AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

ADİ VƏ XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ, KƏSR TƏRTİBLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏRİN FUNDAMENTAL HƏLLƏRİNİN ALINMASI ÜÇÜN FAKTORİZASİYA ÜSULU

İxtisas: 1211.01-Diferensial tənliklər

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Allahşükür Əzizağa oğlu Quliyev**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı - 2022

Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin Riyaziyyat və informatika kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbərlər: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Nihan Əlipənah oğlu Əliyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor
Natiq Səhrab oğlu İbrahimov

Rəsmi opponentlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Tahir Sədi oğlu Hacıyev

riyaziyyat üzrə elmlər doktoru
İlqar Qürbət oğlu Məmmədov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Zakir Fərman oğlu Xankişiyev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının
sədri: AMEA-nın həqiqi üzvü,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

___________ **Məhəmməd Fərman oğlu Mehdiyev**

Dissertasiya şurasının
elmi katibi: mexanika üzrə elmlər doktoru, dosent

___________ **Laura Faiq qızı Fətullayeva**

Elmi seminarın sədri: riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor

___________ **Yaqub Əmiyar oğlu Şərifov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi: Məlumdur ki, metalın yaddaş nəzəriyyəsi kimi başlayan kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklər hal-hazırda bir çox sahələrdə özünü göstərməkdədir. Hətta neft sənayesində də ikinci tərtib adi diferensial tənlik üçün baxılan məsələlərdə tabe həddin tərtibi olan törəmənin tərtibinin kəsr olduğu daha məqsədəuyğun qəbul edilmişdir. Belə ki, birinci tərtib törəmənin tərtibi 1,82 ilə əvəz edilmişdir[1]. Bu halda alınan nəticənin tətbiqləri daha qənaətbəxş hesab edilir.

Dissertasiya işi natural tərtib törəməli, adi və xüsusi törəməli diferensial tənliyin fundamental həllindən, faktorizasiya üsulu ilə kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklərin fundamental həllinin alınmasına həsr olunmuşdur.

Kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklər üçün alınmış fundamental həllər imkan verməlidir ki, N.Əliyevin saytında[2] baxılan natural tərtib törəməli adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələlərinin analoquna kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklər üçün baxıla bilsin.

Buradan həm dissertasiya işində qoyulmuş məsələlərin aktuallığı, həm də işlənmə dərəcəsi müəyyən edilmiş olur.

Tədqiqatın məqsəd və vəzifələri: Dissertasiya işində əsasən adi, iki ölçülü birinci və ikinci tərtib elliptik tip tənliklərin fundamental həllərindən istifadə edilmişdir. Bu tənliklərin operatorları üçün müxtəlif faktorizasiyalar aparmaqla həm düzgün, həm də düzgün olmayan kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklər üçün fundamental həllər qurulmuşdur. Bütün baxılan hallarda fundamental həllər üçün analitik ifadələr alınmışdır.

Dissertasiya işinin müəllifinin məqsəd və vəzifələri natural tərtib törəməli adi və xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün baxılan qeyri-lokal sərhəd şərtləri daxilində məsələlərin həllinin

---

[1] Aliev, F.A., Aliev, N.A. New inverse problem to determine the order fractional derivatives of the oscillation system // - Baku: The reports of National Academy of sciences of Azerbaijan, physcial-mathematical sciences, - 2019. № 75, - p. 13-16.

[2] Aliyev, N.A. List of publications of Professor Nihan A.Aliyev: [Electronic resource], URL: https://nihan.jsoft.ws/index.php?current=0.

araşdırılmasında alınan nəticələri kəsr tərtibli diferensial tənliklər üçün almaqdan ibarətdir. Dissertasiya işində müxtəlif tənliklər üçün alınan fundamental həllər əsas götürüləcək işin ilkin mərhələsidir.

Bu iş natural tərtib törəməli diferensial tənliklər üçün V.S.Vladimirovun "Riyazi fizika tənlikləri" kitabında bütöv bir fəsildə verilmişdir.

Tədqiqat metodları: Dissertasiya işinin baxılan bütün məsələlərində (həm adi, həm də xüsusi törəməli diferensial tənliklərdə) tətbiq edilən üsul faktorizasiya üsuludur. Faktorizasiya dedikdə, enmə, yüksəkdən kiçiyin alınması, tamın xırdalanması başa düşülür.

Dissertasiya işində natural tərtib törəməli adi və xüsusi törəməli diferensial tənliyin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə kəsr tərtibli diferensial tənliklərin fundamental həlləri üçün analitik ifadələr alınmışdır.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar:

- Birinci tərtib birhədli adi diferensial tənliyin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün kəsr tərtibli adi birhədli tənliyin fundamental həlli alınmışdır.
- İkinci tərtib birhədli adi diferensial tənliyin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün olmayan kəsr tərtibli adi birhədli diferensial tənliyin fundamental həlli alınmışdır.
- Birinci və ikinci tərtib törəməli adi diferensial tənliklərin fundamental həllərindən faktorizasiya üsulu ilə kəsr tərtib törəməli adi diferensial tənliklərin fundamental həlləri üçün analitik ifadələr alınmışdır.
- Birinci tərtib elliptik tip olan Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün kəsr tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənliyin fundamental həlli alınmışdır.
- İki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün olmayan kəsr tərtibli xüsusi törəməli tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır.

Tədqiqatın elmi yeniliyi: Dissertasiya işində aşağıda göstərilən əsas yeni elmi nəticələr alınmışdır.

- Adi diferensial tənliyin fundamental həllindən düzgün və düzgün olmayan kəsr tərtib törəməli diferensial tənliklər üçün fundamental həllər alınmışdır.
- Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün kəsr tərtibli xüsusi törəməli tənlik üçün fundamental həll alınmışdır.
- Laplas tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün olmayan kəsr tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənlik üçün fundamental həllin analitik ifadəsi alınmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktik əhəmiyyəti: Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Onlardan təqribi həllin alınması üçün də istifadə edilə bilər. Belə ki, bu fundamental həll və yaxud bu həllin təqribi qiymətindən baxılan kəsr tərtib törəməli tənliyin təqribi həlli üçün o zaman istifadə oluna bilər ki, həllin təyin olunma oblastı koordinat başlanğıcını öz daxilində saxlamasın.

