
$$\tau_Y^*\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right)=\wedge\left\{\tau^*(G,E):(G,E)\cap\tilde{Y}=\underset{i\in\Delta}{\cup}(F_i,E)\right\}\leq$$
$$\leq\wedge\left\{\tau^*\left(\underset{i\in\Delta}{\cup}(G_i,E)\right):(G_i,E)\cap\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}\leq\wedge\left\{\underset{i\in\Delta}{\vee}\tau^*(G_i,E):(G_i,E)\cap\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}=$$
$$=\underset{i\in\Delta}{\vee}\left(\wedge\left\{\tau^*(G_i,E):(G_i,E)\cap\tilde{Y}=(F_i,E)\right\}\right)=\underset{i\in\Delta}{\vee}\tau_Y^*(F_i,E).$$

Teorem isbat olundu.

Tərif 3.2.4. Əgər $(f,\varphi)(x_e)=f(x)_{\varphi(e)}\in(G,E^{'})\in SS(Y,E^{'})$ ixtiyari soft çoxluğu üçün $x_e\in(F,E)\in SS(X,E)$, $\tau(F,E)\geq\sigma(G,E^{'})$ $\tau^*(F,E)\leq\sigma^*(G,E^{'})$ və $(f,\varphi)(F,E)\subset(G,E^{'})$ şərtlərini ödəyən $(F,E)\in SS(X,E)$ çoxluğu varsa, onda $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E^{'},\sigma,\sigma^*)$ intuitiv qeyri-səlis topologiyalar fəzalarının inikasları $x_e\in SS(X,E)$ soft nöqtəsində kəsilməzdir deyilir. Hər soft nöqtədə kəsilməz olan (f,φ) inikası kəsilməzdir.

Teorem 3.2.6. $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E^{'},\sigma,\sigma^*)$ kəsilməz inikasdır, onda və yalnız onda ki, $\forall(G,E^{'})\in SS(Y,E^{'})$ üçün $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})\right)\geq\sigma(G,E^{'})$, $\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})\right)\leq\sigma^*(G,E^{'})$ ödənir.

İsbatı: $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E^{'},\sigma,\sigma^*)$ kəsilməz və $(G,E^{'})\in SS(Y,E^{'})$ ixtiyari soft çoxluq olsun. $(f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})$ soft çoxluğuna aid $\forall x_e$ nöqtəsini götürək. (f,φ) kəsilməz olduğundan $x_e\in(F,E)_{x_e}\in SS(X,E)$, $\tau(F,E)_{x_e}\geq\sigma(G,E^{'})$, $\tau^*(F,E)_{x_e}\leq\sigma^*(G,E^{'})$ və $(f,\varphi)(F,E)_{x_e}\subset(G,E^{'})$ şərtlərini ödəyən $(F,E)_{x_e}$ mövcuddur. Onda

$(f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})=\underset{x_e\in(f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})}{\cup}x_e\ \underset{x_e\in(f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})}{\cup}(F,E)_{x_e}\subset(f,\varphi)^{-1}(G,E)$. Buradan

$$\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E^{'})\right)=\tau\left(\underset{x_e}{\cup}(F,E)_{x_e}\right)\geq\wedge\tau(F,E)_{x_e}\geq\sigma(G,E^{'}),$$

$$\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)=\tau^*\left(\bigcup_{x_e}(F,E)_{x_e}\right)\le\vee\tau^*(F,E)_{x_e}\le\sigma^*(G,E').$$

Əksinə $x_e\in SS(X,E)$ ixtiyari soft nöqtə və $(f,\varphi)(x_e)\in(G,E')$ ixtiyari soft çoxluq olsun. Teoremin şərtindən $x_e\in(f,\varphi)^{-1}(G,E')$, $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\ge\sigma(G,E')$, $\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\le\sigma^*(G,E')$ və $(f,\varphi)\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\subset(G,E')$ ödənir, yəni (f,φ), x_e nöqtəsində kəsilməzdir.

Teorem 3.2.7. $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E',\sigma,\sigma^*)$ kəsilməzdir $\Leftrightarrow\forall r\in(0,1]$ üçün $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E',\sigma,\sigma^*)$ soft bitopologiya fəzalar da soft kəsilməzdir.

İsbatı: $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E',\sigma,\sigma^*)$ kəsilməz və $(G,E')\in\sigma_r$ olsun. Onda $\sigma(G,E')\ge r$, $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\ge\sigma(G,E')\ge r$ olduğundan $(f,\varphi)^{-1}(G,E')\in\tau_r$. $(G,E')\in\sigma_r^*$ isə $\sigma^*(G,E')\le 1-r$, $1-r\ge\sigma^*(G,E')\ge\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$ olduğundan $(f,\varphi)^{-1}(G,E')\in\tau_r^*$-dir. Əksinə $\forall r\in(0,1]$ üçün (f_r,φ_r) soft kəsilməz olsun. $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\sigma(G,E')=r$ isə $(G,E')\in\sigma_r$ və (f_r,φ_r) soft kəsilməz olduğundan $(f_r,\varphi_r)^{-1}(G,E')\in\tau_r$-dir. Onda $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\ge r=\sigma(G,E')$-dir. $\sigma^*(G,E')=s$ isə $\sigma^*(G,E')=s=1-(1-s)$

$$\Rightarrow(G,E')\in\sigma_{1-s}^*\Rightarrow(f,\varphi)^{-1}(G,E')\in\tau_{1-s}^*\Rightarrow\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\le 1-(1-s)=s=\sigma^*(G,E').$$

Beləliklə, $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E',\sigma,\sigma^*)$ kəsilməzdir.

Teorem 3.2.8. (X,E,τ,τ^*), (Y,E',σ,σ^*) iki intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza və (β,β^*) cütü (σ,σ^*) cütünün bazası olsun. Əgər $\forall(G,E')\in SS(Y,E')$ üçün $\beta(G,E')\le\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$, $\beta^*(G,E')\ge\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$ ödənirsə, $(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E',\sigma,\sigma^*)$ kəsilməzdir.

İsbatı: $(\Rightarrow)(f,\varphi):(X,E,\tau,\tau^*)\to(Y,E',\sigma,\sigma^*)$ kəsilməz və $(G,E')\in SS(Y,E')$ olsun. Onda $\sigma(G,E')\ge\beta(G,E')$, $\sigma^*(G,E')\le\beta^*(G,E')$ olduğundan $\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\ge\sigma(G,E')\ge\beta(G,E')$, $\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)\le\sigma^*(G,E')\le\beta^*(G,E')$ ödənir.

