

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

RADIAL QEYRİ-BİRCİNS SİLİNDRİK ÖRTÜYÜN GƏRGİNLİK-DEFORMASIYA VƏZİYYƏTİNİN TƏHLİLİ

İxtisas: 2002.01 – Deformasiya olunan bərk cisim
mexanikası

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Cəlalə Cəmsid qızı İsmayılova**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2022

Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin “Ümumi texniki fənlər və texnologiya” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: riy.üzrə elmlər doktoru, professor
Natiq Qarakişi oğlu Əhmədov

Rəsmi opponetlər: riy.üzrə elmlər doktoru, professor
Ramiz Əziz oğlu İskəndərov

fiz.-riy. elmləri namizədi, dosent
Xalid Binnət oğlu Məmmədov

riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
Sahib Aydın oğlu Piriyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən
FD 2.17 Dissertasiya şurası

Dissertasiya şurasının sədri:

AMEA-nın həqiqi üzvü,
f.r.e.d., professor

_____ **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:

m.e.d., dosent

_____ **Laura Faiq qızı Fətullayeva**

Elmi seminarın sədr müavini:

f.r.e.d., professor

_____ **Lətifov Fuad Seyfəddin oğlu**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi

Örtüklər nəzəriyyəsi deformasiya olunan bərk cisim mexanikasının qalınlıq adlanan bir ölçüsü digər iki ölçüsündən kiçik olan cisimlərin gərginlik-deformasiya vəziyyətini öyrənən sahəsidir. Örtüklər nəzəriyyəsi öz təbiətinə nəzərən asimptotik nəzəriyyədir.

Örtüyün qalınlığının onun digər ölçülərinə nəzərən kiçik olması örtüklərin hesabətını sadələşdirən müxtəlif tətbiqi nəzəriyyələrin yaranmasına səbəb olub. Qeyri-bircins, xüsusi halda çoxlaylı örtüklərin tədqiqi örtüklər nəzəriyyəsində xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Çoxlaylı örtüklər üçün tətbiqi nəzəriyyələrin qurulması uyğun olaraq hər bir lay üçün və ya bütün laylar paketi üçün kinematik hipotezlərin qəbul edilməsilə ikiölçülü tənliklərin alınmasından ibarət olan iki müxtəlif istiqamətdə yerinə yetirilir. Örtüklər üçün mövcud müxtəlif tətbiqi nəzəriyyələrin tətbiq olunma oblastlarının təyini, daha dəqiq tətbiqi nəzəriyyələrin yaradılması tələbatı və kiçik qalınlıqlı elastiki cisimlər üçün bir çox məsələlərin örtüklər nəzəriyyəsinin təqribi tənlikləri əsasında korrekt həll edə bilməməsi örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin elastikiyyət nəzəriyyəsi tənlikləri əsasında tədqiqini zəruri edir.

Klassik elastikiyyət nəzəriyyəsi bütöv mühit mexanikasının müstəqil akademik fənninə çevrildiyi vaxtlarda onun əsas hipotezlərindən biri materialın bircinsliyi fərziyyəsi idi. Lakin sonralar məlum oldu ki, materialın bircinsliyi fərziyyəsi onun bir sıra real xassələrini nəzərə almır. Qeyri-bircins elastiki cisimlərin gərginlik-deformasiya vəziyyətinin elastikiyyət nəzəriyyəsinin tənlikləri əsasında öyrənilməsi mürəkkəb riyazi məsələlər olsa da, bu yanaşma onların mexaniki, həndəsə strukturlarını daha adekvat şəkildə nəzərə alır və yeni keyfiyyət effektinin yaranmasına səbəb olur.

Bir çox hallarda qeyri-bircins materialın xassələrinin öyrənilməsi məqsədilə elastiki materialın elementar funksiyalarla ifadə edilən mexaniki xassələrə malik olması fərz edilir. Bu qeyri-bircinsliyi modelləşdirməyə imkan verir.

Qeyri-bircins cisimlər üçün elastikiyyət nəzəriyyəsi məsələlərinin həllində asimptotik üsulların tətbiqi xüsusi yer tutur və iki

mühüm istiqamətdə yerinə yetirilir. Birinci istiqamətə aid tədqiqatlar elastikiyyət nəzəriyyəsi tənliklərinin üç iterasiya prosesinin superpozisiyasından ibarət asimptotik inteqrallanması metoduna əsaslanır. Bu istiqamətin əsası A.L.Qoldenveyzer, M.İ.Hüseynzadə, A.M.Kolos, N.N.Roqaçovanın işlərində yerinə yetirilib. İkinci istiqamət bir-cins həllər üsuluna əsaslanır və həmin istiqamət İ.İ.Voroviç, Y.A.Ustinov, M.F.Mehdiyev, O.S.Malkina, N.N.Bazarenko, M.A.Şlenevin işlərində öz həllini tapıb.

Tədqiqatın obyektı və predmeti. Kiçik qalınlıqlı qeyri-bircins silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin tədqiqinə asimptotik və ədədi üsulların tətbiqi.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri. Elastiki modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən radial qeyri-bircins silindrik örtüyün yan səthində müxtəlif sərhəd şərtləri verildikdə onun gərginlik-deformasiya vəziyyətinin elastikiyyət nəzəriyyəsi tənlikləri əsasında tədqiqi; elastiki modulları radiusdan asılı ixtiyari müsbət kəsilməz funksiyalar olan silindrik örtüyün burulma məsələsinin tədqiqi; elastiki modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən radial qeyri-bircins silindrik örtüyün burulma rəqsi məsələsinin tədqiqi; ikilaylı və üçlaylı silindirdə elastiki dalğaların yayılması məsələsinin ədədi-analitik üsulların köməyi ilə öyrənilməsi .

Tədqiqatın metodları. Tədqiqatın metodikası elastikiyyət nəzəriyyəsi tənliklərinin asimptotik inteqrallanması, bir-cins həllər və diskret ortoqonallaşdırma üsullarına əsaslanır.

Müdafiyyə çıxarılan əsas müddəalar.

- Radial qeyri- bircins kiçik qalınlıqlı silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin sərhəd məsələlərinin tədqiqi.

-Radial qeyri-bircins kiçik qalınlıqlı silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətini xarakterizə edən asimptotik düsturların təyini.

- Radial qeyri- bircins kiçik qalınlıqlı silindrik örtüyün burulma rəqsi məsələsinin tədqiqi.

- Radial ikilaylı və üçlaylı silindirdə elastiki dalğaların yayılmasının təhlili.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. Dissertasiyada alınan əsas nəticələr aşağıdakılardan ibarətdir:

- Radial qeyri-bircins silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti elastikiyyət nəzəriyyəsi tənlikləri əsasında tədqiq edilmiş, qeyri- bircins və bircins həllər qurulmuşdur. Silindrik örtüyün yan səthi gərginliklərdən azad olduqda təyin edilmiş həllərin təsnifatı aparılmış və birincis həllin yayılan, sadə sərhəd effekti xarakterli, sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu göstərilmişdir. Silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətini hesablamaq üçün asimptotik düsturlar alınmışdır.

- Radial qeyri-bircins silindrik örtüyün yan səthində bircins qarışıq sərhəd şərtləri verildikdə birincis həllin yayılan və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu göstərilmişdir.

- Yan səthi bağlanmış radial qeyri- bircins silindrik örtük üçün bircins həllin yalnız sərhəd layı xarakterli həlldən ibarət olduğu müəyyən edilmişdir.

- Elastiki modulları radiusdan asılı ixtiyari müsbət kəsilməz funksiyalar olan silindrik örtüyün burulma məsələsi öyrənilmişdir. Silindrik örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda burulma məsələsi üçün bircins həllin yayılan və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu göstərilmişdir. Yan səthi bağlanmış silindrik örtük üçün burulma məsələsinin yalnız sərhəd layı xarakterli həllə malik olduğu alınmışdır.

-Radial qeyri-bircins silindrik örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda,yan səth bağlandıqda burulma rəqsi məsələləri öyrənilmiş, dəqiq və asimptotik həllər qurulmuşdur.

-Radial ikilaylı və üçlaylı silindirdə oxa nəzərən qeyri-simmetrik, oxa nəzərən simmetrik və burulma elastiki dalğalarının yayılması məsələləri ədədi-analitik üsulların birgə tətbiqi ilə öyrənilmişdir. Dispersiya ayrıləri qurulmuş,onların mümkün asimptotikaları təyin edilmişdir.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Bu iş nəzəri əhəmiyyət kəsb edir. Örtüklərin tətbiqi nəzəriyyələrinin təsvir edə bilmədiyi yeni sinif həllər müəyyən edilmişdir. Alınan asimptotik düsturlar vasitəsilə radial qeyri-bircins silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti hesablamaq, silindrik örtük üçün mövcud olan müxtəlif tətbiqi nəzəriyyələrin tətbiq olunma oblastlarını qiymətləndirmək və daha dəqiq tətbiqi nəzəriyyələr qurmaq olar.

İşin aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın nəticələri “1st international science and engineering conference”, Baku Engineering University (Baku, 2018) Beynəlxalq konfransında, XXXIX International Scientific Practical conference “Advances in Science and Technology (Moskva,2021) Beynəlxalq konfransında, “Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları” konfransında(Sumqayıt,2021) məruzə edilib. Dissertasiyanın nəticələri elmi jurnallarda 6 məqalə və 3 konfrans materialı olmaqla çap olunub.

Müəllifin şəxsi töhfəsi. İşdə məsələlərin qoyuluşu istisna olmaqla tədqiqatın bütün nəticələri müəllifə məxsusdur.