Aprobasiyası və tətbiqi: Dissertasiya işinin nəticələri ölkə daxilində Lənkəran Dövlət Universitetində keçirilmiş Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 94-cü ildönümünə həsr olunmuş "Təbiət və humanitar elm sahələrinin inkişafı problemləri" mövzusunda Respublika Elmi Konfransı (2017), XXXI International Conference Problems of Decision Making Under Uncertainties (2018), professor Nihan Əliyevin 80 illik yubileyinə həsr olunmuş "Riyaziyyat elminin inkişafının yeni mərhələsi" mövzusunda Universitet Elmi Konfransı (2018), Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 96-cı ildönümünə həsr olunmuş "Tədris prosesində elmi innovasiyaların tətbiqi yolları" mövzusunda Respublika Elmi Konfransı (2019), Ümummilli lider Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci ildönümünə həsr olunmuş "Azərbacanda xalq, dövlət və ordu birliyinin gücü" adlı onlayn Respublika Elmi Konfransı (2021), həmçinin ölkə xaricində XXXII International Conference Problems of Decision Making Under Uncertainties (Prague, Czech Republic, 2018), The II International Science Conference "Issues of practice and science" (London, Great Britain, 2021) beynəlxalq elmi konfranslarda məruzə edilmişdir.

Müəllifin şəxsi töhfəsi: Dissertasiya işində alınmış bütün nəticə və təkliflər müəllifə aiddir. Məsələlərin qoyuluşu elmi rəhbərlərə aiddir.

Müəllifin nəşrləri: Dissertasiyada alınan əsas nəticələr müəllifin 14 elmi işində dərc edilmişdir. Əsərlərin siyahısı avtoreferatın sonunda verilmişdir.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı: Dissertasiya işi Lənkəran Dövlət Universitetinin "Riyaziyyat və informatika" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi: Dissertasiya işi (titul səhifəsi - 429 işarə sayı, mündəricat - 1845 işarə sayı) giriş - 46000 işarə sayı, I fəsil - 65000 işarə sayı, II fəsil - 52000 işarə sayı, III fəsil - 55000 işarə sayı, nəticə və istifadə olunmuş 125 adda ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Dissertasiya işinin ümumi həcmi - 220274 işarə sayı.

DİSSERTASİYANIN MƏZMUNU

Dissertasiya işi giriş, üç fəsil, nəticə və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir. Birinci fəsil altı, ikinci və üçüncü fəsillərin hər biri üç paraqrafdan ibarətdir. İşin **Giriş** hissəsində mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi, tədqiqatın məqsəd və vəzifələri, tədqiqat üsulları, müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar, tədqiqatın elmi yenilikləri, tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti və bu kimi məsələlər işıqlandırılmışdır. Nəhayət dissertasiyada alınan nəticələr qısa və yığcam şəkildə girişdə verilmişdir.

Dissertasiya işinin **"Tərtibi müsbət olan adi xətti sabit əmsallı diferensial tənliklərin fundamental həlli"** adlanan birinci fəslində adi, birinci, ikinci və n-ci tərtib törəməli sabit əmsallı diferensial tənliklərin fundamental həllərindən istifadə edilmişdir. Belə ki, əvvəlcə birinci tərtib birhədli tənliyə, sonra isə ikinci tərtib birhədli tənliyə, nəhayət n-ci tərtib birhədli tənliklərə baxılmışdır.

Birinci tərtib birhədli tənliyin fundamental həllindən düzgün kəsr tərtibli birhədli tənliklərin fundamental həlləri alınmışdır. Sonra isə ikinci tərtib birhədli tənliyin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün olmayan kəsr tərtib törəməli birhədli tənliklərin fundamental həlləri alınmışdır. Daha sonra bu nəticə *n*-ci tərtib birhədli tənlik üçün aparılmışdır.

Alınan nəticələr birhədli olmayan birinci, ikinci və *n*-ci tərtib adi sabit əmsallı xətti diferensial tənliklər üçün davam etdirilmişdir. Bütün hallarda fundamental həllər üçün analitik ifadələr alınmışdır.

Dissertasiya işinin birinci fəslin **“Tərtibi vahiddən kiçik olan diferensial tənliyin (birhədli tənlik) fundamental həllinin qurulması”** adlanan *birinci paraqrafında*

$$Dy(t) = \delta(t), \qquad (1)$$

tənliyinin $y(t) = \theta(t)$ həllindən istifadə etməklə $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{7}$ və $\alpha \in (0,\ 1)$ tərtib törəmə üçün fundamental həlləri

$$U_1(t) = \frac{t^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})!}, \quad U_2(t) = \frac{t^{-\frac{2}{3}}}{(-\frac{2}{3})!}, \quad U_3(t) = \frac{t^{-\frac{4}{7}}}{(-\frac{4}{7})!}, \quad U_4(t) = \frac{t^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}, \qquad (2)$$

şəklində almış oluruq.

Teorem 1. Tərtibi $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{7}$ və $\alpha \in (0,\ 1)$ olan adi birhədli diferensial tənliklərin fundamental həlləri uyğun olaraq (2) şəklindədir.