$(\Leftarrow) \forall (G, E') \in SS(Y, E')$ üçün teoremin şərti ödənsin və $(G, E') = \tilde{\bigcup\limits_{i \in I}} (G_i, E')$ olsun.

$$\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right) = \tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_{i\in I}}(G_i,E')\right)\right) = \tau\left(\tilde{\bigcup_{i\in I}}(f,\varphi)^{-1}(G_i,E')\right) \geq$$
$$\geq \bigwedge_{i\in I} \tau\left((f,\varphi)^{-1}(G_i,E')\right) \geq \bigwedge_{i\in I} \beta(G_i,E').$$

Bu bərabərsizlik ixtiyari $\tilde{\bigcup\limits_{i \in I}} (G_i, E') = (G, E')$ üçün ödəndiyindən

$\tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right) \geq \bigvee\limits_{\tilde{\bigcup\limits_{i\in I}}(G_i,E')=(G,E')} \bigwedge\limits_{i\in I} \beta(G_i,E') = \sigma(G,E')$-dir.

$$\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right) = \tau^*\left((f,\varphi)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_{i\in I}}(G_i,E')\right)\right) = \tau^*\left(\tilde{\bigcup_{i\in I}}(f,\varphi)^{-1}(G_i,E')\right) \leq$$
$$\leq \bigvee_{i\in I} \tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G_i,E')\right) \leq \bigvee_{i\in I} \beta^*(G_i,E') \Rightarrow \tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right) \leq$$
$$\leq \bigwedge_{\tilde{\bigcup\limits_{i\in I}}(G_i,E')=(G,E')} \bigvee_{i\in I} \beta^*(G_i,E') = \sigma^*(G,E').$$

Teorem isbatlandı.

Teorem 3.2.9. (X, E, τ, τ^*), $(Y, E', \sigma, \sigma^*)$ iki intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza və (δ, δ^*) cütü (σ, σ^*) cütünün altbazası olsun. Əgər $\forall (G, E') \in SS(Y, E')$ üçün $\delta(G,E') \leq \tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$, $\delta^*(G,E') \geq \tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right)$ ödənirsə, $(f,\varphi) : (X, E, \tau, \tau^*) \to (Y, E', \sigma, \sigma^*)$ kəsilməzdir.

İsbatı: $\forall (G, E') \in SS(Y, E')$ üçün

$$\sigma(G,E') = \bigvee_{\tilde{\bigcup\limits_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')=(G,E')} \bigwedge_{\lambda\in K} \bigvee_{\tilde{\bigcap\limits_{\mu\in K_\lambda}}(F_\mu,E')=(G_\lambda,E')} \bigwedge_{\mu\in K_\lambda} \delta(F_\mu,E') \leq$$
$$\leq \bigvee_{\tilde{\bigcup\limits_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')=(G,E')} \bigwedge_{\lambda\in K} \bigvee_{\tilde{\bigcap\limits_{\mu\in K_\lambda}}(F_\mu,E')=(G_\lambda,E')} \bigwedge_{\mu\in K_\lambda} \tau\left((f,\varphi)^{-1}(F_\mu,E')\right) \leq$$
$$\leq \bigvee_{\tilde{\bigcup\limits_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')=(G,E')} \bigwedge_{\lambda\in K} \tau\left((f,\varphi)^{-1}(G_\lambda,E')\right) \leq \bigvee_{\tilde{\bigcup\limits_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')=(G,E')} \tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')\right)\right) =$$
$$= \tau\left((f,\varphi)^{-1}(G,E')\right),$$

$$\sigma^*(G,E') = \bigwedge_{\tilde{\bigcup\limits_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')=(G,E')} \bigvee_{\lambda\in K} \bigwedge_{\tilde{\bigcap\limits_{\mu\in K_\lambda}}(F_\mu,E')=(G_\lambda,E')} \bigwedge_{\mu\in K_\lambda} \delta^*(F_\mu,E') \geq$$
$$\geq \bigvee_{\tilde{\bigcup\limits_{\lambda\in K}}(G_\lambda,E')=(G,E')} \bigwedge_{\lambda\in K} \bigvee_{\tilde{\bigcap\limits_{\mu\in K_\lambda}}(F_\mu,E')=(G_\lambda,E')} \bigwedge_{\mu\in K_\lambda} \tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(F_\mu,E')\right) \geq$$

$$\geq \bigvee_{\substack{\tilde{\bigcup}_{\lambda\in K}\left(G_\lambda, E'\right)=\left(G,E'\right)}} \bigwedge_{\lambda\in K} \tau^*\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_\lambda, E'\right)\right) \geq \bigvee_{\substack{\tilde{\bigcup}_{\lambda\in K}\left(G_\lambda, E'\right)=\left(G,E'\right)}} \tau^*\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(\tilde{\bigcup}_{\lambda\in K}\left(G_\lambda, E'\right)\right)\right) =$$

$$= \tau^*\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E'\right)\right).$$

Tərif 3.2.5. $(f,\varphi):\left(X,E,\tau,\tau^*\right)\to\left(Y,E',\sigma,\sigma^*\right)$ intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaların inikası olsun. Əgər $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\tau(F,E)\leq\sigma((f,\varphi)(F,E))$, $\tau^*(F,E)\geq\sigma^*((f,\varphi)(F,E))$ isə (f,φ) inikası açıq inikas adlanır.

Teorem 3.2.10. $(f,\varphi):\left(X,E,\tau,\tau^*\right)\to\left(Y,E',\sigma,\sigma^*\right)$ intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaların inikası və $\left(\beta,\beta^*\right)$ cütü $\left(\tau,\tau^*\right)$ cütünün bazisi olsun. Əgər $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün $\beta\left(F,E'\right)\leq\sigma((f,\varphi)(F,E))$, $\beta^*(F,E)\geq\sigma^*((f,\varphi)(F,E))$ ödənərsə, (f,φ) inikası açıq inikasdır.

İsbatı: $\forall(F,E)\in SS(X,E)$ üçün

$$\tau(F,E)=\bigvee_{\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{i\in I}\beta(F_i,E)\leq\bigvee_{\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}\bigwedge_{i\in I}\sigma((f,\varphi)(F_i,E))\leq$$

$$\leq\bigvee_{\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}\sigma\left((f,\varphi)\left(\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)\right)\right)=\sigma((f,\varphi)(F,E)),$$

$$\tau^*(F,E)=\bigwedge_{\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}\bigvee_{i\in I}\beta^*(F_i,E)\geq\bigwedge_{\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}\bigvee_{i\in I}\sigma^*((f,\varphi)(F_i,E))\geq$$

$$\geq\bigwedge_{\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)=(F,E)}\sigma^*\left((f,\varphi)\left(\tilde{\bigcup}_{i\in I}(F_i,E)\right)\right)=\sigma^*((f,\varphi)(F,E)).$$

İndi $(f,\varphi):SS(X,E)\to\left(Y,E',\sigma,\sigma^*\right)$ inikasını və $\left(\sigma,\sigma^*\right)$ intuitiv qeyri-səlis topologiya istifadə edərək $SS(X,E)$-də (f,φ) inikasını kəsilməz edən intuitiv qeyri-səlis topologiyanı təyin edəcəyik.

Teorem 3.2.11. $(f,\varphi):SS(X,E)\to\left(Y,E',\sigma,\sigma^*\right)$ soft çoxluqların inikası olsun. Onda $\tau,\tau^*:SS(X,E)\to[0,1]$ inikasları

$$\tau(F,E)=\bigvee_{f^{-1}\left(G,E'\right)=(F,E)}\sigma\left(G,E'\right),\ \tau^*(F,E)=\bigwedge_{f^{-1}\left(G,E'\right)=(F,E)}\sigma^*\left(G,E'\right)$$

düsturları ilə təyin etsək, $\left(\tau,\tau^*\right)$ cütü X üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiya olur və bu zaman (f,φ) inikası kəsilməzdir.