Müəllifin nəşrləri. Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında AAK–ın tövsiyə etdiyi nəşrlərdə 6 məqalə, 3 konfrans materialı çap edilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı. Dissertasiya işi Gəncə Dövlət Universitetinin “Ümumi texniki fənlər və texnologiya” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi. Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə, istifadə olunan ədəbiyyat siyahısı və əlavələrdən ibarət olmaqla 129 səhifə həcmindədir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi 215871 işarədir (titul səhifəsi 397 işarə, mündəricat 1656 işarə, giriş 23837 , birinci fəsil 82000 işarə, ikinci fəsil 64000 işarə,üçüncü fəsil 42000 işarə, nəticə 1981 işarə). Dissertasiyada 12 sayda şəkil, 90 adda ədəbiyyat mövcuddur.

İŞİN ƏSAS MƏZMUNU

Birinci fəsil “Radial qeyri-bircins silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsi” adlanır. Birinci fəsildə radial qeyri-bircins silindrik örtüyün asimptotik nəzəriyyəsi verilir.

1.1-də r, φ, z silindrik koordinat sistemində $\Gamma = \{r \in [r_1; r_2], \varphi \in [0; 2\pi], z \in [-l_0; l_0]\}$ həcminə malik radial qeyri-bircins izotrop silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələsinin qoyuluşu verilir. Fərz edilir ki, elastiklik modulları radiusa nəzərən $G(r) = G_* r$, $\lambda(r) = \lambda_* r$ xətti qanunu ilə dəyişir. Silindrik koordinat sistemində tarazlıq tənliklərinin yerdəyişmə vektorunun komponentləri ilə ifadəsi aşağıdakı kimidir:

$$(A_0 + \partial_1 A_1 + \partial_1^2 A_2) \bar{u} = \bar{0}, \quad (1)$$

Burada

$$A_0 = \begin{vmatrix} (2G_0 + \lambda_0)(\partial^2 + \varepsilon\partial) - 2G_0\varepsilon^2 & 0 \\ 0 & G_0(\partial^2 + \varepsilon\partial) \end{vmatrix},$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 0 & e^{\varepsilon\varphi}(\varepsilon(G_0 + \lambda_0)\partial + \varepsilon^2\lambda_0) \\ e^{\varepsilon\varphi}(\varepsilon^2(2G_0 + \lambda_0) + (G_0 + \lambda_0)\varepsilon\partial) & 0 \end{vmatrix},$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon^2 G_0 e^{2\varepsilon\varphi} & 0 \\ 0 & (2G_0 + \lambda_0)\varepsilon^2 e^{2\varepsilon\varphi} \end{vmatrix},$$

$$\bar{u} = (u_\rho; u_\xi)^T, \quad \partial_1 = \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \partial_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}, \quad \partial = \frac{\partial}{\partial \rho}; \quad \rho = \frac{1}{\varepsilon} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad \xi = \frac{z}{r_0} -$$

yeni ölçüsüz dəyişənlər, $\varepsilon = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ silindrik örtüyün qalınlığını

xarakterizə edən kiçik parametr,

$$r_0 = \sqrt{r_1 r_2}, \quad \rho \in [-1; 1], \quad \xi \in [-l; l], \quad l = \frac{l_0}{r_0} - \text{dır.}$$

Fərz edilir ki, silindrik örtüyün yan səthində

$$\bar{\sigma} = (E_0 + \partial_1 E_1) \bar{u}|_{\rho=\pm 1} = \bar{b}^\pm(\xi).$$

(2)

$$E_0 = \left\| \begin{array}{cc} \frac{(2G_0 + \lambda_0)}{\varepsilon} \partial + \lambda_0 & 0 \\ 0 & \frac{G_0}{\varepsilon} \partial \end{array} \right\|, E_1 = \left\| \begin{array}{cc} 0 & \lambda_0 e^{\varepsilon \rho} \\ G_0 e^{\varepsilon \rho} & 0 \end{array} \right\|,$$

$$\bar{\sigma} = (\sigma_{\rho\rho}, \sigma_{\rho\xi})^T \bar{b}^\pm(\xi) = (t^\pm(\xi); d^\pm(\xi))^T$$

sərhəd şərtləri, onun oturacaqlarında isə örtüyü tarazlıqda saxlayan ixtiyari sərhəd şərtləri verilir.

(2)-də $t^\pm(\xi)$, $d^\pm(\xi)$ funksiyaları ε - na nəzərən $O(1)$ tərtibinə malik hamar funksiyalardır.

\mathcal{E} parametrinin kiçik olduğunu fərz etməklə asimptotik inteqrallama üsulunun birinci iterasiya prosesinə əsasən (1)-in (2) sərhəd şərtini ödəyən qeyri-bircins həll adlanan xüsusi həlli qurulur. Qeyri-bircins silindrik örtük üçün Miçel-Almansı klassik məsələsi tədqiq edilir.

1.2-də (1) tarazlıq tənliklərinin silindrik örtüyün yan səthində

$$\bar{\sigma} = (E_0 + \partial_1 E_1) \bar{u}|_{\rho=\pm 1} = \bar{0} \quad (3)$$

bircins sərhəd şərtini ödəyən, bircins həllər adlanan bütün həlləri qurulur.

(1), (3) sərhəd məsələsinin həlli

$$u_\rho(\rho; \xi) = u(\rho) e^{\alpha \xi}, \quad u_\xi(\rho; \xi) = w(\rho) e^{\alpha \xi} \quad (4)$$

şəklində axtarılır.

(4)-ü (1), (3)-də yazdıqda nəticədə

$$\left\{ (A_0 + \alpha A_1 + \alpha^2 A_2) \bar{a} = \bar{0}, \right. \quad (5)$$

$$\left. (E_0 + \alpha E_1) \bar{a}|_{\rho=\pm 1} = \bar{0} \right. \quad (6)$$

məsələsi alınır. Burada $\bar{a}(\rho) = (u(\rho); w(\rho))^T$ - dir.

$\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda (5), (6) spektral məsələsində elastikiyyət nəzəriyyəsi tənliklərinin asimptotik inteqrallanması üsulunun tətbiqi

nəticəsində aşağıdakı həllər təyin edilir:

$$1) \quad u_{\rho}^{(1)} = -\frac{\lambda_0}{2(G_0 + \lambda_0)} C e^{\varepsilon \rho}, \quad u_{\xi}^{(1)} = C \xi,$$

(7)

$$\sigma_{\rho\rho}^{(1)} = \sigma_{\varphi\varphi}^{(1)} = \sigma_{\rho\xi}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{\xi\xi}^{(1)} = \frac{G_0(2G_0 + 3\lambda_0)}{G_0 + \lambda_0} C e^{\varepsilon \rho}. \quad (8)$$

(7) həlli (5), (6) spektral məsələsinin $\alpha = 0$ ikiqat məxsusi ədədinə uyğundur. (7) həlli silindrik örtüyün oxu boyu dartılmasını müəyyən edir.

$$2) \quad \alpha_j = \varepsilon^{-\frac{1}{2}} (\alpha_{0j} + \varepsilon \alpha_{1j} + \dots).$$

$$u_{\rho}^{(2)}(\rho; \xi) = \sum_{j=1}^4 D_j U_{\rho j}^{(2)}(\rho; \xi), \quad (9)$$

$$u_{\xi}^{(2)}(\rho; \xi) = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^4 D_j U_{\xi j}^{(2)}(\rho; \xi), \quad (10)$$

burada

$$U_{\rho j}^{(2)}(\rho; \xi) = (G_0 + \lambda_0) \left\{ 2 + \varepsilon e_1 \left[\alpha_{0j}^2 \rho^2 + \left(\frac{2e_1}{1+e_1} \alpha_{0j}^2 - 2 \right) \rho \right] + O(\varepsilon^2) \right\} \times \\ \times \exp \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} (\alpha_{0j} + \varepsilon \alpha_{1j} + \dots) \xi \right),$$

$$U_{\xi j}^{(2)}(\rho; \xi) = (G_0 + \lambda_0) \left\{ -\alpha_{0j} \left(2\rho + \frac{2e_1}{1+e_1} \right) + \varepsilon \left[\frac{(2+3e_1)}{3} \alpha_{0j}^3 \rho^3 + (\alpha_{0j} e_3 - \right. \right. \\ \left. \left. - (1+3e_1) \alpha_{0j}^2 - \frac{e_1^2}{1+e_1} \alpha_{0j}^3 \right) \rho^2 + (2e_3 \alpha_{0j} - 2\alpha_{1j} - 4e_1 \alpha_{0j} - 2(1+e_1) \alpha_{0j}^3) \rho \right] + \\ \left. + O(\varepsilon^2) \right\} \exp \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} (\alpha_{0j} + \varepsilon \alpha_{1j} + \dots) \xi \right),$$

$$e_1 = \frac{\lambda_0}{2G_0 + \lambda_0}, \quad e_2 = \frac{4G_0(G_0 + \lambda_0)}{2G_0 + \lambda_0}, \quad e_3 = \frac{2G_0\lambda_0}{2G_0 + \lambda_0},$$

α_{0j} - lər

$$\alpha_{0j}^4 - \frac{3e_1^2}{(1+e_1)^2} \alpha_{0j}^2 + 3 = 0$$

bikvadrat tənliyinin kökləridir.