Birinci fəslin **“Tərtibi ikidən kiçik (birdən böyük) olan birhədli diferensial tənliyin fundamental həllinin qurulması”** adlanan *ikinci paraqrafında*

$$D^2Y(x) = \delta(x), \qquad (3)$$

tənliyinin $Y(x) = x\theta(x)$ həllindən istifadə edərək $\frac{8}{5}, \frac{4}{3}, \frac{11}{7}$ və $\alpha \in (1,\ 2)$ tərtibli birhədli adi diferensial tənliklərin fundamental həlləri

$$Z(x) = \frac{x^{\frac{3}{5}}}{\frac{3}{5}!}, \quad T(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}!}, \quad V(x) = \frac{x^{\frac{4}{7}}}{\frac{4}{7}!}, \quad H(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}, \qquad (4)$$

şəklində alınmış olur.

Teorem 2. Tərtibləri $\frac{8}{5}, \frac{4}{3}, \frac{11}{7}$ və $\alpha \in (1,\ 2)$ olan adi birhədli diferensial tənliklərin fundamental həlləri uyğun olaraq (4) şəklindədir.

Birinci fəslin **“Tərtibi $\alpha \in (n-1,\ \ n)$ olan birhədli adi diferensial tənliyin fundamental həllinin qurulması”** adlanan *üçüncü paraqrafında*

$$y^{(n)}(x) = f(x), \tag{5}$$

tənliyinin

$$Y(x) = \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}\theta(x), \tag{6}$$

fundamental həllindən istifadə etməklə $\alpha \in (n-1,\ \ n)$ tərtibli birhədli adi diferensial tənliyin fundamental həlli üçün

$$Z(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!}, \tag{7}$$

ifadəsi alınmışdır.

Teorem 3. Verilmiş (5) tənliyinin (6) fundamental həllinin köməyi ilə $\alpha \in (n-1,\ \ n)$ tərtibli adi diferensial tənliyin alınan fundamental həlli (7) şəklindədir.

Birinci fəslin **“Tərtibi vahiddən kiçik olub mənfi olmayan adi sabit əmsallı xətti diferensial tənliyin fundamental həllinin qurulması”** adlanan *dördüncü paraqrafında*

$$D\,y(x) - y(x) = f(x), \tag{8}$$

tənliyinin

$$Y(x) = e^{x}\theta(x), \tag{9}$$

fundamental həllindən istifadə etməklə

$$D^{\frac{1}{2}}Z(x) - Z(x) = \delta(x), \tag{10}$$

tənliyinin həlli üçün

$$Z(x) = \int_0^x \frac{(x-t)^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})!}e^{t}dt + \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})!} + e^{x}\theta(x), \tag{11}$$

şəklində ifadə alınmış olur.

Teorem 4. Verilmiş (8) tənliyinin (9) fundamental həllinin köməyi ilə (10) tənliyinin həlli faktorizasiya üsulu ilə (11) şəklində alınmışdır. Burada $\theta(x)$ – Xevisaydın vahid funksiyasıdır.

Birinci fəslin **"Tərtibi ikidən kiçik olub mənfi olmayan adi sabit əmsallı xətti diferensial tənliyin fundamental həllinin qurulması"** adlanan *beşinci paraqrafında*

$$D^2 y(x) + aDy(x) + by(x) = f(x), \tag{12}$$

tənliyinin

$$Y(x) = \frac{e^{\varphi_2 x} - e^{\varphi_1 x}}{\sqrt{a^2 - 4b}}\theta(x), \tag{13}$$

fundamental həllindən istifadə edilmişdir. Burada $x > 0$, a və b verilmiş həqiqi sabitlər, $D = \frac{d}{dx}$.

$$\varphi_k = \frac{-a + (-1)^k \sqrt{a^2 - 4b}}{2}, \qquad k = 1,2. \tag{14}$$

$\theta(x)$ isə Xevisaydın vahid funksiyasıdır.

Faktorizasiya üsulu ilə (13) fundamental həllindən

$$D^{\frac{3}{2}} Z(x) + \sqrt{\varphi_2} DZ(x) - \varphi_1 D^{\frac{1}{2}} Z(x) - \varphi_1 \sqrt{\varphi_2} Z(x) = \delta(x), \tag{15}$$

tənliyinin həlli üçün

$$Z(x) = \frac{\varphi_2}{\sqrt{a^2 - 4b}} \int_0^x \frac{(x-t)^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})!} e^{\varphi_2 t} dt - \frac{\varphi_1}{\sqrt{a^2 - 4b}} \int_0^x \frac{(x-t)^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})!} e^{\varphi_1 t} dt -$$

$$- \frac{\sqrt{\varphi_2}}{\sqrt{a^2 - 4b}} \left[e^{\varphi_2 x}\theta(x) - e^{\varphi_1 x}\theta(x) \right], \tag{16}$$

ifadəsi alınmış olur.

Teorem 5. Verilmiş ikitərtibli (12) tənliyinin fundamental həlli olan (13) ifadəsindən faktorizasiya üsulu ilə (15) tənliyinin həlli üçün alınan ifadə (16) şəklindədir.

Bu paraqrafda ikinci üsulla (13) ifadəsini

$$Y(x)=\theta(x)\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k!}\sum_{m=0}^{k-1}\varphi_2^m\varphi_1^{k-1-m}, \qquad (17)$$

şəklinə, (16) ifadəsini isə

$$Z(x)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^{k-\frac{1}{2}}}{(k-\frac{1}{2})!}\sum_{m=0}^{k-1}\varphi_2^m\varphi_1^{k-1-m}-\sqrt{\varphi_2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k!}\sum_{m=0}^{k-1}\varphi_2^m\varphi_1^{k-1-m}, \quad x>0, \qquad (18)$$

şəklinə gətirilmişdir.