İsbatı: $\tau\left(\tilde{\Phi}\right)=\tau\left(\tilde{X}\right)=1,\ \tau^*\left(\tilde{\Phi}\right)=\tau^*\left(\tilde{X}\right)=0$ olduğu aydındır.

$$\tau\left(\left(F_1,E\right)\tilde{\cap}\left(F_2,E\right)\right)=\vee\left\{\sigma\left(G,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E^{'}\right)=\left(F_1,E\right)\tilde{\cap}\left(F_2,E\right)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\sigma\left(\left(G_1,E^{'}\right)\tilde{\cap}\left(G_2,E^{'}\right)\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(\left(G_1,E^{'}\right)\cap\left(G_2,E^{'}\right)\right)=\left(F_1,E\right)\tilde{\cap}\left(F_2,E\right)\right\}\geq$$
$$\geq\left(\vee\left\{\sigma\left(G_1,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_1,E^{'}\right)=\left(F_1,E\right)\right\}\right)\wedge\left(\vee\left\{\sigma\left(G_2,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_2,E^{'}\right)=\left(F_2,E\right)\right\}\right)=$$
$$=\tau\left(F_1,E\right)\wedge\tau\left(F_2,E\right),$$

$$\tau^*\left(\left(F_1,E\right)\tilde{\cap}\left(F_2,E\right)\right)=\wedge\left\{\sigma^*\left(G,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E^{'}\right)=\left(F_1,E\right)\tilde{\cap}\left(F_2,E\right)\right\}\leq$$
$$\prec\wedge\left\{\sigma^*\left(\left(G_1,E^{'}\right)\tilde{\cap}\left(G_2,E^{'}\right)\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(\left(G_1,E^{'}\right)\cap\left(G_2,E^{'}\right)\right)=\left(F_1,E\right)\tilde{\cap}\left(F_2,E\right)\right\}\leq$$
$$\leq\left(\vee\left\{\sigma^*\left(G_1,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_1,E^{'}\right)=\left(F_1,E\right)\right\}\right)\vee\left(\wedge\left\{\sigma^*\left(G_2,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_2,E^{'}\right)=\left(F_2,E\right)\right\}\right)=$$
$$=\tau^*\left(F_1,E\right)\vee\tau^*\left(F_2,E\right).$$

$$\tau\left(\tilde{\bigcup_i}\left(F_i,E\right)\right)=\vee\left\{\sigma\left(G,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E^{'}\right)=\tilde{\bigcup_i}\left(F_i,E\right)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\sigma\left(\tilde{\bigcup_i}\left(G_i,E^{'}\right)\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_i}\left(G_i,E^{'}\right)\right)=\tilde{\bigcup_i}\left(F_i,E\right)\right\}\geq$$
$$\geq\vee\left\{\bigwedge_i\sigma\left(G_i,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_i,E^{'}\right)=\left(F_i,E\right)\right\}=$$
$$=\bigwedge_i\left(\vee\left\{\sigma\left(G_i,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_i,E^{'}\right)=\left(F_i,E\right)\right\}\right)=\bigwedge_i\tau\left(F_i,E\right),$$

$$\tau^*\left(\tilde{\bigcup_i}\left(F_i,E\right)\right)=\wedge\left\{\sigma^*\left(G,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E^{'}\right)=\tilde{\bigcup_i}\left(F_i,E\right)\right\}\leq$$
$$\leq\wedge\left\{\sigma^*\left(\tilde{\bigcup_i}\left(G_i,E^{'}\right)\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_i}\left(G_i,E^{'}\right)\right)=\tilde{\bigcup_i}\left(F_i,E\right)\right\}\leq$$
$$\leq\wedge\left\{\bigvee_i\sigma^*\left(G_i,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_i,E^{'}\right)=\left(F_i,E\right)\right\}=$$
$$=\bigvee_i\left(\wedge\left\{\sigma^*\left(G_i,E^{'}\right):\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_i,E^{'}\right)=\left(F_i,E\right)\right\}\right)=\bigvee_i\tau^*\left(F_i,E\right)$$

Aydındır ki, bu topologiyalarda $\left(f,\varphi\right)$ inikası kəsilməzdir.

Teorem 3.2.12. $\left(f,\varphi\right):\left(X,E,\tau,\tau^*\right)\to SS\left(X,E\right)$ soft çoxluqların inikası, olsun. $\forall\left(G,E^{'}\right)\in SS\left(Y,E^{'}\right)$ üçün $\sigma\left(G,E^{'}\right)=\tau\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E^{'}\right)\right)$, $\sigma^*\left(G,E^{'}\right)=\tau^*\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G,E^{'}\right)\right)$ düsturları ilə təyin olunan $\left(\sigma,\sigma^*\right)$ cütü Y üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiyadır olur və bu topologiyada $\left(f,\varphi\right)$ inikası kəsilməzdir.

İsbatı: $\sigma\left(\tilde{\Phi}\right)=\sigma\left(\tilde{Y}\right)=1$, $\sigma^*\left(\tilde{\Phi}\right)=\sigma^*\left(\tilde{Y}\right)=0$, $\sigma\left(G,E\right)+\sigma^*\left(G,E\right)\leq 1$ olduğu aydındır.

$$\sigma\left(\left(G_1,E^{'}\right)\cap\left(G_2,E^{'}\right)\right)=\tau\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(\left(G_1,E^{'}\right)\cap\left(G_2,E^{'}\right)\right)\right)=$$
$$=\tau\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_1,E^{'}\right)\wedge\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_2,E^{'}\right)\right)\geq\tau\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_1,E\right)\right)\wedge\tau\left(\left(f,\varphi\right)^{-1}\left(G_2,E\right)\right)=$$

$$=\sigma(G_1,E)\wedge\sigma(G_2,E),$$

$$\sigma^*\left(\left(G_1,E'\right)\cap\left(G_2,E'\right)\right)=\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}\left(\left(G_1,E'\right)\cap\left(G_2,E'\right)\right)\right)=$$
$$=\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}\left(G_1,E'\right)\vee(f,\varphi)^{-1}\left(G_2,E'\right)\right)\le\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G_1,E)\right)\vee\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}(G_2,E)\right)=$$
$$=\sigma^*(G_1,E)\vee\sigma^*(G_2,E),$$

$$\sigma\left(\bigcup_i\left(G_i,E'\right)\right)=\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_i}\left(G_i,E'\right)\right)\right)=$$
$$=\tau\left(\tilde{\bigcup_i}(f,\varphi)^{-1}\left(G_i,E'\right)\right)\ge\bigwedge_i\tau\left((f,\varphi)^{-1}\left(G_i,E'\right)\right)=\bigwedge_i\sigma\left(G_i,E'\right),$$

$$\sigma^*\left(\bigcup_i\left(G_i,E'\right)\right)=\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}\left(\tilde{\bigcup_i}\left(G_i,E'\right)\right)\right)=$$
$$=\tau^*\left(\tilde{\bigcup_i}(f,\varphi)^{-1}\left(G_i,E'\right)\right)\le\bigvee_i\tau^*\left((f,\varphi)^{-1}\left(G_i,E'\right)\right)=\bigvee_i\sigma^*\left(G_i,E'\right).$$

Topologiyanın tərifindən (f,φ) inikası kəsilməzdir.