3)

$$a) \quad \alpha_k = \varepsilon^{-1}(\beta_{0k} + \varepsilon\beta_{1k} + \dots).$$

$$u_{\rho}^{(3;1)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k U_{\rho k}^{(3;1)}(\rho; \xi), \quad (11)$$

$$u_{\rho}^{(3;1)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k U_{\xi k}^{(3;1)}(\rho; \xi), \quad (12)$$

burada

$$U_{\rho k}^{(3;1)}(\rho; \xi) = \left[\left(2\beta_{0k}^2 \cos \beta_{0k} + \frac{4}{1+e_1} \beta_{0k} \sin \beta_{0k} \right) \sin(\beta_{0k} \rho) - \right. \\ \left. - 2\beta_{0k}^2 \rho \sin \beta_{0k} \cos(\beta_{0k} \rho) + O(\varepsilon) \right] \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0k} + \varepsilon\beta_{1k} + \dots) \xi \right), \\ U_{\xi k}^{(3;1)}(\rho; \xi) = \left[\left(\frac{2(1-e_1)}{1+e_1} \beta_{0k} \sin \beta_{0k} - 2\beta_{0k}^2 \cos \beta_{0k} \right) \cos(\beta_{0k} \rho) - \right. \\ \left. - 2\beta_{0k}^2 \rho \sin \beta_{0k} \sin(\beta_{0k} \rho) + O(\varepsilon) \right] \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0k} + \varepsilon\beta_{1k} + \dots) \xi \right),$$

β_{0k} -lar

$$\sin 2\beta_{0k} + 2\beta_{0k} = 0,$$

tənliyinin kökləridir.

$$b) \quad \alpha_i = \varepsilon^{-1}(\beta_{0i} + \varepsilon\beta_{1i} + \dots).$$

$$u_{\rho}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i U_{\rho i}^{(3;2)}(\rho; \xi), \quad (13)$$

$$u_{\xi}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i U_{\xi_i}^{(3;2)}(\rho; \xi), \quad (14)$$

burada

$$U_{\rho_i}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \left[\left(2\beta_{0i}^2 \sin \beta_{0i} - \frac{4}{1+e_1} \beta_{0i} \cos \beta_{0i} \right) \cos(\beta_{0i}\rho) - \right. \\ \left. - 2\beta_{0i}^2 \rho \cos \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho) + O(\varepsilon) \right] \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0i} + \varepsilon \beta_{1i} + \dots) \xi \right), \\ U_{\xi_i}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \left[2\beta_{0i}^2 \rho \cos \beta_{0i} \cos(\beta_{0i}\rho) + \left(\frac{2(1-e_1)}{1+e_1} \beta_{0i} \cos \beta_{0i} + 2\beta_{0i}^2 \sin \beta_{0i} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin(\beta_{0i}\rho) + O(\varepsilon) \right] \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0i} + \varepsilon \beta_{1i} + \dots) \xi \right),$$

β_{0i} -lər

$$\sin 2\beta_{0i} - 2\beta_{0i} = 0$$

tənliliyinin kökləridir.

(7), (9)- (14) həllərinin

$$u_{\rho}(\rho; \xi) = u_{\rho}^{(1)} + \sum_{j=1}^4 D_j U_{\rho_j}^{(2)}(\rho; \xi) + \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k U_{\rho_k}^{(3;1)}(\rho; \xi) + \\ + \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i U_{\rho_i}^{(3;2)}(\rho; \xi), \quad (15)$$

$$u_{\xi}(\rho; \xi) = u_{\xi}^{(1)} + \sum_{j=1}^4 D_j U_{\xi_j}^{(2)}(\rho; \xi) + \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k U_{\xi_k}^{(3;1)}(\rho; \xi) + \\ + \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i U_{\xi_i}^{(3;2)}(\rho; \xi) \quad (16)$$

cəmi (1), (3) məsələsinin ümumi həllidir.

1.3-də (7), (9)-(14) bircins həllərinin təsnifatı aparılır.

Birinci iterasiya prosesilə təyin edilən (7) həlli yayılan həlldir. (7) həllinin təyin etdiyi (8) gərginlik vəziyyəti silindrik örtüyün ixtiyari $\xi = const$ kəsiyində təsir edən qüvvələrin P baş vektoruna

ekvivalentdir:

$$P = \frac{4\pi G_0(2G_0 + 3\lambda_0)}{3(G_0 + \lambda_0)} sh(3\varepsilon)C. \quad (17)$$

İkinci və üçüncü iterasiya prosesinə uyğun gərginlik vəziyyəti ixtiyari $\xi = const$ kəsiyində öz-özünə tarazlaşandır.

İkinci iterasiya prosesi ilə təyin edilən (9), (10) həllinə uyğun gərginlik vəziyyəti örtüklərin tətbiqi nəzəriyyəsindəki sərhəd effekti- ni müəyyən edir. Birinci və ikinci iterasiya prosesinə uyğun (7), (9),(10) həlləri silindrik örtüyün daxili gərginlik-deformasiya vəziy- yətini təyin edir.

Üçüncü iterasiya prosesi ilə təyin edilən (11)- (14) həlləri sərhəd layı xarakterinə malikdir. Sərhəd layı xarakterli həllər örtüklərin heç bir tətbiqi nəzəriyyəsində təyin edilməyib. Həmin həllərin \mathcal{E} pa- rametrinə nəzərən ayrılışının birinci həddi qeyri-bircins lövhələr üçün Sen-Venan sərhəd effektinə ekvivalentdir.

İkinci və üçüncü iterasiya prosesi ilə təyin edilən həllərə uyğun gərginliklər silindrik örtüyün oturaçaqlarında lokallaşır və oturaçaq- lardan örtüyün daxilinə doğru eksponensial qanunla sönür.

(15), (16)-ya əsasən alınır ki, qeyri-bircins silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti yayılan, sadə sərhəd effekti və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarətdir.

1.4-də silindrik örtüyün oturaçaqlarında sərhəd şərtlərinin ödə- nilməsi məsələsinə baxılır. Fərz edilir ki, silindrik örtüyün oturaçaq- larında

$$\sigma_{\rho\xi} \Big|_{\xi=\pm l} = f_{1s}(\rho), \quad \sigma_{\xi\xi} \Big|_{\xi=\pm l} = f_{2s}(\rho) \quad (18)$$

sərhəd şərtləri verilib.

(18)-ə daxil olan $f_{1s}(\rho), f_{2s}(\rho), (s=1;2)$ funksiyaları tarazlıq şərtlərini ödəyən və \mathcal{E} kiçik parametrinə nəzərən $O(1)$ tərtibinə malik hamar funksiyalardır.

(17)-yə əsasən C sabiti

$$C = \frac{3(G_0 + \lambda_0)P}{4\pi G_0(2G_0 + 3\lambda_0)sh(3\varepsilon)} \quad (19)$$

bərabərliyi ilə təyin edilir.

(9)-(14)-ə daxil olan D_j, T_k, F_i sabitləri Laqranjın variasiya prinsipindən istifadə edilməklə (18) sərhəd şərtlərindən aşağıdakı qaydada təyin edilir:

$$\sum_{j=1}^4 m_{kj} D_{j0} = \tau_k, \quad (k = \overline{1,4}) \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} M_{jk}^{(1)} T_{k0} = d_{0j}^{(1)}, \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (21)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} Q_{ji}^{(1)} F_{i0} = d_{0j}^{(2)} \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (22)$$

burada

$$m_{kj} = \frac{1}{3(2G_0 + \lambda_0)} \left[-32G_0(G_0 + \lambda_0)^3 \alpha_{0j}^3 + 8G_0(G_0 + \lambda_0) \times \right. \\ \left. \times (4G_0^2 + 8G_0\lambda_0 + 7\lambda_0^2) \alpha_{0j}^2 \alpha_{0k} - 24G_0\lambda_0^2 (G_0 + \lambda_0) \alpha_{0k} \right] \times \\ \times \left(\exp\left(-\frac{(\alpha_{0j} + \alpha_{0k})l}{\sqrt{\varepsilon}}\right) + \exp\left(\frac{(\alpha_{0j} + \alpha_{0k})l}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right),$$

$$\tau_k = \int_{-1}^1 \left\{ [2(G_0 + \lambda_0)\gamma_1 - \alpha_{0k}(2(G_0 + \lambda_0)\rho + \lambda_0)f_{21}] \exp\left(-\frac{\alpha_{0k}l}{\sqrt{\varepsilon}}\right) + \right. \\ \left. + [2(G_0 + \lambda_0)\gamma_2 - \alpha_{0k}(2(G_0 + \lambda_0)\rho + \lambda_0)f_{22}] \exp\left(\frac{\alpha_{0k}l}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right\} d\rho,$$

$$M_{jk}^{(1)} = \int_{-1}^1 4G_0\beta_{0k}^2 \{ \beta_{0k} [\cos \beta_{0k} \sin(\beta_{0k}\rho) - \rho \sin \beta_{0k} \cos(\beta_{0k}\rho)] \cdot$$