Nəhayət, birinci fəslin **“Hədlərindəki törəmələrin tərtibi (ümumiyyətlə kəsr tərtib törəmələrin tərtibi) n-dən ($n\in N$) kiçik olub mənfi olmayan adi sabit əmsallı xətti diferensial tənliyin fundamental həllinin qurulması”** adlanan *axırıncı paraqrafında*

$$D^n y(x)-y(x)=f(x), \quad x>0, \qquad (19)$$

tənliyinin

$$Y(x)=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{n+k}\frac{W^{(n,k)}}{W}e^{\varphi_k x}\theta(x), \qquad (20)$$

fundamental həllindən istifadə etməklə

$$\sum_{s=1}^{2n}D^{n-\frac{s}{2}}Z(x)=\delta(x), \qquad (21)$$

tənliyinin həlli üçün $x>0$ olduqda

$$Z(x)=\sum_{k=1}^{n}(-1)^{n+k}\frac{W^{(n,k)}}{W}\varphi_k\int_0^x e^{\varphi_k t}\frac{(x-t)^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})!}dt-$$

$$-\sum_{k=1}^{n}(-1)^{n+k}\frac{W^{(n,k)}}{W}e^{\varphi_k x}, \qquad (22)$$

ifadəsi alınmış olur. Burada

$$W(x)=\begin{vmatrix} e^{\varphi_1 x} & e^{\varphi_2 x} & \dots & e^{\varphi_n x}\\ \varphi_1 e^{\varphi_1 x} & \varphi_2 e^{\varphi_2 x} & \dots & \varphi_n e^{\varphi_n x}\\ . & . & \dots & .\\ \varphi_1^{n-1}e^{\varphi_1 x} & \varphi_2^{n-1}e^{\varphi_2 x} & \dots & \varphi_n^{n-1}e^{\varphi_n x}\end{vmatrix}=$$

$$
= \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \varphi_1 & \varphi_2 & \dots & \varphi_n \\ . & . & \dots & . \\ \varphi_1^{n-1} & \varphi_2^{n-1} & \dots & \varphi_n^{n-1} \end{vmatrix} = W \neq 0, \tag{23}
$$

Burada $W^{(n,k)}$ - ilə (23) determinantının n-ci sətir ilə, k-cı sütunun kəsişməsində duran φ_k^{n-1} elementinin minoru işarə edilmişdir.

$$
\varphi_k = e^{\frac{2\pi k i}{n}}, \quad k = \overline{1,\ n}. \tag{24}
$$

Teorem 6. Verilmiş (19) tənliyinin (20) fundamental həllindən istifadə etməklə faktorizasiya üsulu ilə (21) tənliyinin həlli üçün alınan ifadə (22) şəklindədir.

Dissertasiya işinin **“Elliptik tip birinci tərtib diferensial tənliyin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün kəsr tərtibli diferensial tənliyin fundamental həllinin alınması”** adlanan ikinci fəslində birinci tərtib elliptik tip olan Koşi-Riman tənliyinə baxılmışdır.

Burada əvvəlcə faktorizasiya üsulu ilə Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən yarımtərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır. Bu hissədə Koşi-Riman tənliyinin istiqamətə görə fundamental həllindən istifadə etməklə, yenə də yarımtərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır.

Sonra isə Koşi-Riman tənliyinin əvvəlki fundamental həllindən istifadə etməklə, faktorizasiya üsulu ilə $\frac{1}{3}$ tərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır.

Nəhayət, Koşi-Riman tənliyinin əvvəlki fundamental həllindən istifadə etməklə, faktorizasiya üsulu ilə $\frac{2}{3}$ tərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır.

İkinci fəslin **“Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən yarımtərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həllini almaq üçün faktorizasiya üsulu”** adlanan *birinci paraqrafında*

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2} + i\,\frac{\partial u(x)}{\partial x_1} = 0, \tag{25}$$

Koşi-Riman tənliyinin

$$U(x-\xi) = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}, \tag{26}$$

fundamental həllindən istifadə edərək

$$(D_2 + iD_1) = (D_2^{\frac{1}{2}} + i\sqrt{i}D_1^{\frac{1}{2}})(D_2^{\frac{1}{2}} - i\sqrt{i}D_1^{\frac{1}{2}}), \tag{27}$$

faktorizasiyasının köməyi ilə

$$(D_2^{\frac{1}{2}} + i\sqrt{i}D_1^{\frac{1}{2}})V(x) = 0, \tag{28}$$

tənliyinin fundamental həlli üçün

$$V(x) = \frac{1}{4\pi(-\frac{1}{2})!}\cdot\frac{1}{(x_2+ix_1)\sqrt{(x_2+ix_1)}}\times$$

$$\times\ln\frac{(\sqrt{x_2+ix_1}-\sqrt{x_2})(\sqrt{x_1-ix_2}-\sqrt{x_1})}{(\sqrt{x_2+ix_1}+\sqrt{x_2})(\sqrt{x_1-ix_2}+\sqrt{x_1})}+$$

$$+\frac{1}{2\pi(-\frac{1}{2})!\cdot(x_2+ix_1)}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x_2}}-\frac{i\sqrt{i}}{\sqrt{x_1}}\right), \tag{29}$$

ifadəsini almış oluruq. Burada $i=\sqrt{-1}$, $D_k = \dfrac{d}{dx_k}$, $k=1,\ 2.$

Teorem 7. Birinci tərtib elliptik tip olan (25) Koşi-Riman tənliyinin (26) fundamental həllindən (27) faktorizasiyasının köməyi ilə yarım tərtibli elliptik tip olan (28) tənliyinin fundamental həlli (29) şəklindədir.

Bu paraqrafda (25) Koşi-Riman tənliyinin x_2 istiqamətində fundamental həlli olan

$$U(x) = \theta(x_2)\delta(x_1 - ix_2), \tag{30}$$

ifadəsindən istifadə etməklə, yuxarıda göstərilən üsulla (28) tənliyinin fundamental həlli üçün

$$V(x)=i\frac{\left(x_2+ix_1\right)^{-\frac{3}{2}}}{(-\frac{3}{2})!}, \tag{31}$$

ifadəsini almış oluruq.

Teorem 8. Koşi-Riman tənliyinin x_2 istiqamətində fundamental həlli olan (30) ifadəsindən (27) faktorizasiyasının köməyi ilə yarım tərtibli elliptik tip olan (28) tənliyinin fundamental həlli (31) şəklindədir.