Beləliklə, intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaların faktor fəzası anlayışını verə bilərik.

$\left\{\left(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau_\lambda^*\right)\right\}_{\lambda\in\Lambda}$ intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaların bir ailəsi olsun və $\forall\lambda\ne\lambda'$ üçün $X_\lambda\cap X_{\lambda'}=\varnothing$, $E_\lambda\cap E_{\lambda'}=\varnothing$ şərtləri ödənsin. $\tilde{X}$ ilə bu fəzalara aid olan bütün soft nöqtələrin birləşməsini göstərək və $E=\bigcup_{\lambda\in\Lambda}E_\lambda$ olsun. Onda $\left(\tilde{X},E\right)$ ailəsi $X=\bigcup_{\lambda\in\Lambda}X_\lambda$ çoxluğu üzərində E parametrli soft çoxluqlar ailəsi olur və $x_e\in\left(\tilde{X},E\right)$ soft nöqtəsi üçün $x\in X_\lambda$ isə $e\in E_\lambda$ və tərsinə $e\in E_\lambda$ isə $x\in X_\lambda$. İxtiyari $(F,E)\in\left(\tilde{X},E\right)$ soft çoxluğu üçün $(F,E)_\lambda$ ilə $\{F(e)\cap X_\lambda\}_{e\in E}$ soft çoxluğunu göstərək.

Teorem 3.2.13. $\left\{\left(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau_\lambda^*\right)\right\}_{\lambda\in\Lambda}$ kəsişməsi boş olan intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzaların bir ailəsi olsun. Onda $\forall(F,E)\in\left(\tilde{X},E\right)$ soft çoxluğu üçün

$$\tau(F,E)=\bigwedge_{\lambda\in\Lambda}\tau_\lambda\left((F,E)_\lambda\right),\ \tau^*(F,E)=\bigvee_{\lambda\in\Lambda}\tau_\lambda^*\left((F,E)_\lambda\right)$$

cütü X üzərində intuitiv qeyri-səlis topologiya olur.

İsbatı: $(F_1,E),(F_2,E)\in\left(\tilde{X},E\right)$ olsun.

$$\tau\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)=\bigwedge_{\lambda\in\Lambda}\tau_\lambda\left(\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)_\lambda\right)=$$
$$=\bigwedge_{\lambda\in\Lambda}\tau_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\tilde{\cap}(F_2,E)_\lambda\right)\ge\bigwedge_{\lambda\in\Lambda}\left(\tau_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\right)\wedge\tau_\lambda\left((F_2,E)_\lambda\right)\right)=$$

$$=\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\right)\right)\wedge\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_2,E)_\lambda\right)\right)=\tau(F_1,E)\wedge\tau(F_2,E),$$

$$\tau^*\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left(\left((F_1,E)\tilde{\cap}(F_2,E)\right)_\lambda\right)=$$

$$=\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\tilde{\cap}(F_2,E)_\lambda\right)\le\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\left(\tau^*_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\right)\vee\tau^*_\lambda\left((F_2,E)_\lambda\right)\right)=$$

$$=\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left((F_1,E)_\lambda\right)\right)\vee\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left((F_2,E)_\lambda\right)\right)=\tau^*(F_1,E)\vee\tau^*(F_2,E).$$

$\{(F_i,E_i)\}_{i\in I}$ soft çoxluqlar ailəsi üçün

$$\tau\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left(\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)_\lambda\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left(\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)_\lambda\right)\ge\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\underset{i\in I}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_i,E_i)_\lambda\right)=$$

$$=\underset{i\in I}{\wedge}\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_i,E_i)_\lambda\right)\right)=\underset{i\in I}{\wedge}\tau_\lambda\left((F_i,E_i)\right),$$

$$\tau^*\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left(\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)_\lambda\right)=\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left(\left(\underset{i\in I}{\cup}(F_i,E_i)\right)_\lambda\right)\le\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\underset{i\in I}{\vee}\tau^*_\lambda\left((F_i,E_i)_\lambda\right)=$$

$$=\underset{i\in I}{\vee}\left(\underset{\lambda\in\Lambda}{\vee}\tau^*_\lambda\left((F_i,E_i)_\lambda\right)\right)=\underset{i\in I}{\vee}\tau^*_\lambda\left((F_i,E_i)\right).$$

Beləliklə, (X,E,τ,τ^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəza olur.

Tərif 3.2.6. (X,E,τ,τ^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzasına $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau^*_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ ailəsinin düz cəmi deyilir və $(X,E,\tau,\tau^*)=\oplus(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau^*_\lambda)$ ilə işarə olunur.

Aydındır ki, $i_\lambda : X_\lambda\to X=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}X_\lambda$ və $j_\lambda : E_\lambda\to E=\underset{\lambda\in\Lambda}{\cup}E_\lambda$ daxiletmə inikasları olduğundan bütün $\lambda\in\Lambda$ üçün $(i_\lambda,j_\lambda):(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau^*_\lambda)\to(X,E,\tau,\tau^*)$ inikası kəsilməz inikasdır.

Teorem 3.2.14. Tutaq ki, $\{(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau^*_\lambda)\}_{\lambda\in\Lambda}$ intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzalar ailəsi, $X=\prod_{\lambda\in\Lambda}X_\lambda$ çoxluq, $E=\prod_{\lambda\in\Lambda}E_\lambda$ parametrlər çoxluğudur. Hər bir $\lambda\in\Lambda$ üçün $p_\lambda : X\to X_\lambda$ və $q_\lambda : E\to E_\lambda$ proyeksiyalar inikası olsun. $\beta : SS(X,E)\to[0,1]$, $\beta^* : SS(X,E)\to[0,1]$-nı aşağıdakı kimi təyin edək:

$$\beta(F,E)=\vee\left\{\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\Big|(F,E)=\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right\},$$

$$\beta^*(F,E)=\wedge\left\{\overset{n}{\underset{j=1}{\wedge}}\tau^*_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\Big|(F,E)=\overset{n}{\underset{j=1}{\vee}}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right\}.$$

Onda (β,β^*) intuitiv qeyri-səlis topoloji fəzanın bazisidir və hər bir $\lambda\in\Lambda$ üçün $(p_\lambda,q_\lambda):(X,E,\tau_\beta,\tau_\beta^*)\to(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau_\lambda^*)$ kəsilməz inikasdır.