$$\cdot \left[\left(2\beta_{0j} \cos \beta_{0j} + \frac{2(2G_0 + \lambda_0)}{G_0 + \lambda_0} \sin \beta_{0j} \right) \sin(\beta_{0j}\rho) - 2\beta_{0j}\rho \sin \beta_{0j} \cos(\beta_{0j}\rho) \right] + \\ + [\sin \beta_{0k} \cos(\beta_{0k}\rho) - \beta_{0k}\rho \sin \beta_{0k} \sin(\beta_{0k}\rho) - \beta_{0k} \cos \beta_{0k} \cos(\beta_{0k}\rho)] \times$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left[\left(\frac{2G_0}{G_0 + \lambda_0} \sin \beta_{0j} - 2\beta_{0j} \cos \beta_{0j} \right) \cos(\beta_{0j}\rho) - 2\beta_{0j}\rho \sin \beta_{0j} \sin(\beta_{0j}\rho) \right] \Big] d\rho \times \\
& \quad \times \left[\exp\left(-\frac{(\beta_{0k} + \beta_{0j})l}{\varepsilon} \right) + \exp\left(\frac{(\beta_{0k} + \beta_{0j})l}{\varepsilon} \right) \right], \\
d_{0j}^{(1)} = & \int_{-1}^1 \sum_{s=1}^2 \left\{ f_{1s}(\rho) \left[\left(2\beta_{0j} \cos \beta_{0j} + \frac{2(2G_0 + \lambda_0)}{G_0 + \lambda_0} \sin \beta_{0j} \right) \sin(\beta_{0j}\rho) - \right. \right. \\
& \left. \left. - 2\beta_{0j}\rho \sin \beta_{0j} \cos(\beta_{0j}\rho) \right] + f_{2s}^*(\rho) \left[\left(\frac{2G_0}{G_0 + \lambda_0} \sin \beta_{0j} - 2\beta_{0j} \cos \beta_{0j} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \times \cos(\beta_{0j}\rho) - 2\beta_{0j}\rho \sin \beta_{0j} \sin(\beta_{0j}\rho) \right] \right\} d\rho \exp\left((-1)^s \frac{\beta_{0j}l}{\varepsilon} \right), \\
Q_{ji}^{(1)} = & \int_{-1}^1 4G_0\beta_{0i}^2 \{ \beta_{0i} [\sin \beta_{0i} \cos(\beta_{0i}\rho) - \rho \cos \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho)] \cdot \\
& \cdot \left[\left(2\beta_{0j} \sin \beta_{0j} - \frac{2(2G_0 + \lambda_0)}{G_0 + \lambda_0} \cos \beta_{0j} \right) \cos(\beta_{0j}\rho) - 2\beta_{0j}\rho \times \right. \\
& \left. \times \cos \beta_{0j} \sin(\beta_{0j}\rho) \right] + [\beta_{0i} \sin \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho) + \cos \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho) + \\
& \left. + \beta_{0i}\rho \cos \beta_{0i} \cos(\beta_{0i}\rho)] [2\beta_{0j}\rho \cos \beta_{0j} \cos(\beta_{0j}\rho) + \left(\frac{2G_0}{G_0 + \lambda_0} \cos \beta_{0j} + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\beta_{0j} \sin \beta_{0j} \right) \sin(\beta_{0j}\rho) \right] \Big] d\rho \left(\exp\left(-\frac{(\beta_{0i} + \beta_{0j})l}{\varepsilon} \right) + \exp\left(\frac{(\beta_{0i} + \beta_{0j})l}{\varepsilon} \right) \right), \\
d_{0j}^{(2)} = & \int_{-1}^1 \sum_{s=1}^2 \left\{ f_{1s}(\rho) \left[\left(2\beta_{0j} \sin \beta_{0j} - \frac{2(2G_0 + \lambda_0)}{G_0 + \lambda_0} \cos \beta_{0j} \right) \cos(\beta_{0j}\rho) - \right. \right. \\
& \left. \left. - 2\beta_{0j}\rho \cos \beta_{0j} \sin(\beta_{0j}\rho) \right] + f_{2s}^*(\rho) [2\beta_{0j}\rho \cos \beta_{0j} \cos(\beta_{0j}\rho) + \right.
\end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{2G_0}{G_0 + \lambda_0} \cos \beta_{0j} + 2\beta_{0j} \sin \beta_{0j} \right) \sin(\beta_{0j}\rho) \Big] \Big\} d\rho \exp\left((-1)^s \frac{\beta_{0j} l}{\varepsilon} \right),$$

$$\gamma_s = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f_{1s}^{(1)}}{\sqrt{\varepsilon}}, f_{1s}^{(1)} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f_{1s}(\rho) d\rho, f_{1s}^{(2)} = f_{1s}(\rho) - f_{1s}^{(1)}.$$

$$f_{2s}^*(\rho) = f_{2s}(\rho) - \frac{3Pe^{\varepsilon\rho}}{4\pi sh(3\varepsilon)}. \quad (s = 1; 2).$$

Burada $D_j = D_{j0} + \varepsilon D_{j1} + \dots$, $T_k = T_{k0} + \varepsilon T_{k1} + \dots$,

$F_i = F_{i0} + \varepsilon F_{i1} + \dots$ -dir.

D_{jp}, T_{kp}, F_{ip} ($p = 1, 2, \dots$) sabitlərinin təyini üçün alınan xətti cəbri tənliklər sistemlərinin matrisləri uyğun olaraq (20)- (22) sistemlərinin matrisləri ilə eynidir. (21), (22) sonsuz xətti cəbri tənliklər sistemləri onların sağ tərəfində yerləşən ifadələr müəyyən şərtləri ödədikdə həll oluna bilər.

1.5-də yan səthi bağlanmış qeyri-bircins silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsi məsələsi tədqiq edilir. Fərz edilir ki, silindrik örtüyün oturacaqlarında onu tarazlıqda saxlayan sərhəd şərtləri verilir. Göstərilir ki, baxılan məsələ örtüyün oturacaqlarında lokallaşan və oblastın daxilinə doğru eksponensial qanunla sönən sərhəd layı xarakterli aşağıdakı həllərə malikdir:

a)

$$u_\rho^{(3;1)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k \left[\left(\beta_{0k} \sin \beta_{0k} - \frac{3G_0 + \lambda_0}{G_0 + \lambda_0} \cos \beta_{0k} \right) \sin(\beta_{0k}\rho) + \beta_{0k} \rho \cos \beta_{0k} \cos(\beta_{0k}\rho) + O(\varepsilon) \right] \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0k} + \varepsilon \beta_{1k} + \dots) \xi \right), \quad (23)$$

$$u_\xi^{(3;1)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k [\beta_{0k} (\rho \cos \beta_{0k} \sin(\beta_{0k}\rho) - \sin \beta_{0k} \cos(\beta_{0k}\rho)) + O(\varepsilon)] \times$$

$$\times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0k} + \varepsilon\beta_{1k} + \dots)\xi\right), \quad (24)$$

burada β_{0k} - lar

$$\sin 2\beta_{0k} - \frac{2(G_0 + \lambda_0)}{3G_0 + \lambda_0}\beta_{0k} = 0$$

tənliyinin kökləridir.

b)

$$u_{\rho}^{(3;2)}(\rho; \xi) = -\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i \left[\left(\frac{3G_0 + \lambda_0}{G_0 + \lambda_0} \sin \beta_{0i} + \beta_{0i} \cos \beta_{0i} \right) \cos(\beta_{0i}\rho) + \right. \\ \left. + \beta_{0i}\rho \sin \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho) + O(\varepsilon) \right] \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i} + \varepsilon\beta_{1i} + \dots)\xi\right), \quad (25)$$

$$u_{\xi}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i [-\beta_{0i}(\cos \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho) - \rho \cos(\beta_{0i}\rho) \sin \beta_{0i}) + O(\varepsilon)] \times \\ \times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i} + \varepsilon\beta_{1i} + \dots)\xi\right), \quad (26)$$

burada β_{0i} - lər

$$\sin 2\beta_{0i} + \frac{2(G_0 + \lambda_0)}{3G_0 + \lambda_0}\beta_{0i} = 0$$

tənliyinin kökləridir.

(23)-(26) həllərinin ε parametrinə nəzərən ayrılışlarının birinci həddi qeyri-bircins lövhələr nəzəriyyəsidəki Sen-Venan sərhəd effektinə ekvivalentdir. (23)-(26)-ya daxil olan naməlum T_k, F_i sabitləri silindrik örtüyün oturacaqlarında verilmiş sərhəd şərtlərindən təyin edilir.

1.6-da silindrik örtüyün yan səthində

$$u_{\rho} \Big|_{\rho=\pm 1} = 0, \quad \sigma_{\rho\xi} \Big|_{\rho=\pm 1} = 0,$$

bircins qarışıq sərhəd şərtləri, oturacaqlarında isə silindrik örtüyü

tarazlıqda saxlayan sərhəd şərtləri verildikdə kiçik qalınlıqlı qeyri-bircins silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsi məsələsinə baxılır.

Asimptotik integrallama üsulunun tətbiqi nəticəsində $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda aşağıdakı iki qrup həll təyin edilir:

$$1) \quad u_{\rho}^{(1)} = D e_0 \left(\frac{sh(k_2 - \varepsilon)}{sh(\varepsilon t)} e^{k_1 \rho} - \frac{sh(k_1 - \varepsilon)}{sh(\varepsilon t)} e^{k_2 \rho} - e^{\varepsilon \rho} \right), \quad (27)$$

$$u_{\xi}^{(1)} = D \xi, \quad (28)$$

burada $k_1 = \frac{-\varepsilon(1+t)}{2}$, $k_2 = \frac{\varepsilon(t-1)}{2}$, $t = \sqrt{\frac{10G_0 + \lambda_0}{2G_0 + \lambda_0}}$,

$$e_0 = \frac{\lambda_0}{2(G_0 + \lambda_0)}. \quad (29)$$

2)

$$a) \quad u_{\rho}^{(3;1)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k (\beta_{0k} \cos \beta_{0k} \sin(\beta_{0k} \rho) + O(\varepsilon)) \times \\ \times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0k} + \varphi_{1k} + \dots) \xi\right)$$

(30)

$$u_{\xi}^{(3;1)}(\rho; \xi) = -\varepsilon \sum_{k=1}^{\infty} T_k (\beta_{0k} \cos \beta_{0k} \cos(\beta_{0k} \rho) + O(\varepsilon)) \times \\ \times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} (\beta_{0k} + \varphi_{1k} + \dots) \xi\right), \quad (31)$$

burada β_{0k} - lar

$$\sin \beta_{0k} = 0$$

tənliyinin kökləridir.

$$b) \quad u_{\rho}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i (\beta_{0i} \sin \beta_{0i} \cos(\beta_{0i} \rho) + O(\varepsilon)) \times$$

$$\times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i} + \varepsilon\beta_{1i} + \dots)\xi\right),$$

(32)

$$u_{\xi}^{(3;2)}(\rho; \xi) = \varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} F_i(\beta_{0i} \sin \beta_{0i} \sin(\beta_{0i}\rho) + O(\varepsilon)) \times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}(\beta_{0i} + \varepsilon\beta_{1i} + \dots)\xi\right), \quad (33)$$

burada β_{0i} – lər

$$\cos \beta_{0i} = 0$$

tənliyinin kökləridir.