İkinci fəslin **"Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən $\frac{1}{3}$ tərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həllinin alınması"** adlanan *ikinci paraqrafında* (25) Koşi-Riman tənliyinin (26) fundamental həllindən istifadə etməklə

$$D_2+iD_1=(D_2^{\frac{1}{3}}-iD_1^{\frac{1}{3}})(D_2^{\frac{2}{3}}+iD_1^{\frac{1}{3}}D_2^{\frac{1}{3}}-D_1^{\frac{2}{3}}), \tag{32}$$

faktorizasiyasının köməyi ilə

$$D_2^{\frac{1}{3}}W(x)-iD_1^{\frac{1}{3}}W(x)=\delta(x), \tag{33}$$

tənliyinin həlli üçün

$$W(x-\xi)=\frac{1}{\pi(-\frac{2}{3})!}\left\{\frac{1}{\sqrt[3]{(x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1))^5}}\times\right.$$

$$\times\left[\frac{1}{6}\ln\left|\frac{(\sqrt[3]{x_2}-\sqrt[3]{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)})^3}{\xi_2-i(x_1-\xi_1)}\right|-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\sqrt{3}}\left[arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2}+\sqrt[3]{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}}-\frac{\pi}{6}\right]\right]+$$

$$\left.+\frac{1}{2\sqrt[3]{x_2^2}\,(x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1))}\right\}-\frac{i}{2\pi}\frac{x_1^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\frac{x_2^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\frac{1}{\xi_2+i\xi_1}-$$

$$-\frac{i}{2\pi}\frac{x_1^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\int_0^{x_2}\frac{(x_2-t)^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\frac{dt}{[t-\xi_2-i\xi_1]^2}+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\frac{x_2^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\int_0^{x_1}\frac{(x_1-\tau)^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\frac{d\tau}{[-\xi_2+i(\tau-\xi_1)]^2}-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_0^{x_1}\frac{(x_1-\tau)^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}d\tau\int_0^{x_2}\frac{(x_2-t)^{-\frac{1}{3}}}{(-\frac{1}{3})!}\frac{dt}{[t-\xi_2+i(\tau-\xi_1)]^3}-\frac{i}{\pi(-\frac{2}{3})!}\times$$

$$\times\left\{-\frac{1}{\sqrt[3]{(x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2))^5}}\left[\frac{1}{6}\ln\left|\frac{\left(\sqrt[3]{x_1}-\sqrt[3]{x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2)}\right)^3}{\xi_1+i(x_2-\xi_2)}\right|-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(arctg\frac{2\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2)}}{\sqrt{3}\sqrt[3]{x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2)}}-\frac{\pi}{6}\right)\right]+$$

$$\left.+\frac{1}{2\sqrt[3]{x_1^{2}}\sqrt[3]{(x_1-\xi_1-i(x_2-\xi_2))^2}}\right\}, \qquad (34)$$

ifadəsi alınmışdır.

Teorem 9. Birinci tərtib elliptik tip olan (25) Koşi-Riman tənliyinin (26) fundamental həllindən (32) faktorizasiyasının köməyi ilə $\frac{1}{3}$ tərtibli elliptik tip olan (33) tənliyinin fundamental həlli (34) şəklindədir.

Sonra isə bu paraqrafda Koşi-Riman tənliyinin x_2 istiqamətində fundamental həllindən istifadə etməklə (33) tənliyinin həlli üçün

$$W(x)=\frac{3}{2}\cdot\frac{\left(x_1-ix_2\right)^{-\frac{5}{3}}}{(-\frac{5}{3})!}, \qquad (35)$$

şəklində ifadə alınmışdır.

Teorem 10. Koşi-Riman tənliyinin x_2 istiqamətində fundamental həlli olan (30) ifadəsindən (32) faktorizasiyasının köməyi ilə $\frac{1}{3}$ tərtibli elliptik tip olan (33) tənliyinin fundamental həlli (35) şəklindədir.

Nəhayət, ikinci fəslin **"İki ölçülü xətti $\frac{2}{3}$ tərtibli elliptik tip diferensial tənliyin fundamental həllinin Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən alınması"** adlanan *axırıncı paraqrafında* (25) tənliyinin (26) fundamental həllinin köməyi ilə

$$(D_2 + iD_1) = (D_2^{\frac{2}{3}} + iD_1^{\frac{1}{3}} D_2^{\frac{1}{3}} - D_1^{\frac{2}{3}})(D_2^{\frac{1}{3}} - iD_1^{\frac{1}{3}}) = \delta(x), \qquad (36)$$

faktorizasiyasından istifadə olunaraq

$$D_2^{\frac{2}{3}} V(x) + iD_1^{\frac{1}{3}} D_2^{\frac{1}{3}} V(x) - D_1^{\frac{2}{3}} V(x) = \delta(x), \qquad (37)$$

tənliyinin həllinin

$$V(x) = \frac{1}{2\pi(-\frac{1}{3})!}\left\{\frac{1}{(x_2 + ix_1)\sqrt[3]{x_2 + ix_1}}\left[\frac{1}{6}\ln\frac{\left(\sqrt[3]{x_2 + ix_1} - \sqrt[3]{x_2}\right)^3}{ix_1} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{\sqrt{3}}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_2 + ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2 + ix_1}} - \frac{\pi}{6}\right)\right] + \frac{1}{(x_2 + ix_1)\cdot\sqrt[3]{x_2}}\right\} +$$

$$\frac{1}{2\pi(-\frac{1}{3})!}\left\{-\frac{1}{3(x_1 - ix_2)\sqrt[3]{x_1 - ix_2}}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{\left(\sqrt[3]{x_1 - ix_2} - \sqrt[3]{x_1}\right)^3}{-ix_2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sqrt{3}(arctg\frac{2\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_1 - ix_2}}{\sqrt{3}\sqrt[3]{x_1 - ix_2}} - \frac{\pi}{6})\right] - \frac{1}{\sqrt[3]{x_1}\cdot(x_1 - ix_2)}\right\}, \qquad (38)$$

şəklində olduğu göstərilmişdir.