İsbatı: (β,β^*) cütünün bazis olma şərtlərini yoxlayaq.

$$\beta(\widetilde{X})=\vee\left\{\mathop{\wedge}_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\Big|\widetilde{X}=\cap\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_i},E_{\alpha_j}\right)\right\}=\vee\left\{\mathop{\wedge}_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(\widetilde{X}_{\alpha_j}\right)\right\}=1$$

Eyni şəkildə $\beta(\widetilde{\Phi})=1,\ \beta^*(\widetilde{\Phi})=\beta^*(\widetilde{X})=0$ olduğunu göstərə bilərik.

$$\beta(F,E)\wedge\beta(G,E)=$$

$$\left(\bigvee_{\bigcap_{j=1}^{n}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(F,E)}\mathop{\wedge}_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\wedge\left(\bigvee_{\bigcap_{i=1}^{k}\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)=(G,E)}\mathop{\wedge}_{i=1}^{k}\tau_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)=$$

$$\bigvee_{\bigcap_{j=1}^{n}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(F,E)}\ \bigvee_{\bigcap_{i=1}^{k}\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)=(G,E)}\left(\left(\mathop{\wedge}_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\wedge\left(\mathop{\wedge}_{i=1}^{k}\tau_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)\right)=$$

$$\bigvee_{\left(\cap\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\cap\left(\cap\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)=(F,E)\cap(G,E)}\left(\wedge\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\wedge\left(\wedge\tau_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)\right)\le$$

$$\bigvee_{\cap\left(p_{\theta_e},q_{\theta_e}\right)^{-1}\left(H_{\theta_\lambda},E_{\theta_\lambda}\right)=(F,E)\cap(G,E)}\tau_{\theta_\lambda}\left(H_{\theta_\lambda},E_{\theta_\lambda}\right)=\beta((F,E)\cap(G,E)),$$

$$\beta^*(F,E)\wedge\beta^*(G,E)=$$

$$\left(\bigwedge_{\bigcap_{j=1}^{n}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(F,E)}\mathop{\wedge}_{j=1}^{n}\tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\vee\left(\bigwedge_{\bigcap_{i=1}^{k}\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)=(G,E)}\mathop{\wedge}_{i=1}^{k}\tau^*_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)=$$

$$\bigwedge_{\bigcap_{j=1}^{n}\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)=(F,E)}\ \bigwedge_{\bigcap_{i=1}^{k}\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)=(G,E)}\left(\left(\mathop{\wedge}_{j=1}^{n}\tau^*_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\vee\left(\mathop{\wedge}_{i=1}^{k}\tau^*_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)\right)=$$

$$\bigvee_{\left(\cap\left(p_{\alpha_j},q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\right)\cap\left(\cap\left(p_{\gamma_i},q_{\gamma_i}\right)^{-1}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)=(F,E)\cap(G,E)}\left(\vee\tau^*_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j},E_{\alpha_j}\right)\vee\left(\vee\tau^*_{\gamma_i}\left(G_{\gamma_i},E_{\gamma_i}\right)\right)\right)\ge$$

$$\bigwedge_{\cap\left(p_{\theta_e},q_{\theta_e}\right)^{-1}\left(H_{\theta_\lambda},E_{\theta_\lambda}\right)=(F,E)\cap(G,E)}\tau^*_{\theta_\lambda}\left(H_{\theta_\lambda},E_{\theta_\lambda}\right)=\beta^*((F,E)\cap(G,E)).$$

Beləliklə, (β,β^*) üçün baza olma şərtləri ödənir.

$\forall\lambda\in\Lambda$ üçün $(p_\lambda,q_\lambda):(X,E,\tau_\beta,\tau_\beta^*)\to(X_\lambda,E_\lambda,\tau_\lambda,\tau_\lambda^*)$ proyeksiya inikasının kəsilməz olduğunu göstərək. $\forall(F_\lambda, E_\lambda) \in SS(X_\lambda, E_\lambda)$ üçün

$$\tau\left((p_\lambda, q_\lambda)^{-1}(F_\lambda, E_\lambda)\right) \geq \beta\left((p_\lambda, q_\lambda)^{-1}(F_\lambda, E_\lambda)\right) =$$

$$= \vee\left\{ \mathop{\wedge}_{j=1}^{n} \tau_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j}, E_{\alpha_j}\right) \middle| \left(p_{\alpha_j}, q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j}, E_{\alpha_j}\right) = (p_\lambda, q_\lambda)^{-1}(F_\lambda, E_\lambda) \right\} \geq \tau_\lambda(F_\lambda, E_\lambda),$$

$$\tau^*\left((p_\lambda, q_\lambda)^{-1}(F_\lambda, E_\lambda)\right) \leq \beta^*\left((p_\lambda, q_\lambda)^{-1}(F_\lambda, E_\lambda)\right) =$$

$$= \wedge\left\{ \mathop{\vee}_{j=1}^{n} \tau^*_{\alpha_j}\left(F_{\alpha_j}, E_{\alpha_j}\right) \middle| \left(p_{\alpha_j}, q_{\alpha_j}\right)^{-1}\left(F_{\alpha_j}, E_{\alpha_j}\right) = (p_\lambda, q_\lambda)^{-1}(F_\lambda, E_\lambda) \right\} \leq \tau^*_{\alpha_j}(F_\lambda, E_\lambda).$$

Teorem isbat olundu.

Nəticə

1. Qeyri-səlis soft G-modullar, intuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyaları qurulmuş və bu kateqoriyaların cəbri kateqoriyaların cəbri əməllərə görə qapalılıq problemi araşdırılmışdır.
2. İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar kateqoriyasında dəqiq ardıcıllıq anlayışı verilərək, bəzi dəqiq ardıcıllıqlar qurulmuşdur.
3. İntuitiv qeyri-səlis G-modullar kateqoriyasında homoloji modullar qurularaq homoloji nəzəriyyənin aksiomlarının ödəndiyi isbatlanmışdır.
4. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların genişlənməsi olan neytrosofik G-modullar kateqoriyası qurulmuşdur.
5. Neytrosofik modulların genişlənməsi olan neytrosofik soft modullar anlayışı daxil edilmiş və bu modullar kateqoriyasında qapalılıq problemi araşdırılmışdır. Neytrosofik soft modullar kateqoriyasında tərs limitin varlığı isbatlanmışdır.
6. Soft çoxluqlarda qeyri-səlis, intuitiv qeyri-səlis (Şostak) topologiya daxil edilmiş və yeni alınan topoloji fəzada baza, kəsilməzliklə bağlı araşdırmalar aparılmışdır.

İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı

1. Vəliyeva, K.M., Bayramov, S.A. Qeyri-səlis soft G-modullar // - Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, - 2018. №1, - s. 45-53.
2. Vəliyeva, K.M., Bayramov, S.A. İntuitiv qeyri-səlis soft G-modullar // - Bakı: Bakı Universitetinin Xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, - 2018. №3, - s. 74-85
3. Vəliyeva, K.M. İntuitiv qeyri-səlis G-modulların homoloji modulları // - Bakı: Odlar Yurdu Universitetinin Elmi və Pedaqoji xəbərləri, - 2019. №52, - s. 6-11.
4. Abraham, T., Sebastian, S. On fuzzy representation of fuzzy G-modules // J. Comp. & Math. Sci., - 2010. 1(5), - pp. 592-597.
5. Acar, U., Koyuncu, F., Tanay, B. Soft sets and soft rings // Comput. Math. Appl. - 2010. 59, - pp. 3458-3463.
6. Ahmad, B., Kharal, A. On fuzzy soft sets //Adv. Fuzzy Syst. – 2009. - pp.1-6.
7. Ali, M.I. On some new operations in soft set theory/ M.I.Ali, F.Feng, X.Y.Liu, [və b.] // Comput. Math. Appl, - 2009. 57, - pp.1547-1553.
8. Aktaş, H., Çağman, N. Soft sets and soft group // Information Science , - 2007. 177, - pp. 2726-2735.
9. Ameri, R., Zahedi, M.M. Fuzzy chain complex and fuzzy homotopy // Fuzzy sets and systems, - 2000. 112, - pp.287-297.
10. Anderson, F.W. Rings and Categories of Modules./ F.W.Anderson, K.R.Fuller – New York: Springer Verlag, - 1992. 378 p.
11. Atanassov, K. Intuitionistic fuzzy sets // Fuzzy Sets and Systems, - 1986. 20, - pp. 87-96.
12. Atanassov, K. Operators over interval valued intuitionistic fuzzy sets // Fuzzy Sets and Systems, - 1994. 64, - pp. 159-174.
13. Bayramov, S. Fuzzy and fuzzy soft structures in algebras / S.Bayramov. - Saarbrucken, Germany: Lambert Academic Publishing , - 2012, - 175.
14. Bayramov, S., Gunduz, (Aras) Ç. Soft locally compact and soft paracompact

spaces // Journal of Mathematics and System Science, - 2013. vol.3, - pp.122-130.

15. Bayramov, S., Gunduz, (Aras) Ç. Intuitionistic fuzzy soft topological spaces // TWMS, J. Pure and Appl. Math, - 2014. vol. 5, № 1, - pp. 66-79.

16. Bayramov, S., Gunduz, (Aras) Ç. Some results on fuzzy soft topological spaces // Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, - 2013, - pp.1-10.

17. Bayramov, S., Gunduz, (Aras) Ç. Inverse and direct systems in the category of intuitionistic fuzzy M-groups // Intern. Math. Forum, - 2009. vol.4, №19, - pp. 897-918.

18. Bayramov, S., Gunduz, (Aras) Ç. The universal coefficient theorems for fuzzy homology modules // Fuzzy sets, rough sets and multivalued operations and appications, - 2011.vol. 2, №1, - pp. 41-50.

19. Bayramov, S. Homology Theory in the category of fuzzy topological spaces / S.Bayramov, Ç.Gunduz (Aras), T.Y.Ozturk. - Germany: Lambert Academic Publishing , - 2012. -152 p.

20. Bayramov, S., Gunduz, (Aras) C., Yazar, M.İ. Inverse systems of fuzzy soft modules // Annals of fuzzy mathematics and informatics, - 2012. vol.4, №2, - pp. 349-363.

21. Bayramov, S., Gunduz, C. On isomorphism theorems of fuzzy soft groups // - Bolu, Turkey: ICMS, AIP 23-27 November, - 2010. - pp. 9-12.

22. Bayramov, S.A., Gunduz, C.A., Veliyeva, K.M. İntuitionistic Fuzzy Topology on soft sets // - Bakı: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, - 2021. Volume 47, Number 1, - pp. 124-137.

23. Bera, T., Mahapatra, N.K., Introduction to neutrosophic soft topological space // Opsearch, - 2017, 54(4), - pp. 841-867.

24. Bourbaki, N. Topologie generale / N.Bourbaki. - Berlin Heidelberg: Springer Verlag, - 1971. - 357 p.

25. Bourbaki, N. Algebra Homologique / N.Bourbaki. - Masson-Paris Newyork, Barcelone Milan, -1980. - 420 p.

26. Cartan, H. Homological Algebra / H.Cartan, S.Eılenberg. - Princeton Univ. Press. - 1956. – 412 p.

27. Chang, C.L. Fuzzy topological spaces // J.Math.Anal.Appl. – 1968. 24, - pp. 182-190.

28. Chattopadhyay, K.C., Hazra, R.N., Samanta, S.K. Gradation of openness: fuzzy topology // Fuzzy Sets and Systems, - 1992. 49, - pp. 237-242.

29. Chen, D. The parametrization reduction of soft sets and its applications // Comput. Math. Appl, - 2005. 49, - pp. 757-763.

30. Coker, D. An introduction to intuitionistic fuzzy topological spaces // Fuzzy sets and systems, - 1997, 88, - pp. 81-89.

31. Davvaz, B., Dudek, W.A., Jun, Y.B. Intuitionistic fuzzy H_v -submodules // Information Sciences, - 2006. 176, - pp. 285-300.

32. Deli, I., Broumi, S. Neutrosophic soft relations and some properties // Ann. Fuzzy Math. Inform, - 2015. 9(1), - pp. 169–182.

33. Dold, A. Lectures on Algebraic Topology / A.Dold. - Springer – Verlag, Berlin – Heidelberg – New York: -1972. – 379 p.

34. Dubois, D. Fuzyy Set and Systems Theory and Applications/ D.Dubois, H.Prade. - New York, USA: Academic Press, -1980. - 393 p.

35. Dubois, D. Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data / D.Dubois, H. Prade, Z. Pawlak. - Dordrecht, Netherlands: Kluwer, -1991. – 231 p.

36. Eilenberg, S. Foundations of Algebraic Topology / S.Eilenberg, N.Steenrod. - New Jersey: Princeton University Press, Princeton, -1952. – 328 p.

37. Engelking, R. General Topology / R.Engelking. - Warszawa: Polish Scientific Publishers, - 1977. – 540 p.

38. Fang, J., Sums of L -fuzzy topological spaces // Fuzzy Sets and Systems, - 2005. 157, - pp. 739-754.

39. Fang, J., Yue, Y. Base and Subbase in I -Fuzzy Topological Spaces // J.Math. Res. Exposition, - 2006. 26, - pp. 89-95.

40. Feng, F., Jun, Y.B., Zhao, X. Soft semirings // Comput. Math. Appl., - 2008. 56, - pp. 2621-2628.

41. Fernadez, S. Fuzzy G -modules and fuzzy representations // TAJOPAM, - 2002. 1, - pp. 107-114.

42. Ghadiri, M., Davvaz, B. Direct system and direct limit of H_v -modules // Iranian Journal of Science & Technology, Transaction A, - 2004. Vol.28, No:A2, - pp. 267-275.

43. Golan, J.S. Making Fuzzy Modules // Fuzzy Sets and Systems, - 1989. 32, - pp. 91-94.

44. Gorzalzany, M. B. A method of inference in approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets // Fuzzy Sets and Systems, - 1987. 21, - pp. 1-17.

45. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Algebraic structures on fuzzy homotopy sets // Proceeding of the Jangjeon Mathematical Society, - 2006. 9, №2, - pp. 161-173.

46. Gunduz, (Aras) C. Inverse Systems in Intuitionistic Fuzzy Topological Spaces // Proceedding The Jangjeon Mathematical Society, - 2008. vol.11 №2, - pp. 171-189.