(27),(28) həlli yayılan həlldir və həmin həll silindrik örtüyün daxili gərginlik-deformasiya vəziyyətini müəyyən edir. Yayılan həll silindrik örtüyün ixtiyari $\xi = const$ kəsiyində təsir edən qüvvələrin baş vektoruna ekvivalentdir:

$$P = 2\pi d_0 D, \quad (34)$$

burada

$$d_0 = \frac{\varepsilon \lambda_0^2}{2(G_0 + \lambda_0)sh(\varepsilon t)} \left(\frac{1-t}{k_1 + 2\varepsilon} sh(k_2 - \varepsilon)sh(k_1 + 2\varepsilon) - \frac{1+t}{k_2 + 2\varepsilon} sh(k_1 - \varepsilon)sh(k_2 + 2\varepsilon) \right) + \frac{2G_0(2G_0 + \lambda_0)}{3(G_0 + \lambda_0)} sh(3\varepsilon).$$

Üçüncü iterasiya prosesinə uyğun gərginlik vəziyyəti ixtiyari $\xi = const$ kəsiyində öz-özünə tarazlaşandır. Üçüncü iterasiya prosesi ilə təyin edilən (30)- (33) həlləri sərhəd layı xarakterinə malikdir.

Qeyri-bircins silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyəti yayılan və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarətdir.

(34)-ə əsasən D sabiti təyin edilir. (30)-(33)-ə daxil olan naməlum T_k, F_i sabitləri silindrik örtüyün oturacaqlarında verilmiş sərhəd şərtlərindən Laqranjın variasiya prinsipindən istifadə edilməklə

təyin edilir.

Silindrik örtüyün yan səthində

$$u_{\xi} \Big|_{\rho=\pm 1} = 0, \quad \sigma_{\rho\rho} \Big|_{\rho=\pm 1} = 0,$$

bircins qarışıq sərhəd şərtləri, oturacaqlarında isə silindrik örtüyü tarazlıqda saxlayan sərhəd şərtləri verildikdə kiçik qalınlıqlı qeyri-bircins silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsi məsələsi tədqiq edilir. Göstərilir ki, baxılan məsələ yalnız sərhəd layı xarakterli həllərə malikdir.

1.7-də yan səthi bağlanmış radial qeyri-bircins və bircins silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsi məsələsi ədədi həll edilir. Alınan nəticələr müqayisə edilməklə qeyri-bircinsliyin gərginlik-deformasiya vəziyyətinə təsiri qiymətləndirilir.

İkinci fəsil “Radial qeyri-bircins silindrik örtük üçün burulma məsələsi” adlanır. İkinci fəsildə radial qeyri-bircins silindrik örtüyün yan səthində müxtəlif sərhəd şərtləri verildikdə burulma məsələsinin asimptotik nəzəriyyəsi verilir.

2.1-də elastiki modulları radiusdan asılı ixtiyari kəsilməz funksiya olan silindrik örtüyün burulma məsələsinə baxılır. r, φ, z silindrik koordinat sistemində silindrik örtüyün burulmasını təsvir edən tarazlıq tənliyinin yerdəyişmə vektorunun komponenti ilə ifadəsi aşağıdakı kimidir:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[G(r) \left(\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r} \right) \right] + \frac{2G(r)}{r} \left(\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r} \right) + G(r) \frac{\partial^2 u_{\varphi}}{\partial z^2} = 0, \quad (35)$$

Fərz edilir ki, silindrik örtüyün yan səthi yükədən azaddır

$$\sigma_{r\varphi} = G(r) \left(\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r} \right) \Big|_{r=r_s} = 0, \quad (36)$$

və örtüyün oturacaqlarında onu tarazlıqda saxlayan

$$\sigma_{\varphi z} = G(r) \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial z} \Big|_{z=\pm l} = f^{\pm}(r), \quad (37)$$

sərhəd şərtləri verilir.

(37)-də $f^{\pm}(r)$ tarazlıq şərtini ödəyən hamar funksiyalardır.

(35) tənliyinin həlli

$$u_{\varphi}(\rho, \xi) = v(r)m(z), \quad (38)$$

şəklində axtarılır. Burada $m(z)$ funksiyası

$$m''(z) - \mu^2 m(z) = 0, \quad (39)$$

şərtini ödəyir.

(38)-i (35), (36)-da yazdıqda (39)-a əsasən

$$\left[G(r) \left(v'(r) - \frac{v(r)}{r} \right) \right]' + \frac{2G(r)}{r} \left(v'(r) - \frac{v(r)}{r} \right) + \mu^2 G(r)v(r) = 0, \quad (40)$$

$$G(r) \left(v'(r) - \frac{v(r)}{r} \right) \Big|_{r=r_s} = 0, \quad (41)$$

($s = 1; 2$)

sərhəd məsələsi alınır.

(40), (41) sərhəd məsələsinin həlli

$$u_{\varphi}(r, z) = A_0 r z + \sum_{k=1}^{\infty} v_k(r) \left(A_{1k} e^{-\mu_k z} + B_{1k} e^{\mu_k z} \right), \quad (42)$$

bərabərliyi ilə təyin edilir. Burada A_{1k}, B_{1k} ixtiyari sabitlərdir.

$z = const$ kəsiyində təsir edən gərginliklərin $M_{bur.}$ burucu momenti üçün

$$M_{bur.} = 2\pi A_0 \int_{r_1}^{r_2} G(r) r^3 dr. \quad (43)$$

bərabərliyi doğrudur.

$u_{\varphi_0}(r, z) = A_0 r z$ yayılan həldir və həmin həll silindrik örtüyün daxili

gərginlik-deformasiya vəziyyətini təyin edir. (43)-ə əsasən A_0 sabiti

$z = const$ kəsiyində təsir edən gərginliklərin $M_{bur.}$ burucu momenti ilə mütənasibdir:

$$A_0 = \frac{M_{bur.}}{2\pi \int_{r_1}^{r_2} G(r)r^2 dr}$$

Sərhəd layı xarakterinə malik

$$\sum_{k=1}^{\infty} v_k(r) (A_{1k} e^{-\mu_k z} + B_{1k} e^{\mu_k z}) \quad (44)$$

həlli silindrik örtüyün oturaqlarında lokallaşır və oblastın daxilinə doğru sönür.

Məsələnin ümumi həlli yayılan həll və sərhəd layı xarakterli həllin cəmindən ibarətdir.

Silindrik örtüyün oturaqlarında verilmiş (37) sərhəd şərtlərinin ödənilməsi məsələsinə baxılır və A_{1k}, B_{1k} ixtiyari sabitləri təyin edilir.

2.2-də elastiki modulları radiusdan asılı ixtiyari kəsilməz funksiyalar olan yan səthi bağlanmış, oturaqlarında isə onu tarazlıqda saxlayan gərginliklərin verildiyi radial qeyri-bircins silindrik örtüyün burulma məsələsinə baxılır. Həllin sərhəd layı xarakterinə malik olduğu göstərilir.

2.3-də bircins həllər üsulu ilə yan səthi yükədən azad və elastiki modulları radiusdan asılı qüvvət funksiyası olan radial qeyri-bircins silindrik örtüyün burulma məsələsi öyrənilir. Baxılan məsələnin dəqiq həlli qurulur. Yan səthdə verilmiş bircins sərhəd şərtlərini ödətməklə alınan xarakteristik tənliyin köklərinin təsnifatı aparılır və həmin köklərə uyğun asimptotik həllər təyin edilir.

2.4-də bircins həllər üsulu ilə yan səthi bağlanmış və elastiki modulları radiusdan asılı qüvvət funksiyası olan radial qeyri-bircins silindrik örtüyün burulma məsələsi öyrənilir. Baxılan məsələnin dəqiq və asimptotik həlli qurulur.

2.5-də elastiklik modulu və materialının sıxlığı radiusa nəzərən

$$G(r) = G_* r, \quad m(r) = m_* r$$

xətti qanunu ilə dəyişən radial qeyri-bircins silindrik örtüyün burulma rəqsi məsələsi tədqiq edilir (G_*, m_* müəyyən sabit kəmiyyətlərdir).

Silindrik örtüyün burulma rəqsini xarakterizə edən hərəkət tənliyinin yerdəyişmə vektorunun komponenti ilə ifadəsi aşağıdakı kimidir:

$$\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \rho} - \frac{2}{\rho^2} u_\varphi + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \xi^2} = \frac{m_0}{G_0} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \tau^2} \quad (45)$$

Burada $\rho = \frac{r}{r_0}, \xi = \frac{z}{r_0}$ – yeni ölçüsüz dəyişənlər; $m_0 = \frac{m_* r_0}{m_1}$,

$G_0 = \frac{G_* r_0}{G_1}$, $\tau = \frac{t}{r_0} \sqrt{\frac{G_1}{m_1}}$ – ölçüsüz kəmiyyətlər; m_1 – sıxlıq

ölçüsünə, G_1 – elastiki modul ölçüsünə malik xarakteristik kəmiyyətlərdir; $r_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}$ – orta səthin radiusudur.

Fərz edilir ki, silindrik örtüyün yan səthi yükədən azaddır:

$$\sigma_{\rho\rho} = G_0 \rho \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial \rho} - \frac{u_\varphi}{\rho} \right) \Bigg|_{\rho=\rho_s} = 0, \quad (46)$$

və onun oturacaqlarında

$$\sigma_{\varphi\xi} = G_0 \rho \frac{\partial u_\varphi}{\partial \xi} \Bigg|_{\xi=\pm l_0} = f^\pm(\rho) e^{i\lambda\tau}, \quad (47)$$

sərhəd şərtləri verilir (λ – rəqs tezliyidir).

(45) tənliyinin həlli

$$u_\varphi(\rho, \xi, \tau) = v(\rho) a(\xi) e^{i\lambda\tau} \quad (48)$$

şəklində axtarılır.

Burada $a(\xi)$ funksiyası

$$a''(\xi) - \mu^2 a(\xi) = 0.$$

tənliyinin həllidir.