Teorem 11. İki ölçülü xətti $\frac{2}{3}$ tərtib elliptik tip olan tənliyin fundamental həlli (38) şəklindədir.

Dissertasiya işinin **"İki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə kəsr tərtibli tənliyin**

fundamental həllinin alınması" adlanan axırıncı, üçüncü fəslində iki ölçülü Laplas tənliyinə baxılmışdır.

Bu fəsildə əvvəlcə Laplas tənliyinin operatorunu faktorizə etməklə $\frac{3}{2}$ tərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır. Belə ki, $\frac{3}{2}$ tərtib tənlikdə törəmələr $\frac{1}{2}$ addımı ilə dəyişirlər. Hər bir həddə törəmələrin tərtiblərinin cəmi $\frac{3}{2}$ -dur.

Sonra isə Laplas tənliyinin operatoru elə faktorizə edilir ki, $\frac{4}{3}$ tərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmış olur. Burada da alınan tənlik elədir ki, bütün hədlərdə törəmələrin tərtibləri cəmi $\frac{4}{3}$ -ə bərabərdir.

Nəhayət, Laplas tənliyinin operatoru elə faktorizə olunur ki, $\frac{1}{3}$ addımı ilə $\frac{5}{3}$ tərtibli sabit əmsallı xətti elliptik tip tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmış olur. Burada da alınan tənliyin hər bir həddində törəmələrin tərtiblərinin cəmi $\frac{5}{3}$ -ə bərabərdir.

Üçüncü fəslin **"Faktorizasiya üsulunu tətbiq etməklə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{3}{2}$ tərtibli tənliyin fundamental həllinin alınması"** adlanan *birinci paraqrafında*

$$\Delta U(x) \equiv \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x_1^2} = 0, \qquad (39)$$

iki ölçülü Laplas tənliyinin

$$U(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \ln|x| , \qquad |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \qquad (40)$$

fundamental həllindən

$$D_2^2+D_1^2=(D_2^{\frac{1}{2}}+\sqrt{i}D_1^{\frac{1}{2}})(D_2^{\frac{3}{2}}-\sqrt{i}D_2D_1^{\frac{1}{2}}+iD_2^{\frac{1}{2}}D_1-i\sqrt{i}D_1^{\frac{3}{2}}), \qquad (41)$$

və ya

$$D_2^2+D_1^2=(D_2^{\frac{3}{2}}-\sqrt{i}D_2D_1^{\frac{1}{2}}+iD_2^{\frac{1}{2}}D_1-i\sqrt{i}D_1^{\frac{3}{2}})(D_2^{\frac{1}{2}}+\sqrt{i}D_1^{\frac{1}{2}}), \qquad (42)$$

faktorizasiyalarının köməyi ilə

$$D_2^{\frac{3}{2}}V(x)-\sqrt{i}D_2D_1^{\frac{1}{2}}V(x)+iD_2^{\frac{1}{2}}D_1V(x)-i\sqrt{i}D_1^{\frac{3}{2}}V(x)=\delta(x), \qquad (43)$$

tənliyinin həllinin

$$V(x)=\frac{1}{2\pi(-\frac{1}{2})!}\left\{x_2^{-\frac{1}{2}}\ln x_1-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{x_2+ix_1}}\ln\left|\frac{\left(\sqrt{x_2+ix_1}-\sqrt{x_2}\right)^2}{ix_1}\right|+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\sqrt{x_2-ix_1}}\ln\left|\frac{\left(\sqrt{x_2-ix_1}-\sqrt{x_2}\right)^2}{-ix_1}\right|\right]+\sqrt{i}\left[x_1^{-\frac{1}{2}}\ln x_2-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{x_1+ix_2}}\ln\left|\frac{\left(\sqrt{x_1+ix_2}-\sqrt{x_1}\right)^2}{ix_2}\right|+\frac{1}{\sqrt{x_1-ix_2}}\ln\left|\frac{\left(\sqrt{x_1-ix_2}-\sqrt{x_1}\right)^2}{-ix_2}\right|\right]\right]\right\}, \qquad (44)$$

şəklində olduğu göstərilmişdir.

Teorem 12. Verilmiş iki ölçülü (39) Laplas tənliyini (42) şəklində faktorizasiya etməklə (43) tənliyinin həlli üçün alınan ifadə (44) şəklindədir.

Üçüncü fəslin **"Faktorizasiya üsulu ilə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{4}{3}$ tərtibli tənliyin fundamental həllinin alınması"** adlanan *ikinci paraqrafında* (39) tənliyinin (40) fundamental həllindən

$$D_2^2+D_1^2=(D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{2}{3}})(D_2^{\frac{4}{3}}-D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{4}{3}}), \qquad (45)$$

və ya

$$D_2^2+D_1^2=(D_2^{\frac{4}{3}}-D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{4}{3}})(D_2^{\frac{2}{3}}+D_1^{\frac{2}{3}}), \qquad (46)$$

faktorizasiyalarının köməyi ilə

$$D_2^{\frac{4}{3}}V(x) - D_1^{\frac{2}{3}}D_2^{\frac{2}{3}}V(x) + D_1^{\frac{4}{3}}V(x) = \delta(x), \tag{47}$$

tənliyinin həlli

$$V(x) = \frac{1}{2\pi(-\frac{2}{3})!}\left\{ x_2^{-\frac{2}{3}} \ln x_1 - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_2+ix_1)^2}} \times \right.$$

$$\times\left[\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\left(\sqrt[3]{x_2+ix_1}-\sqrt[3]{x_2}\right)^3}{ix_1}\right| - \sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2}+\sqrt[3]{x_2+ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2+ix_1}} - \frac{\pi}{6}\right)\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_2-ix_1)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\left(\sqrt[3]{x_2-ix_1}-\sqrt[3]{x_2}\right)^3}{-ix_1}\right| -\right.$$