47. Gunduz, (Aras) C. Inverse systems in The Category of Šostak Fuzzy Topological Spaces // University of Istanbul Faculty of Science The Journal of Mathematic, Physics and Astronomi, - 2009. vol.3, - pp. 77-96.

48. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Čech Homology Theory in The Category of Šostak Fuzzy Topological Spaces// International Journal of Contemporary Math. Sciences, - 2010. vol.5, №2, - pp. 433-448.

49. Gunduz, (Aras) C., Davvaz, B. The universal coefficient theorem in the category of intuitionistic fuzzy modules // Utilitas Math., - 2010. 81, - pp. 131-156.

50. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. On soft isomorphism theorems of soft groups // - Bolu, Turkey: ICMS, AIP 23-27, November, - 2010, - pp. 21-25.

51. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Intuitionistic fuzzy soft modules // Computers and Mathematics with Applications, - 2011. 62, - pp. 2480-2486.

52. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Fuzzy soft modules//International Mathematical Forum, - 2011. 6(11), - pp. 517-527.

53. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Inverse and direct system in category of fuzzy modules//Fuzzy Sets, Rough Sets and Multivalued Operations and Applications, - 2011. vol.2, №1, - pp. 11-25.

54. Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Intuitionistic Fuzzy Topology on Function Spaces // Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, - 2012. vol.3, №1, - pp. 19-30.

55. Gunduz, C.A., Bayramov, S.A., Veliyeva, K.M. Introduction to Fuzzy Topology on Soft Sets // - Bakı: Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.- Tech. Math. Sci. Mathematics, - 2021. 41(1), - p. 85-97.

56. Herrlich, H. Category theory / H. Herrlich, G.E. Strecker. - Baston: Ser. Adv. Math., Allyn and Bacon, -1973. – 400 p.

57. Hong-xing, L., Cheng-Zhang, L., Pei-zhuang, W. The Cardinality of Fuzzy sets and the Continium Hypothesis // Fuzzy Sets and Systems, - 1993. 55, - pp. 61-77.

58. Höhle, U., Šostak, A. Axiomatic Foundations of Variable-Basis Fuzzy Topology //- Boston, Dordrecht, London: in: U.Höhle, S.E. Rodabaugh (Eds.), Mathematics of Fuzzy Sets: Logic, Topology and Measure Theory, the Handbooks of Fuzzy Sets Series, Kluwer Academic Publishers, - 1999. vol.3, - pp.123-272.

59. Huber, P. J. Homotopy theory in general categories // Math. Ann, - 1961. 144, - pp. 361-385.

60. Hungerford, T.W. Algebra / T.W.Hungerford. - Washington: University of Washington, -1973. – 504 p.

61. Isaac, P. On Projective L – Modules // International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, - 2005. Issue 55, - pp. 747 – 754.

62. Jin-liang, L., Rui-xia, Y., Bing-xue, Y. Fuzzy soft sets anf fuzzy soft groups // Chinese Control and Decision Conference, - 2008. - pp. 2626-2629.

63. Jun, Y.B., Park, C.H. Applications of soft sets in ideal theory of BCK/BCI-Algebras // Inform.Sci., - 2008. 178, - pp. 2466-2475.

64. Jun, Y. B. Soft BCK/BCI-algebras // Comput. Math. Appl., - 2008. 56(5), - pp. 1408-1413.

65. Kazancı, O., Yılmaz, Ş., Yamak, S. Soft sets and soft BCH-Algebras // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, - 2010. 39(2), - pp. 205-217.

66. Kharal, A., Ahmad, B. Mappings on Fuzzy Soft Classes // Adv. İn Fuzzy Syst., - 2009, - pp. 1-6.

67. Klir, G.J. Fuzzy Sets / G.J.Klir, T.A.Folger - Uncertainty and Information. Prentice-Hall, - 1988, - 355 p.

68. Kubiak, T. On fuzzy topologies / T.Kubiak – Poland: Ph. D.Thesis, Adam Mickiewicz, Ponzan, - 1985, - 310 p.

69. Kucuk, A., Ozturk, T.Y. Homology modules of fuzzy soft modules // Annals of fuzzy mathematics and informatics, - 2012. Vol.5, No 3, - pp. 607-619.

70. Lee, S.J., Lee, E.P. The Category of Intuitionistic Fuzzy Topological Spaces // Bull. Korean Math. Soc., - 2000. 37, No. 1, - pp. 63-76.

71. Leoreanu, V. Direct limits and Inverse Limits of SHR Semi groups// Southeast Asian Bulletion of Mathematics, - 2001. 25, - pp. 421-426.

72. Li, S.G. Inverse Limits in Category $LTop(I)^1$ // Fuzzy Sets and Systems, - 1999. 108, - pp. 235- 241.

73. Li, S.G. Inverse Limits in Category $LTop(II)^1$ // Fuzzy Sets and Systems, - 2000. 109, - pp. 291-299.

74. Li, S.G. Some Results On Ĭ(L) and Ř(L) // Fuzzy Sets and Systems, - 1996. 82, - pp. 103-110.

75. Lowen, R. Fuzzy Topological Spaces and Fuzzy Compactness // J. Math. Anal. Appl., - 1977. 56, - pp. 621-633.

76. Mac Lane, S. Homology / S.Mac Lane. – USA, Chicago, - 1963. – 422 p.

77. Maji, P.K., Bismas, R., Roy, A.R. Fuzzy soft sets // Journal of Fuzzy Mathematics, - 2001. 9(3), - pp. 589-602.

78. Maji, P.K., Roy, A.R., Bismas, R. An Application of soft sets in a decision making problem // Comput. Math. Appl., - 2002. 44, - pp.1077-1083.