(48)-i (45), (46)-da yazdıqda

$$v''(\rho) + \frac{2}{\rho} v'(\rho) + \left(\mu^2 + \frac{m_0}{G_0} \lambda^2 - \frac{2}{\rho^2} \right) v(\rho) = 0, \quad (49)$$

$$G_0 \rho \left(v'(\rho) - \frac{v(\rho)}{\rho} \right) \Bigg|_{\rho=\rho_s} = 0. \quad (50)$$

sərhəd məsələsi alınır.

(49) tənliyinin

$$v(\rho) = \rho^{-\frac{1}{2}} \left(C_1 J_{\frac{3}{2}}(\alpha\rho) + C_2 Y_{\frac{3}{2}}(\alpha\rho) \right). \quad (51)$$

həllini (50) sərhəd şərtlərində yazdıqda alınan bircins xətti cəbri tənliklər sisteminin qeyri-trivial həllinin varlığından

$$\Delta_1(\mu, \lambda, \rho_1, \rho_2) = \frac{2G_0^2}{\pi\rho_1^2\rho_2^2} \left\{ \left[\alpha^4 \rho_1 \rho_2 + 3(3\rho_1 \rho_2 - \rho_1^2 - \rho_2^2) \alpha^2 + 9 \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin(\alpha(\rho_1 - \rho_2))}{\alpha^3} + 3(\rho_1 - \rho_2) \left(3 + \alpha^2 \rho_1 \rho_2 \right) \frac{\cos(\alpha(\rho_2 - \rho_1))}{\alpha^2} \right\} = 0 \quad (52)$$

dispersiya tənliyi təyin edilir.

Burada $J_{\frac{3}{2}}(\alpha\rho)$, $Y_{\frac{3}{2}}(\alpha\rho)$ – birinci və ikinci növ Bessel

funksiyaları; $\alpha = \left(\mu^2 + \frac{m_0}{G_0} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ – dir.

$\alpha^2 = 0$ ədədi (52) dispersiya tənliyinin köküdür. $\alpha^2 = 0$ bərabərliyinə əsasən

$$\mu = \pm i \lambda \sqrt{\frac{m_0}{G_0}} \quad (53)$$

Silindrik örtüyün qalınlığını xarakterizə edən $\varepsilon = \frac{r_2 - r_1}{2r_0}$ kiçik

parametri daxil edilir. $\varepsilon \rightarrow 0$ olduqda $\lambda = O(1)$ şərtini ödəyən λ – lar üçün dispersiya tənliyi hesabi sayda

$$\mu_k = \frac{\delta_k}{\varepsilon} + O(\varepsilon), \sin 2\delta_k = 0 \quad (54)$$

köklərinə, $\lambda \rightarrow \infty$ və $\varepsilon \lambda \rightarrow const$ ($\lambda = \lambda_0 \varepsilon^{-1}$, $\varepsilon \rightarrow 0$) olduqda isə hesabi sayda

$$\mu_k = \frac{\gamma_k}{\varepsilon} + O(\varepsilon), \sin \left(2 \sqrt{\gamma_k^2 + \frac{m_0}{G_0} \lambda^2} \right) = 0 \quad (55)$$

köklərinə malikdir.

Yerdəyişmə vektorunun və gərginlik tenzorunun komponentlərinin dispersiya tənliyinin (53), (54), (55) köklərinə uyğun asimptotik ifadələri təyin edilir.

2.6-da elastiklik modulu və materialının sıxlığı radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən yan səthi bağlanmış radial qeyri-bircins silindrik örtüyün burulma rəqsi məsələsinə baxılır. Məsələnin dəqiq həlli qurulur. Dispersiya tənliyinin köklərinin asimptotikası təyin edilir, həmin köklərə uyğun yerdəyişmə vektoru və gərginlik tenzoru komponentləri üçün asimptotik ifadələr alınır.

Üçüncü fəsil “Radial ikilaylı və üçlaylı silindirdə elastiki dalğaların yayılması” adlanır. Üçüncü fəsildə radial ikilaylı və radial üçlaylı silindirdə elastiki dalğaların yayılması ədədi və analitik üsulların birgə tətbiqi ilə öyrənilir.

3.1-də yan səthi yükdən azad olan radial üçlaylı silindirdə oxa nəzərən qeyri simmetrik elastiki dalğaların yayılması məsələsi ədədi həll edilir. α -dalğa ədədinin Ω -tezliyindən asılılığını göstərən $\alpha_i = \alpha_i(\Omega)$ dispersiya əyriləri qurulur.

“ k ” nömrəli layın gərginlik tenzorunun $\sigma_{\rho\rho}^{(k)}$, $\sigma_{\rho\xi}^{(k)}$, $\sigma_{\rho\varphi}^{(k)}$ komponentlərini, yerdəyişmə vektorunun $u_{\rho}^{(k)}$, $u_{\xi}^{(k)}$, $u_{\varphi}^{(k)}$ komponentlərini axtarılan vektorun komponentləri olaraq seçməklə yerdəyişmə tənliklərindən və gərginlik tenzoru komponentlərinin yerdəyişmə vektorunun komponentləri ilə ifadəsindən

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^{(k)}}{\partial \rho} &= \frac{1-2\nu_k}{\nu_k-1} \frac{1}{\rho} \sigma_{\rho\rho}^{(k)} - \frac{\partial \sigma_{\rho\xi}^{(k)}}{\partial \xi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\rho\varphi}^{(k)}}{\partial \varphi} + \frac{2G_k}{1-\nu_k} \frac{1}{\rho^2} u_{\rho}^{(k)} + m_k \frac{\partial^2 u_{\rho}^{(k)}}{\partial \tau^2} + \\ &+ \frac{2G_k \nu_k}{1-\nu_k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_{\xi}^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{2G_k}{1-\nu_k} \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial u_{\varphi}^{(k)}}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial \sigma_{\rho\xi}^{(k)}}{\partial \rho} &= \frac{\nu_k}{\nu_k-1} \frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^{(k)}}{\partial \xi} - \frac{1}{\rho} \sigma_{\rho\xi}^{(k)} - \frac{2G_k \nu_k}{1-\nu_k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_{\rho}^{(k)}}{\partial \xi} - \frac{2G_k}{1-\nu_k} \frac{\partial^2 u_{\xi}^{(k)}}{\partial \xi^2} - \\ &- G_k \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u_{\xi}^{(k)}}{\partial \varphi^2} + m_k \frac{\partial^2 u_{\xi}^{(k)}}{\partial \tau^2} - \frac{G_k(1+\nu_k)}{1-\nu_k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 u_{\varphi}^{(k)}}{\partial \xi \partial \varphi}, \end{aligned} \quad (56)$$

$$\frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^{(k)}}{\partial \rho} = \frac{v_k}{v_k - 1} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\rho\rho}^{(k)}}{\partial \varphi} - \frac{2}{\rho} \sigma_{\rho\rho}^{(k)} - \frac{2G_k}{1 - v_k} \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial u_\rho^{(k)}}{\partial \varphi} - \frac{G_k(1 + v_k)}{1 - v_k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 u_\xi^{(k)}}{\partial \varphi \partial \xi} - \frac{2G_k}{1 - v_k} \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u_\varphi^{(k)}}{\partial \varphi^2} - G_k \frac{\partial^2 u_\varphi^{(k)}}{\partial \xi^2} + m_k \frac{\partial^2 u_\varphi^{(k)}}{\partial \tau^2},$$

$$\frac{\partial u_\rho^{(k)}}{\partial \rho} = \frac{1 - 2v_k}{2(1 - v_k)G_k} \sigma_{\rho\rho}^{(k)} - \frac{v_k}{1 - v_k} \frac{u_\rho^{(k)}}{\rho} - \frac{v_k}{1 - v_k} \frac{\partial u_\xi^{(k)}}{\partial \xi} - \frac{v_k}{1 - v_k} \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_\varphi^{(k)}}{\partial \varphi},$$

$$\frac{\partial u_\xi^{(k)}}{\partial \rho} = \frac{1}{G_k} \sigma_{\rho\xi}^{(k)} - \frac{\partial u_\rho^{(k)}}{\partial \xi},$$

$$\frac{\partial u_\varphi^{(k)}}{\partial \rho} = \frac{1}{G_k} \sigma_{\rho\varphi}^{(k)} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_\rho^{(k)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} u_\varphi^{(k)},$$

xüsusi törəmli tənliklər sistemi alınır.

Burada G_k ilə “ k ” nömrəli layın sürüşmə modulu, v_k ilə Poasson əmsalı, m_k ilə materialın sıxlığı ilə işarə edilib.

Silindri təşkil edən layların kontaktlıq şərtinə əsasən

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\rho\rho}^{(s)}(\rho_{2s}, \varphi, \xi, \tau) = \sigma_{\rho\rho}^{(s+1)}(\rho_{1s+1}, \varphi, \xi, \tau), \\ \sigma_{\rho\xi}^{(s)}(\rho_{2s}, \varphi, \xi, \tau) = \sigma_{\rho\xi}^{(s+1)}(\rho_{1s+1}, \varphi, \xi, \tau), \\ \sigma_{\rho\varphi}^{(s)}(\rho_{2s}, \varphi, \xi, \tau) = \sigma_{\rho\varphi}^{(s+1)}(\rho_{1s+1}, \varphi, \xi, \tau), \\ u_\rho^{(s)}(\rho_{2s}, \varphi, \xi, \tau) = u_\rho^{(s+1)}(\rho_{1s+1}, \varphi, \xi, \tau), \\ u_\xi^{(s)}(\rho_{2s}, \varphi, \xi, \tau) = u_\xi^{(s+1)}(\rho_{1s+1}, \varphi, \xi, \tau), \\ u_\varphi^{(s)}(\rho_{2s}, \varphi, \xi, \tau) = u_\varphi^{(s+1)}(\rho_{1s+1}, \varphi, \xi, \tau), \end{array} \right. \quad (57)$$

silindrin yan səthi yükədən azad olduğuna əsasən

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\rho\rho}^{(1)}(\rho_{11}, \varphi, \xi, \tau) = 0, \\ \sigma_{\rho\xi}^{(1)}(\rho_{11}, \varphi, \xi, \tau) = 0, \\ \sigma_{\rho\varphi}^{(1)}(\rho_{11}, \varphi, \xi, \tau) = 0, \\ \sigma_{\rho\rho}^{(3)}(1, \varphi, \xi, \tau) = 0, \\ \sigma_{\rho\xi}^{(3)}(1, \varphi, \xi, \tau) = 0, \\ \sigma_{\rho\varphi}^{(3)}(1, \varphi, \xi, \tau) = 0. \end{array} \right. \quad (58)$$

bərabərlikləri doğrudur ($s = 1, 2$). Burada ρ_{1k}, ρ_{2k} uyğun olaraq “ k ” nömrəli layın daxili və xarici radiuslarıdır.