$$\left.-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2}+\sqrt[3]{x_2-ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2-ix_1}} - \frac{\pi}{6}\right)\right] + x_1^{-\frac{2}{3}}\ln|x_2| -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_1+ix_2)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\left(\sqrt[3]{x_1+ix_2}-\sqrt[3]{x_1}\right)^3}{ix_2}\right| -\right.$$

$$\left.-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_1+ix_2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_1+ix_2}} - \frac{\pi}{6}\right)\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt[3]{(x_1-ix_2)^2}}\left[\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\left(\sqrt[3]{x_1-ix_2}-\sqrt[3]{x_2}\right)^3}{-ix_2}\right| -\right.$$

$$\left.\left.-\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_1}+\sqrt[3]{x_1-ix_2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_1-ix_2}} - \frac{\pi}{6}\right)\right]\right\}, \tag{48}$$

şəklində alınmışdır.

Teorem 13. Törəməsinin tərtibi $\frac{4}{3}$ olan bircinsli (bütün hədlərdə törəmələrin tərtibi eynidir) sabit əmsallı xüsusi törəməli (47) tənliyinin həlli (48) şəklindədir.

Nəhayət, üçüncü fəslin **“Faktorizasiya üsulu ilə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{1}{3}$ addım ilə $\frac{5}{3}$ tərtib xüsusi törəməli tənliyin fundamental həllinin alınması”** adlanan *axırıncı paraqrafında* (39) tənliyinin (40) fundamental həllindən

$$D_2^2 + D_1^2 = (D_2^{\frac{5}{3}} - iD_2^{\frac{4}{3}} D_1^{\frac{1}{3}} - D_2 D_1^{\frac{2}{3}} + iD_2^{\frac{2}{3}} D_1 + D_2^{\frac{1}{3}} D_1^{\frac{4}{3}} - iD_1^{\frac{5}{3}})(D_2^{\frac{1}{3}} + iD_1^{\frac{1}{3}}), \quad (49)$$

faktorizasiyasının köməyi ilə

$$D_2^{\frac{5}{3}} Z(x) - iD_2^{\frac{4}{3}} D_1^{\frac{1}{3}} Z(x) - D_2 D_1^{\frac{2}{3}} Z(x) + iD_2^{\frac{2}{3}} D_1 Z(x) +$$
$$+ D_2^{\frac{1}{3}} D_1^{\frac{4}{3}} Z(x) - iD_1^{\frac{5}{3}} Z(x) = \delta(x), \quad (50)$$

tənliyinin həlli üçün

$$Z(x) = \frac{1}{2\pi(-\frac{1}{3})!}\left\{ x_2^{-\frac{1}{3}} \ln|x_1| - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{x_2 + ix_1}} \times\right.\right.$$
$$\times\left(\ln\left|\frac{(\sqrt[3]{x_2 + ix_1} - \sqrt[3]{x_2})^3}{ix_1}\right| + 2\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_2 + ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2 + ix_1}} - \frac{\pi}{6}\right)\right) +$$
$$\left.+ \frac{1}{\sqrt[3]{x_2 - ix_1}}\left(\ln\left|\frac{(\sqrt[3]{x_2 - ix_1} - \sqrt[3]{x_2})^3}{-ix_1}\right| + 2\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_2} + \sqrt[3]{x_2 - ix_1}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_2 - ix_1}} - \frac{\pi}{6}\right)\right)\right] +$$
$$+ ix_1^{-\frac{1}{3}} \ln x_2 - \frac{i}{4}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{x_1 + ix_2}}\left(\ln\left|\frac{(\sqrt[3]{x_1 + ix_2} - \sqrt[3]{x_1})^3}{ix_2}\right| +\right.\right.$$
$$\left.+ 2\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_1 + ix_2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_1 + ix_2}} - \frac{\pi}{6}\right)\right) + \frac{1}{\sqrt[3]{x_1 - ix_2}}\left(\ln\left|\frac{(\sqrt[3]{x_1 - ix_2} - \sqrt[3]{x_2})^3}{-ix_2}\right| +\right.$$
$$\left.\left.\left.+ 2\sqrt{3}\left(arctg\frac{2\cdot\sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_1 - ix_2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{x_1 - ix_2}} - \frac{\pi}{6}\right)\right)\right]\right\}, \quad (51)$$

şəklində ifadə alınmışdır.

Teorem 14. Törəməsinin tərtibi $\frac{5}{3}$ olan bircinsli sabit əmsallı xüsusi törəməli (50) tənliyinin fundamental həlli (51) şəklindədir.

Sonda dissertasiya işindəki məsələlərin qoyuluşuna, dəyərli məsləhətlərinə, səmimi diqqətlərinə görə elmi rəhbərlərim professor N.Ə.Əliyev və professor N.S.İbrahimova öz dərin minnətdarlığımı bildirirəm.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işində aşağıda göstərilən nəticə və təkliflər alınmışdır.

1. Tərtibi düzgün kəsr olan və düzgün kəsr olmayan (yəni tərtibi (0, 1) və (1, 2)-də olan) adi birhədli diferensial tənliklər üçün fundamental həllər alınmışdır. Burada birinci tərtib birhədli diferensial tənliyin fundamental həlli faktorizasiya edilmişdir.
2. Yuxarıda söylənilən nəticələr sabit əmsallı xətti kəsr tərtibli diferensial tənliklər üçün aparılmışdır. Burada ikinci tərtib birhədli diferensial tənliyin fundamental həlli faktorizasiya edilmişdir.
3. Birinci bənddə alınan nəticələr birhədli olmayan xətti sabit əmsallı kəsr tərtib törəməli tənliklər üçün alınmışdır. Burada birinci tərtib sabit əmsallı adi diferensial tənliyin fundamental həlli faktorizasiya edilmişdir.
4. Adi sabit əmsallı xətti ikinci tərtib törəməli diferensial tənliyin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə tərtibi düzgün kəsr olmayan adi sabit əmsallı xətti kəsr tərtibli diferensial tənliyin fundamental həlli alınmışdır.
5. Koşi – Riman tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə düzgün kəsr tərtibli, xüsusi törəməli diferensial tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır.
6. İki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən faktorizasiya üsulu ilə tərtibi düzgün kəsr olmayan kəsr tərtibli xüsusi törəməli tənliyin fundamental həlli üçün analitik ifadə alınmışdır.