79. Maji, P.K., Bismas, R., Roy, A.R. Soft set theory // Comput. Math. Appl., - 2003. 45, - pp. 555-562.

80. Maji, P.K. Neutrosophic soft set // Ann. Fuzzy Math. Inform., - 2013. 5(1), - pp. 157–168.

81. Massey, W.S. Homology and Cohomology theory / W.S.Massey. – New York: Bassel, - 1978. - 412 p.

82. Molodtsov, D. Soft set theory- first results // Comput. Math. Appl., - 1999. 37,

- pp. 19-31.
83. Mondal, T.K., Samanta, S.K. On intuitionistic gradation of openness // Fuzzy Sets and Systems, - 2002. 131, - pp. 323-336.
84. Negoita, C.V. Applications of fuzzy subsets to system Analysis / C.V.Negoita, D.A.Ralescu. - Birkhauser: Basel, - 1975. - 191 p.
85. Ozturk, T.Y., Gunduz, (Aras) C., Bayramov, S. Inverse and direct systems of soft modules // Annals of fuzzy mathematics and informatics, - 2012. 5(1), - pp. 73-85.
86. Ozturk, T.Y., Bayramov, S. Category of chain complexes of soft modules // International Mathematical Forum, - 2012. 7, №20, - pp. 981-992.
87. Pan, F.Z. Fuzzy Finitely Generated Modules // Fuzzy Sets and Systems, - 1987.21, - pp. 105-115.
88. Pawlak, Z. Rough sets // Int.J.Comput.Sci., - 1982.11, - pp. 341-356.
89. Permouth, S. R. L. Lifting morita equivalence to categories of fuzzy modules // J. Inform. Sci., -1992. 64, - pp. 191 – 201.
90. Permouth, S. R. L., Malik, D.S. On categories of fuzzy modules // Information Sciences, - 1990. 52, - pp. 211-220.
91. Peter, J. Hilton. A course in Homological Algebra / J.Peter. Hilton, Urs Stammbach. - New York: Springer Verlag, -1971. – 366 p.
92. Rammadan, A.A., Kim, Y.C., Abbas, S.E. Compactness in Intuitionistic Gradation of Openness // The Journal of Fuzzy Mathematics, - 2005. vol. 13, №3, - pp. 581-600.
93. Rosenfeld, A. Fuzzy groups // J.Math. Anal. Appl., - 1971. 35, - pp. 512-517.
94. Roy, A.R., Maji, P.K. A fuzzy soft set theoretic approach to decision making problems // Journal of Computational and Applied Mathematics, - 2007. 203, - pp. 412-418.
95. Sabir, H., Bashir, A. Some properties of soft topological spaces // Comput. Math. Appl., - 2011. 62, - pp. 4058-4067.
96. Shabir, M., Ali, M.I. Soft ideals and generalized fuzzy ideals in semigroups // New Math. Nat. Comput., - 2009. 5, - pp. 599-615.
97. Shabir, M., Naz, M. On soft topological spaces//Comput. Math. Appl., - 2011.

61, - pp. 1786-1799.

98. Sharma, P.K. (α,β)-cut of intuitionistic fuzzy modules//Intern. journal of Mathematical Sciences and Applications, - 2013. 3(1), - pp. 11-17.

99. Sharma, P.K. (α,β)-cut of intuitionistic fuzzy modules–II//Intern. journal of Mathematical Sciences and Applications, - 2011.1(3), - pp. 1489-1492.

100. Sharma, P.K. On intuitionistic fuzzy abelian subgroups – II // Advances in Fuzzy Sets and Systems, - 2016. 21(1), - pp. 1-6.

101. Sharma, P.K. Intuitionistic fuzzy representations of intuitionistic fuzzy groups // Asian Journal of Fuzzy and Applied Mathematics, - 2015. 3(3), - pp. 81-94.

102. Sharma, P.K., Tarandeep, Kaur. Intuitionistic fuzzy G-modules // Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, - 2015. 21(1), - pp. 6-23.

103. Sharma, P.K. Isomorphism Theorems for Intuitionistic Fuzzy Submodules of G-modules // Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, - 2016. 22(4), - pp. 80-88.

104. Sharma, P.K. Exact Sequence of Intuitionistic fuzzy G-modules // Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets, - 2017. 23, no.5, - pp. 66-84.

105. Shi, F.G. A new definition of fuzzy compactness // Fuzzy Sets and Systems, - 2007. 158, - pp. 1486-1495.

106. Smarandache, F. Neutrosophic set, a generalisation of the intuitionistic fuzzy sets // Int. J. Pure Appl. Math., - 2005. 24, - pp. 287–297.

107. Spanier Edwin, H. Algebraic Topology / H. Spanier Edwin. - California, Berkeley: Mc Graw-Hill Book Company, - 1966. – 548 p.

108. Sun, Q.M., Zhang, Z.L., Liu, J. Soft sets and soft modules // Lecture Notes in Comput. Sci., - 2008. 5009, - pp. 403-409.

109. Šostak, A. Two decades of fuzzy topology: Basic ideas notions and results // Russian Math. Surveys, - 1989. 44, - pp. 125-186.

110. Šostak, A. On a fuzzy topological structure // Rendiconti Ciecolo Matematico Palermo(Supp. Ser II), - 1985. 11, - pp. 89-103.

111. Šostak, A. Basic structures of fuzzy topology // J. Math. Sci., - 1996. 78, - pp. 662-701.

112. Switzer, R.M. Algebraic Topology Homotopy and Homology, Springer-Verlag,

1975.
113. Veliyeva, K.M. Neutrosophic G-modules // - Bakı: Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.- Tech. Math. Sci. Mathematics, - 2020. 40(1), - p. 187-195.
114. Veliyeva, K., Bayramov, S. Neutrosophic Soft Modules // Journal of Advances in Mathematics, - 2018. Volume 14 Issue:02, - pp. 7670-7681.
115. Veliyeva, K., Bayramov, S. Inverse system of neutrosophic modules // Science news of Lenkeran State University, Sciences of nature, - 2018. №1, - pp. 18-32.
116. Veliyeva, K., Huseynova, A. Sequences of Intuitionistic Fuzzy Soft G -Modules // International Mathematical Forum, - 2018. vol.13, №12, - pp. 537-546.
117. Veliyeva, K., Abdullayev, S., Bayramov, S. Derivative Functor of Inverse Limit Functor in the Category of Neutrosophic Soft Modules // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, - 2018. vol. 44, № 2, - pp. 267-284.
118. Wang-jin, L., Chong-you, Z. Singular homology groups of fuzzy topological spaces // Fuzzy Sets and Systems, - 1985. 15, - pp. 199-207.
119. Ying-Ming, L. A new approach for fuzzy topology (I) // Fuzzy Sets and Systems, - 1991. 39 (3), - pp. 303-321.
120. Ying-Ming, L. Fuzzy Topology / L.Ying-Ming, L.Mao-Kang. - Singapore: World Scientific, - 1997. – 364 p.
121. Yue, Y., Fang, J. Generated I - Fuzzy Topological Spaces // Fuzzy Sets and Systems, - 2005. 154, - pp. 103-117.
122. Yue, Y. Lattice-valued induced fuzzy topological spaces // Fuzzy Sets and Systems, - 2007. 158, - pp. 1461-1471.
123. Zadeh, L.A. Fuzzy sets // Information and Control, -1965. 8, - pp. 338-353.
124. Zahedi, M.M. Some results on fuzzy modules // Fuzzy Sets and Sustems, - 1993. 55, - pp. 355 – 361.
125. Zahedi, M.M., Ameri, R. Fuzzy Exact Sequence in Categori of Fuzzy Modules // J. Fuzzy Math., - 1994. 2(2), - pp. 409 – 424.
126. Zahedi, M.M., Ameri, R. On Fuzzy Projective and İnjective Modules// J. Fuzzy Math., - 1995. 3(1), - pp. 181- 190.

127. Zahedi, M.M., Ameri, R. Fuzzy flat and faithfully flat R-Modules // J. Fuzzy Math., - 1997. 5(4), - pp. 855 – 864.
128. Zimmermann, H.J. Fuzzy Set Theory and its Applications / H.J. Zimmermann. - Netherlands: Kluwer Academic Publishers, - 1993. – 435 p.
129. Zorlutuna, İ. Remarks on soft topological spaces / İ.Zorlutuna, M.Akdag, M., W.K.Min, S.Atmaca.// Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, - 2012. vol.3, №2, - pp. 171-185.