(56)- (58) məsələsinin həllini

$$\begin{aligned} & \left(\sigma_{\rho\rho}^{(k)}, \sigma_{\rho\xi}^{(k)}, \sigma_{\rho\varphi}^{(k)}, u_{\rho}^{(k)}, u_{\xi}^{(k)}, u_{\varphi}^{(k)} \right) = \\ & = \left(\tilde{\sigma}_{\rho\rho}^{(k)}(\rho) \cos(n\varphi), \tilde{\sigma}_{\rho\xi}^{(k)} \cos(n\varphi), \tilde{\sigma}_{\rho\varphi}^{(k)}(\rho) \sin(n\varphi), \tilde{u}_{\rho}^{(k)}(\rho) \cos(n\varphi), \right. \\ & \left. \tilde{u}_{\xi}^{(k)}(\rho) \cos(n\varphi), \tilde{u}_{\varphi}^{(k)}(\rho) \sin(n\varphi) \right) e^{i(\alpha\xi - \Omega\tau)} \end{aligned}$$

şəklində axtardıqda nəticədə

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{y}_k}{d\rho} = A_k(\rho, \Omega, \alpha, n) \bar{y}_k, \\ C\bar{y}_1(\rho_{11}) = \bar{0}, \\ \bar{y}_s(\rho_{2s}) = \bar{y}_{s+1}(\rho_{1s+1}), \\ C\bar{y}_3(1) = \bar{0}. \end{array} \right. \quad (59)$$

sərhəd məsələsi alınır.

Burada $\bar{y}_k(\rho) = \left(\tilde{\sigma}_{\rho\rho}^{(k)}(\rho), \tilde{\sigma}_{\rho\xi}^{(k)}(\rho), \tilde{\sigma}_{\rho\varphi}^{(k)}(\rho), \tilde{u}_{\rho}^{(k)}(\rho), \tilde{u}_{\xi}^{(k)}(\rho), \tilde{u}_{\varphi}^{(k)}(\rho) \right)^T$ axtarılan vektor funksiyadır; $A_k(\rho, \Omega, \alpha, n) = \|a_{ji}^{(k)}\|$; $i, j = \overline{1, 6}$.

$k = 1, 2, 3$; $s = 1, 2$.

(59) məsələsi diskret ortoqonallaşdırma üsulu ilə həll edilərək $\alpha_t = \alpha_t(\Omega)$ dispersiya asılılığı təyin edilir. α_t həqiqi məxsusi ədədləri silindrin oxu boyu yayılan və enerji daşıyan bircins elastiki dalğaları, α_t kompleks məxsusi ədədləri isə enerji daşımayan qeyri-bircins

elastiki dalğaları təyin edir. $\frac{G_1}{G_2} = \frac{1}{4}$; $\frac{G_3}{G_2} = 4$; $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{6}$; $\frac{m_3}{m_2} = 6$;

$v_1 = v_2 = v_3 = 0,3$; $\rho_{11} = 0,1$; $\rho_{21} = 0,4$; $\rho_{13} = 0,7$; $\rho_{23} = 1$ olduqda $\alpha_r = \alpha_r(\Omega)$ həqiqi dispersiya əyriləri qurulur.

3.2-də daxili və xarici layları eyni elastiki xassələrə malik bərk materialdan, orta layı isə yumşaq materialdan təşkil edilmiş radial üçlaylı sonsuz silindirdə oxa nəzərən sımmetrik elastiki dalğaların yayılması məsələsi öyrənilir. Radial üçlaylı silindir üçün dispersiya əyriləri asimptotik və ədədi üsulların birgə tətbiqi ilə qurulur. $(\alpha; \Omega) = (0; 0)$ nöqtəsinin ətrafında birinci dispersiya əyrisi üçün

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^3 m_k (\rho_{2k}^2 - \rho_{1k}^2)}{\sum_{k=1}^3 2G_k (\rho_{2k}^2 - \rho_{1k}^2)}} \Omega + O(\Omega^2)$$

asimptotik ifadəsi təyin edilir.

$\alpha \rightarrow \infty$, $\Omega \rightarrow \infty$ $\left(\lim \frac{\Omega}{\alpha} = const \right)$ olduqda dispersiya əyrilərinin

mümkün asimptotikaları müəyyən edilir.

$\frac{G_2}{G_1}$ -nisbəti kiçik parametrdə olduqda (α, Ω) müstəvisində həqiqi

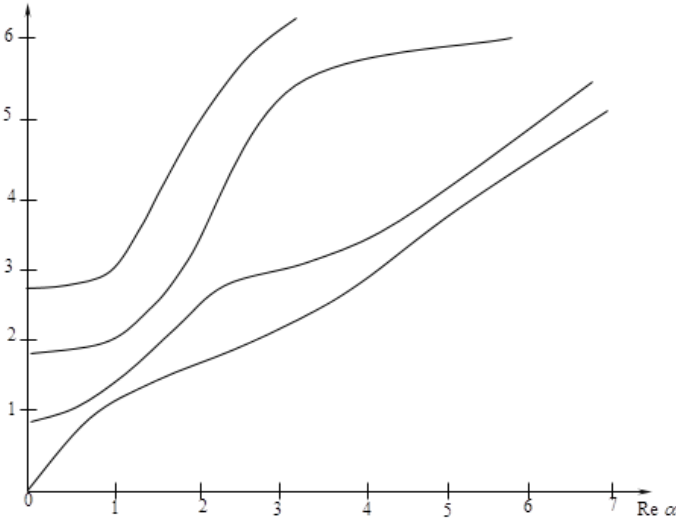
$\alpha_r = \alpha_r(\Omega)$ dispersiya əyrilərinin $(0, \Omega_r)$ başlanğıc nöqtələri tapılır.

$\frac{G_2}{G_1} = 0,02$; $\frac{m_2}{m_1} = 0,2$; $\rho_{11} = 0,2$ $\rho_{21} = 0,5$; $\rho_{13} = 0,6$; $\rho_{23} = 1$ olduqda

dispersiya əyriləri qurulur (şəkil 1).

Ω -nın 0-dan 1,68-ə qədər artması ilə $(0,0)$ nöqtəsindən çıxan birinci dispersiya əyrisi bucaq əmsalı eninə elastiki dalğanın bərk laylarda yayılma sürətinə bərabər olan düz xəttə yaxınlaşır. $\Omega = 1,68$ qiymətindən başlayaraq, dispersiya əyrisinin asimptotu bucaq əmsalı uzununa elastiki dalğanın yumşaq layda faza sürətinə bərabər olan düz xəttədir. α -nın artması ilə birinci dispersiya əyrisi üçün asimptot bucaq əmsalı silindrin sərbəst səthi boyu yayılan Reley dalğalarının

faza sürətinə bərabər olan düz xəttidir. Ω -nın artması ilə ikinci dispersiya əyrisi bucaq əmsalı uzununa elastiki dalğanın bərk laydakı faza sürətinə bərabər olan düz xəttə yaxınlaşır. $1,48 < \Omega < 2,78$ diapazonunda dispersiya əyrisinin asimptotu bucaq əmsalı eninə elastiki dalğanın bərk laydakı faza sürətinə bərabər olan düz xəttidir. $\Omega > 2,78$ olduqda Ω -nın artması ilə dispersiya əyrisi bucaq əmsalı uzununa elastiki dalğanın yumşaq layda sürətinə bərabər olan düz xəttə yaxınlaşır.



Şəkil.1

3.3-də daxili və xarici layları eyni elastiki xassələrə malik bərk materialdan, orta layı isə yumşaq materialdan təşkil edilmiş radial üçlaylı sonsuz silindirdə elastiki burulma dalğalarının yayılması məsələsinə baxılır. $(\alpha; \Omega) = (0; 0)$ -in ətrafında birinci dispersiya əyrisi üçün

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^3 m_k (\rho_{2k}^4 - \rho_{1k}^4)}{\sum_{k=1}^3 G_k (\rho_{2k}^4 - \rho_{1k}^4)}} \Omega + o(\Omega^2)$$

asimptotik ifadəsi təyin edilir.

Həqiqi $\alpha_t = \alpha_t(\Omega)$ dispersiya əyrilərinin $(0, \Omega_t)$ başlangıç nöqtələri təyin edilir və

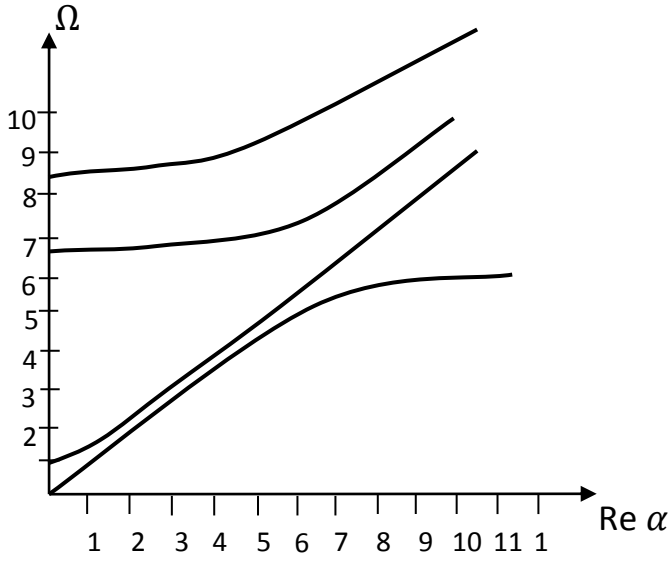
$$\frac{G_2}{G_1} = 0,02; \frac{m_2}{m_1} = 0,2; \rho_{11} = 0,2 \quad \rho_{21} = 0,5; \rho_{13} = 0,6; \rho_{23} = 1$$

olduqda dispersiya əyriləri qurulur (şəkil:2).