7. Sonralar bu fundamental həllərin köməyi ilə sərhəd məsələlərinin həlli araşdırılacaqdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Quliyev, A. Yarım tərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həlli // "Təbiət və humanitar elm sahələrinin inkişafı problemləri" mövzusunda Respublika Elmi Konfransı, - Lənkəran: - 5-6 may, 2017, - s. 39-41.
2. Əliyev, N., Quliyev, A. Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən yarımtərtibli elliptik tip tənliyin fundamental həllini almaq üçün faktorizasiya üsulu // - Lənkəran: Lənkəran Dövlət Universiteti, Elmi xəbərlər, Təbiət elmləri seriyası, - 2017. №2, - s. 67-72.
3. Aliyev, N.A., İbrahimov, N.S., Guliyev, A.A. A factorization method for the determination of the fundamental solution to the linear $\frac{1}{3}$ - order elliptic equation // XXXI International conference problems of decision making under uncertainties, - Lankaran-Baku, - July 3-8, - 2018, - p. 14-16.
4. Guliyev, A.A., Aliyev, N.A., İbrahimov, N.S. On a fundamental solutions of some fractional differential equations // XXXII International conference problems of decision making under uncertainties, - Prague, Czech Republic, - August 27-31, - 2018, - p. 53-55.
5. Əsgərov, İ., Quliyev, A. Faktorizasiya üsulu ilə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{3}{2}$ tərtibli tənliyin fundamental həllinin alınması haqqında // "Tədris prosesində elmi innovasiyaların tətbiqi yolları" mövzusunda Respublika Elmi Konfransı, - Lənkəran: - 7-8 may, 2019, - s. 28-30.
6. Əsgərov, İ., Quliyev, A. Faktorizasiya üsulunu tətbiq etməklə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{3}{2}$ tərtibli tənliyin fundamental həllinin alınması // - Lənkəran: Lənkəran Dövlət

Universiteti, Elmi xəbərlər, Təbiət elmləri seriyası, - 2019. №1, - s. 23-31.
7. Quliyev, A.Ə., Əliyev, N.Ə., İbrahimov, N.S. Faktorizasiya üsulu ilə iki ölçülü Laplas tənliyinin fundamental həllindən $\frac{4}{3}$ tərtibli tənliyin fundamental həllinin alınması // - Bakı: Bakı Mühəndislik Universiteti, Riyaziyyat və kompüter elmləri seriyası, -2020. № 4(2), - s. 102-110.
8. Əliyev, N.Ə., İbrahimov, N.S., Quliyev, A.Ə. İki ölçülü, xətti $\frac{2}{3}$-tərtibli elliptik tip diferensial tənliyin fundamental həllinin Koşi-Riman tənliyinin fundamental həllindən alınması // - Sumqayıt: Sumqayıt Dövlət Universitetinin Elmi xəbərləri, Təbiət və texniki elmlər bölməsi, -2021. № 21(1), - s. 4-8.
9. Quliyev, A. Tərtibi ikidən kiçik (birdən böyük) olan differensial tənlik üçün (birhədli tənlik) fundamental həllin qurulması // "Azərbacanda xalq, dövlət və ordu birliyinin gücü" mövzusunda Respublika Elmi Konfransı, - Lənkəran: - 7 may, 2021, - s. 52-53.
10. Гулиев, А.А. Построение фундаментального решения обыкновенного дифференциального уравнения (одночленное уравнение) с порядком $\alpha \in (n-1, n)$ // The II International Science Conference "Issues of practice and science", - London, Great Britain: Sept. 27-29, 2021, p. 149-150.
11. Quliyev, A.Ə. Tərtibi vahiddən kiçik olub, mənfi olmayan, adi, sabit əmsallı, xətti diferensial tənliyin fundamental həllinin qurulması // - Naxçıvan: Naxçıvan Universitetinin Elmi əsərləri jurnalı, -2021. № 3, - s. 276-280.
12. Кулиев, А.А., Алиев, Н.А., Ибрагимов, Н.С. Определение фундаментального решения уровнения эллиптического типа порядка $\frac{1}{3}$-из фундаментального решения уровнения Коши-Римана // - Россия, Республика Дагестан: Вестник Дагестанского государственного университета, Серия 1, Естественные науки, -2021. № 36 (4), - s. 76-82.

13. Guliyev, A. On a fundamental solution of one linear ordinary differential equation with fractional order derivative // - Baku: Advanced Mathematical Models & Applications, Jomard Publishing, -2021. № 6(3), - p. 302-308.

14. Guliyev, A. Obtaining the fundamental solution of the $\frac{3}{5}$ order partial derivative equation from the fundamental solution of the two-dimensional Laplace equation by the factorization method // - Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, Institute of Mathematics and Mechanics, -2022. № 12(1), - p. 17-26.

Dissertasiyanın müdafiəsi ___ ______________ tarixində saat _____ Bakı Dövlət Universitetinin nəzdində fəaliyyət göstərən FD 2.17 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1148, Bakı şəhəri, akademik Zahid Xəlilov küçəsi-23.

Dissertasiya işi ilə Bakı Dövlət Universitetinin kitabxanasında tanış olmaq olar.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Bakı Dövlət Universitetinin rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat ___________________ tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 28.04.2022

Kağızın formatı: 60x84, 1/16

Həcmi: 36080

Tiraj: 100