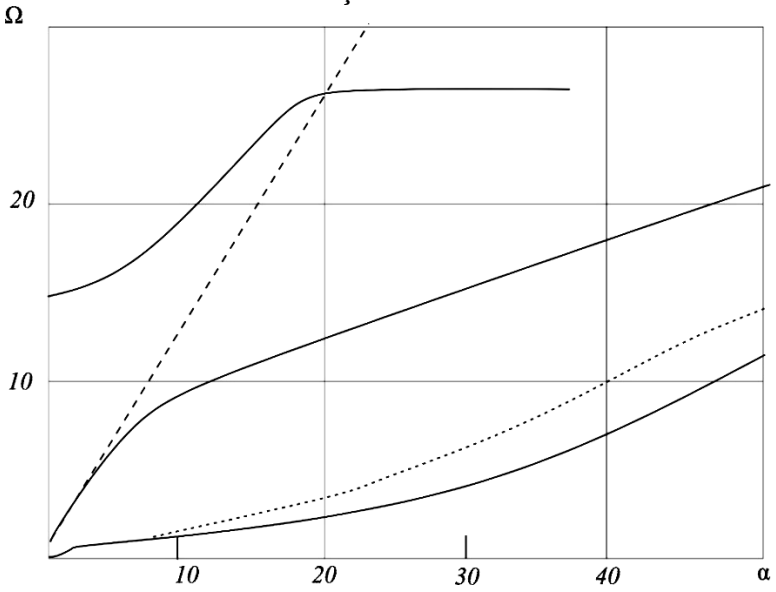
Ω -nın 0-dan 5,48-ə qədər artması ilə $(0,0)$ nöqtəsindən çıxan birinci dispersiya əyrisi bucaq əmsalı eninə elastiki dalğanın bərk layda yayılma sürətinə bərabər olan düz xəttə yaxınlaşır. $\Omega = 5,48$ qiymətindən başlayaraq dispersiya əyrisinin asimptotu bucaq əmsalı eninə elastiki dalğanın yumşaq layda faza sürətinə bərabər olan düz xətdir. $\Omega \geq 0,865$ olduqda silindirdə iki yayılan dalğa mövcuddur. Ω -nın artması ilə dispersiya əyrisi bucaq əmsalı eninə elastiki dalğanın bərk layda faza sürətinə bərabər olan düz xəttə yaxınlaşır. $\alpha \rightarrow \infty$,

$\Omega \rightarrow \infty \left(\lim \frac{\Omega}{\alpha} = const \right)$ olduqda dispersiya əyrilərinin asimpto-

tu bucaq əmsalı $\sqrt{\frac{m_1 G_2}{m_2 G_1}}$ -ə bərabər olan düz xətdir.



Şəkil. 2



Şəkil. 3

3.4-də radial ikilaylı silindirdə oxa nəzərən simmetrik elastiki dalğaların yayılması məsələsi öyrənilir. Daxili layı bərk, xarici layı isə yumşaq materialdan təşkil edilmiş silindirdə $\frac{G_2}{G_1} = 0,01$; $\frac{m_2}{m_1} = 0,2$; $\rho_{11} = 0,99$, $\rho_{12} = 1$, $\rho_{22} = 1,03$ olduqda dispersiya əyriləri qurulur (şəkil:3). $\Omega = 1,36$ qiymətindən başlayaraq silindirdə iki dalğa yayılır. Vahid normal hipotezə əsasən qurulmuş tətbiqi nəzəriyyə əsasında ikilaylı silindirdə elastiki dalğaların yayılması məsələsi üçün dispersiya əyriləri qurulur (qırıq xətlərlə göstərilib). Birinci modada $\Omega \leq 2$ şərtini ödəyən tezliklər üçün tətbiqi nəzəriyyə əsasında alınan nəticələr üçölçülü məsələnin həllindən alınan nəticələrə yaxındır. İkinci modada tezliyin $\Omega \leq 5$ qiymətlərində tətbiqi nəzəriyyədən alınan nəticələrin üçölçülü məsələnin həllindən alınan nəticələrdən fərqi kiçikdir.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi kiçik qalınlıqlı qeyri-bircins silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin elastikiyyət nəzəriyyəsinin tənlilikləri əsasında tədqiqinə həsr edilib. İşdə aşağıdakı nəticələr alınıb:

1. Elastiki modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən kiçik qalınlıqlı silindrik örtük üçün elastikiyyət nəzəriyyəsinin oxa nəzərən simmetrik məsələləri asimptotik inteqrallama üsulunun tətbiqi ilə öyrənilib. Qeyri-bircins və bircins həllər qurulub. Silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətinin xarakteri müəyyən edilib. Silindrik örtüyün yan səthi gərginliklərdən azad olduqda təyin edilmiş birincis həllin yayılan, sadə sərhəd effekti xarakterli, sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu göstərilib. Mövcud tətbiqi nəzəriyyələrin təsvir edə bilmədiyi yeni sinif həllər təyin edilib. Silindrik örtüyün gərginlik-deformasiya vəziyyətini hesablamaq üçün asimptotik düsturlar alınıb.
2. Elastiki modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən kiçik qalınlıqlı silindrik örtüyün yan səthində bircins qarışıq sərhəd şərtləri verildikdə birincis həllin yayılan və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu göstərilib.
3. Elastiki modulları radiusa nəzərən xətti qanunla dəyişən kiçik qalınlıqlı silindrik örtüyün yan səthi bağlandıqda həllin yalnız sərhəd layı xarakterli həlldən ibarət olduğu müəyyən edilib.
4. Radial qeyri-bircins silindrik örtük üçün burulma məsələsi silindrik örtüyün yan səthində müxtəlif sərhəd şərtləri verildikdə tədqiq edilib. Silindrik örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda bircins həllin yayılan və sərhəd layı xarakterli həllərin cəmindən ibarət olduğu, örtüyün yan səthi bağlandıqda isə məsələnin yalnız sərhəd layı xarakterli həllə malik olduğu göstərilib.
5. Radial qeyri-bircins silindrik örtüyün yan səthi gərginlikdən azad olduqda və yan səthi bağlandıqda örtüyün burulma rəqsi məsələləri tədqiq edilib. Tezliyin müxtəlif qiymətlərində gərginlik-deformasiya vəziyyətinin təyini üçün asimptotik ifadələr alınıb.
6. Radial ikilaylı və üçlaylı silindirdə elastiki dalğaların yayılması məsələsi ədədi-analitik üsulların birgə tətbiqi ilə öyrənilib.

Dissertasiyanın nəticələri aşağıdakı elmi işlərdə dərc olunmuşdur:

1. Ахмедов, Н.К., Исмайлова, Д.Д. Напряженное состояние изотропного цилиндра с переменными модулями упругости // 1st international science and engineering conference. -Baku: Baku Engineering University, 29-30 november, -2018,- p.98-100.
2. Исмайлова, Д.Д. Анализ распространения осесимметричных упругих волн в радиально трехслойном цилиндре // «Riyaziyyatın tətbiqi məsələləri və yeni informasiya texnologiyaları» IV Respublika elmi konfransı, -Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universiteti -09-10 dekabr, -2021, -s. 66-69.
3. Ismailova, J. Construction of homogeneous solutions for a radial inhomogeneous cylinder of small thickness // XXXIX Международная научно-практическая конференция, - Москва: -15 сентября -2021, -с.50-54.
4. Исмайлова, Д.Д. Задача кручения радиально-неоднородного цилиндра // ВІСНИК Національного технічного університету “Харківський Політехнічний Інститут”, -2017.(16), -с. 82-87.
5. Исмайлова, Д.Д. Анализ задачи кручения цилиндра с переменными модулями сдвига с закрепленной боковой поверхностью // - Баку: Ученые записки. Азербайджанский Технический Университет. -2017. № 1, -с. 88-93
6. Исмайлова, Д.Д. Крутильные колебания радиально-неоднородного изотропного цилиндра // -Баку: Ученые записки. Азербайджанский Технический Университет. - 2020, №1, -с. 42-48.
7. Ismailova, J. Studying elastic equilibrium of small thickness isotropic cylinder with variable elasticity module // - Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, issue Mechanics: -2019. 39(8), -p.17-23.
8. Akhmedov, N.K., Akbarova, S.B, Ismailova, J. Analysis of axisymmetric problem from the theory of elasticity for an isotropic cylinder of small thickness with alternating elasticity modules // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, -2019. 2/7 (98), -p.13-19.

9. Ismailova, J. Analysis of an axially-symmetric problem of elasticity theory for a radially-inhomogeneous cylinder mixed boundary conditions on lateral surfaces // -Baku: Transactions of NAS of Azerbaijan, issue Mechanics: -2021. 41(8), -p.30-38.

Dissertasiyanın müdafiəsi **25 oktyabr 2022-ci il** tarixində saat **11⁰⁰** –də Bakı Dövlət Universiteti nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya Şurasının iclasında keçiriləcəkdir.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, akad.Z.Xəlilov küç., 23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat ²⁴**sentyabr 2022-ci il** tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 21.09.2022

Kağızın formatı: 60x84^{1/16}

Həcm: 40000

Tiraj: 100